

Theoretische Grundlagen der Informatik

Übung

7. Übungstermin · 15. Januar 2019
Jonas Sauer

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · LEHRSTUHL ALGORITHMIK

Organisatorisches

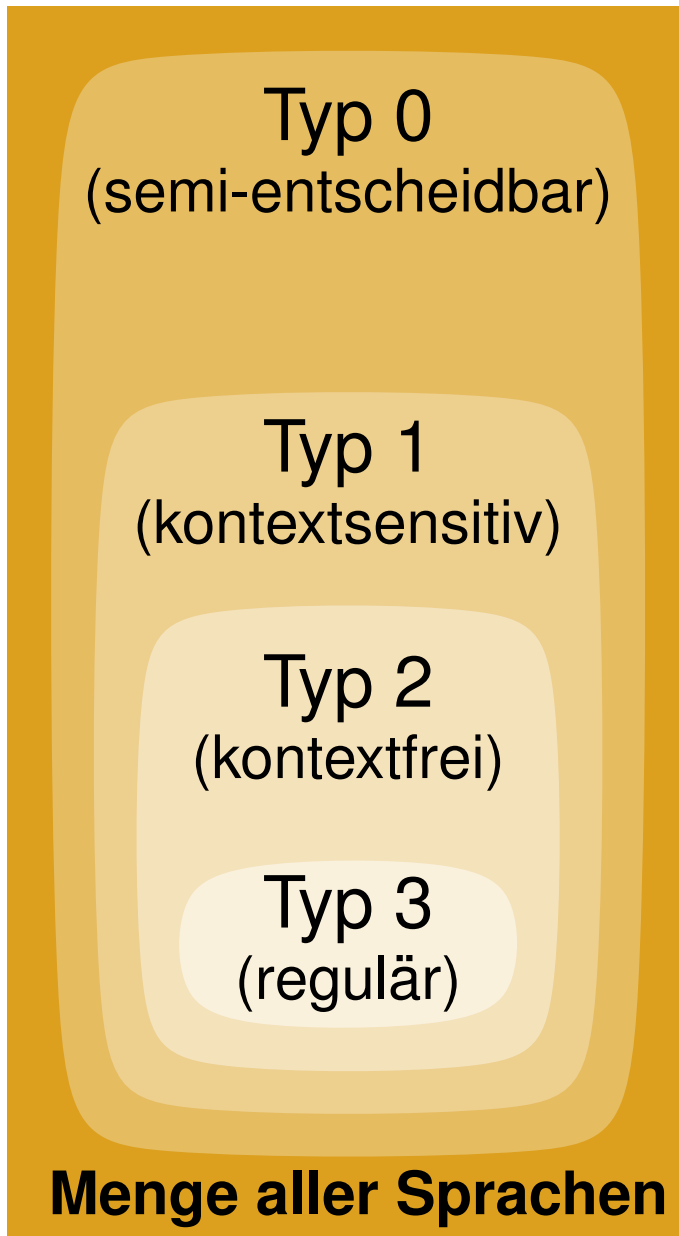
→ Evaluation

Inhalt

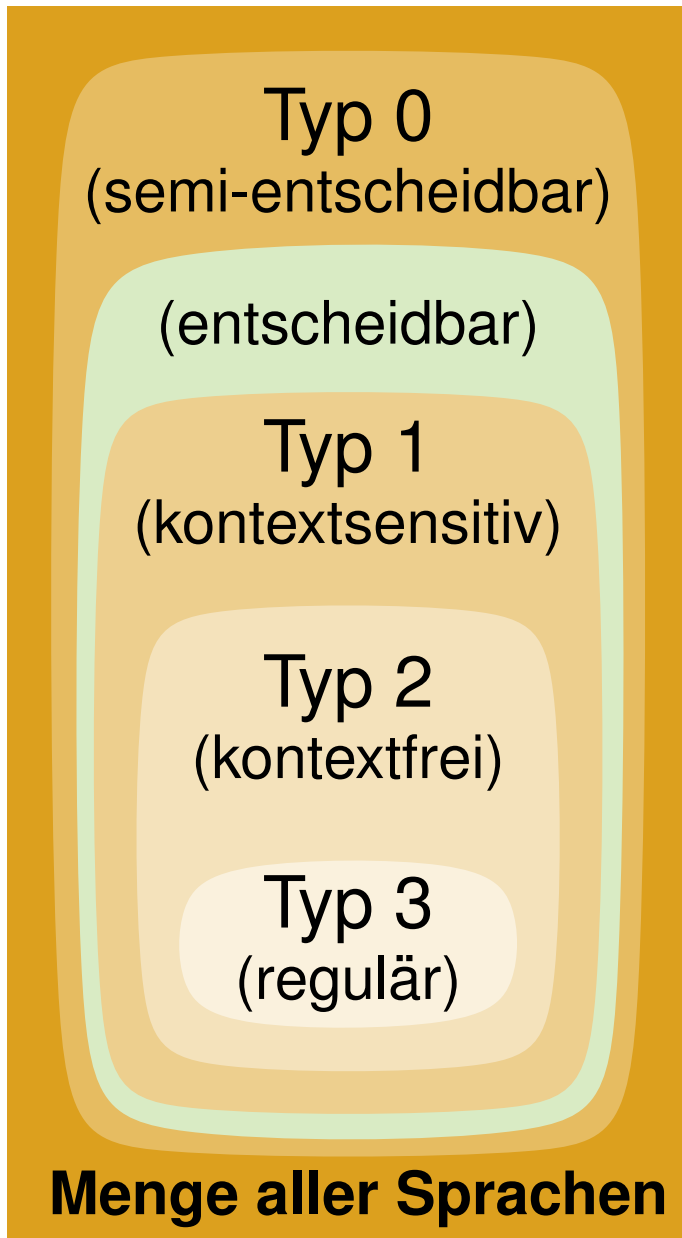
Grammatiken und Chomsky-Hierarchie

- Chomsky-0-Grammatiken und DTMs
- Konstruktion von Grammatiken
 - Sprache der korrekten Klammerausdrücke
- Chomsky-2-Grammatiken
 - Chomsky-Normalform
 - Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus
- NEA aus Chomsky-3-Grammatik
- Eindeutige und mehrdeutige Grammatiken

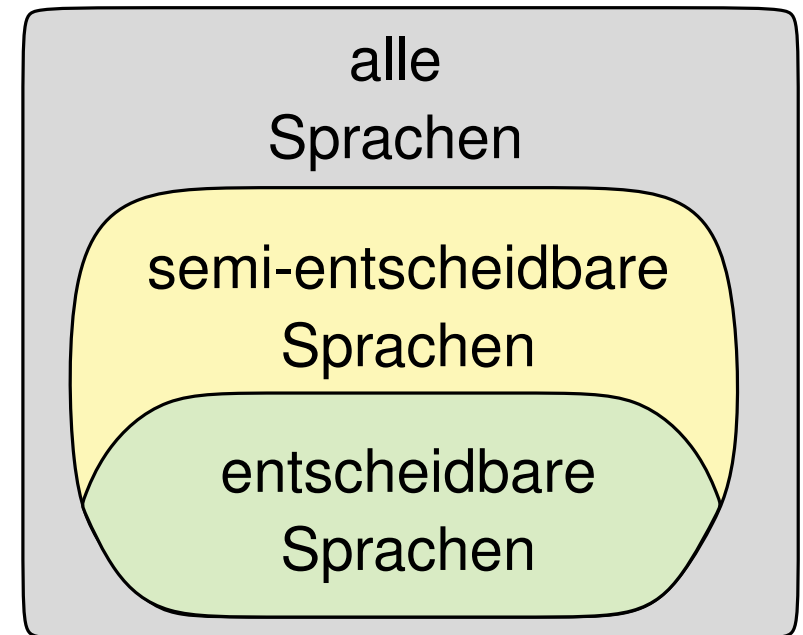
Chomsky-Hierarchie



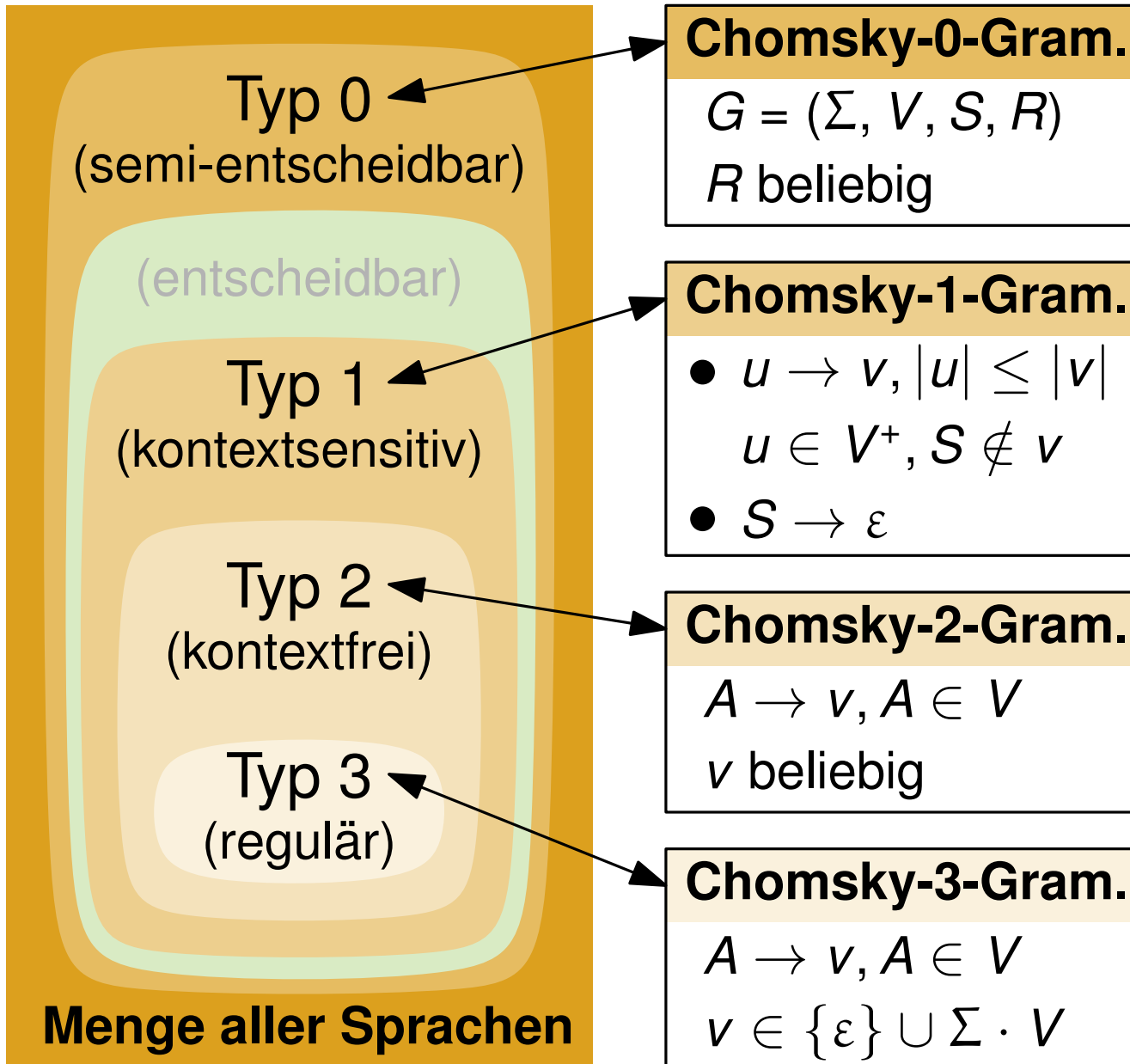
Chomsky-Hierarchie



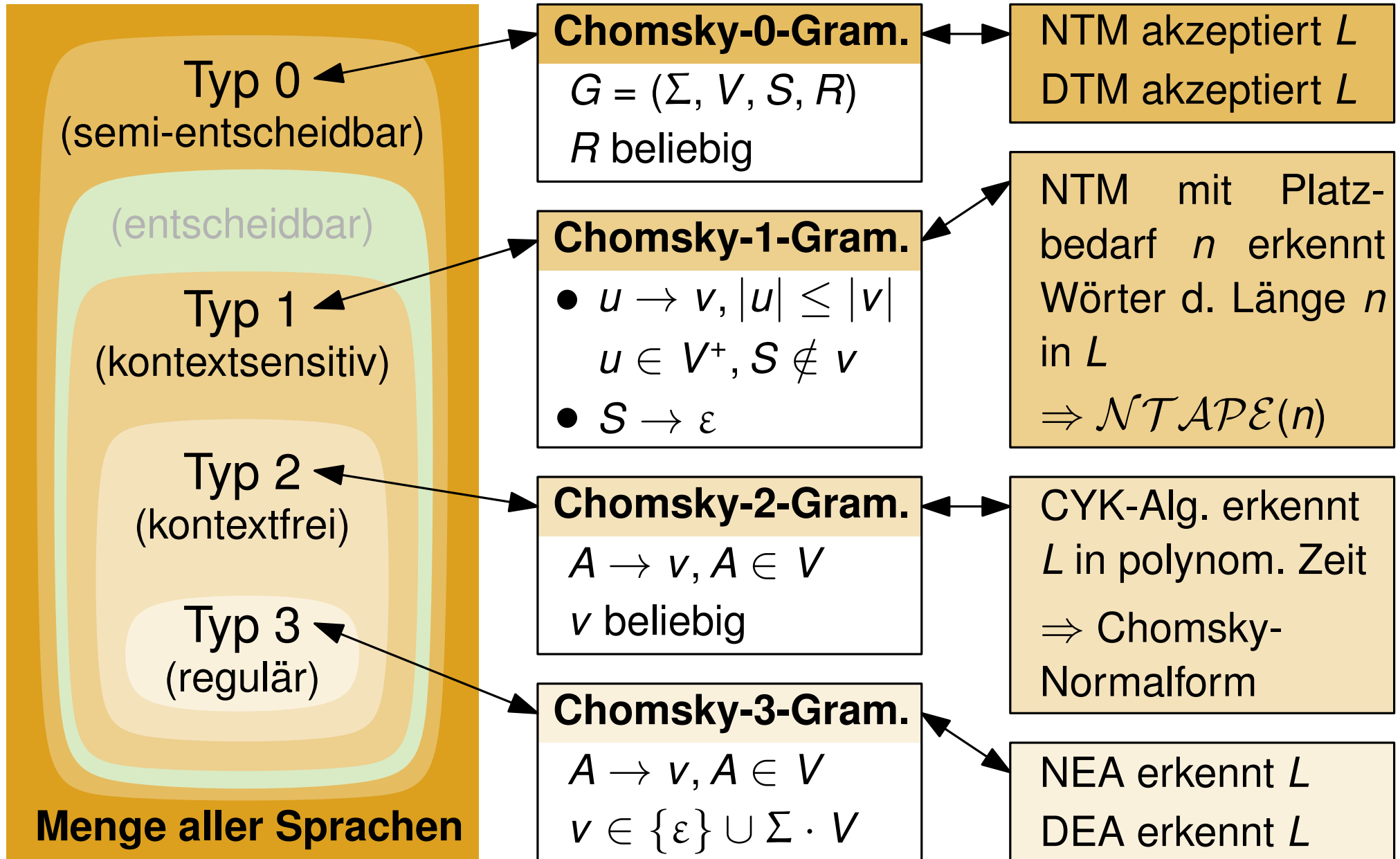
aus Übung 3:



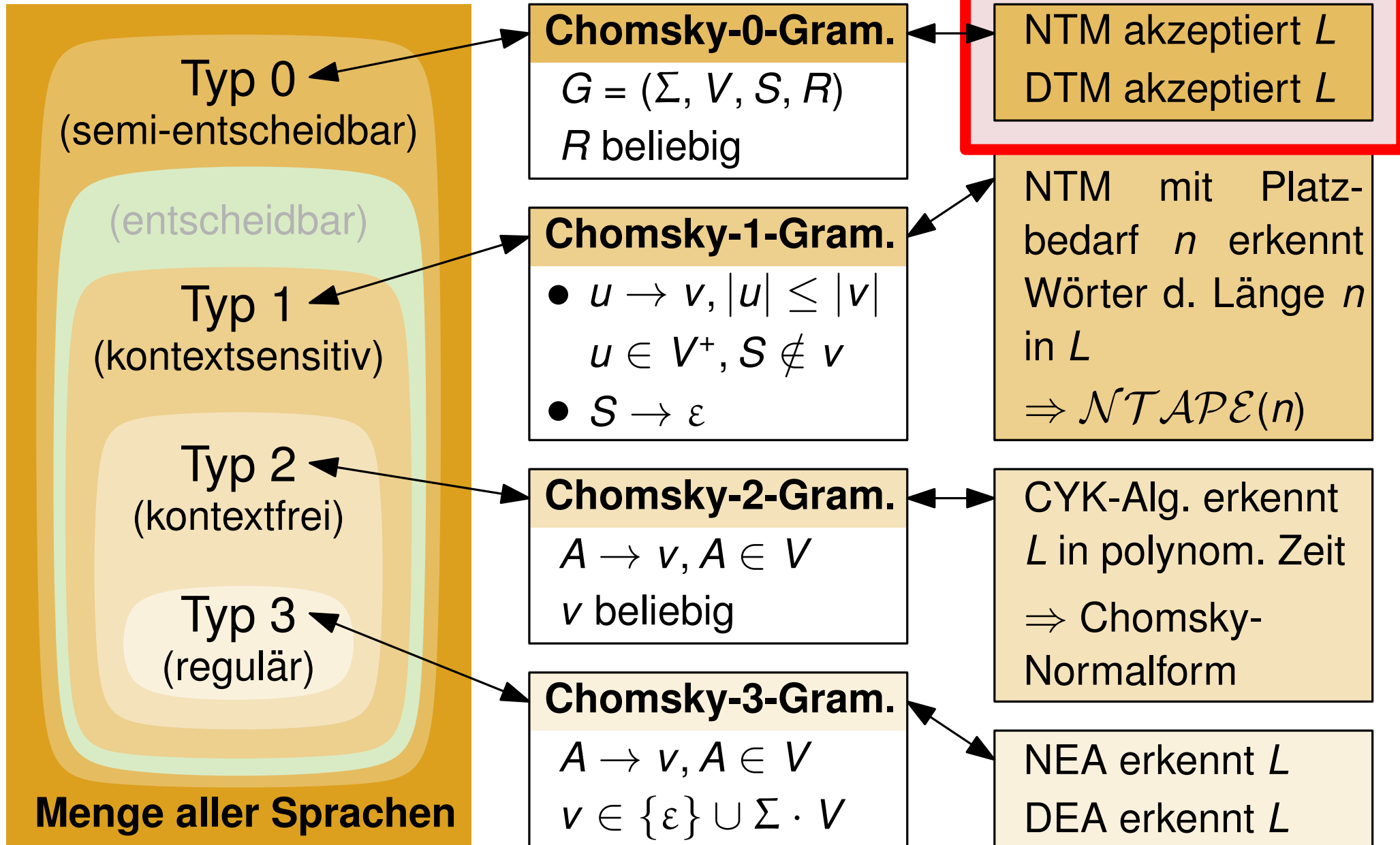
Chomsky-Hierarchie



Chomsky-Hierarchie



Chomsky-Hierarchie



Satz aus der Vorlesung (Vorlesung 13, 20.12.2018):



Die von Typ-0-Grammatiken erzeugten Sprachen sind genau die von nichtdeterministischen Turingmaschinen akzeptierten Sprachen.

L ist Typ 0, d.h.,
es gibt Grammatik G \Leftrightarrow
(A) mit $L(G) = L$.

Es gibt nichtdeterm.
TM \mathcal{M} , die L
(B) akzeptiert.

Satz aus der Vorlesung (Vorlesung 13, 20.12.2018): $\textcircled{A} \Leftrightarrow \textcircled{B}$
Die von Typ-0-Grammatiken erzeugten Sprachen sind genau die von nichtdeterministischen Turingmaschinen akzeptierten Sprachen.

L ist Typ 0, d.h.,
es gibt Grammatik $G \Leftrightarrow$ Es gibt nichtdeterm.
 \textcircled{A} mit $L(G) = L.$ \textcircled{B} TM \mathcal{M} , die L
akzeptiert.

Beweis aus der Vorlesung von $\textcircled{A} \Rightarrow \textcircled{B}$: Wir konstruieren eine
NTM, die L akzeptiert.

- Schreibe S auf das Band.
- **Repeat**
 - Wähle nichtdeterministisch eine anwendbare Ableitungsregel.
 - Vergleiche das erzeugte Wort mit der Eingabe w .
 - Bei Gleichheit wird w akzeptiert.

Satz aus der Vorlesung (Vorlesung 13, 20.12.2018): $\textcircled{A} \Leftrightarrow \textcircled{B}$
Die von Typ-0-Grammatiken erzeugten Sprachen sind genau die von nichtdeterministischen Turingmaschinen akzeptierten Sprachen.

L ist Typ 0, d.h.,
es gibt Grammatik G \Leftrightarrow \textcircled{A} mit $L(G) = L$.
Es gibt nichtdeterm. \textcircled{B} TM \mathcal{M} , die L akzeptiert.
 \Leftrightarrow \textcircled{C} Es gibt deterministische TM \mathcal{M} , die L akzeptiert.

Beweis aus der Vorlesung von $\textcircled{A} \Rightarrow \textcircled{B}$.

In der Vorlesung wurde dann $\textcircled{C} \Rightarrow \textcircled{A}$ bewiesen.

Und es gilt auch allgemein, dass $\textcircled{B} \Rightarrow \textcircled{C}$.

Satz aus der Vorlesung (Vorlesung 13, 20.12.2018): $\textcircled{A} \Leftrightarrow \textcircled{B}$
Die von Typ-0-Grammatiken erzeugten Sprachen sind genau die von nichtdeterministischen Turingmaschinen akzeptierten Sprachen.

L ist Typ 0, d.h.,
es gibt Grammatik G \Leftrightarrow \textcircled{A} mit $L(G) = L$.
Es gibt nichtdeterm. \textcircled{B} TM \mathcal{M} , die L akzeptiert.
 \Leftrightarrow \textcircled{C} Es gibt deterministische TM \mathcal{M} , die L akzeptiert.

Beweis aus der Vorlesung von $\textcircled{A} \Rightarrow \textcircled{B}$.

In der Vorlesung wurde dann $\textcircled{C} \Rightarrow \textcircled{A}$ bewiesen.

Und es gilt auch allgemein, dass $\textcircled{B} \Rightarrow \textcircled{C}$.

DTMs und NTMs sind gleich mächtig. (Wenn Laufzeit egal ist.)

Satz aus der Vorlesung (Vorlesung 13, 20.12.2018): $\textcircled{A} \Leftrightarrow \textcircled{B}$
Die von Typ-0-Grammatiken erzeugten Sprachen sind genau die von nichtdeterministischen Turingmaschinen akzeptierten Sprachen.

L ist Typ 0, d.h.,
es gibt Grammatik G \Leftrightarrow \textcircled{A} mit $L(G) = L$.
Es gibt nichtdeterm. \textcircled{B} TM \mathcal{M} , die L akzeptiert.
 \Leftrightarrow \textcircled{C} Es gibt deterministische TM \mathcal{M} , die L akzeptiert.

Beweis aus der Vorlesung von $\textcircled{A} \Rightarrow \textcircled{B}$: Wir konstruieren eine NTM, die L akzeptiert.

- Schreibe S auf das Band.
- **Repeat**
 - Wähle nichtdeterministisch eine anwendbare Ableitungsregel.
 - Vergleiche das erzeugte Wort mit der Eingabe w .
 - Bei Gleichheit wird w akzeptiert.

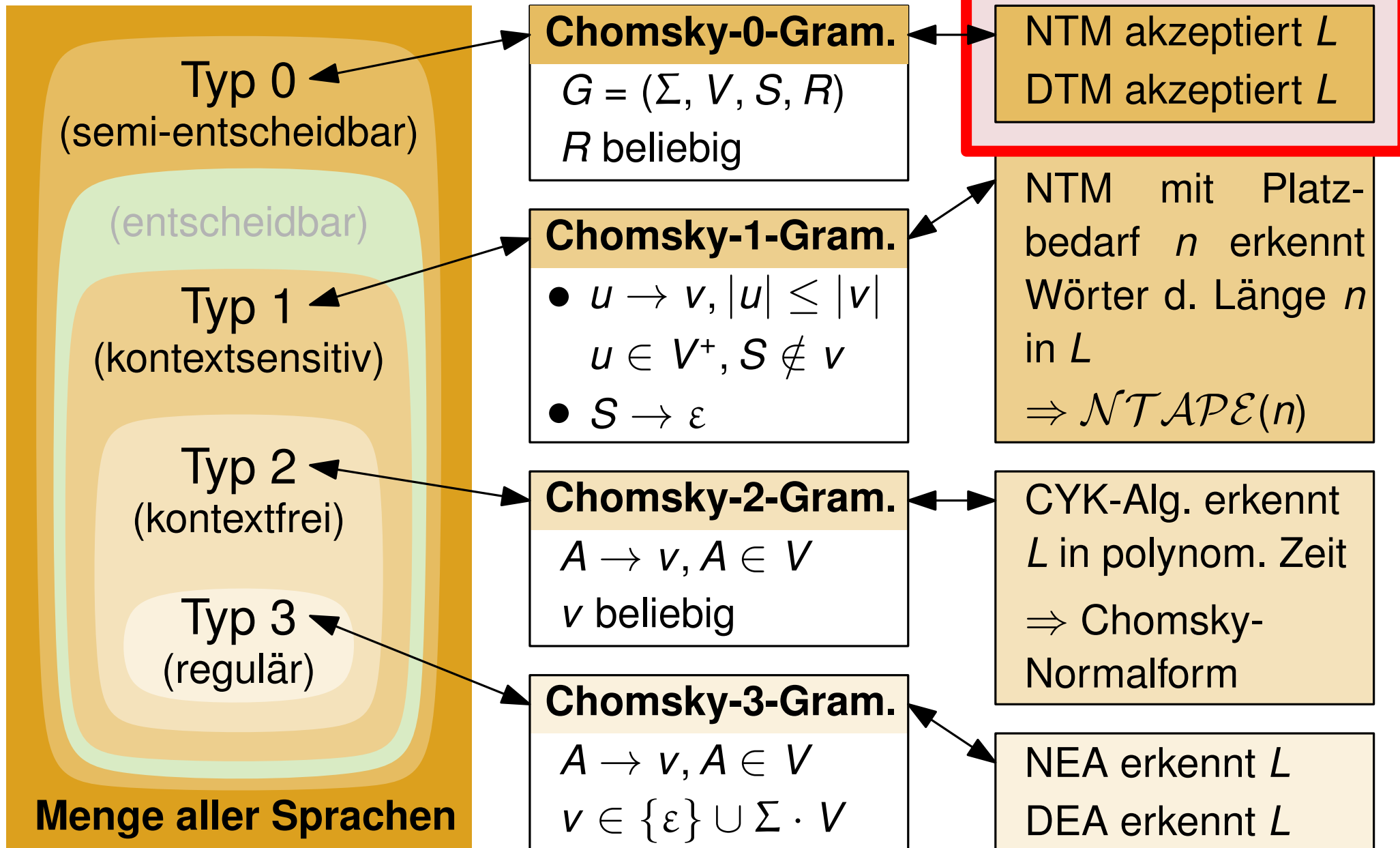
Satz aus der Vorlesung (Vorlesung 13, 20.12.2018): $\textcircled{A} \Leftrightarrow \textcircled{B}$
Die von Typ-0-Grammatiken erzeugten Sprachen sind genau die von nichtdeterministischen Turingmaschinen akzeptierten Sprachen.

L ist Typ 0, d.h.,
es gibt Grammatik G \Leftrightarrow \textcircled{A} mit $L(G) = L$.
Es gibt nichtdeterm. \textcircled{B} TM \mathcal{M} , die L akzeptiert.
 \Leftrightarrow \textcircled{C} Es gibt deterministische TM \mathcal{M} , die L akzeptiert.

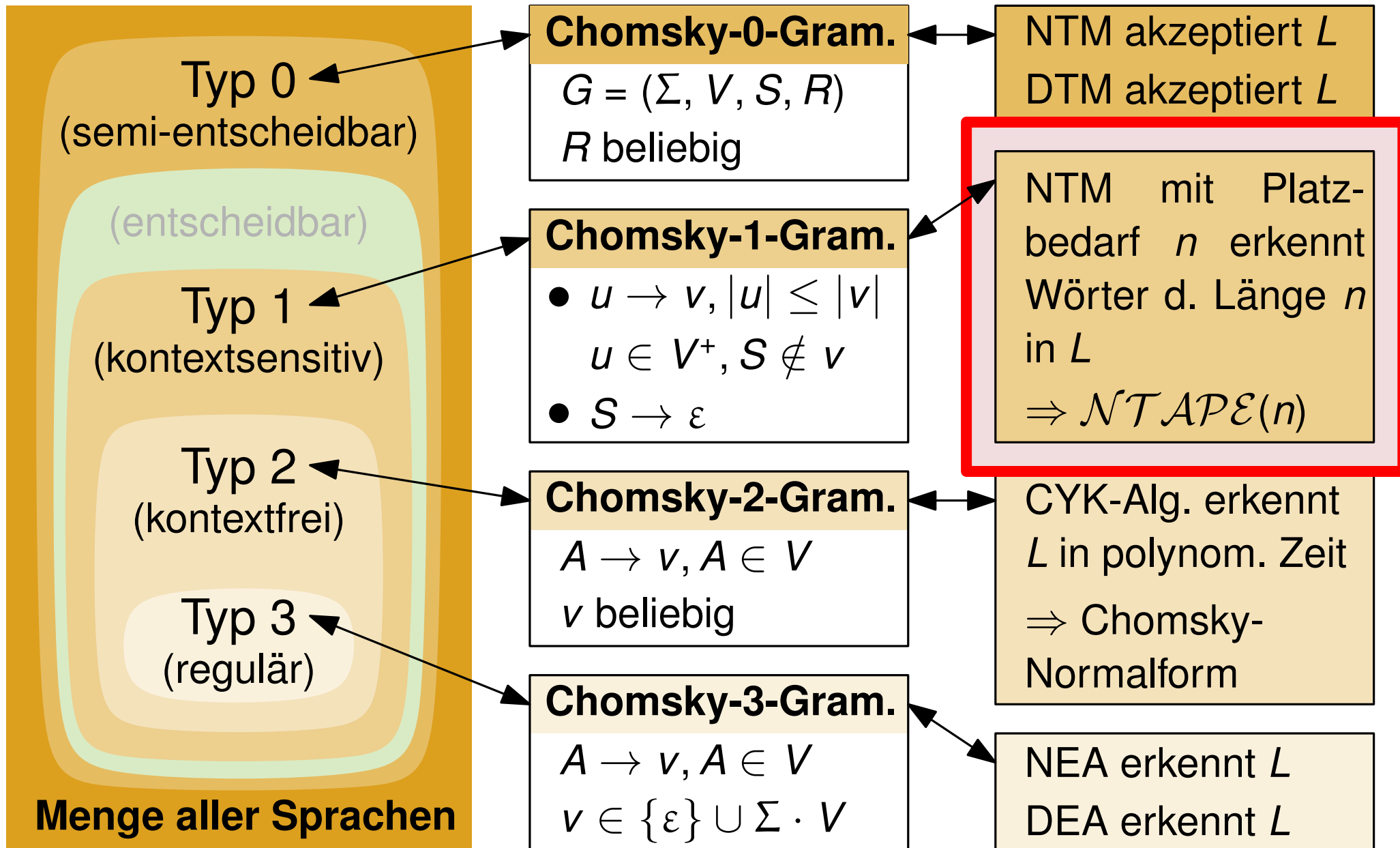
Hier beweisen wir $\textcircled{A} \Rightarrow \textcircled{C}$: Wir konstruieren eine DTM, die L akzeptiert.

- Für $i = 1, 2, 3, \dots$
 - Für jede Folge F von genau i Ableitungsregeln
 - Schreibe S auf das Band.
 - Wenn F anwendbar, vergleiche erzeugtes Wort mit der Eingabe w .
 - Bei Gleichheit wird w akzeptiert, ansonsten das Band gelöscht.

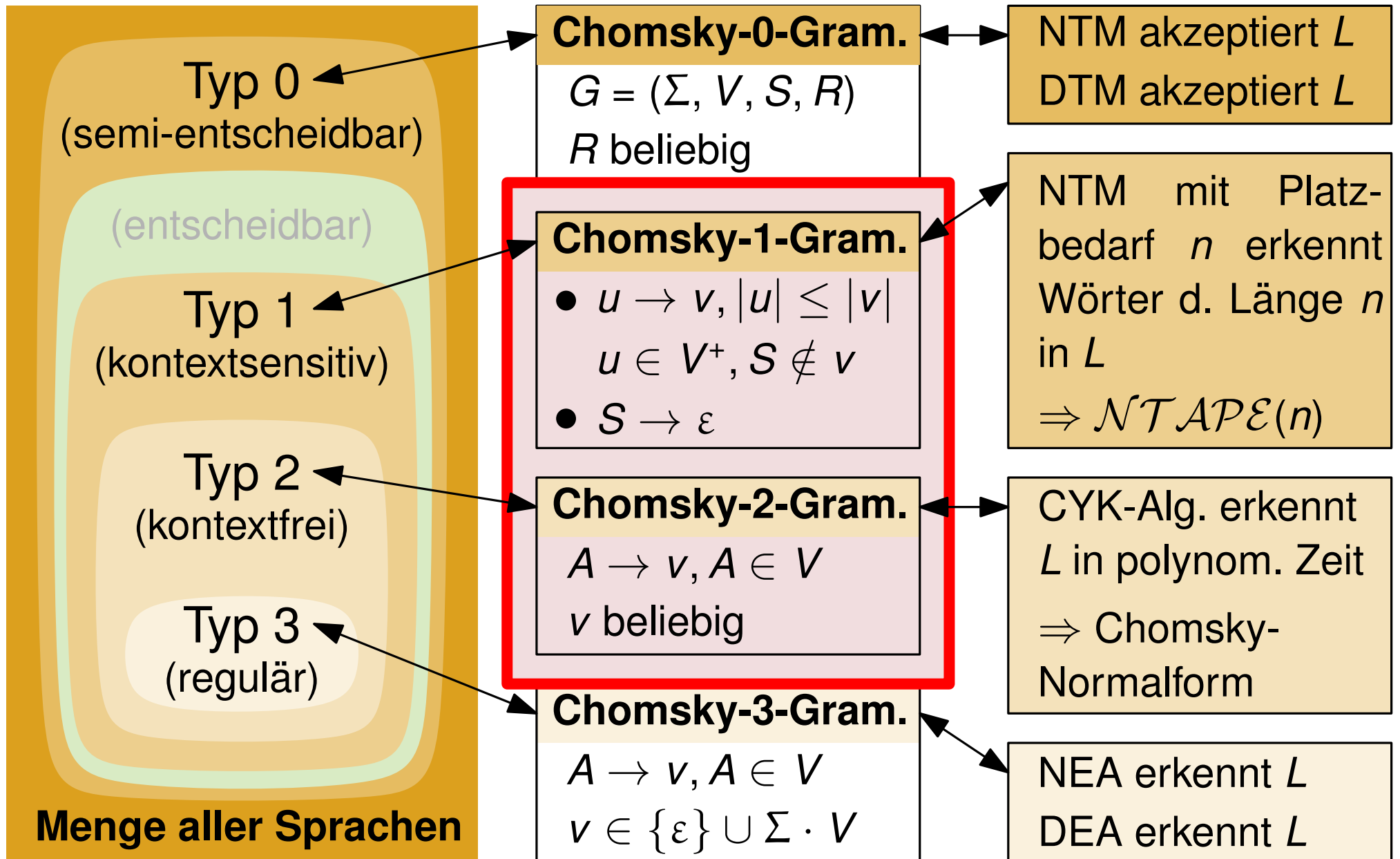
Chomsky-Hierarchie



Chomsky-Hierarchie



Chomsky-Hierarchie



Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{a^i b^j c^k \in \{a, b, c\}^* \mid i = j \vee j = k\}$$

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{a^i b^j c^k \in \{a, b, c\}^* \mid i = j \vee j = k\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache?

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{a^i b^j c^k \in \{a, b, c\}^* \mid i = j \vee j = k\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache?

Typ 2

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{a^i b^j c^k \in \{a, b, c\}^* \mid i = j \vee j = k\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache?

Typ 2

2. Schritt: Grammatik vom Typ 2 formal definieren und formulieren.

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{a^i b^j c^k \in \{a, b, c\}^* \mid i = j \vee j = k\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache?

Typ 2

2. Schritt: Grammatik vom Typ 2 formal definieren und formulieren.

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{a, b, c\} \quad V = \{S, T, U, V, W\}$$

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{a^i b^j c^k \in \{a, b, c\}^* \mid i = j \vee j = k\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache?

Typ 2

2. Schritt: Grammatik vom Typ 2 formal definieren und formulieren.

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{a, b, c\} \quad V = \{S, T, U, V, W\}$$

$$R = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow TU \mid VW, \\ T \rightarrow aTb \mid \varepsilon, \\ U \rightarrow Uc \mid \varepsilon, \\ W \rightarrow bWc \mid \varepsilon, \\ V \rightarrow Va \mid \varepsilon. \end{array} \right\}$$

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache?

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache?

Typ 1

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache?

Typ 1

2. Schritt: Grammatik vom Typ 1 formal definieren und formulieren.

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache? Typ 1

2. Schritt: Grammatik vom Typ 1 formal definieren und formulieren.

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{0, 1\} \quad V = \{S, X_i, R_i, L_i, T\}$$

für $i \in \{0, 1\}$

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Sprache?

Typ 1

2. Schritt: Grammatik vom Typ 1 formal definieren und formulieren.

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{0, 1\} \quad V = \{S, X_i, R_i, L_i, T\}$$

$$R = \{ S \rightarrow T \mid \varepsilon \quad \text{für } i \in \{0, 1\}$$

$$T \rightarrow 0TX_0 \mid 1TX_1 \mid L_0R_0 \mid L_1R_1$$

$$R_0X_0 \rightarrow X_0R_0$$

$$R_0X_1 \rightarrow X_1R_0$$

$$R_1X_0 \rightarrow X_0R_1$$

$$R_1X_1 \rightarrow X_1R_1$$

}

$$L_0X_0 \rightarrow L_0R_0$$

$$L_0X_1 \rightarrow L_0R_1$$

$$L_1X_0 \rightarrow L_1R_0$$

$$L_1X_1 \rightarrow L_1R_1$$

$$R_0 \rightarrow 0$$

$$R_1 \rightarrow 1$$

$$L_0 \rightarrow 0$$

$$L_1 \rightarrow 1$$

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{0, 1\} \quad V = \{S, X_i, R_i, L_i, T\}$$

$$R = \{ \quad S \rightarrow T \mid \varepsilon \quad \text{für } i \in \{0, 1\}$$

$$T \rightarrow 0TX_0 \mid 1TX_1 \mid L_0R_0 \mid L_1R_1$$

$$R_0X_0 \rightarrow X_0R_0$$

$$R_0X_1 \rightarrow X_1R_0$$

$$R_1X_0 \rightarrow X_0R_1$$

$$R_1X_1 \rightarrow X_1R_1$$

$$L_0X_0 \rightarrow L_0R_0$$

$$L_0X_1 \rightarrow L_0R_1$$

$$L_1X_0 \rightarrow L_1R_0$$

$$L_1X_1 \rightarrow L_1R_1$$

$$R_0 \rightarrow 0$$

$$R_1 \rightarrow 1$$

$$L_0 \rightarrow 0$$

$$L_1 \rightarrow 1$$

}
 $w = 1101 :$

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{0, 1\} \quad V = \{S, X_i, R_i, L_i, T\}$$

$$R = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow T \mid \varepsilon \\ T \rightarrow 0TX_0 \mid 1TX_1 \mid L_0R_0 \mid L_1R_1 \\ \left. \begin{array}{lll} R_0X_0 \rightarrow X_0R_0 & L_0X_0 \rightarrow L_0R_0 & R_0 \rightarrow 0 \\ R_0X_1 \rightarrow X_1R_0 & L_0X_1 \rightarrow L_0R_1 & R_1 \rightarrow 1 \\ R_1X_0 \rightarrow X_0R_1 & L_1X_0 \rightarrow L_1R_0 & L_0 \rightarrow 0 \\ R_1X_1 \rightarrow X_1R_1 & L_1X_1 \rightarrow L_1R_1 & L_1 \rightarrow 1 \end{array} \right\} \text{ für } i \in \{0, 1\}$$

$w = 1101 :$

$$S \rightarrow 1TX_1 \rightarrow 11TX_1X_1 \rightarrow 110TX_0X_1X_1 \rightarrow 110L_1R_1X_0X_1X_1$$

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{0, 1\} \quad V = \{S, X_i, R_i, L_i, T\}$$

$$R = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow T \mid \varepsilon \\ T \rightarrow 0TX_0 \mid 1TX_1 \mid L_0R_0 \mid L_1R_1 \\ \left. \begin{array}{lll} R_0X_0 \rightarrow X_0R_0 & L_0X_0 \rightarrow L_0R_0 & R_0 \rightarrow 0 \\ R_0X_1 \rightarrow X_1R_0 & L_0X_1 \rightarrow L_0R_1 & R_1 \rightarrow 1 \\ R_1X_0 \rightarrow X_0R_1 & L_1X_0 \rightarrow L_1R_0 & L_0 \rightarrow 0 \\ R_1X_1 \rightarrow X_1R_1 & L_1X_1 \rightarrow L_1R_1 & L_1 \rightarrow 1 \end{array} \right\} \text{ für } i \in \{0, 1\} \end{array} \right.$$

$w = 1101 :$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 1TX_1 \rightarrow 11TX_1X_1 \rightarrow 110TX_0X_1X_1 \rightarrow 110L_1R_1X_0X_1X_1 \\ &\rightarrow 110L_1X_0R_1X_1X_1 \rightarrow 110L_1R_0R_1X_1X_1 \end{aligned}$$

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{0, 1\} \quad V = \{S, X_i, R_i, L_i, T\}$$

$$R = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow T \mid \varepsilon \\ T \rightarrow 0TX_0 \mid 1TX_1 \mid L_0R_0 \mid L_1R_1 \\ \begin{array}{lll} R_0X_0 \rightarrow X_0R_0 & L_0X_0 \rightarrow L_0R_0 & R_0 \rightarrow 0 \\ R_0X_1 \rightarrow X_1R_0 & L_0X_1 \rightarrow L_0R_1 & R_1 \rightarrow 1 \\ R_1X_0 \rightarrow X_0R_1 & L_1X_0 \rightarrow L_1R_0 & L_0 \rightarrow 0 \\ R_1X_1 \rightarrow X_1R_1 & L_1X_1 \rightarrow L_1R_1 & L_1 \rightarrow 1 \end{array} \end{array} \right. \quad \text{für } i \in \{0, 1\}$$

}
 $w = 1101 :$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 1TX_1 \rightarrow 11TX_1X_1 \rightarrow 110TX_0X_1X_1 \rightarrow 110L_1R_1X_0X_1X_1 \\ &\rightarrow 110L_1X_0R_1X_1X_1 \rightarrow 110L_1R_0R_1X_1X_1 \\ &\rightarrow 110L_1R_0X_1R_1X_1 \rightarrow 110L_1X_1R_0R_1X_1 \rightarrow 110L_1R_1R_0R_1X_1 \end{aligned}$$

Konstruktion von Grammatiken

Geben Sie für die folgende Sprache eine Grammatik an.

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{0, 1\} \quad V = \{S, X_i, R_i, L_i, T\}$$

$$R = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow T \mid \varepsilon \\ T \rightarrow 0TX_0 \mid 1TX_1 \mid L_0R_0 \mid L_1R_1 \\ \begin{array}{lll} R_0X_0 \rightarrow X_0R_0 & L_0X_0 \rightarrow L_0R_0 & R_0 \rightarrow 0 \\ R_0X_1 \rightarrow X_1R_0 & L_0X_1 \rightarrow L_0R_1 & R_1 \rightarrow 1 \\ R_1X_0 \rightarrow X_0R_1 & L_1X_0 \rightarrow L_1R_0 & L_0 \rightarrow 0 \\ R_1X_1 \rightarrow X_1R_1 & L_1X_1 \rightarrow L_1R_1 & L_1 \rightarrow 1 \end{array} \end{array} \right. \quad \text{für } i \in \{0, 1\}$$

}
w = 1101 :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 1TX_1 \rightarrow 11TX_1X_1 \rightarrow 110TX_0X_1X_1 \rightarrow 110L_1R_1X_0X_1X_1 \\ &\rightarrow 110L_1X_0R_1X_1X_1 \rightarrow 110L_1R_0R_1X_1X_1 \\ &\rightarrow 110L_1R_0X_1R_1X_1 \rightarrow 110L_1X_1R_0R_1X_1 \rightarrow 110L_1R_1R_0R_1X_1 \\ &\rightarrow \dots \rightarrow 110L_1R_1R_1R_0R_1 \rightarrow \dots \rightarrow 11011101 \end{aligned}$$

Sprache der korrekten Klammerausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke gegeben.

- (a) Konstruieren Sie eine Typ- k -Grammatik mit maximalem k , die $L_{()}$ erzeugt.
- (b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.
- (c) Beweisen Sie die Maximalität von k .

Sprache der korrekten Klammerausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke gegeben.

- (a) Konstruieren Sie eine Typ- k -Grammatik mit maximalem k , die $L_{()}$ erzeugt.

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(a) Konstruieren Sie eine Typ- k -Grammatik mit maximalem k , die $L_{()}$ erzeugt.

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Grammatik?

Sprache der korrekten Klammerausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke gegeben.

(a) Konstruieren Sie eine Typ- k -Grammatik mit maximalem k , die $L_{()}$ erzeugt.

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Grammatik?

Typ 2

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(a) Konstruieren Sie eine Typ- k -Grammatik mit maximalem k , die $L_{()}$ erzeugt.

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Grammatik?

Typ 2

2. Schritt: Grammatik vom Typ 2 formal definieren und formulieren.

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(a) Konstruieren Sie eine Typ- k -Grammatik mit maximalem k , die $L_{()}$ erzeugt.

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Grammatik? Typ 2

2. Schritt: Grammatik vom Typ 2 formal definieren und formulieren.

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{ (,) \} \quad V = \{ S \}$$

Sprache der korrekten Klammerausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke gegeben.

(a) Konstruieren Sie eine Typ- k -Grammatik mit maximalem k , die $L_{()}$ erzeugt.

1. Schritt: Von welchem Typ ist die Grammatik?

Typ 2

2. Schritt: Grammatik vom Typ 2 formal definieren und formulieren.

$$G = (\Sigma, V, S, R) \quad \Sigma = \{ (,) \} \quad V = \{ S \}$$

$$R = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow (S)S \mid \varepsilon \\ \end{array} \right\}$$

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

Sprache der korrekten Klammerausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

$L(G) \subseteq L_{()} :$

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

$L(G) \subseteq L_{()}$: ■ Klammern werden nie gelöscht oder verschoben (Typ 2)

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

- $L(G) \subseteq L_{()}$:
- Klammern werden nie gelöscht oder verschoben (Typ 2)
 - Jede Produktion, die eine Klammer erzeugt, erzeugt genau ein Paar (und). Also hat jedes Wort in $L(G)$ genauso viele öffnende wie schließende Klammern.

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

- $L(G) \subseteq L_{()}$:
- Klammern werden nie gelöscht oder verschoben (Typ 2)
 - Jede Produktion, die eine Klammer erzeugt, erzeugt genau ein Paar (und). Also hat jedes Wort in $L(G)$ **genauso viele öffnende wie schließende Klammern**.
 - Jede Produktion, die mindestens eine Klammer erzeugt, erzeugt (vor). Also beinhaltet für jedes Wort w in $L(G)$ jedes Präfix von w **mindestens so viele öffnende wie schließende Klammern**.

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

$L(G) \supseteq L_{()}$:

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

$L(G) \supseteq L_{()}$: ■ Sei w in $L_{()}$ beliebig.

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

$L(G) \supseteq L_{()}$:

- Sei w in $L_{()}$ beliebig.
- Algorithmus, der w erzeugt:

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

- $L(G) \supseteq L_{()}$:
- Sei w in $L_{()}$ beliebig.
 - Algorithmus, der w erzeugt:
 - $w = (w_1)w_2$, (w_1) ist erstes Klammerpaar im Ausdruck
 - Führe $S \rightarrow (S)S$ aus

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(b) Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.

Zu zeigen ist: $L(G) = L_{()}$

- $L(G) \supseteq L_{()}$:
- Sei w in $L_{()}$ beliebig.
 - Algorithmus, der w erzeugt:
 - $w = (w_1)w_2$, (w_1) ist erstes Klammerpaar im Ausdruck
 - Führe $S \rightarrow (S)S$ aus
 - $w = \varepsilon$
 - Führe $S \rightarrow \varepsilon$ aus

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(c) Beweisen Sie die Maximalität von k .

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(c) Beweisen Sie die Maximalität von k .

- $L_{()}$ ist nicht regulär (Pumping-Lemma)

Sprache der korrekten Klammerausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke gegeben.

(c) Beweisen Sie die Maximalität von k .

- $L_{()}$ ist nicht regulär (Pumping-Lemma)
- Reguläre Sprachen entsprechen Chomsky-Typ 3

Sprache der korrekten Klammersausdrücke

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammersausdrücke gegeben.

(c) Beweisen Sie die Maximalität von k .

- $L_{()}$ ist nicht regulär (Pumping-Lemma)
- Reguläre Sprachen entsprechen Chomsky-Typ 3
- \Rightarrow Chomsky-Typ 2 ist maximal.

Evaluation

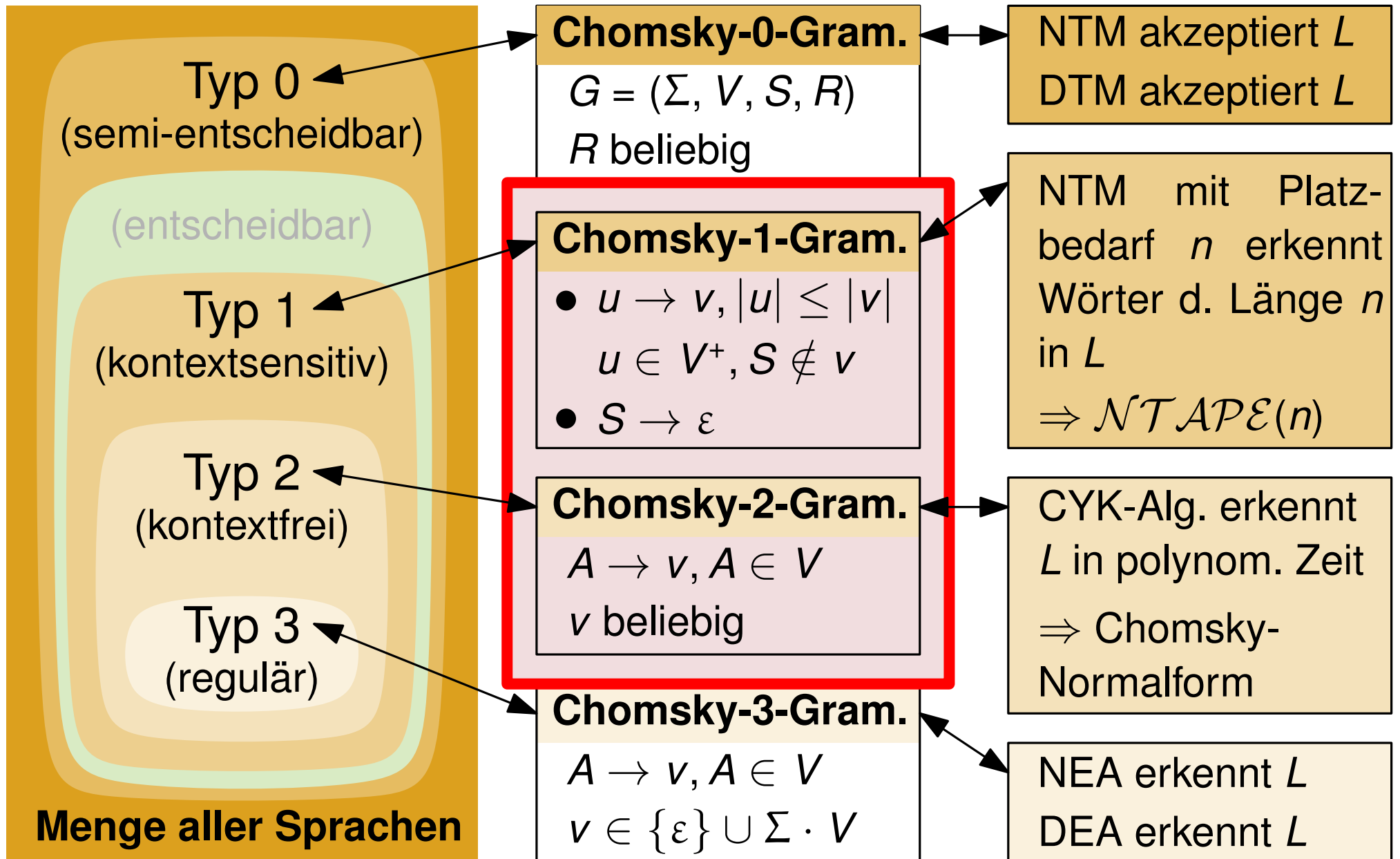


5 min Zeit

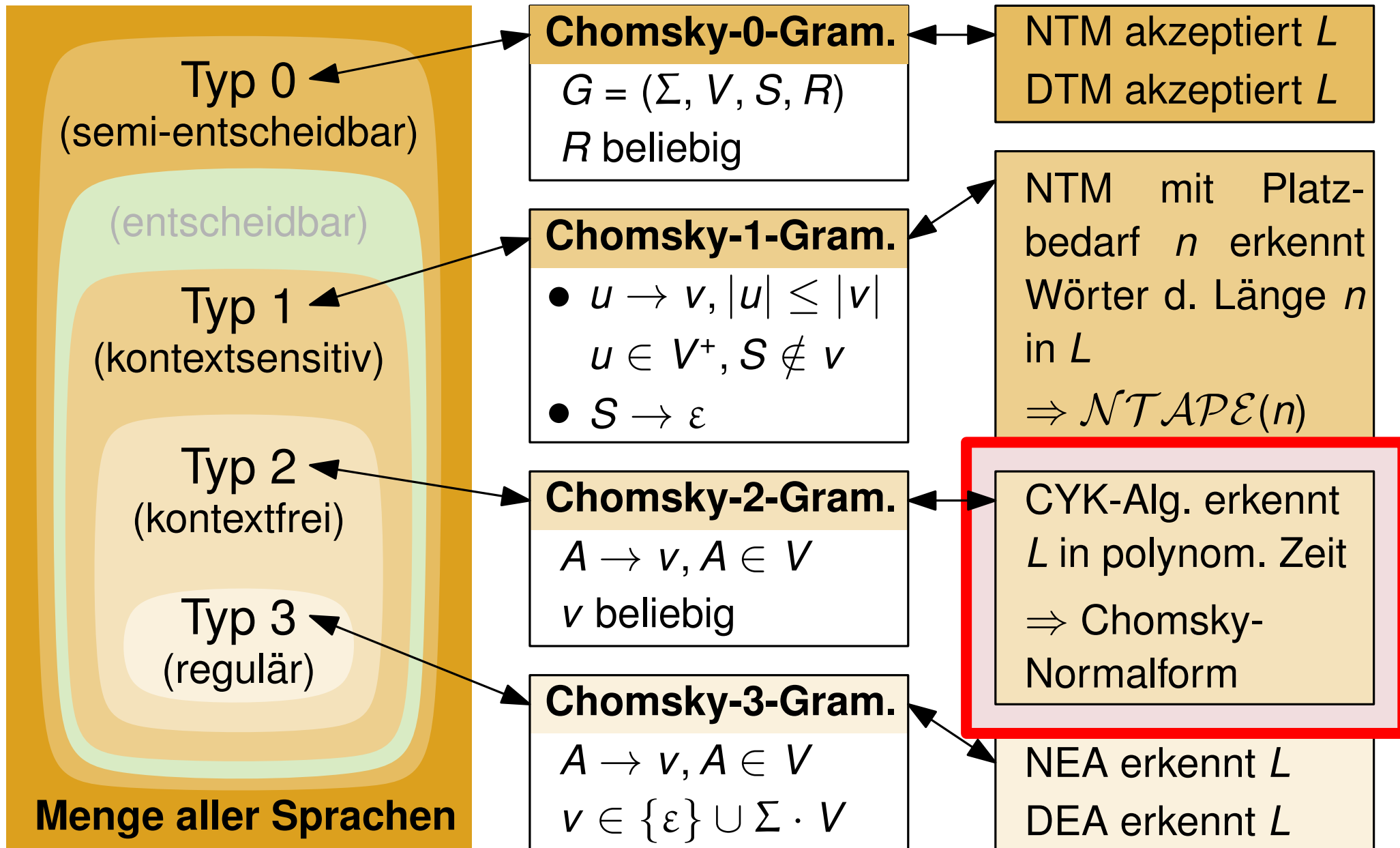


- Ausfüllen und zum Gang reichen
- Freitextfelder besonders hilfreich!

Chomsky-Hierarchie



Chomsky-Hierarchie



Chomsky-Normalform

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

- (a) Lässt sich der CYK-Algorithmus auf G (ohne Abänderungen) anwenden? Begründen Sie Ihre Antwort. Ändern Sie gegebenenfalls G ab.
- (b) Prüfen Sie, ob das Wort add in $L(G)$ liegt. Verwenden Sie dafür den CYK-Algorithmus.

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

- (a) Lässt sich der CYK-Algorithmus auf G (ohne Abänderungen) anwenden? Begründen Sie Ihre Antwort. Ändern Sie gegebenenfalls G ab.
- (b) Prüfen Sie, ob das Wort add in $L(G)$ liegt. Verwenden Sie dafür den CYK-Algorithmus.

(a) **Nein. Begründung:**

- G ist *nicht* in Chomsky-Normalform

Chomsky-Normalform:

$$A \rightarrow BC \text{ oder } A \rightarrow a \text{ mit } A, B, C \in V \text{ und } a \in \Sigma$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{array}{l} S \rightarrow A \mid aB \mid aC, \quad B \rightarrow S \mid Ba, \quad D \rightarrow d \mid dDD, \\ A \rightarrow B \mid C \mid cAd, \quad C \rightarrow D \mid c. \end{array}$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$, $B \rightarrow S \mid Ba$, $D \rightarrow d \mid dDD$,
 $A \rightarrow B \mid C \mid cAd$, $C \rightarrow D \mid c$.

1. Schritt: Alle Regeln sind der Form

$X \rightarrow Y$, $Y \in V^*$ oder $X \rightarrow a$, $a \in \Sigma$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

1. Schritt: Alle Regeln sind der Form

$$X \rightarrow Y, Y \in V^* \text{ oder } X \rightarrow a, a \in \Sigma$$

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$$

$$B \rightarrow S \mid Ba$$

$$D \rightarrow d \mid dDD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$$

$$C \rightarrow D \mid c$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

1. Schritt: Alle Regeln sind der Form

$$X \rightarrow Y, Y \in V^* \text{ oder } X \rightarrow a, a \in \Sigma$$

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$$

$$B \rightarrow S \mid Ba$$

$$D \rightarrow d \mid dDD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$$

$$C \rightarrow D \mid c$$

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d DD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c A Z_d$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

1. Schritt: Alle Regeln sind der Form

$$X \rightarrow Y, Y \in V^* \text{ oder } X \rightarrow a, a \in \Sigma$$

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$$

$$B \rightarrow S \mid Ba$$

$$D \rightarrow d \mid dDD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$$

$$C \rightarrow D \mid c$$

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d DD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c A Z_d$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

1. Schritt: Alle Regeln sind der Form

$$X \rightarrow Y, Y \in V^* \text{ oder } X \rightarrow a, a \in \Sigma$$

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$$

$$B \rightarrow S \mid Ba$$

$$D \rightarrow d \mid dDD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$$

$$C \rightarrow D \mid c$$

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d DD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c A Z_d$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a$$

$$Z_c \rightarrow c$$

$$Z_d \rightarrow d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

1. Schritt: Alle Regeln sind der Form

$$X \rightarrow Y, Y \in V^* \text{ oder } X \rightarrow a, a \in \Sigma$$

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$$

$$B \rightarrow S \mid Ba$$

$$D \rightarrow d \mid dDD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$$

$$C \rightarrow D \mid c$$

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d DD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c A Z_d$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a$$

$$Z_c \rightarrow c$$

$$Z_d \rightarrow d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

2. Schritt: Rechte Seiten haben Länge ≤ 2 .

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

2. Schritt: Rechte Seiten haben Länge ≤ 2 .

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d DD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c AZ_d$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

2. Schritt: Rechte Seiten haben Länge ≤ 2 .

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d DD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c AZ_d$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c F$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow AZ_d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

2. Schritt: Rechte Seiten haben Länge ≤ 2 .

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d DD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c AZ_d$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c F$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow AZ_d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

2. Schritt: Rechte Seiten haben Länge ≤ 2 .

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d DD$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c AZ_d$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c F$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow AZ_d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

3. Schritt: Es kommen keine Regeln $A \rightarrow \varepsilon$ vor.

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

3. Schritt: Es kommen keine Regeln $A \rightarrow \varepsilon$ vor.

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c F$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow AZ_d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

3. Schritt: Es kommen keine Regeln $A \rightarrow \varepsilon$ vor.

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid BZ_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c F$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow AZ_d$$



Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{array}{l} S \rightarrow A \mid aB \mid aC, \quad B \rightarrow S \mid Ba, \quad D \rightarrow d \mid dDD, \\ A \rightarrow B \mid C \mid cAd, \quad C \rightarrow D \mid c. \end{array}$$

4. Schritt: Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.

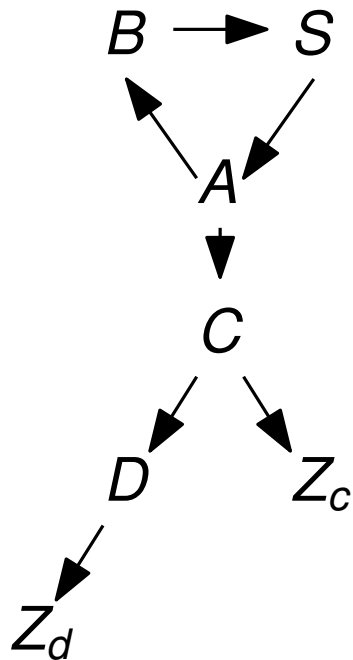
Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$, $B \rightarrow S \mid Ba$, $D \rightarrow d \mid dDD$,

$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$, $C \rightarrow D \mid c$.

4. Schritt: Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.



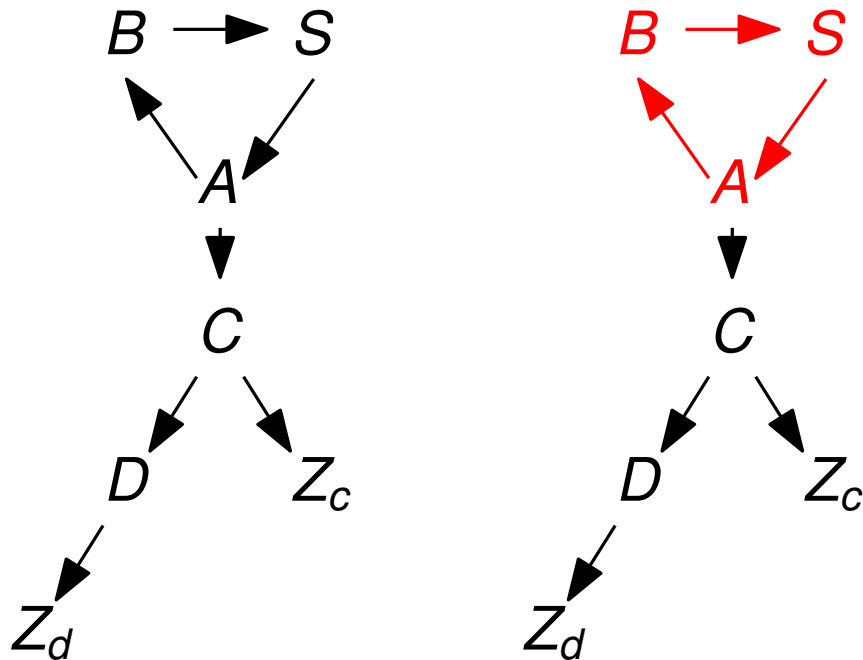
Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$, $B \rightarrow S \mid Ba$, $D \rightarrow d \mid dDD$,

$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$, $C \rightarrow D \mid c$.

4. Schritt: Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.



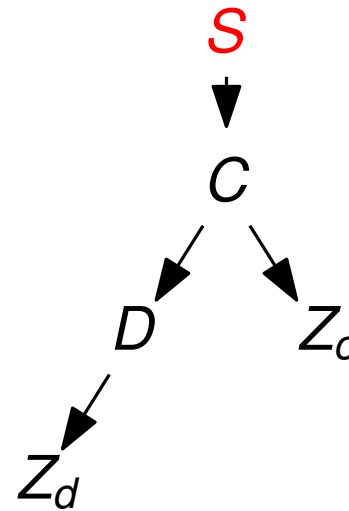
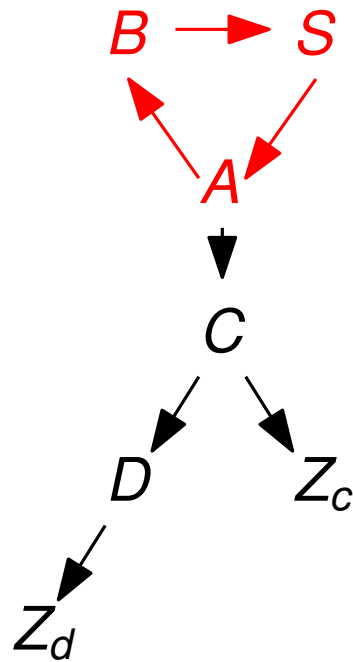
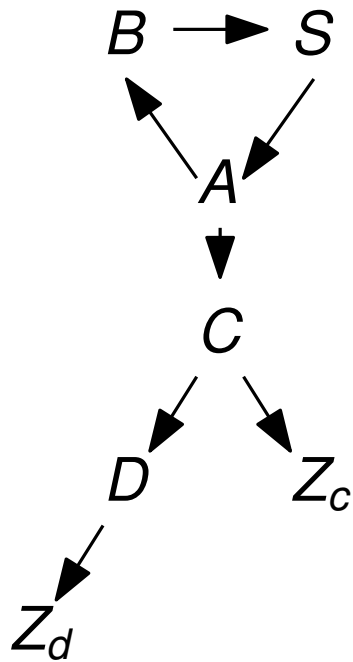
Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$, $B \rightarrow S \mid Ba$, $D \rightarrow d \mid dDD$,

$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$, $C \rightarrow D \mid c$.

4. Schritt: **Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.**



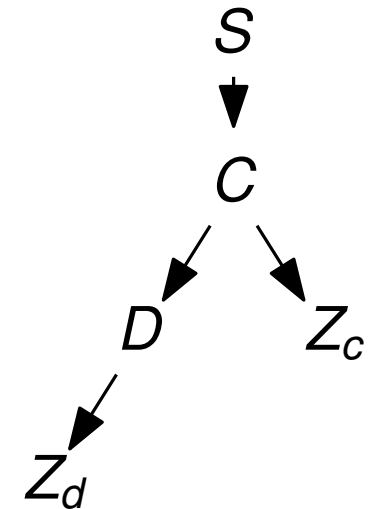
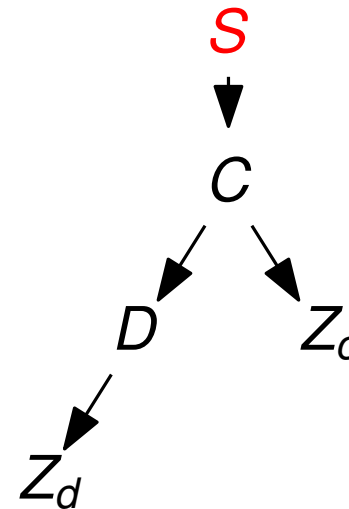
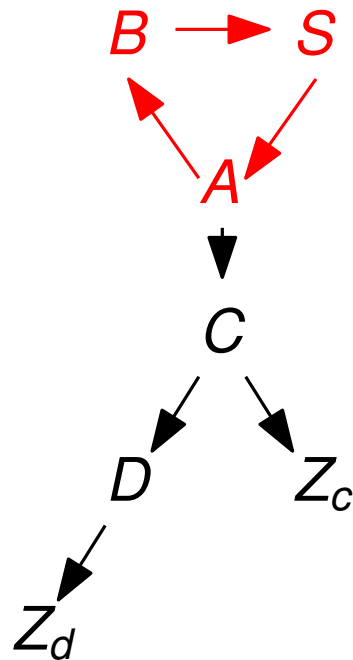
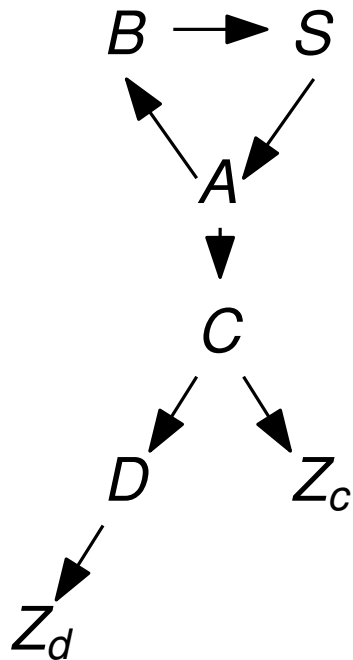
Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$, $B \rightarrow S \mid Ba$, $D \rightarrow d \mid dDD$,

$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$, $C \rightarrow D \mid c$.

4. Schritt: **Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.**



Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

4. Schritt: Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.

$$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$$

$$B \rightarrow S \mid B Z_a$$

$$D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c F$$

$$C \rightarrow D \mid Z_c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

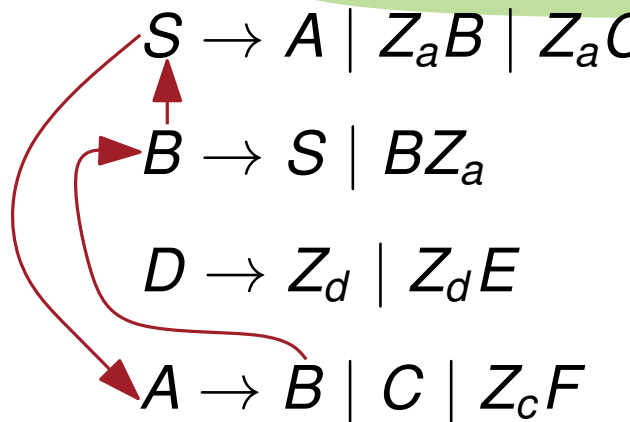
$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow AZ_d$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

4. Schritt: Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.


$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C \\ B &\rightarrow S \mid B Z_a \\ D &\rightarrow Z_d \mid Z_d E \\ A &\rightarrow B \mid C \mid Z_c F \\ C &\rightarrow D \mid Z_c \\ Z_a &\rightarrow a & Z_c &\rightarrow c & Z_d &\rightarrow d \\ E &\rightarrow DD & F &\rightarrow AZ_d \end{aligned}$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC, \quad B \rightarrow S \mid Ba, \quad D \rightarrow d \mid dDD,$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid cAd, \quad C \rightarrow D \mid c.$$

4. Schritt: **Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.**

$S \rightarrow A \mid Z_a B \mid Z_a C$	$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid SZ_a \mid C \mid Z_c F$
$B \rightarrow S \mid BZ_a$	
$D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$	$D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$
$A \rightarrow B \mid C \mid Z_c F$	
$C \rightarrow D \mid Z_c$	$C \rightarrow D \mid Z_c$
$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$	$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$
$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow AZ_d$	$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow SZ_d$

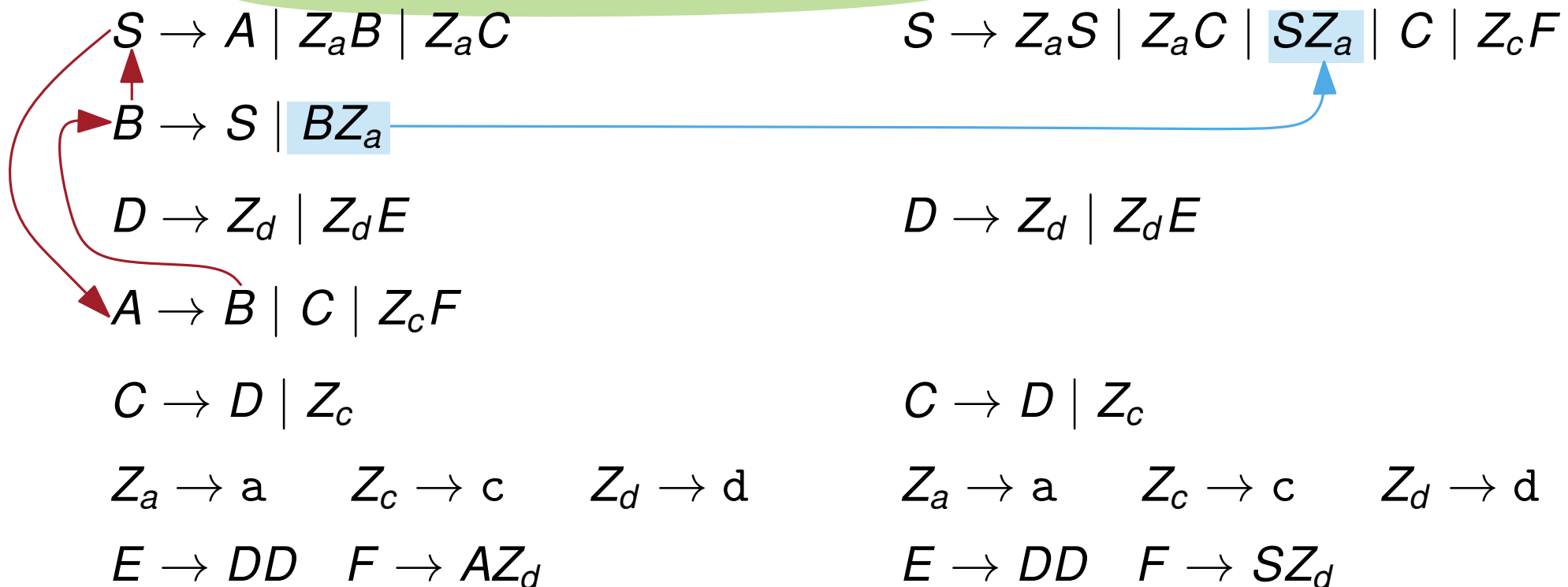
Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$S \rightarrow A \mid aB \mid aC, \quad B \rightarrow S \mid Ba, \quad D \rightarrow d \mid dDD,$

$A \rightarrow B \mid C \mid cAd, \quad C \rightarrow D \mid c.$

4. Schritt: **Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.**



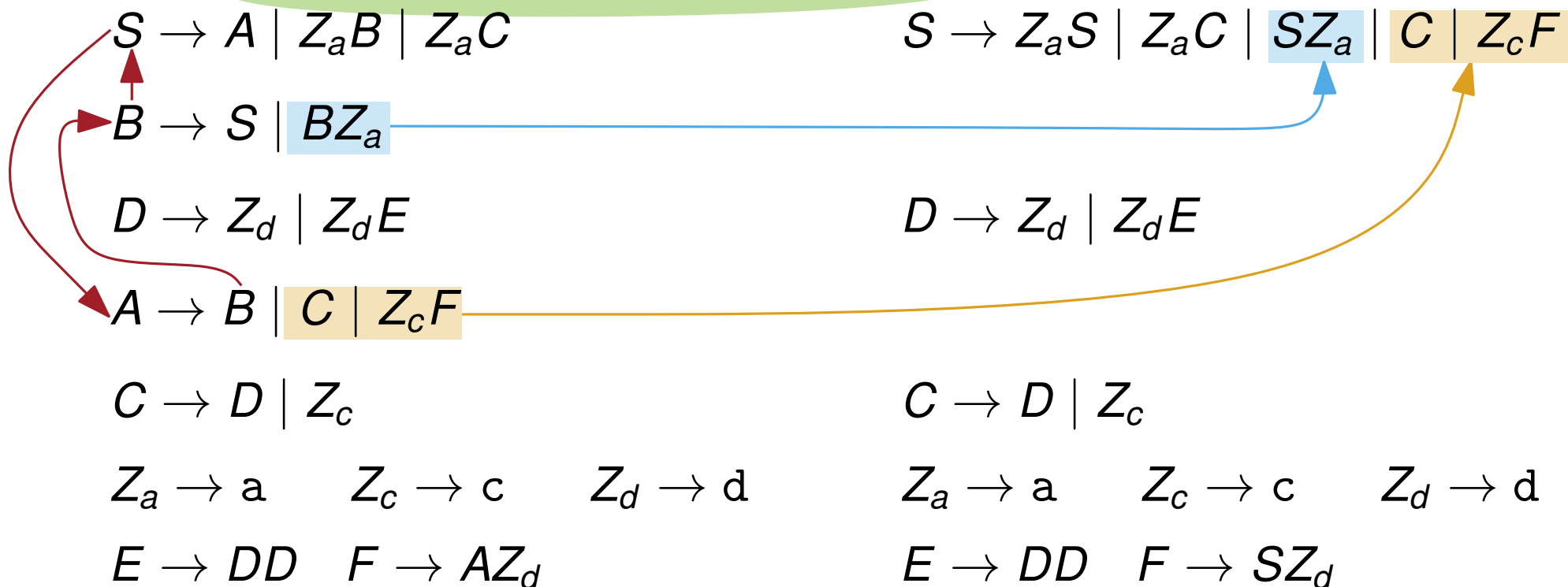
Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$S \rightarrow A \mid aB \mid aC$, $B \rightarrow S \mid Ba$, $D \rightarrow d \mid dDD$,

$A \rightarrow B \mid C \mid cAd$, $C \rightarrow D \mid c$.

4. Schritt: **Eliminiere Kreis $B \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B$.**



Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

4. Schritt: Eliminiere verbleibende Kettenregeln: $A \rightarrow B$.

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

4. Schritt: **Eliminiere verbleibende Kettenregeln: $A \rightarrow B$.**

- (a) Topologische Sortierung: S, C, D, Z_c, Z_d ,
- (b) Keine Kettenregeln mit linker Seite Z_d und Z_c ,
- (c) Ersetze Kettenregeln mit linker Seite D ,
- (d) Ersetze Kettenregeln mit linker Seite C ,
- (e) Ersetze Kettenregeln mit linker Seite S .

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Z_a S \mid Z_a C \\ &\quad S Z_a \mid C \mid Z_c F \\ D &\rightarrow Z_d \mid Z_d E \\ C &\rightarrow D \mid Z_c \\ Z_a &\rightarrow a \\ Z_c &\rightarrow c \\ Z_d &\rightarrow d \\ E &\rightarrow DD \\ F &\rightarrow S Z_d \end{aligned}$$

Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

4. Schritt: Eliminiere verbleibende Kettenregeln: $A \rightarrow B$.

$$\begin{array}{l|l} S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid SZ_a \mid C \mid Z_c F & S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid SZ_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F \\ D \rightarrow Z_d \mid Z_d E & D \rightarrow d \mid Z_d E \\ C \rightarrow D \mid Z_c & C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c \\ Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d & Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d \\ E \rightarrow DD \quad F \rightarrow SZ_d & E \rightarrow DD \quad F \rightarrow SZ_d \end{array}$$

Chomsky-Normalform

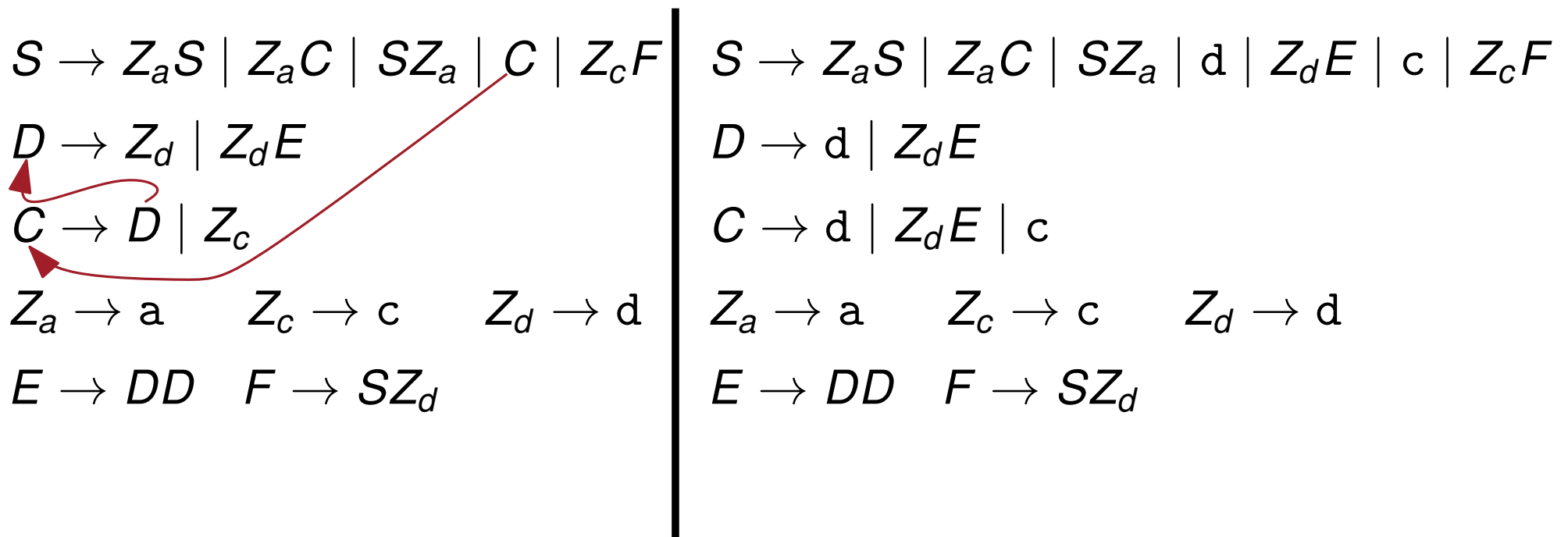
$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC, \quad B \rightarrow S \mid Ba, \quad D \rightarrow d \mid dDD,$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid cAd, \quad C \rightarrow D \mid c.$$

4. Schritt: Eliminiere verbleibende Kettenregeln: $A \rightarrow B$.

$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid SZ_a \mid C \mid Z_c F$ $D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$ $C \rightarrow D \mid Z_c$ $Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$ $E \rightarrow DD \quad F \rightarrow SZ_d$	$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid SZ_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$ $D \rightarrow d \mid Z_d E$ $C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$ $Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$ $E \rightarrow DD \quad F \rightarrow SZ_d$
--	---



Chomsky-Normalform

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC, \quad B \rightarrow S \mid Ba, \quad D \rightarrow d \mid dDD,$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid cAd, \quad C \rightarrow D \mid c.$$

4. Schritt: Eliminiere verbleibende Kettenregeln: $A \rightarrow B$.

$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid SZ_a \mid C \mid Z_c F$ $D \rightarrow Z_d \mid Z_d E$ $C \rightarrow D \mid Z_c$ $Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$ $E \rightarrow DD \quad F \rightarrow SZ_d$	$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid SZ_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$ $D \rightarrow d \mid Z_d E$ $C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$ $Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$ $E \rightarrow DD \quad F \rightarrow SZ_d$
--	---

Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$S \rightarrow A \mid aB \mid aC, \quad B \rightarrow S \mid Ba, \quad D \rightarrow d \mid dDD,$$

$$A \rightarrow B \mid C \mid cAd, \quad C \rightarrow D \mid c.$$

(b) Prüfen Sie, ob das Wort add in $L(G)$ liegt. Verwenden Sie dafür den CYK-Algorithmus.

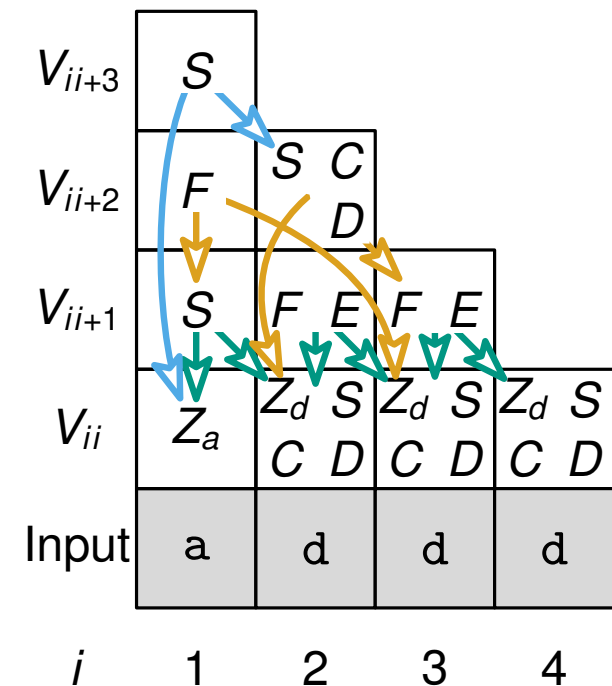
$$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid S Z_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$$

$$D \rightarrow d \mid Z_d E$$

$$C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow SZ_d$$



Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus

$$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid S Z_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$$

$$D \rightarrow d \mid Z_d E$$

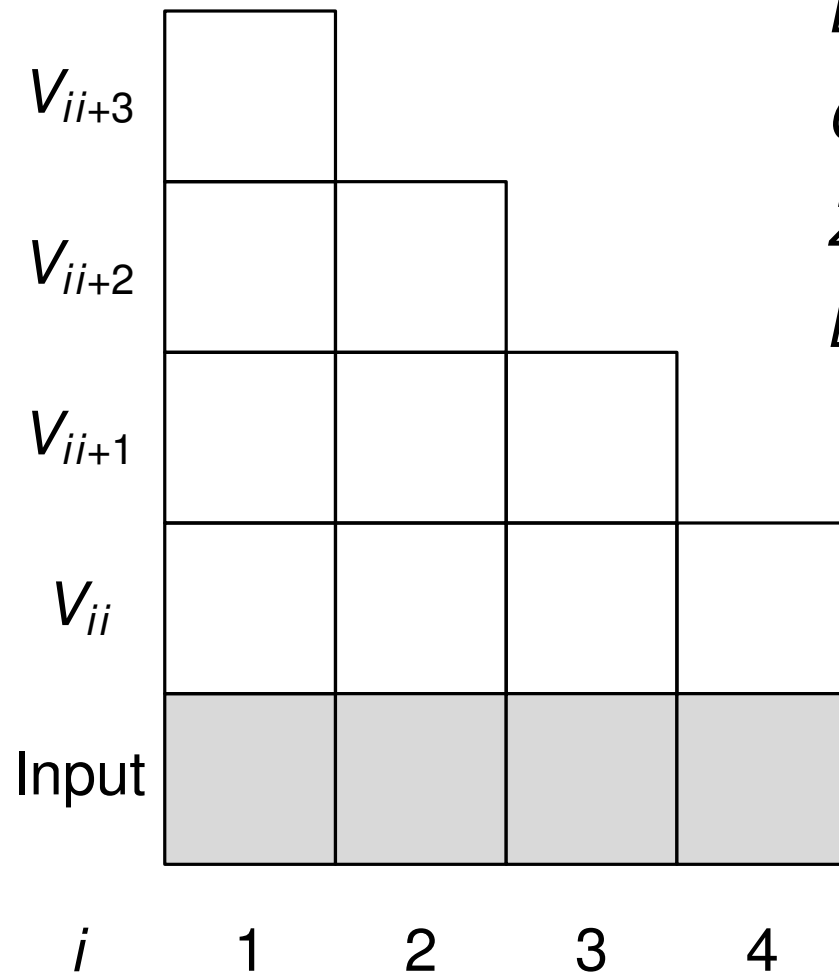
$$C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow S Z_d$$

Chomsky-Normalform

Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus



$$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid S Z_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$$

$$D \rightarrow d \mid Z_d E$$

$$C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$$

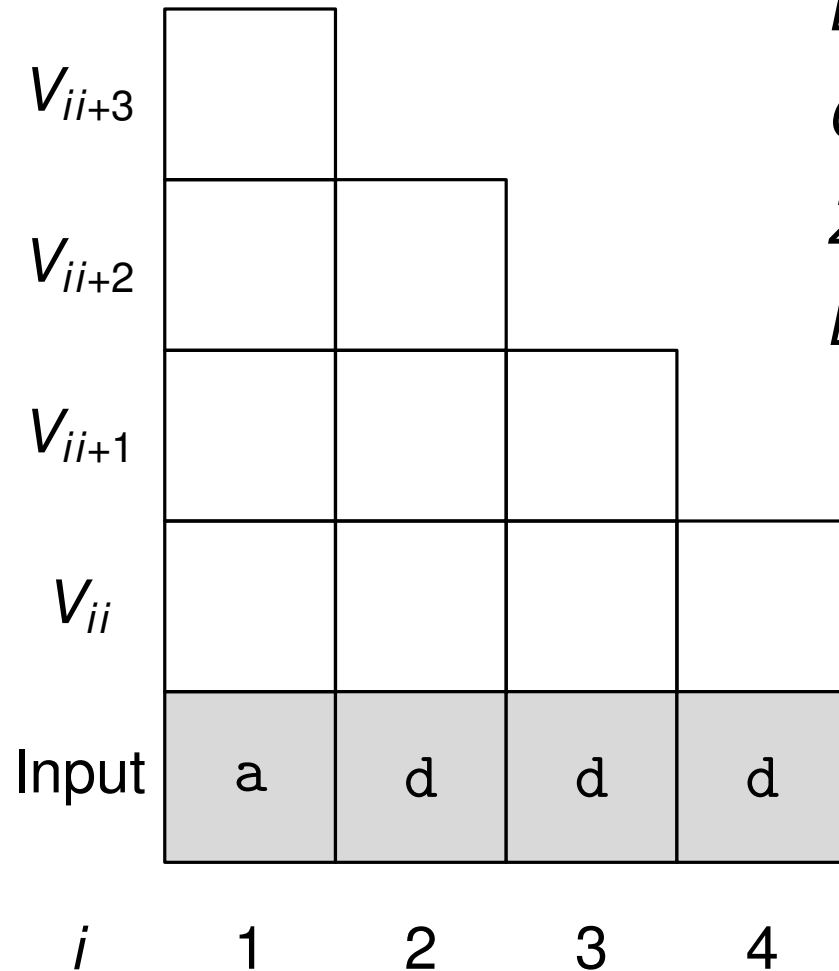
$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow S Z_d$$

Chomsky-Normalform

- ① Input $w = w_1 \dots w_n$ aus Σ^* .
- ② Variable $A \in V$ ist in V_{ii+j} gdw. $A \xrightarrow{*} w_i \dots w_{i+j}$.
- ③ w ist in $L(G) \Leftrightarrow S \in V_{1n}$.

Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus



$$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid S Z_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$$

$$D \rightarrow d \mid Z_d E$$

$$C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow S Z_d$$

Chomsky-Normalform

- ① Input $w = w_1 \dots w_n$ aus Σ^* .
- ② Variable $A \in V$ ist in V_{ii+j} gdw. $A \xrightarrow{*} w_i \dots w_{i+j}$.
- ③ w ist in $L(G) \Leftrightarrow S \in V_{1n}$.

Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus

$$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid S Z_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$$

$$D \rightarrow d \mid Z_d E$$

$$C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow S Z_d$$

Chomsky-Normalform

V_{ii+3}				
V_{ii+2}				
V_{ii+1}				
V_{ii}	Z_a	$Z_d S$ $C D$	$Z_d S$ $C D$	$Z_d S$ $C D$
Input	a	d	d	d
i	1	2	3	4

- ① Input $w = w_1 \dots w_n$ aus Σ^* .
- ② Variable $A \in V$ ist in V_{ii+j} gdw. $A \xrightarrow{*} w_i \dots w_{i+j}$.
- ③ w ist in $L(G) \Leftrightarrow S \in V_{1n}$.

Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus

$$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid S Z_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$$

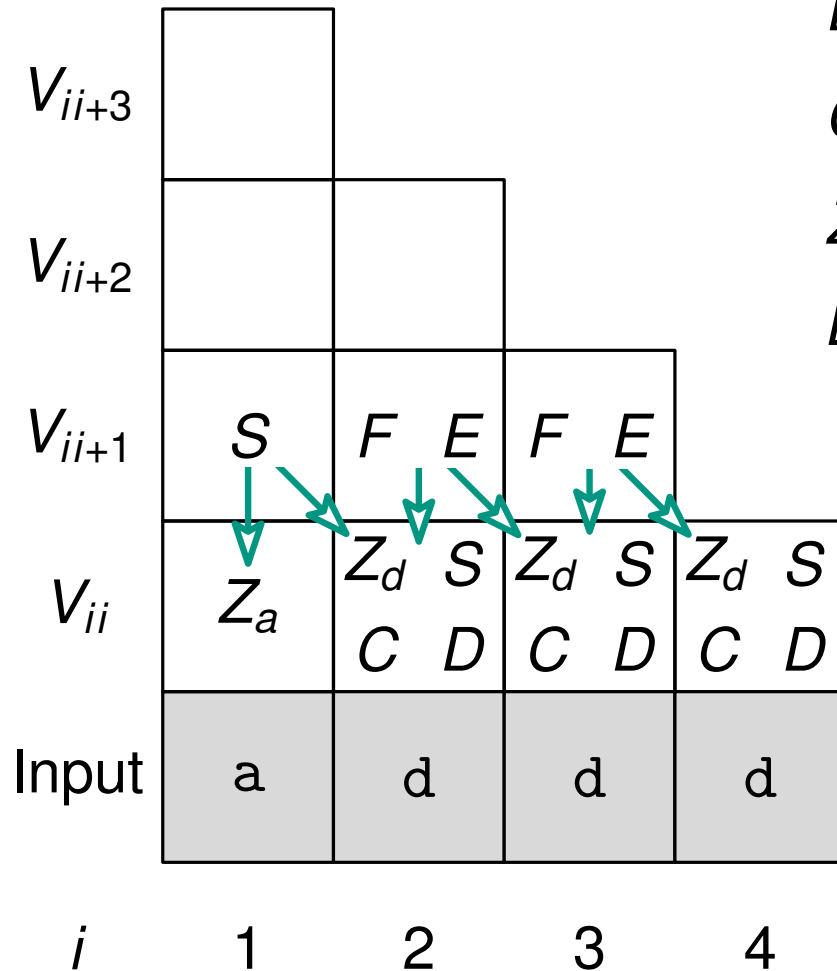
$$D \rightarrow d \mid Z_d E$$

$$C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow S Z_d$$

Chomsky-Normalform



- ① Input $w = w_1 \dots w_n$ aus Σ^* .
- ② Variable $A \in V$ ist in V_{ii+j} gdw. $A \xrightarrow{*} w_i \dots w_{i+j}$.
- ③ w ist in $L(G) \Leftrightarrow S \in V_{1n}$.

Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus

$$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid S Z_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$$

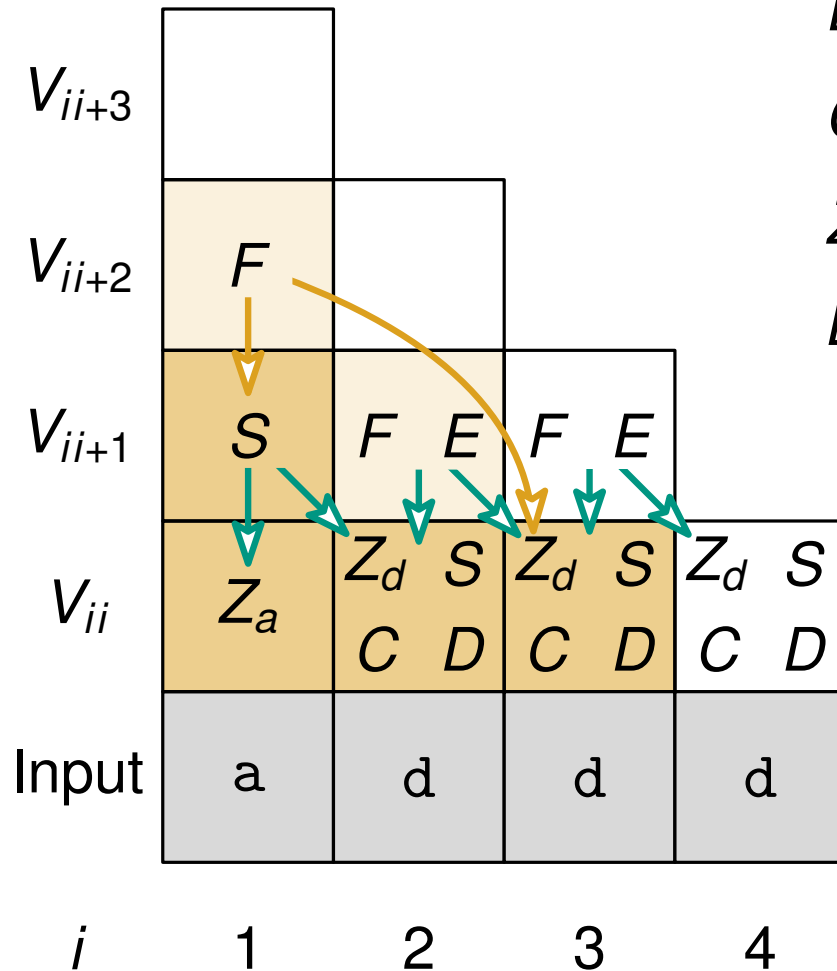
$$D \rightarrow d \mid Z_d E$$

$$C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$$

$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

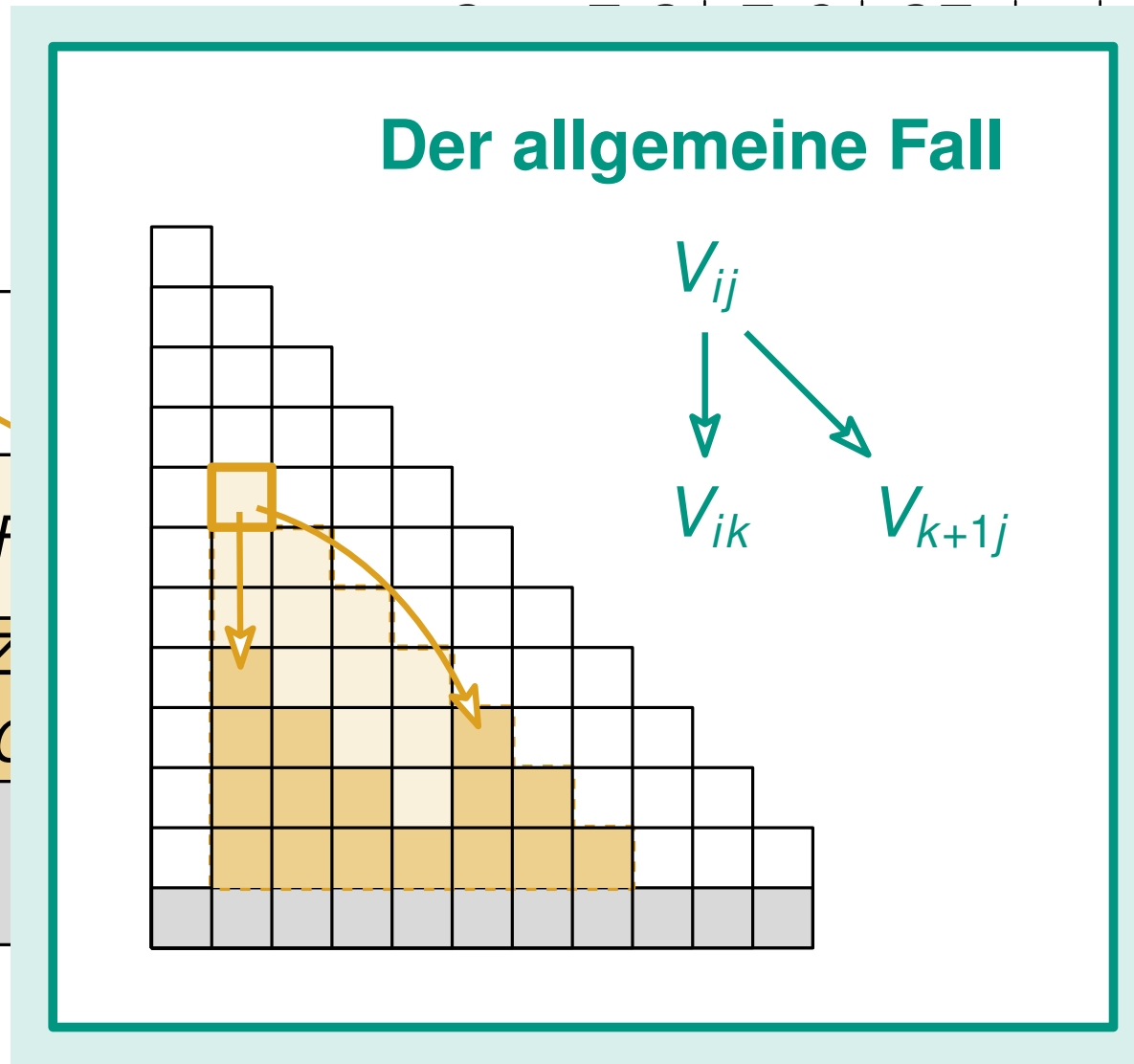
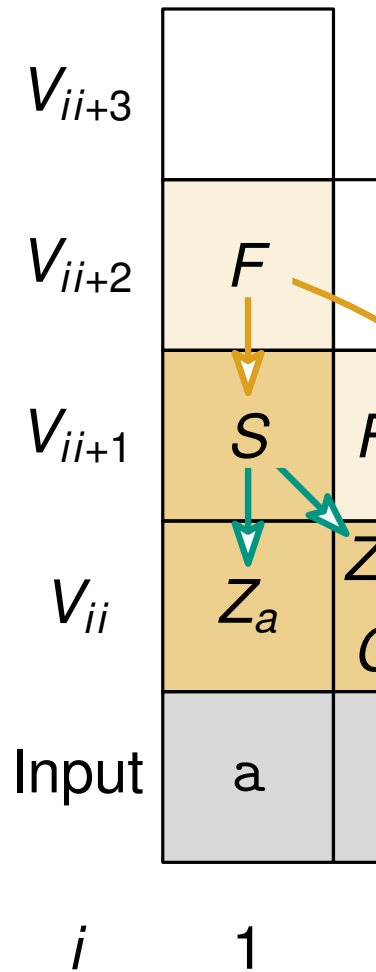
$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow S Z_d$$

Chomsky-Normalform



- ① Input $w = w_1 \dots w_n$ aus Σ^* .
- ② Variable $A \in V$ ist in V_{ii+j} gdw. $A \xrightarrow{*} w_i \dots w_{i+j}$.
- ③ w ist in $L(G) \Leftrightarrow S \in V_{1n}$.

Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus



$Z_d E \mid c \mid Z_c F$

Normalform

d

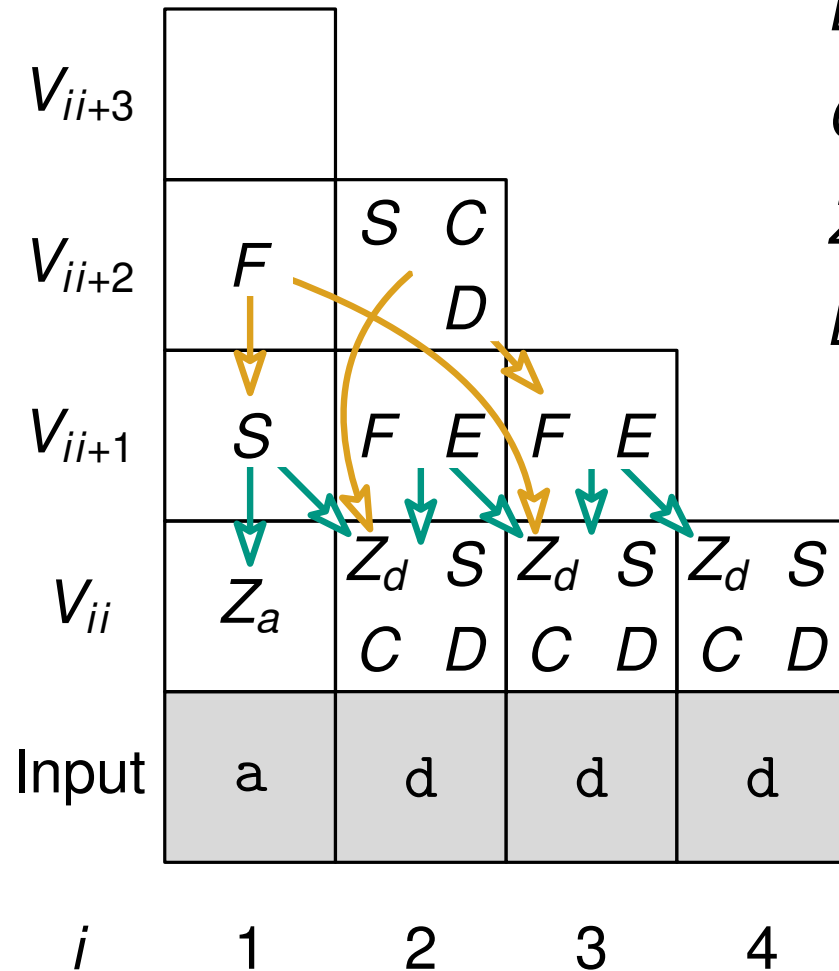
aus Σ^* .

in V_{ii+j}

$\cdot W_{i+j}$.

$\in V_{1n}$.

Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus



$$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid S Z_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$$

$$D \rightarrow d \mid Z_d E$$

$$C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$$

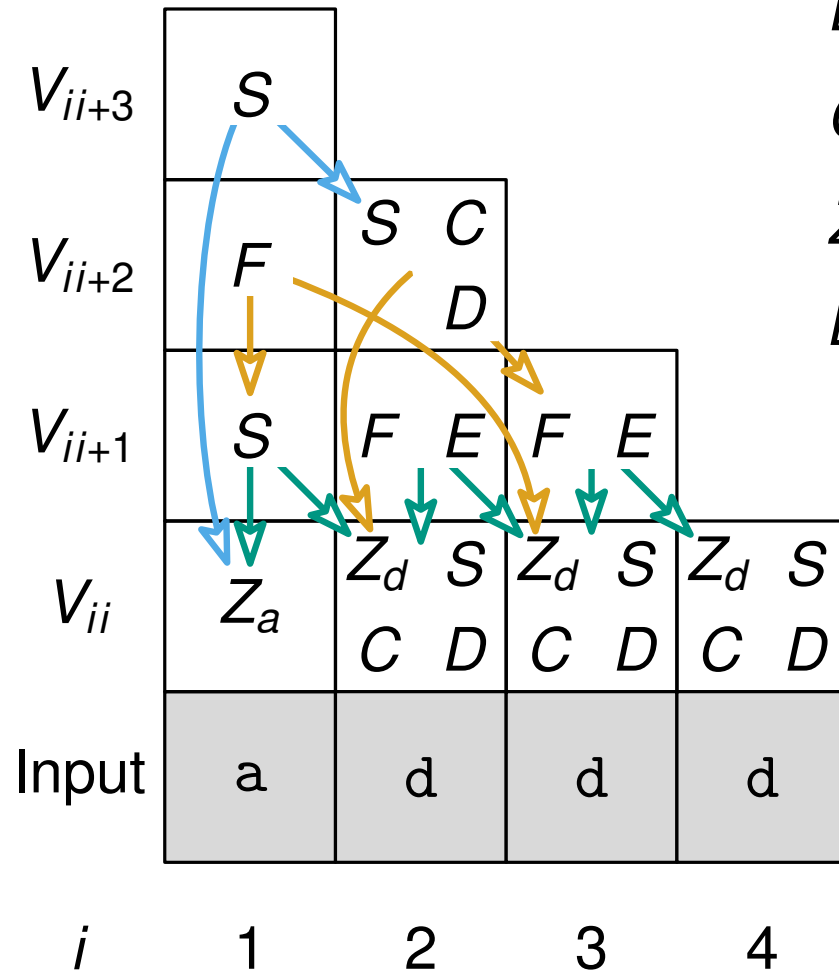
$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow D D \quad F \rightarrow S Z_d$$

Chomsky-Normalform

- ① Input $w = w_1 \dots w_n$ aus Σ^* .
- ② Variable $A \in V$ ist in V_{ii+j} gdw. $A \xrightarrow{*} w_i \dots w_{i+j}$.
- ③ w ist in $L(G) \Leftrightarrow S \in V_{1n}$.

Der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus



$$S \rightarrow Z_a S \mid Z_a C \mid S Z_a \mid d \mid Z_d E \mid c \mid Z_c F$$

$$D \rightarrow d \mid Z_d E$$

$$C \rightarrow d \mid Z_d E \mid c$$

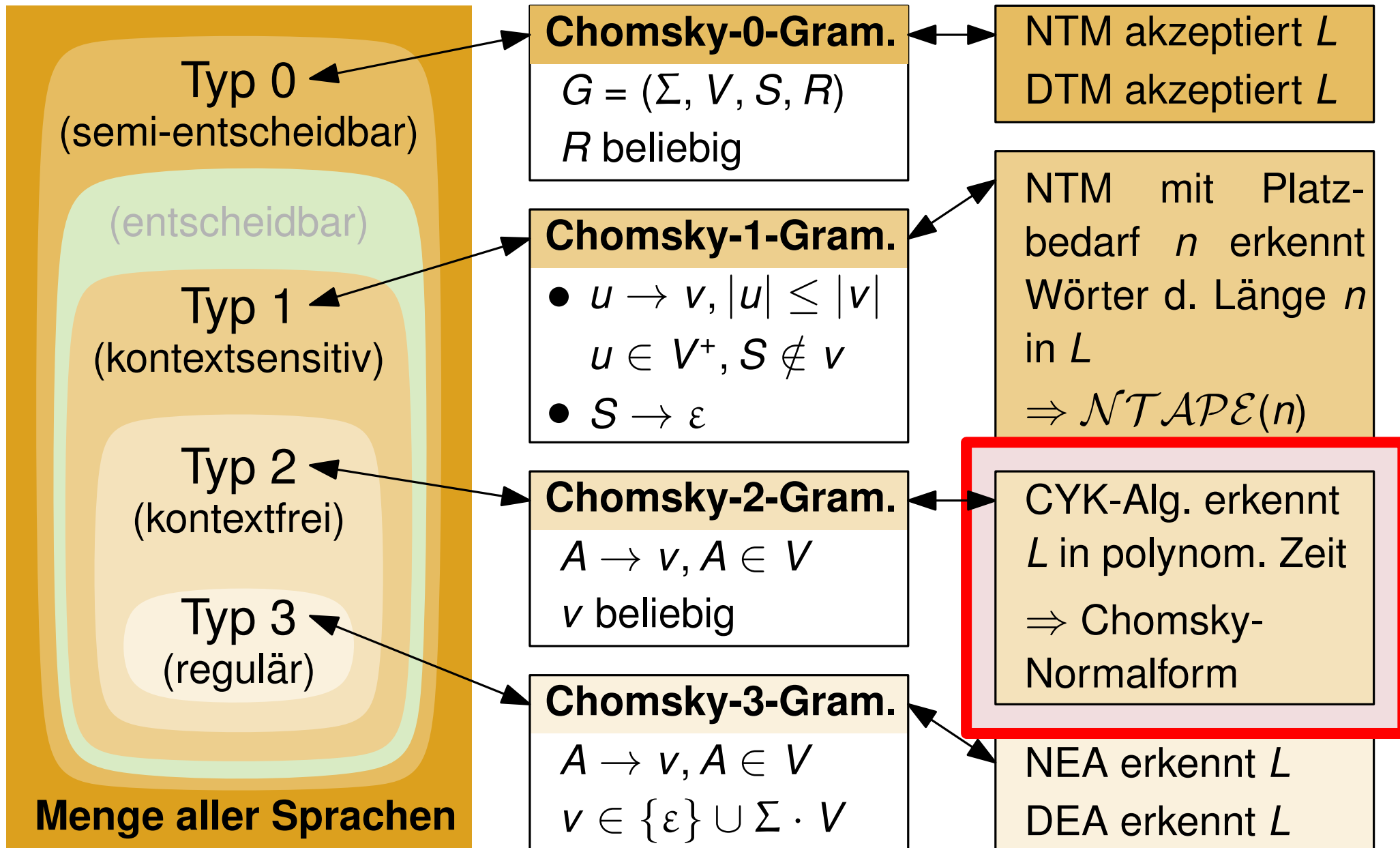
$$Z_a \rightarrow a \quad Z_c \rightarrow c \quad Z_d \rightarrow d$$

$$E \rightarrow DD \quad F \rightarrow S Z_d$$

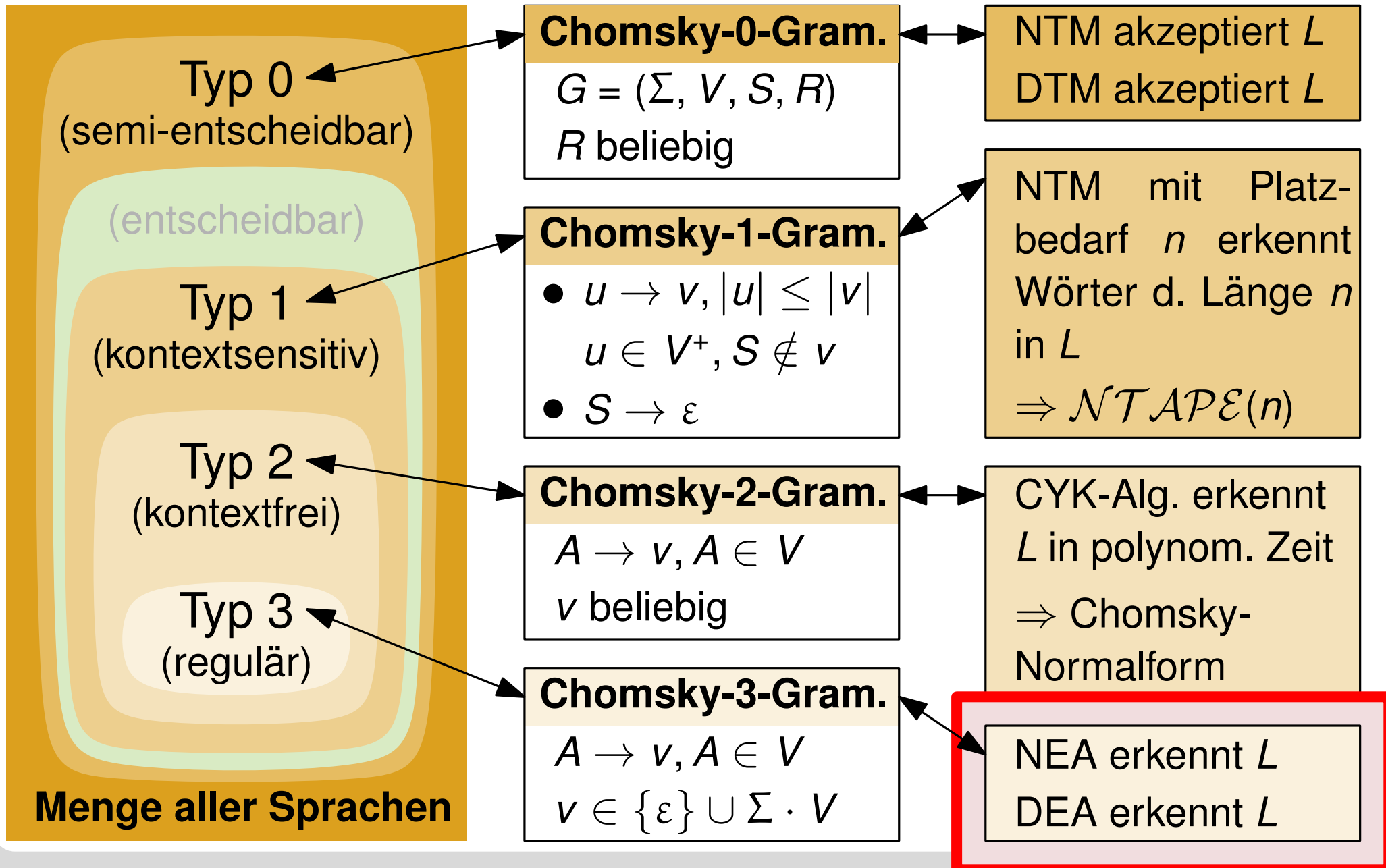
Chomsky-Normalform

- ① Input $w = w_1 \dots w_n$ aus Σ^* .
- ② Variable $A \in V$ ist in V_{ii+j} gdw. $A \xrightarrow{*} w_i \dots w_{i+j}$.
- ③ w ist in $L(G) \Leftrightarrow S \in V_{1n}$.

Chomsky-Hierarchie



Chomsky-Hierarchie



NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$ und $V = \{X, Y, Z, S\}$, welche die Sprache L erzeugt. R sei durch die folgenden Ableitungsregeln gegeben.

$$S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX$$

$$X \rightarrow aS \mid bY$$

$$Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ$$

$$Z \rightarrow bZ \mid aS$$

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben: $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{X, Y, Z, S\}$ und $R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, X \rightarrow aS \mid bY, Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, Z \rightarrow bZ \mid aS\}$.

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben: $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{X, Y, Z, S\}$ und $R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, X \rightarrow aS \mid bY, Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, Z \rightarrow bZ \mid aS\}$.

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

$$V = \{X, Y, Z, S\}$$

$$R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, \\ X \rightarrow aS \mid bY, \\ Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, \\ Z \rightarrow bZ \mid aS\}.$$

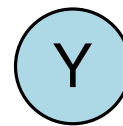
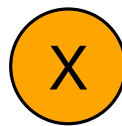
NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben: $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{X, Y, Z, S\}$ und $R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, X \rightarrow aS \mid bY, Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, Z \rightarrow bZ \mid aS\}$.

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

$$V = \{X, Y, Z, S\}$$

$$R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, \\ X \rightarrow aS \mid bY, \\ Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, \\ Z \rightarrow bZ \mid aS\}.$$



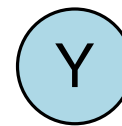
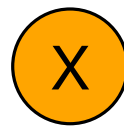
NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben: $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{X, Y, Z, S\}$ und $R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, X \rightarrow aS \mid bY, Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, Z \rightarrow bZ \mid aS\}$.

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

$$V = \{X, Y, Z, S\}$$

$$R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, \\ X \rightarrow aS \mid bY, \\ Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, \\ Z \rightarrow bZ \mid aS\}.$$



NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben: $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{X, Y, Z, S\}$ und $R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, X \rightarrow aS \mid bY, Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, Z \rightarrow bZ \mid aS\}$.

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

$$V = \{X, Y, Z, S\}$$

$$R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, \\ X \rightarrow aS \mid bY, \\ Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, \\ Z \rightarrow bZ \mid aS\}.$$



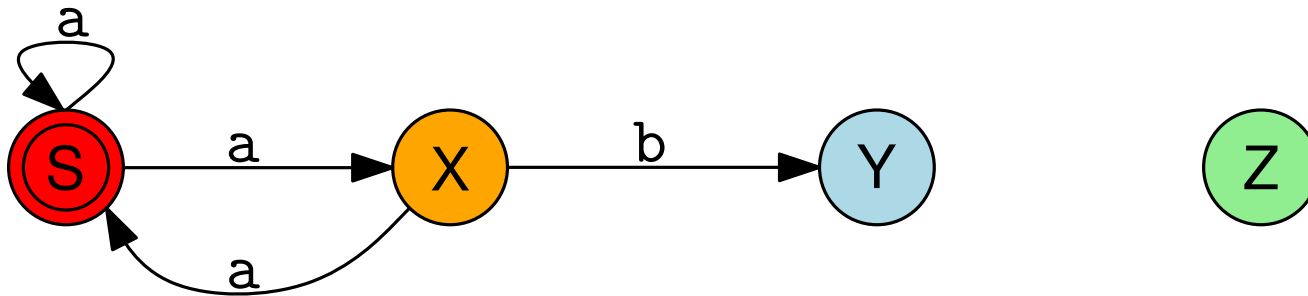
NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben: $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{X, Y, Z, S\}$ und $R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, X \rightarrow aS \mid bY, Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, Z \rightarrow bZ \mid aS\}$.

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

$$V = \{X, Y, Z, S\}$$

$$R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, \\ X \rightarrow aS \mid bY, \\ Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, \\ Z \rightarrow bZ \mid aS\}.$$



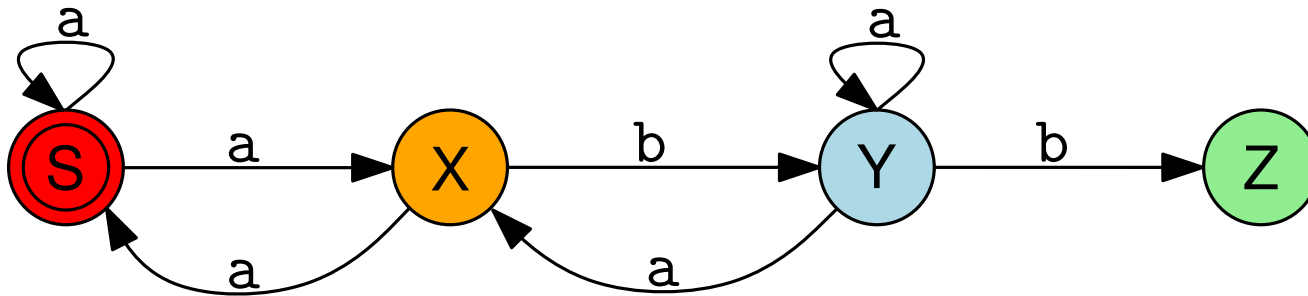
NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben: $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{X, Y, Z, S\}$ und $R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, X \rightarrow aS \mid bY, Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, Z \rightarrow bZ \mid aS\}$.

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

$$V = \{X, Y, Z, S\}$$

$$R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, \\ X \rightarrow aS \mid bY, \\ Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, \\ Z \rightarrow bZ \mid aS\}.$$



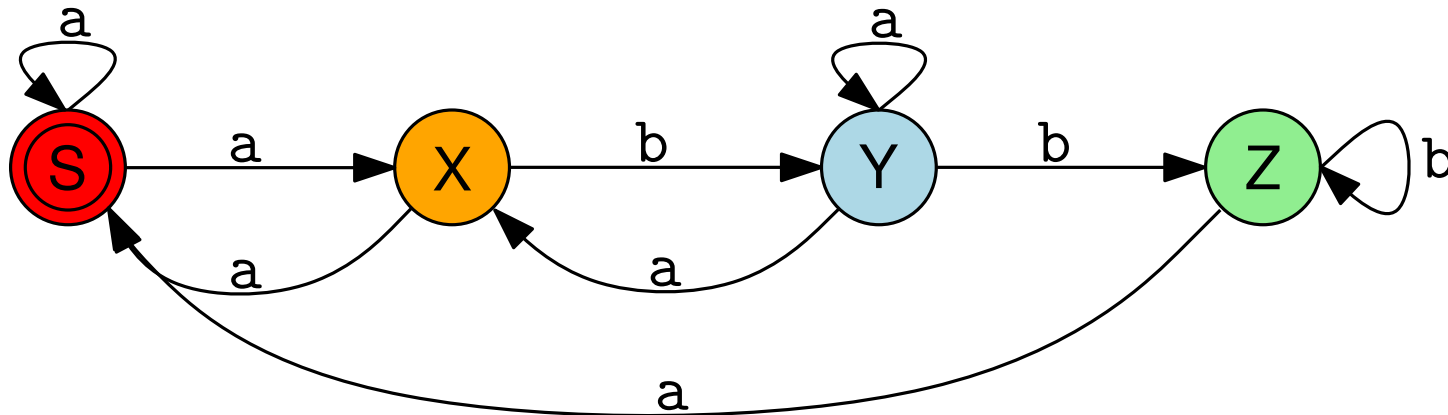
NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben: $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{X, Y, Z, S\}$ und $R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, X \rightarrow aS \mid bY, Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, Z \rightarrow bZ \mid aS\}$.

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

$$V = \{X, Y, Z, S\}$$

$$R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, \\ X \rightarrow aS \mid bY, \\ Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, \\ Z \rightarrow bZ \mid aS\}.$$



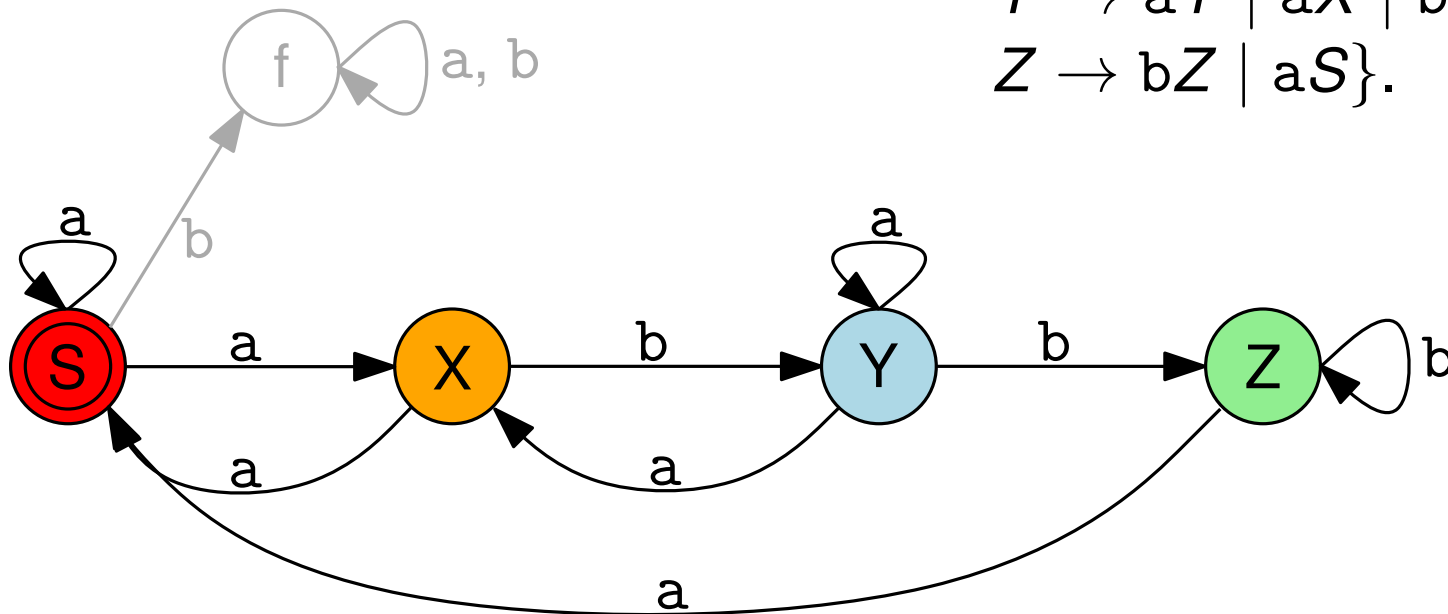
NEA aus Chomsky-3-Grammatik

Gegeben: $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{X, Y, Z, S\}$ und $R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, X \rightarrow aS \mid bY, Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, Z \rightarrow bZ \mid aS\}$.

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

$$V = \{X, Y, Z, S\}$$

$$R = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX, \\ X \rightarrow aS \mid bY, \\ Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ, \\ Z \rightarrow bZ \mid aS\}.$$



Eindeutige und mehrdeutige Grammatiken

Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, *\}$ und $V = \{S, Z\}$. R :

$S \rightarrow S+S \mid S-S \mid S*S \mid Z,$

$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \mid 0Z \mid 1Z \mid 2Z \mid 3Z \mid 4Z \mid 5Z \mid 6Z \mid 7Z \mid 8Z \mid 9Z .$

- (a) Bestimmen Sie einen Syntaxbaum des Wortes $211-42+10*4$.
- (b) Ist die Grammatik eindeutig oder mehrdeutig? Begründen Sie Ihre Antwort.

Eindeutige und mehrdeutige Grammatiken

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, *\}$, $V = \{S, Z\}$, R :

$$S \rightarrow S+S \mid S-S \mid S*S \mid Z,$$
$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid 0Z \mid 1Z \mid \dots \mid 9Z .$$

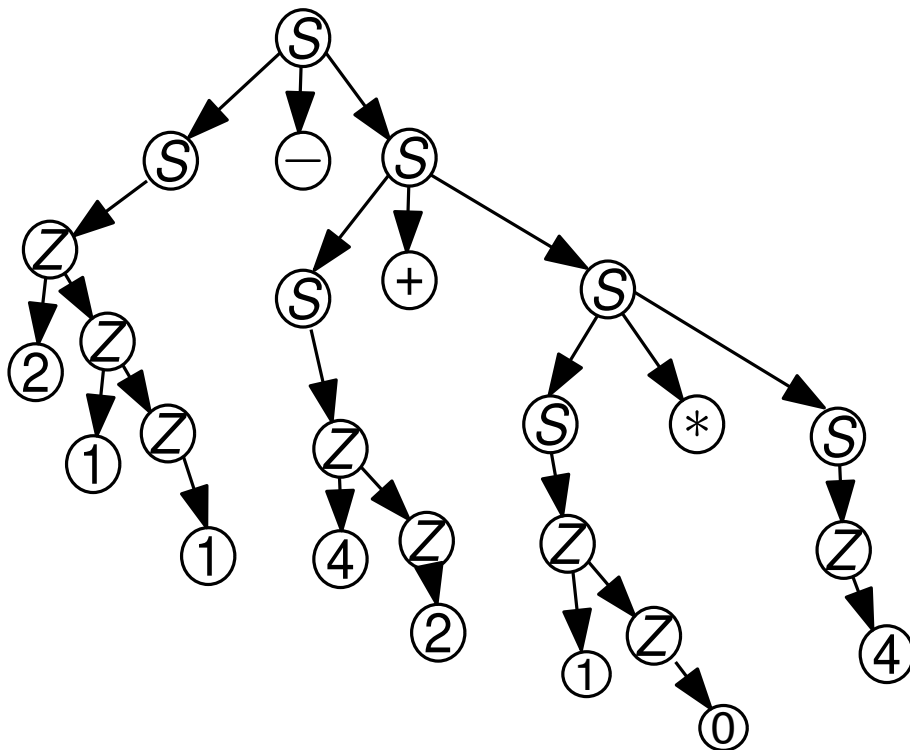
(a) Bestimmen Sie einen Syntaxbaum des Wortes $211-42+10*4$.

Eindeutige und mehrdeutige Grammatiken

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, *\}$, $V = \{S, Z\}$, R :

$$S \rightarrow S+S \mid S-S \mid S*S \mid Z,$$
$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid 0Z \mid 1Z \mid \dots \mid 9Z .$$

(a) Bestimmen Sie einen Syntaxbaum des Wortes $211-42+10*4$.

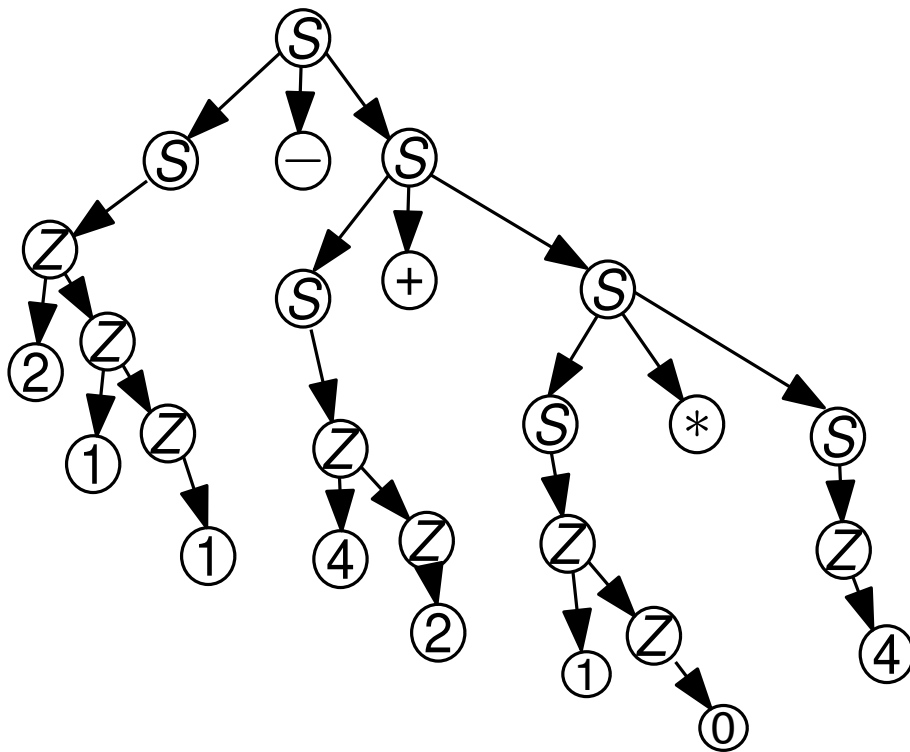


Eindeutige und mehrdeutige Grammatiken

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, *\}$, $V = \{S, Z\}$, R :

$$S \rightarrow S+S \mid S-S \mid S*S \mid Z,$$
$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid 0Z \mid 1Z \mid \dots \mid 9Z .$$

(b) Ist die Grammatik eindeutig oder mehrdeutig?

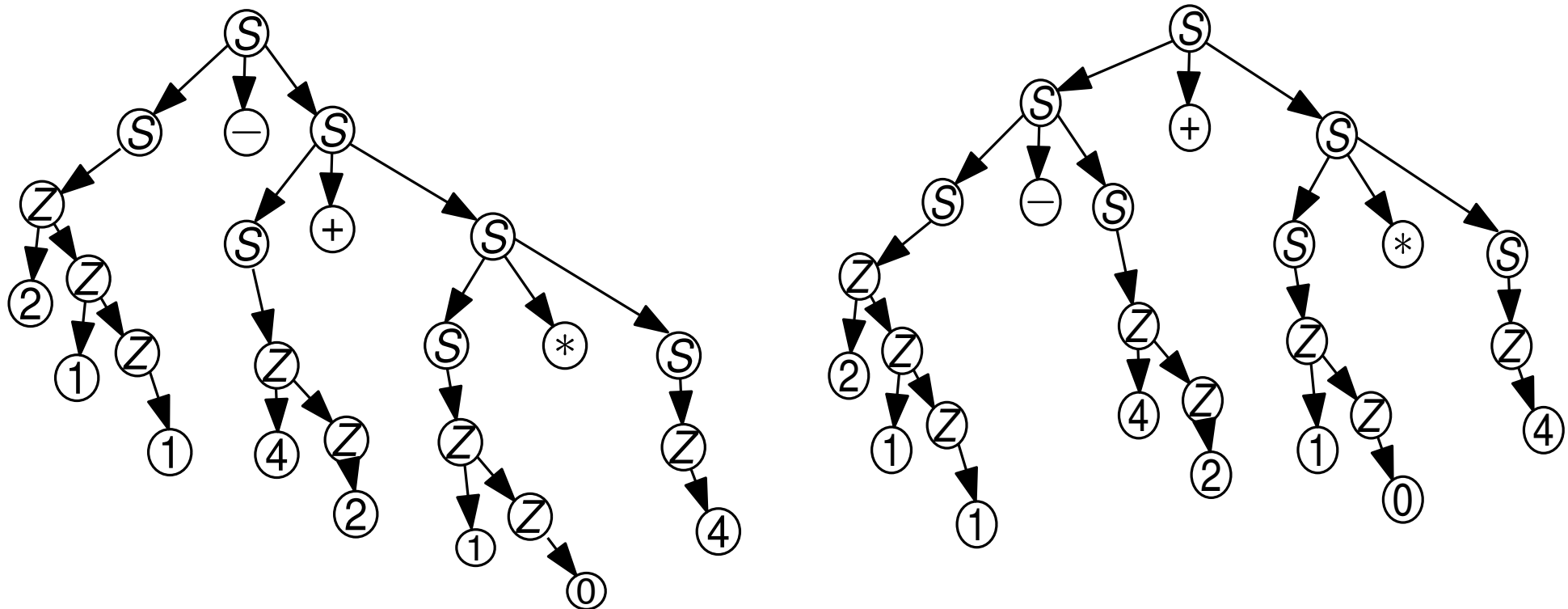


Eindeutige und mehrdeutige Grammatiken

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, *\}$, $V = \{S, Z\}$, R :

$$S \rightarrow S+S \mid S-S \mid S*S \mid Z,$$
$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid 0Z \mid 1Z \mid \dots \mid 9Z.$$

(b) Ist die Grammatik eindeutig oder mehrdeutig?



Eindeutige und mehrdeutige Grammatiken

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, *\}$, $V = \{S, Z\}$, R :

$$S \rightarrow S+S \mid S-S \mid S*S \mid Z,$$
$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid 0Z \mid 1Z \mid \dots \mid 9Z.$$

(b) Ist die Grammatik eindeutig oder mehrdeutig?

