

Übungsblatt 1

Vorlesung Theoretische Grundlagen der Informatik im WS 21/22

Ausgabe: 21.10.2021

Abgabe: Freitag, 5.11.2021, 11:30 Uhr in Ilias

Bitte bearbeiten Sie die Aufgaben **handschriftlich** und laden Sie eine eingescannte PDF-Version im Übungsmodul Ihrer ILIAS-Tutoriumsgruppe hoch! Beschriften Sie Ihren handschriftlichen Aufschrieb gut sichtbar mit Name und Matrikelnummer. Nicht handschriftliche oder unbeschriftete Abgaben werden nicht akzeptiert!

Aufgabe 1

(1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 Punkte)

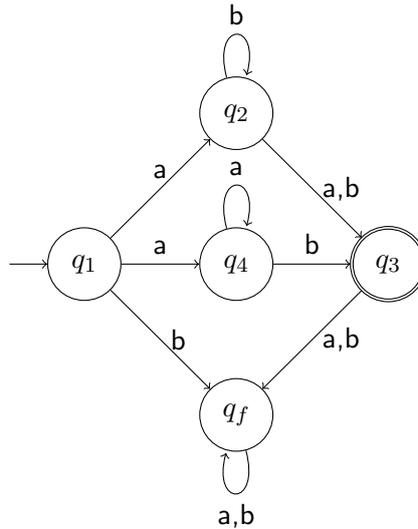
Gegeben seien zwei Sprachen $L_1, L_2 \subset \Sigma^*$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Dabei sei L_1 die Sprache der Wörter, die **ab** als Teilwort enthalten, und L_2 die Sprache der Wörter, die mit **a** enden. Geben Sie reguläre Ausdrücke für folgende Sprachen an.

- (a) $L_1 \cup L_2$
- (b) $L_2 \cdot L_1$
- (c) $L_1 \setminus L_2$
- (d) L_2/L_1
- (e) L_1^c

Aufgabe 2

(1 + 3 = 4 Punkte)

Sei \mathcal{A} der nichtdeterministische endliche Automat, der durch folgenden Übergangsgraphen gegeben ist:



- (a) Welche Sprache erkennt der Automat \mathcal{A} ?
- (b) Konstruieren Sie mithilfe der Potenzmengenkonstruktion den zu \mathcal{A} äquivalenten deterministischen Automaten \mathcal{A}' . Geben Sie außerdem den Übergangsgraphen von \mathcal{A}' an. Bezeichnen Sie insbesondere die Zustände in \mathcal{A}' mit den Teilmengen der Zustände in \mathcal{A} , die sie repräsentieren.

Aufgabe 3

(2 + 2 + 2 = 6 Punkte)

Zwei reguläre Ausdrücke sind gleich, wenn sie die gleiche Sprache beschreiben. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Gleichungen für die regulären Ausdrücke X, Y, Z .

- (a) $(XY)^* = (YX)^*$
- (b) $(X \cup Y)Z = XZ \cup YZ$
- (c) $(X^*)^* = X^*$

Aufgabe 4

(2 + 2 + 3 = 7 Punkte)

Geben Sie jeweils einen endlichen Automaten an, der die folgende Sprache akzeptiert. Für alle Teilaufgaben gilt $\Sigma = \{a,b,c,d,e\}$. Dabei bezeichne $n_x(w)$, wie oft das Symbol x im Wort w vorkommt. Zum Beispiel $n_a(aba) = 2, n_b(aba) = 1$.

- (a) $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält } abab, \text{ oder } abc, \text{ oder } bcd \text{ als Teilwort}\}$
- (b) $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : w \text{ enthält Teilwort } avb \text{ und } |v| \bmod 6 = 0\}$
- (c) $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid (n_a(w) \bmod 2021) + (n_b(w) \bmod 42) = (n_c(w) \bmod 2022)\}$.
Hinweis: die graphische Darstellung eines Automaten ist dafür schlecht geeignet.

Aufgabe 5

(3 Punkte)

Gegeben seien $x, y \in \mathbb{N}$. Geben Sie jeweils ein Alphabet Σ und zwei Sprachen A, B über Σ an, sodass die jeweiligen Bedingungen erfüllt sind. Beweisen Sie die Korrektheit!

(a) $|A| = x, |AB| = x + 1$

(b) $|A| = x, |AB| = x + y$

(c) $|A| = x, |B| = y, |AB| = xy$

Aufgabe 6

(2 Punkte)

Gegeben seien zwei Grammatiken $G_i = (\Sigma, V, S, R_i), i = 1, 2$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}, V = \{S, A, B, C\}$ und folgenden Produktionsregeln

(a) $R_1 = \{S \rightarrow ABC, A \rightarrow aAaa \mid a, B \rightarrow bb \mid bBb, C \rightarrow cccC \mid cd\}$

(b) $R_2 = \{S \rightarrow ABC, A \rightarrow aAaa \mid a, B \rightarrow bb \mid bBb, C \rightarrow ccCc \mid cd\}$

Ist $L(G_i)$ eine reguläre Sprache? Wenn ja, geben Sie einen regulären Ausdruck an. Wenn nicht, begründen Sie dies *kurz* und geben Sie die Sprache in Mengenschreibweise an.

Aufgabe 7

(3 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie: es existiert eine Sprache L mit $(L^c)^* = (L^*)^c$.



Fachschaftsveranstaltungen für Erstis

Du interessierst dich für die Arbeit der Fachschaft und möchtest dich vielleicht gerne selbst engagieren? Schau einfach vorbei am **26. Oktober um 19:00 Uhr** beim **Semesterauftakttreffen**. Hier zeigen wir dir, wie die Fachschaft organisiert ist, was ihre Aufgaben sind und wie du dich bei uns einbringen kannst.

Außerdem haben wir einen **Einstiegs-Fachschaftsrat** für den **3. November um 17:30 Uhr** geplant. Dort kannst du erfahren, wie die Fachschaft Entscheidungen trifft und selbst mitentscheiden.