Universität Karlsruhe
Institut für Logik, Komplexität
und Deduktionssysteme
Prof. Dr. W. Menzel
Martin Giese

13. Juni 2001

Berechenbarkeit SS 01

Übungsblatt 4

Aufgabe 20

Geben Sie m-Reduktionen von K und K^C auf $\{i\colon W_i \text{ endlich}\}$ an.

Aufgabe 21

Beweisen Sie, daß die folgenden Mengen 1-äquivalent sind:

$A := \{i\colon rg(\varphi_i) = \mathbb{N}\}$,

$B := \{i\colon \varphi_i \text{ total}\}$,

$C := \{i\colon W_i \text{ unendlich}\}$.

Aufgabe 22

(a) Die Menge $\{i\colon W_i \cap 2\mathbb{N} \neq \emptyset\}$ ist kreativ. Geben Sie eine Kreation an.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe des Rekursionstheorems, daß es unmöglich ist, uniform zu einer kreativen Menge eine Kreation zu bestimmen.

Aufgabe 23

Welche der folgenden Mengen sind produktiv, welche besitzen ein produktives Komplement?

(a) $\{i\colon \varphi_i \text{ total}\}$,

(b) $\{i\colon W_i = \emptyset\}$,

(c) die Post'sche simple Menge S.

Aufgabe 24

Zeigen Sie, daß jede Indexmenge I mindestens eine der folgenden Bedingungen erfüllt:

(a) $I = \emptyset$,

(b) $I = \mathbb{N}$,

(c) I ist produktiv,

(d) I^C ist produktiv.

Aufgabe 25

Zu einer simplen Menge A sei $B := A \oplus \emptyset = \{2x\colon\ x \in A\}$.

Beweisen Sie: B ist nicht simpel, nicht entscheidbar, nicht kreativ und kein Zylinder.

Aufgabe 26

A sei eine simple Menge und $0 \notin A$. Welche der folgenden Aussagen gilt dann:

(a) $A \leq_m A \cup \{0\}$,

(b) $A \leq_1 A \cup \{0\}$.

Aufgabe 27

Die folgenden unendlich vielen Anforderungen ($e \in \mathbb{N}$) an eine r.a. Menge A stellen sicher, daß A simpel ist:

$$P_e : W_e \text{ unendlich } \implies W_e \cap A \neq \emptyset,$$

$$N_e : \#A^C \geq e.$$

Konstruieren sie eine simple Menge A durch endliche Approximation, indem sie während der Stufenkonstruktion die obigen Anforderungen für alle $e \in \mathbb{N}$ erfüllen.

Die Unterlagen zur Vorlesung und zu den Übungen sind erhältlich via:

`http://i11www.ira.uka.de/~giese/brb01/`

Martin Giese: Informatik Neubau, Zi. 307, Tel. 608-4245, Email: `giese@ira.uka.de`