Theoretische Grundlagen der Informatik Übung

8. Übungstermin · 25. Januar

Guido Brückner

Institut für Theoretische Informatik · Prof. Dr. Dorothea Wagner

Übersicht

Anmeldung zur Hauptklausur:

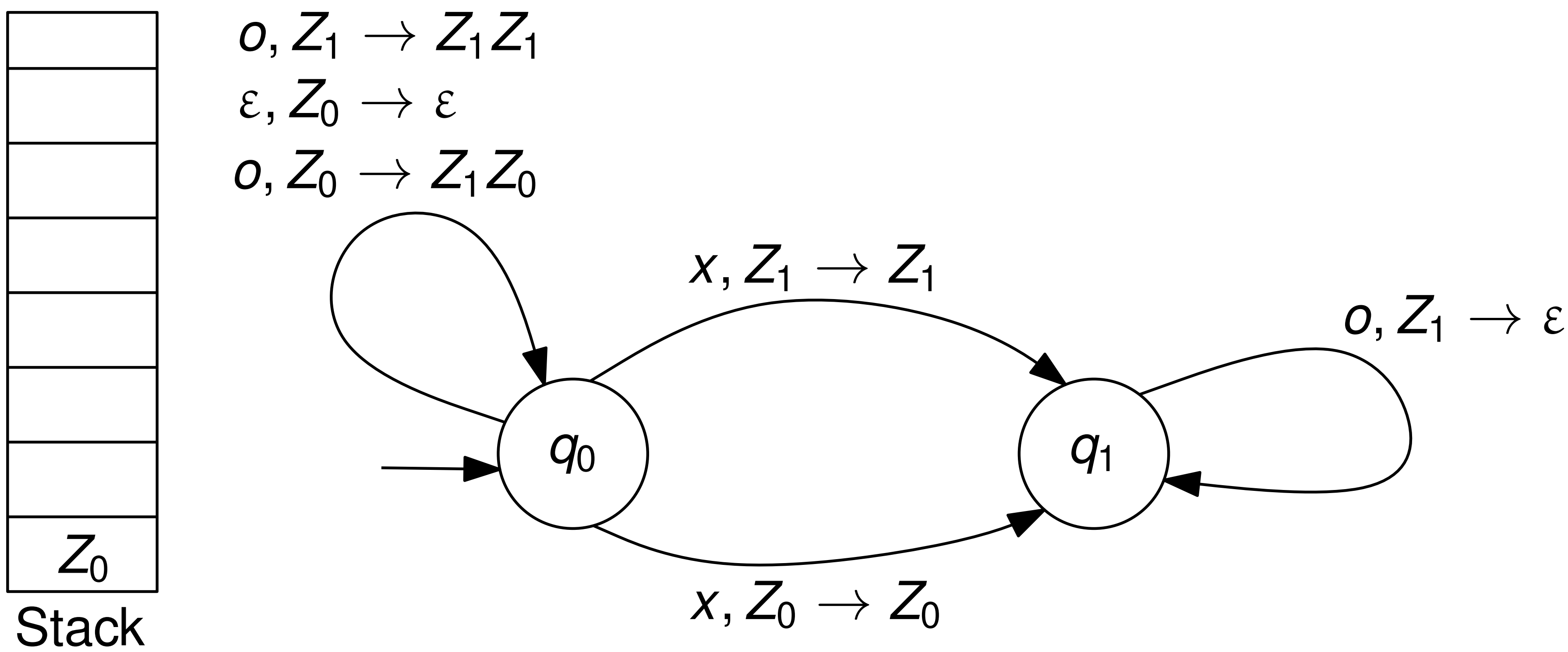
- **Anmeldeschluss**

  06.03.2018
- Eine Anmeldung zur Hauptklausur ist nach Anmeldeschluss nicht mehr möglich!
- Anmeldung erfolgt in der Regel online über das Studierendenportal.
- Bei Problemen bitte bei Ioana Gheta melden.

Inhalt

- Kellerautomaten
- Greibach-Normalform

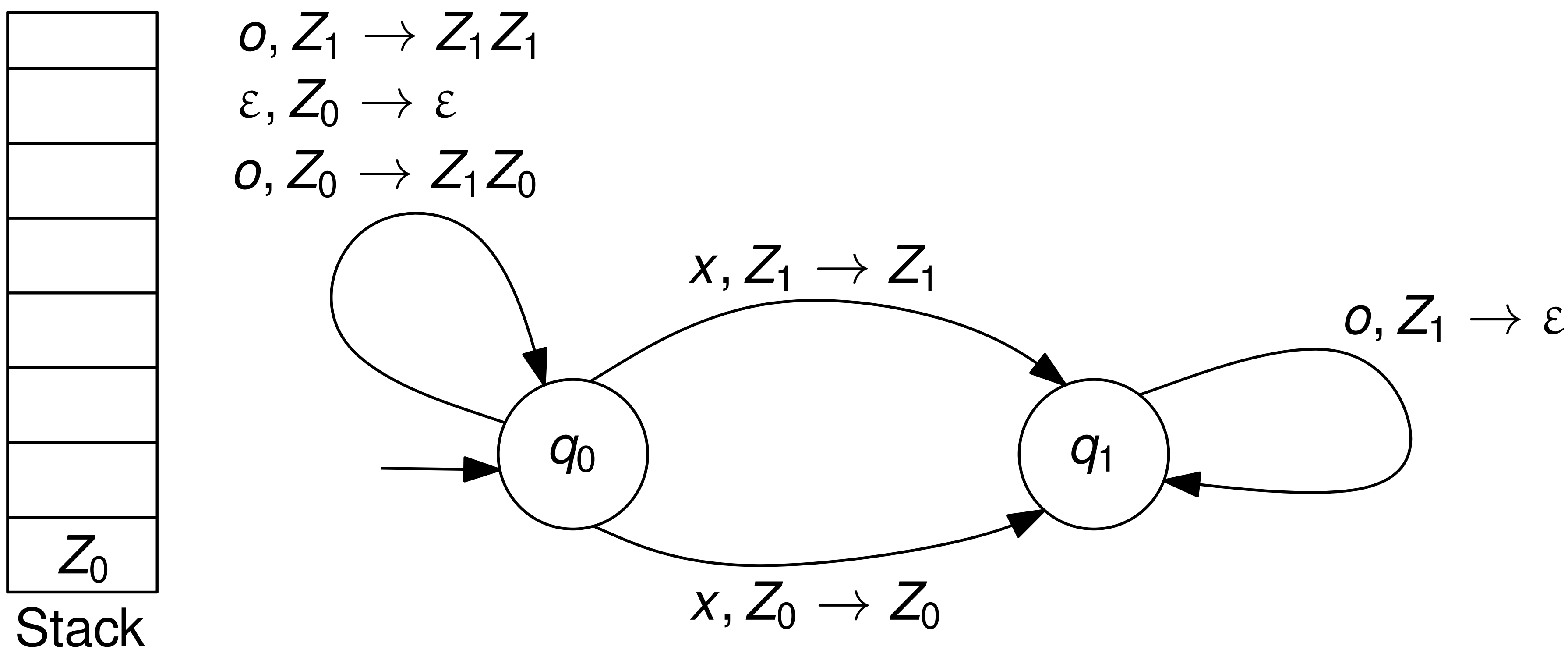
Kellerautomaten



Ein (nichtdet.) *Kellerautomat* $(Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$ besteht aus

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Kellerautomaten

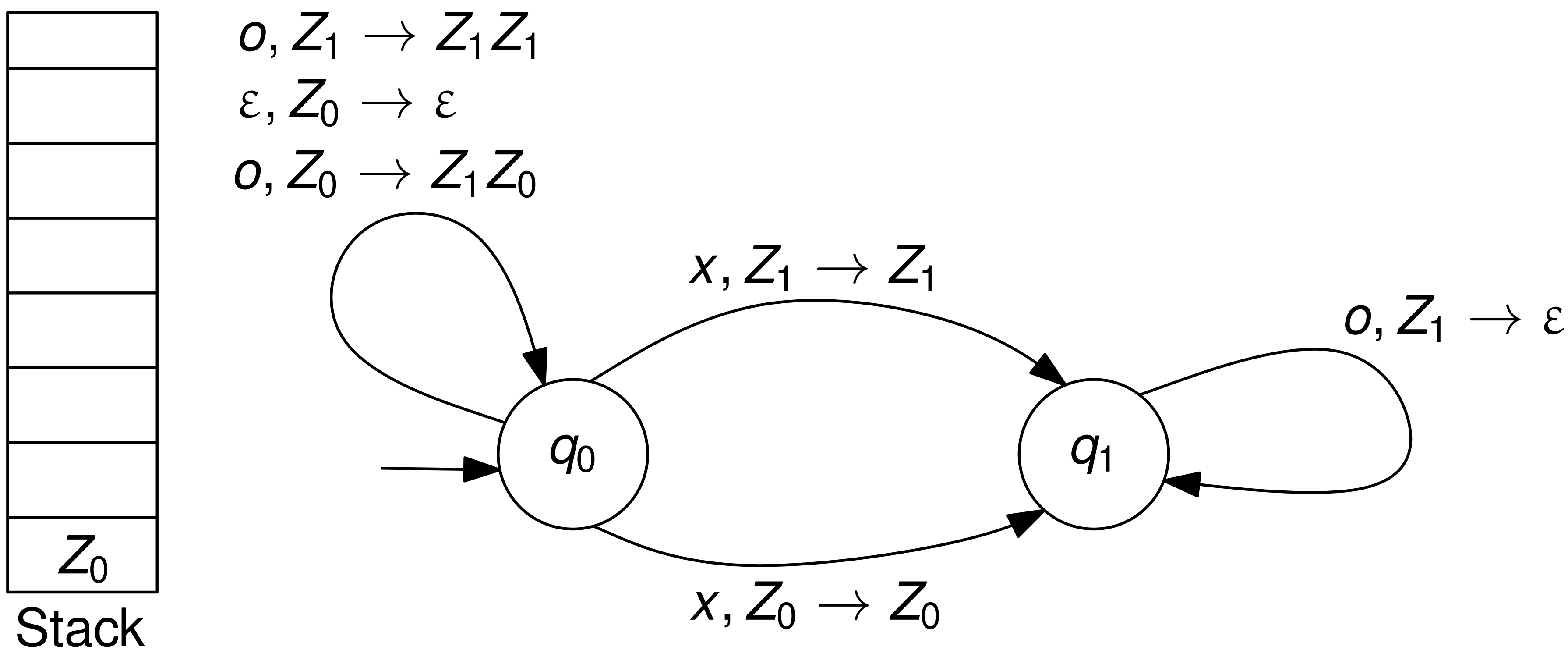


Ein (nichtdet.) *Kellerautomat* $(Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$ besteht aus

- Q endliche Zustandsmenge
- Σ endliches Eingabealphabet
- Γ endliches STACK-Alphabet
- $q_0 \in Q$ Anfangszustand

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Kellerautomaten

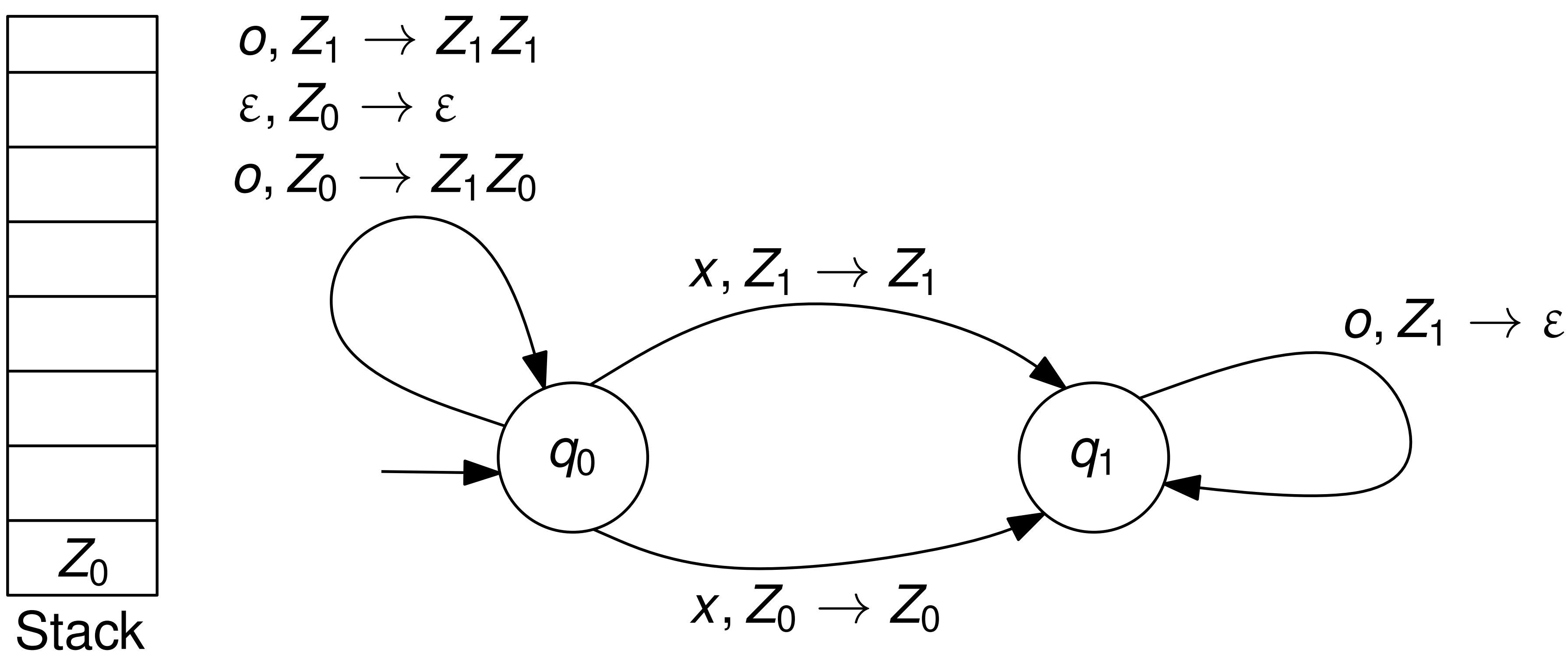


Ein (nichtdet.) *Kellerautomat* $(Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$ besteht aus

- $Z_0 \in \Gamma$ Initialisierung des Stack
- $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \to 2^{Q \times \Gamma^*}$
  - $\delta(q, a, Z) \subseteq \{(q, \gamma) : q \in Q, \gamma \in \Gamma^*\}$
  - $\delta(q, \varepsilon, Z) \subseteq \{(q, \gamma) : q \in Q, \gamma \in \Gamma^*\}$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

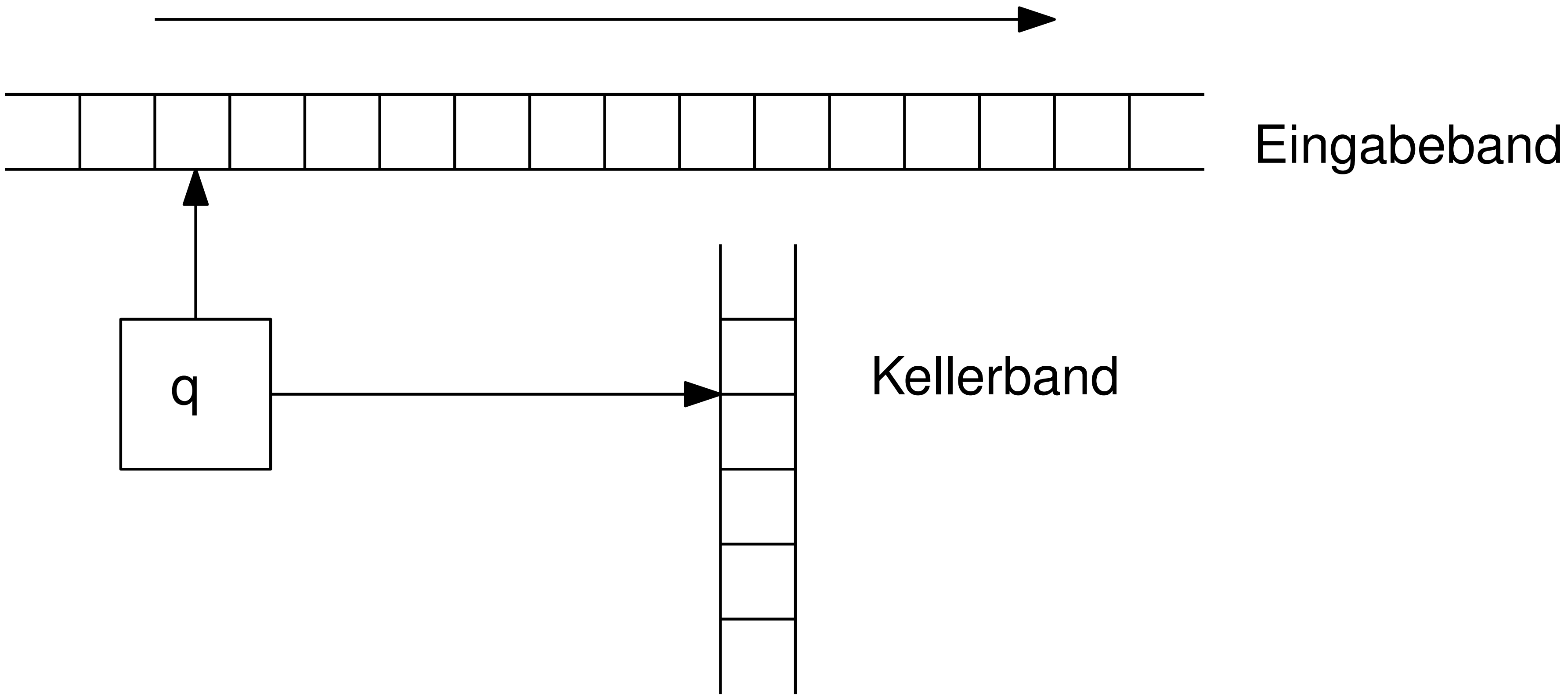
Kellerautomaten



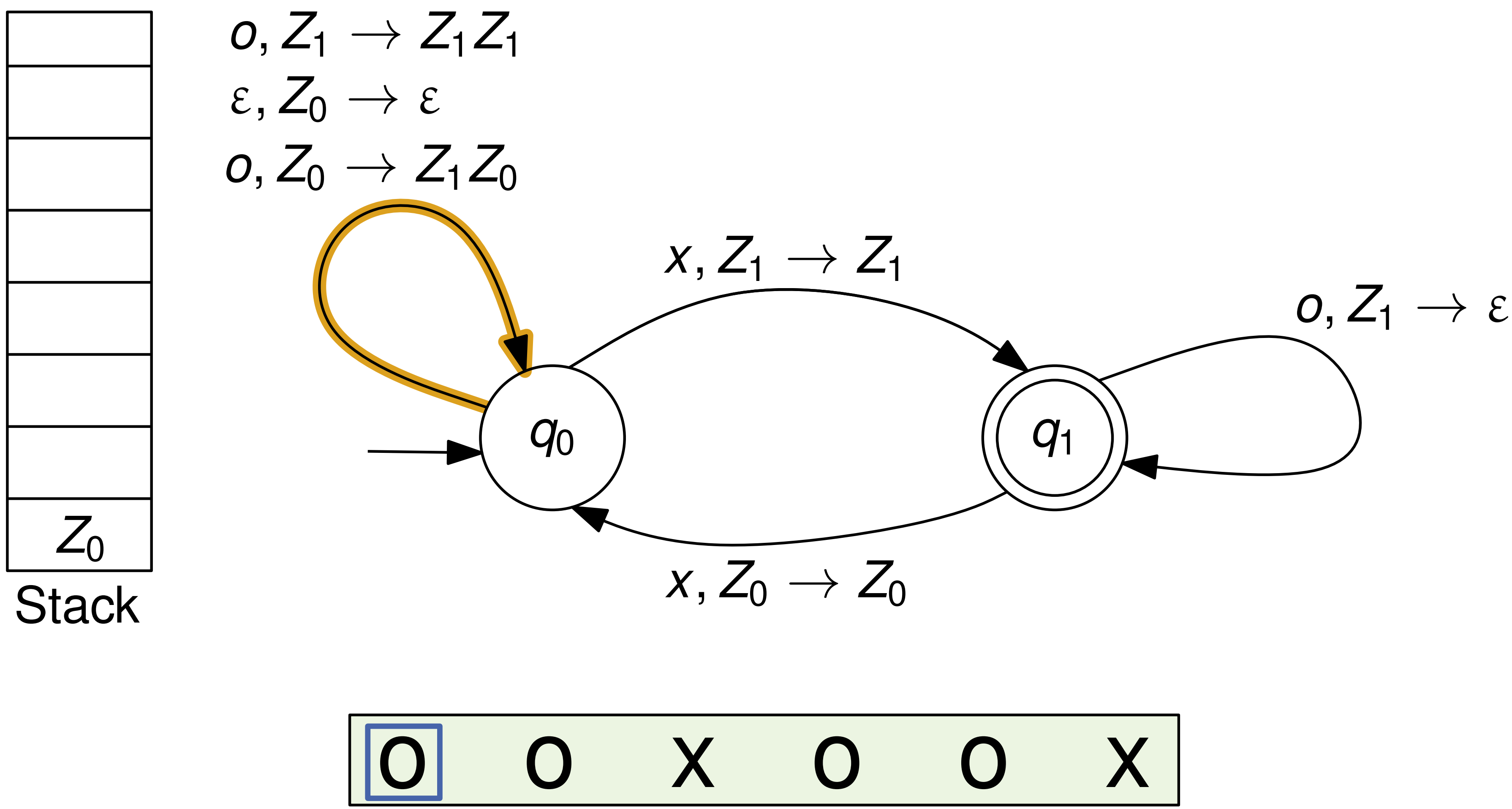
Ein (nichtdet.) *Kellerautomat* $(Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$ besteht aus

- F: Menge der akzeptierenden Zustände.

Schema eine Kellerautomaten

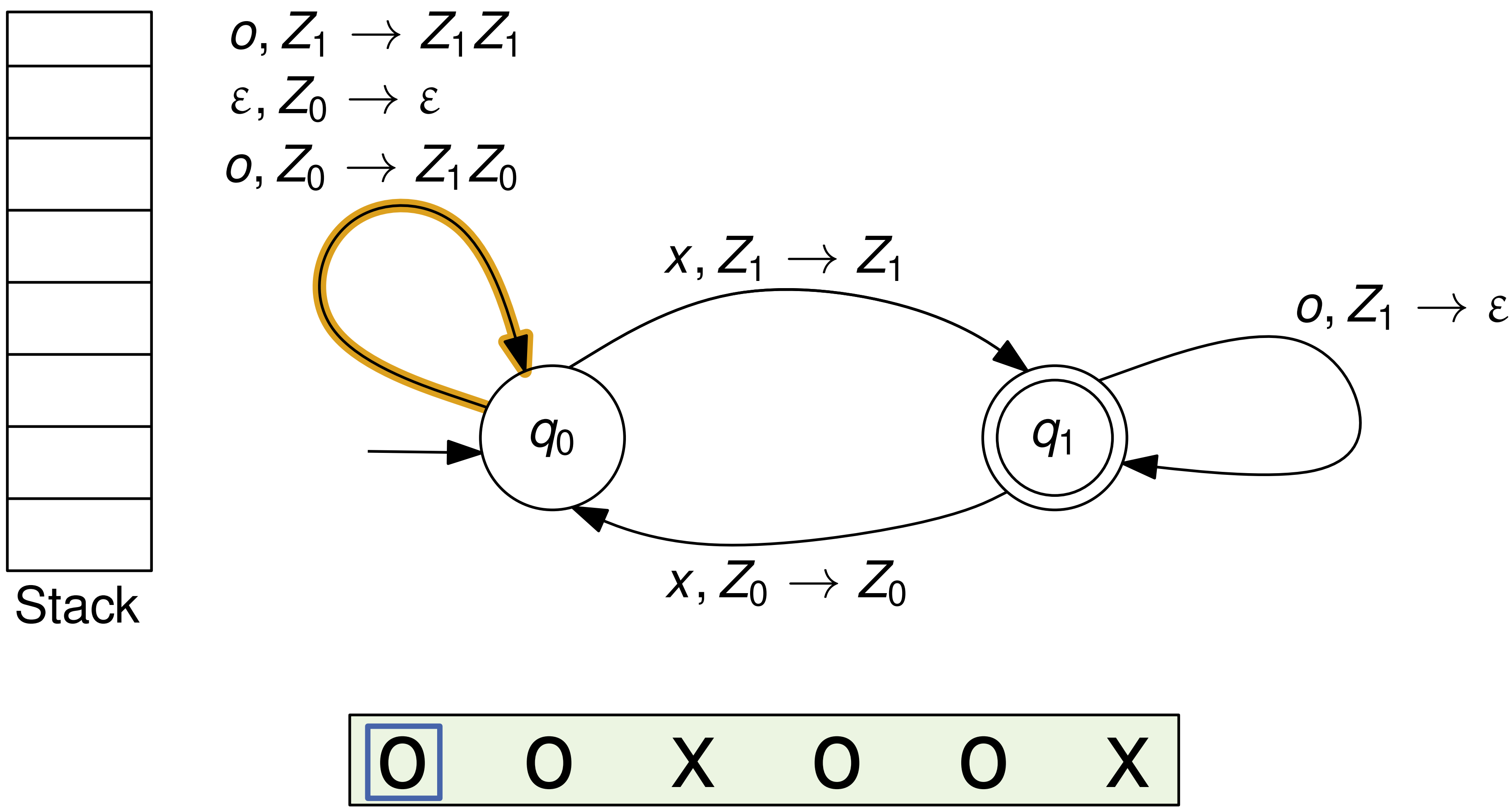


Abarbeitungs eines Wortes



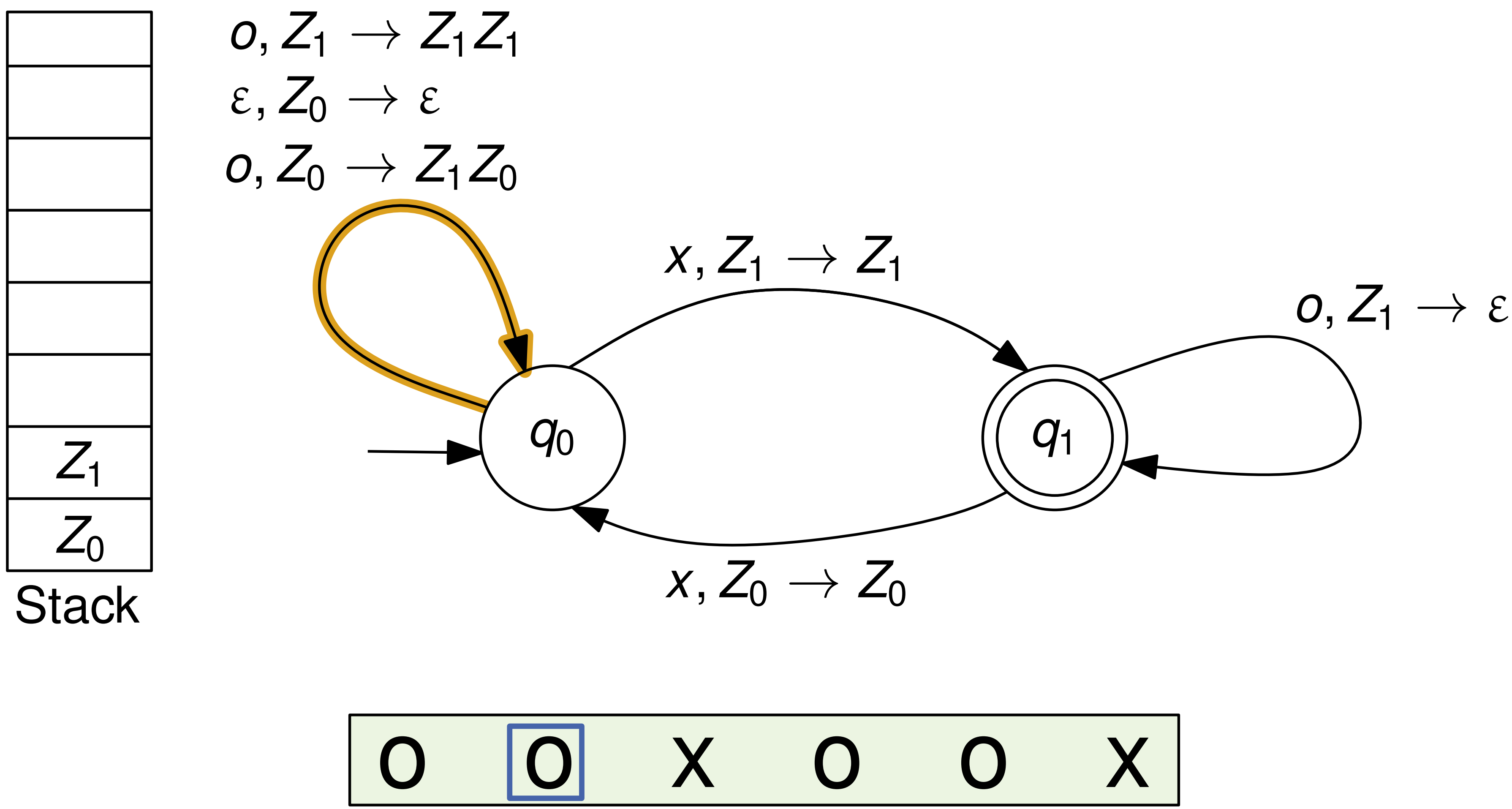
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Abarbeitungs eines Wortes



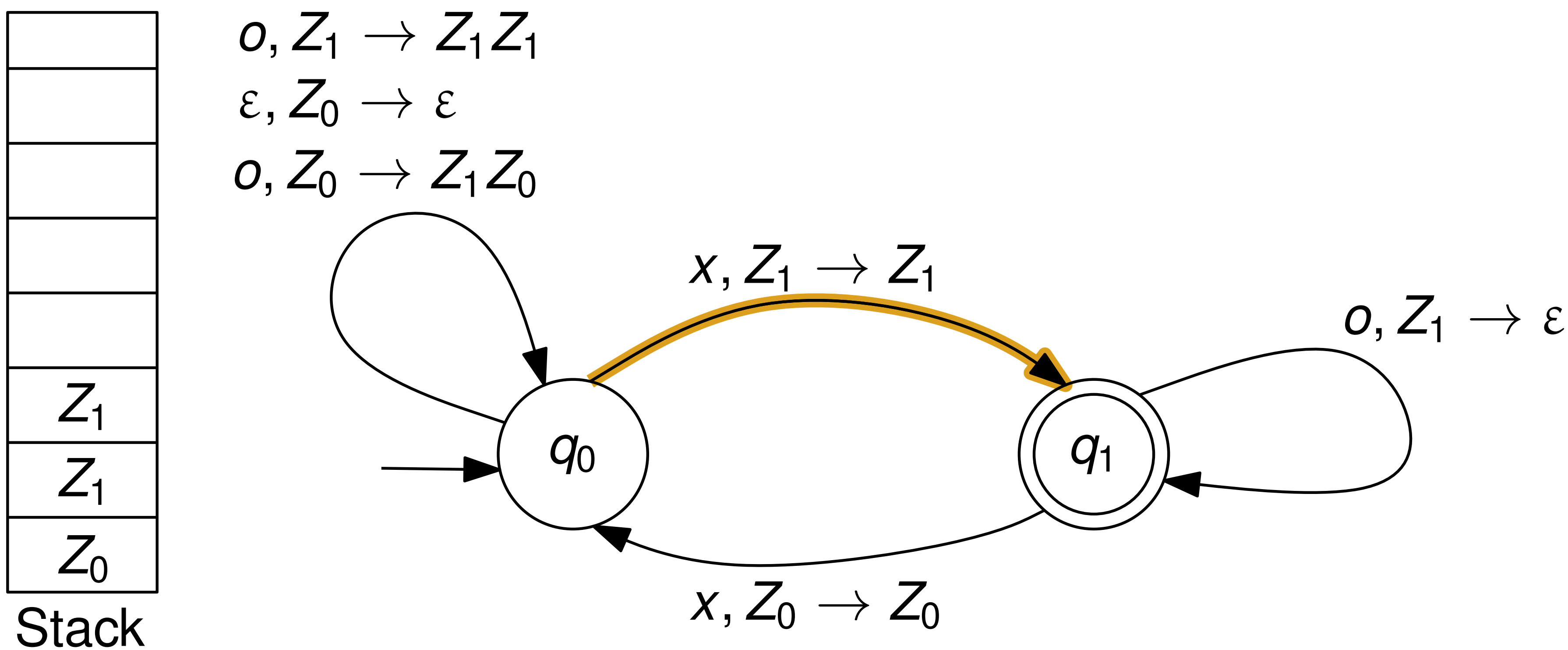
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Abarbeitungs eines Wortes



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

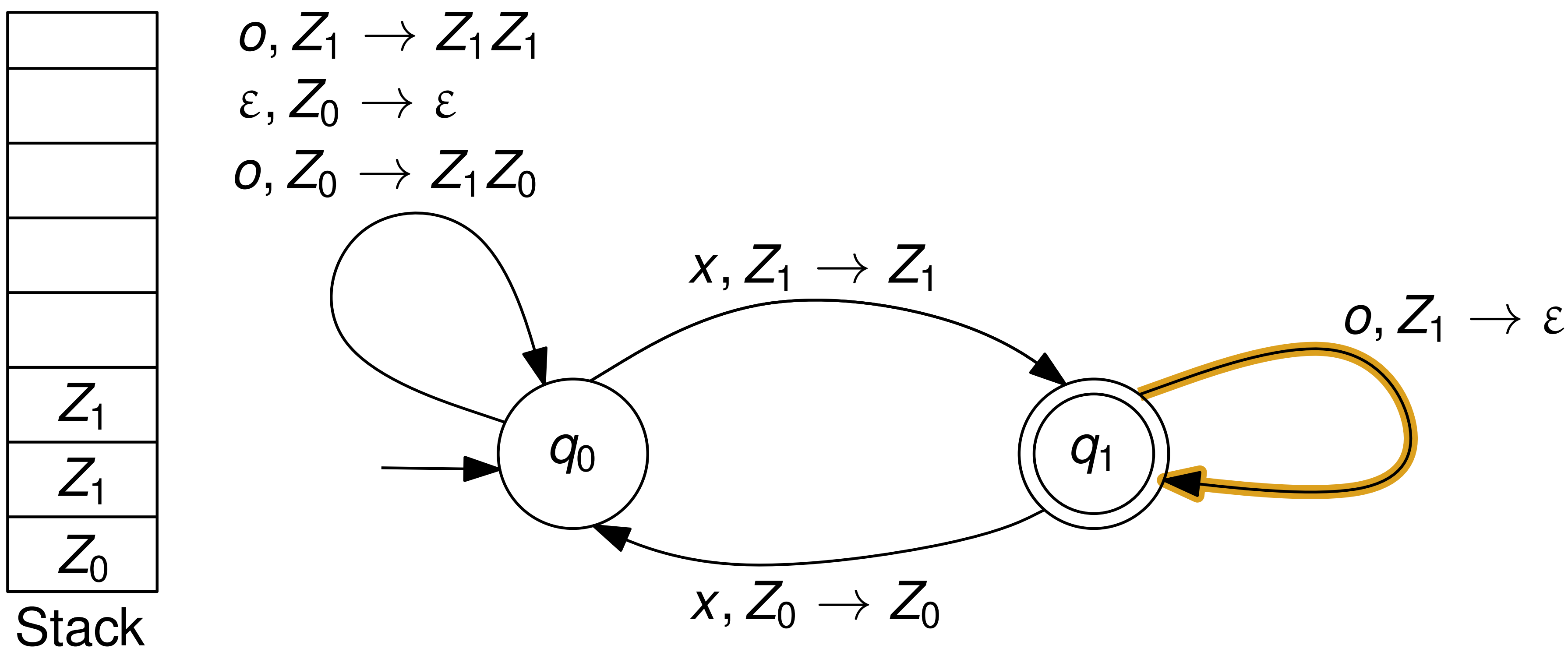
Abarbeitungs eines Wortes



O	O	$\boxed{\text{X}}$	O	O	X

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

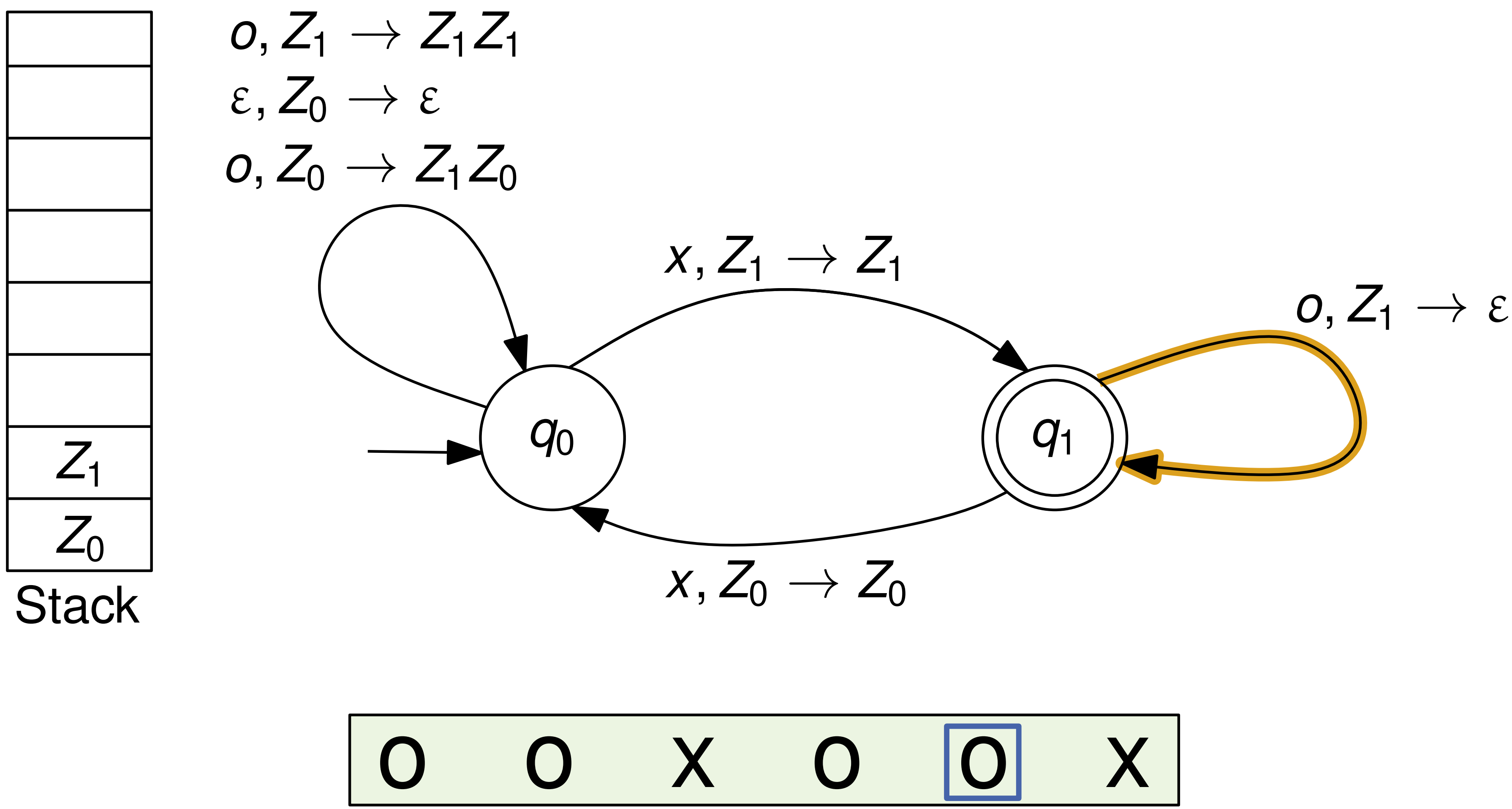
Abarbeitungs eines Wortes



O	O	X	$\boxed{\text{O}}$	O	X

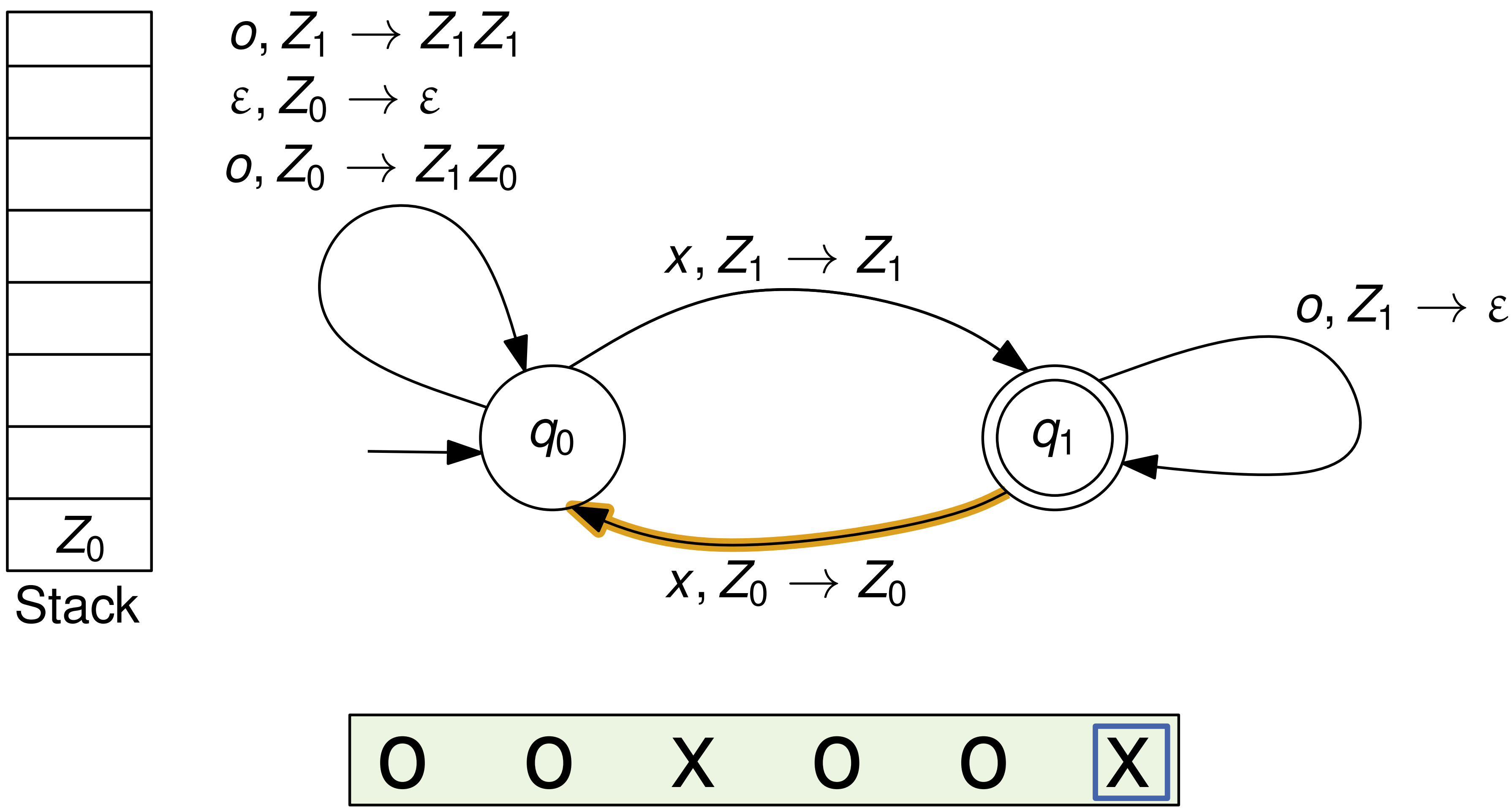
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Abarbeitungs eines Wortes



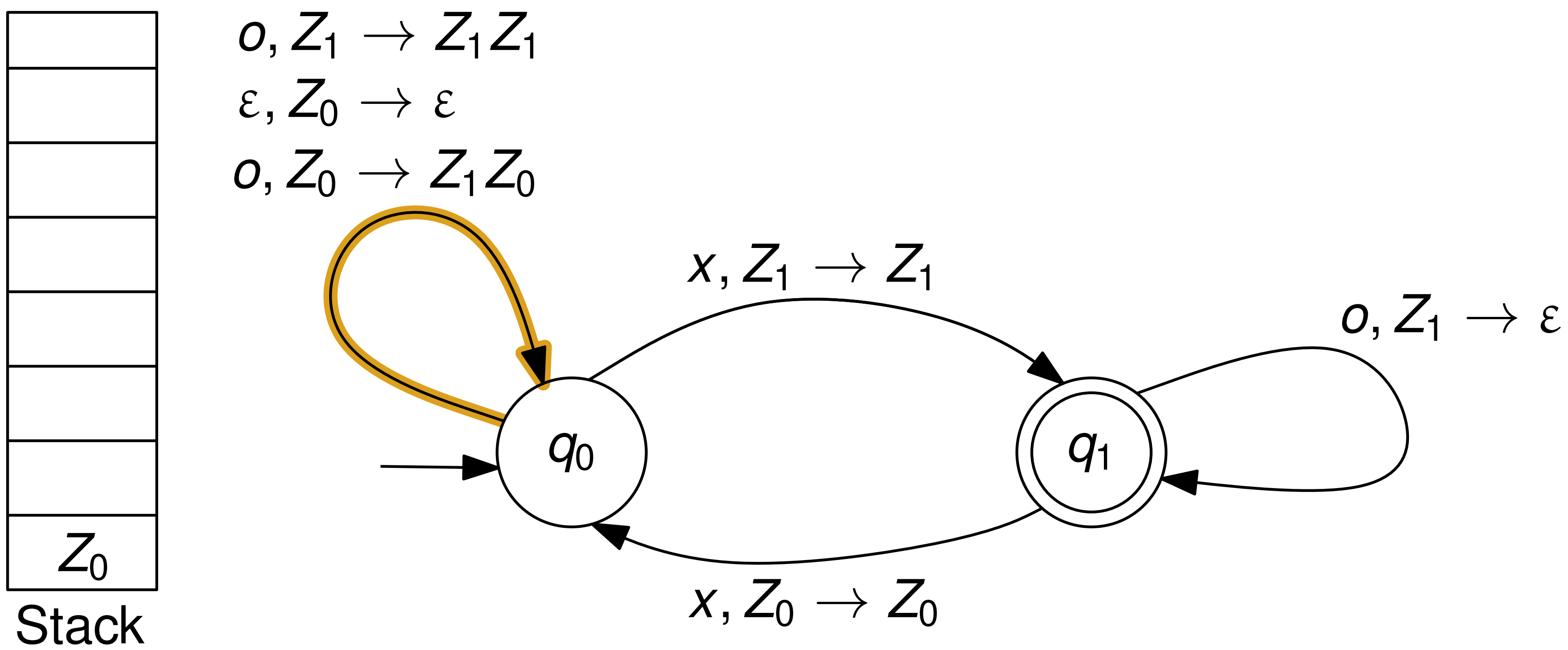
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Abarbeitungs eines Wortes



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

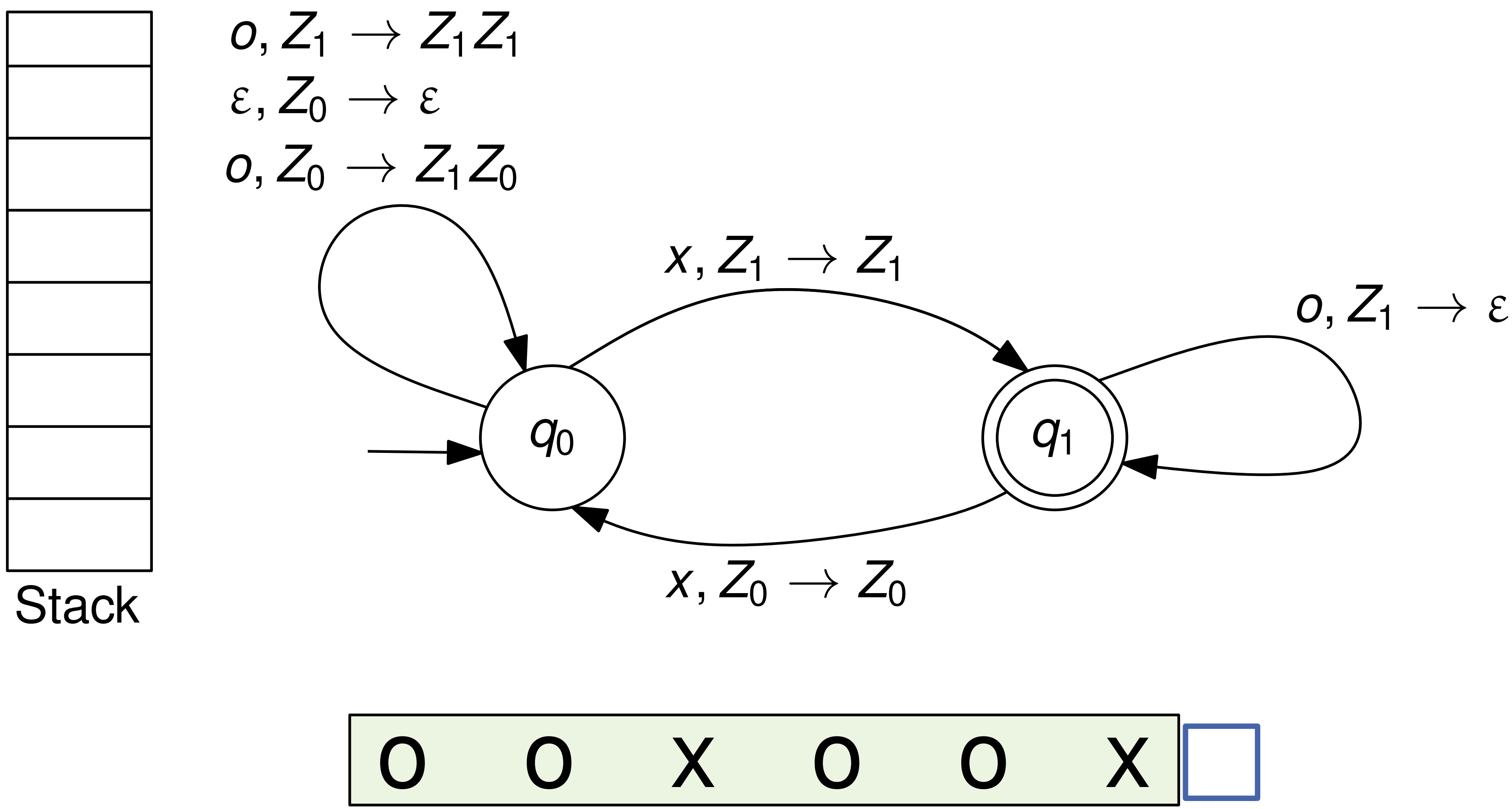
Abarbeitungs eines Wortes



O	O	X	O	O	X

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Abarbeitungs eines Wortes



Akzeptanz eines Wortes

Sei $w \in \Sigma^\star$ das Eingabewort.

Akzeptanz durch leeren Stack

Es gibt zulässige Folge von Konfigurationen aus der Anfangskonfiguration (q_0, w, Z_0) in eine Konfiguration $(q, \varepsilon, \varepsilon)$, $q \in Q$,.

Akzeptanz durch Endzustände

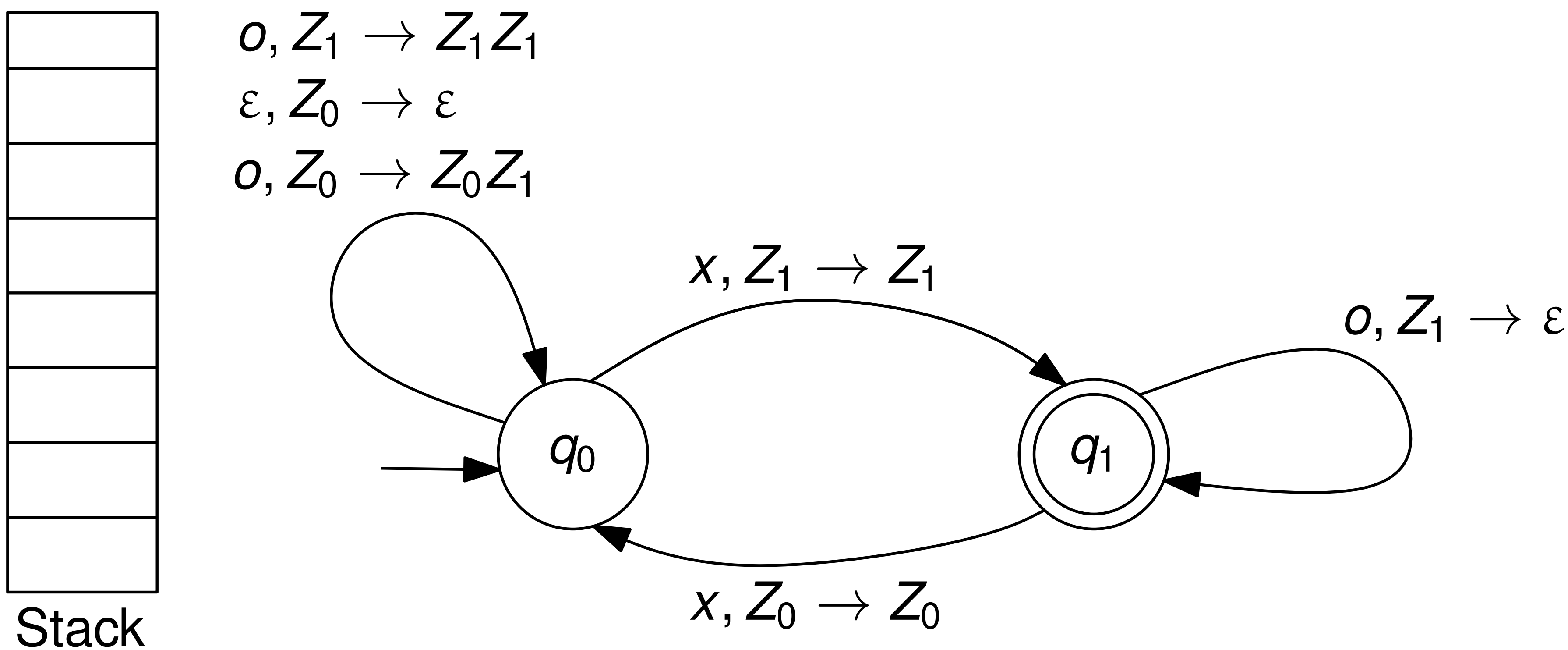
Es gibt zulässige Folge von Konfigurationen aus der Anfangskonfiguration (q_0, w, Z_0) in eine Konfiguration (q, ε, γ) mit $q \in F$ und $\gamma \in \Gamma^*$ gibt.

Konfiguration (q, w, α)**:**

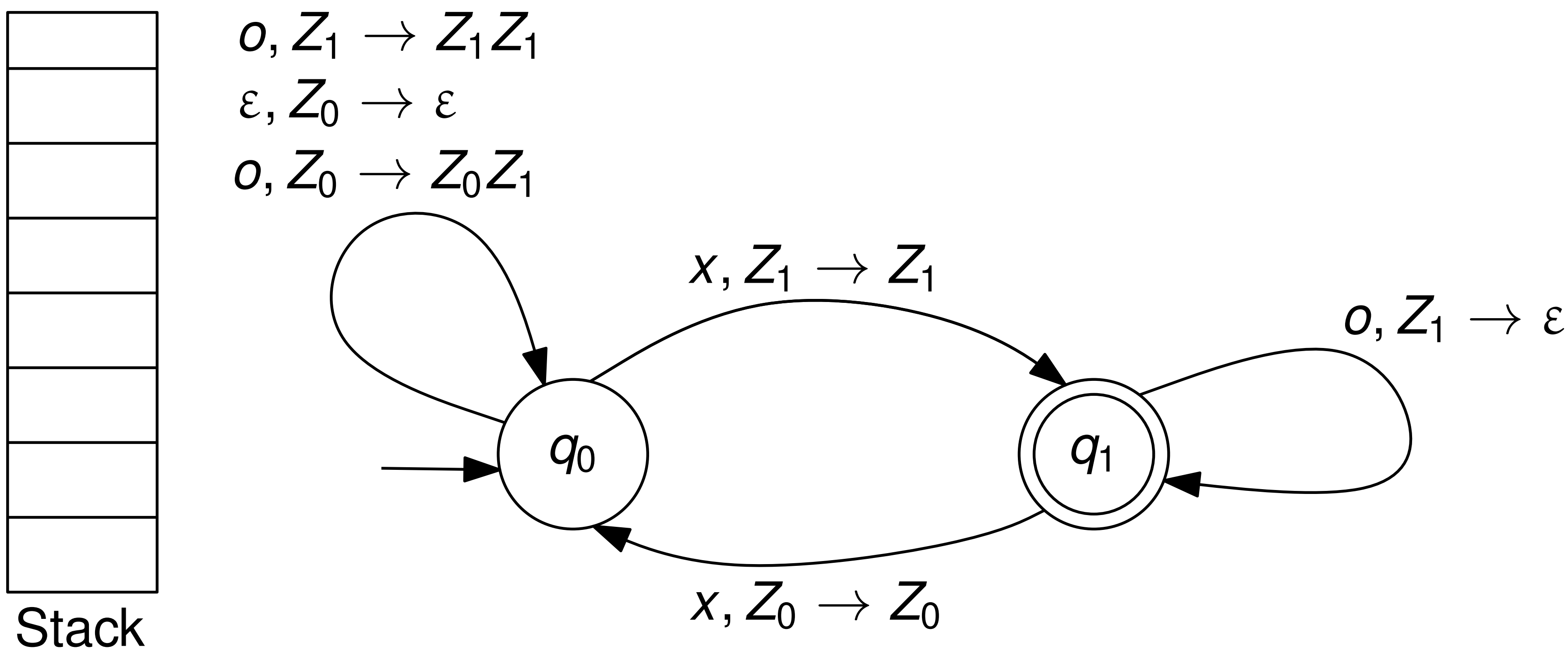
- q= Zustand,
- w= der Teil der Eingabe, der noch nicht gelesen wurde,
- α= Stackinhalt.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Akzeptanz eines Wortes



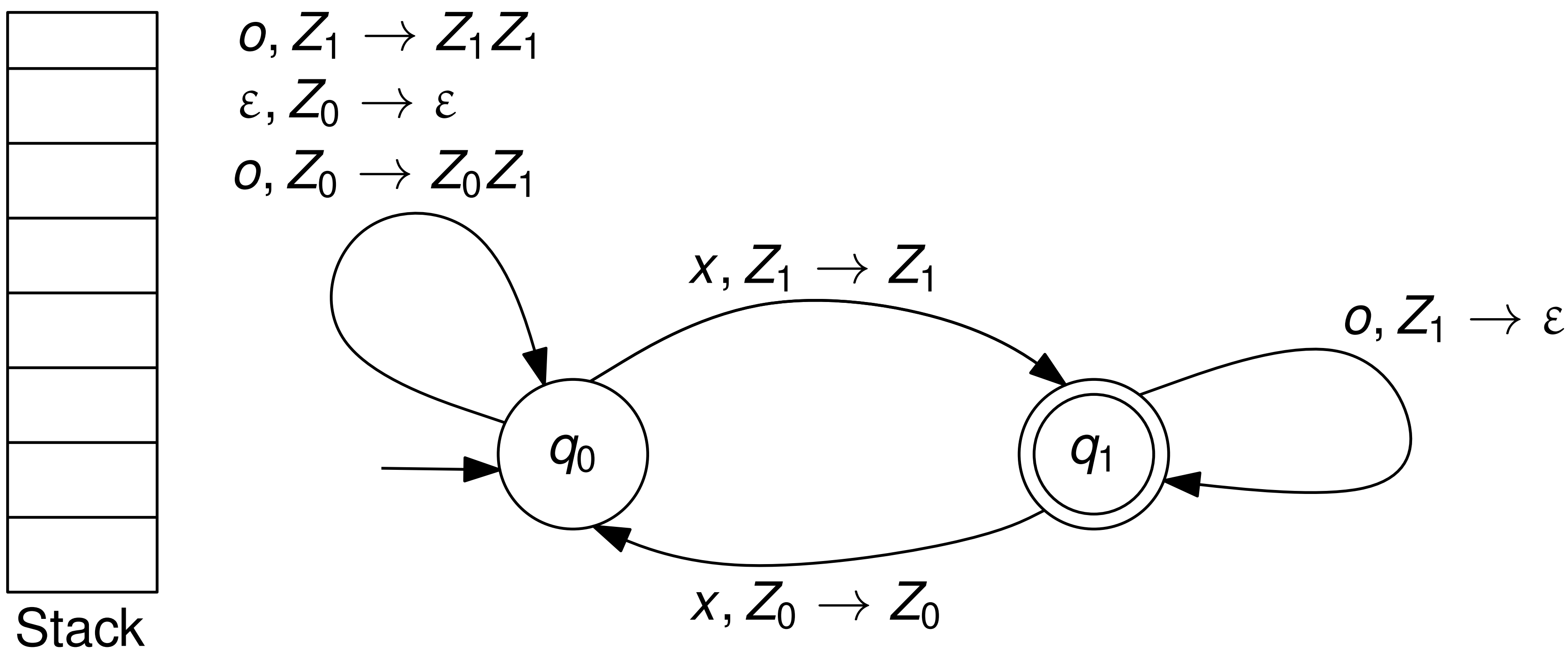
Akzeptanz eines Wortes



Gesucht: Sprache L_F, die $\mathcal{A}$ mit Endzuständen akzeptiert.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Akzeptanz eines Wortes

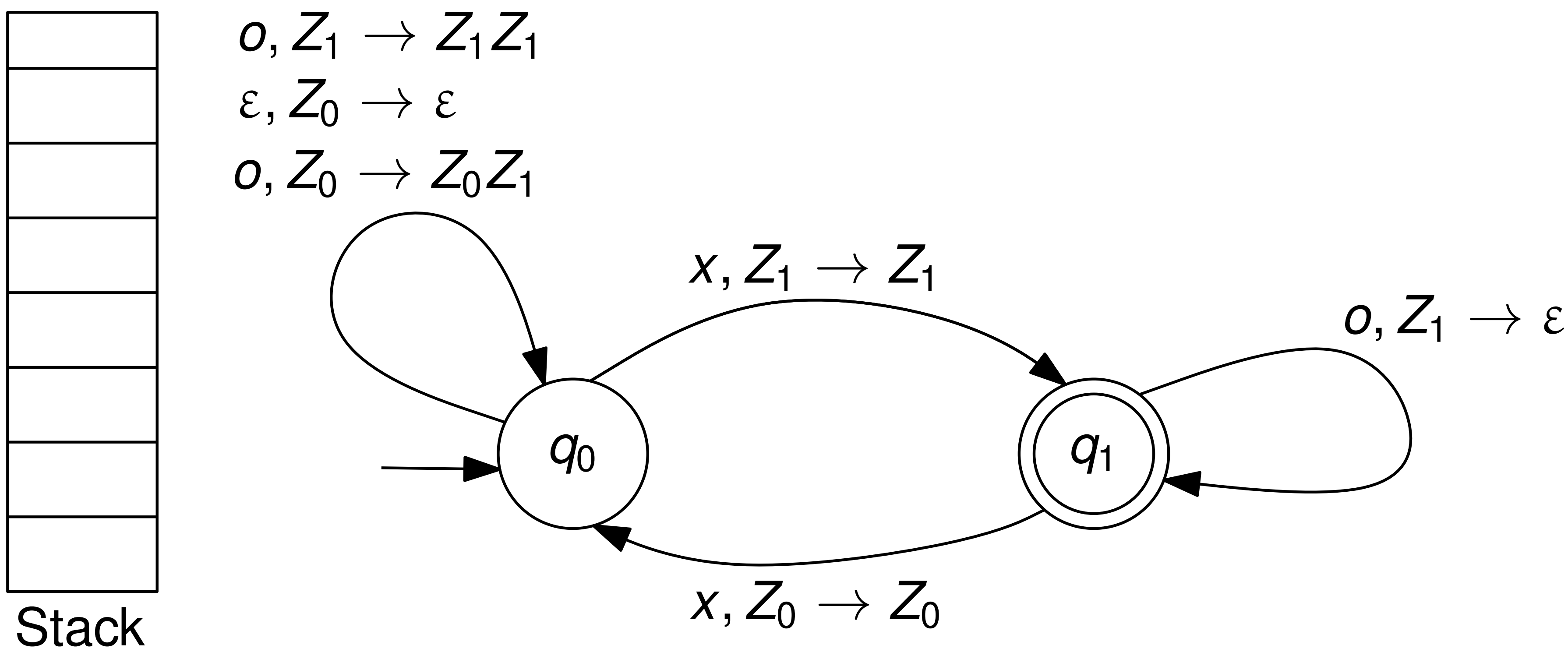


Gesucht: Sprache L_F, die $\mathcal{A}$ mit Endzuständen akzeptiert.

$$L_F = \left\{ o^{i_1} x o^{i_1} x o^{i_2} x o^{i_2} x \ldots o^{i_k} x o^{i_k} x o^{i} x o^{j} \mid i_1, i_2, \ldots, i_k, i \geq 1, i \geq j \right\}$$

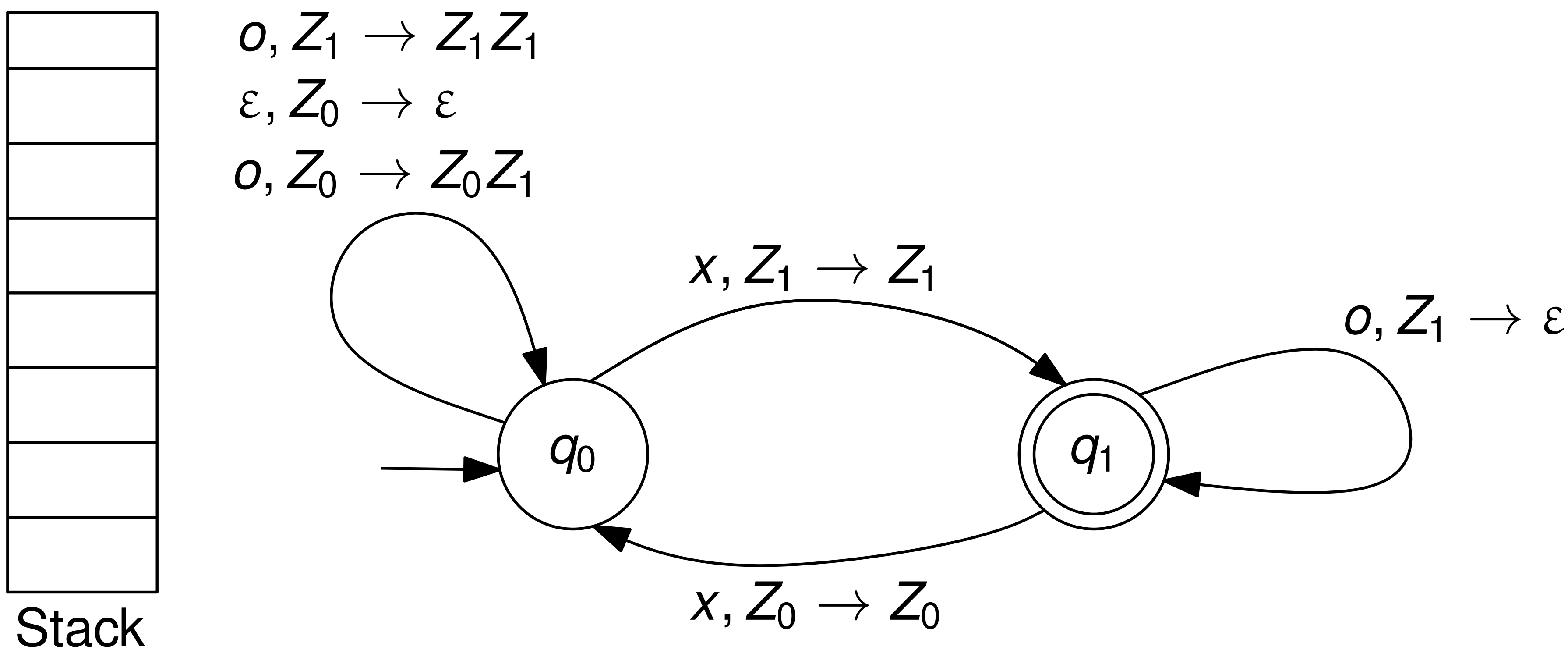
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Akzeptanz eines Wortes



Gesucht: Sprache L_ε, die $\mathcal{A}$ durch leeren Stack akzeptiert.

Akzeptanz eines Wortes



Gesucht: Sprache L_ε, die $\mathcal{A}$ durch leeren Stack akzeptiert.

Sei $L = \{o^i x o^i x \mid i > 0\}$, dann ist $L_\varepsilon = L^\star$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Grammatik von L_ε

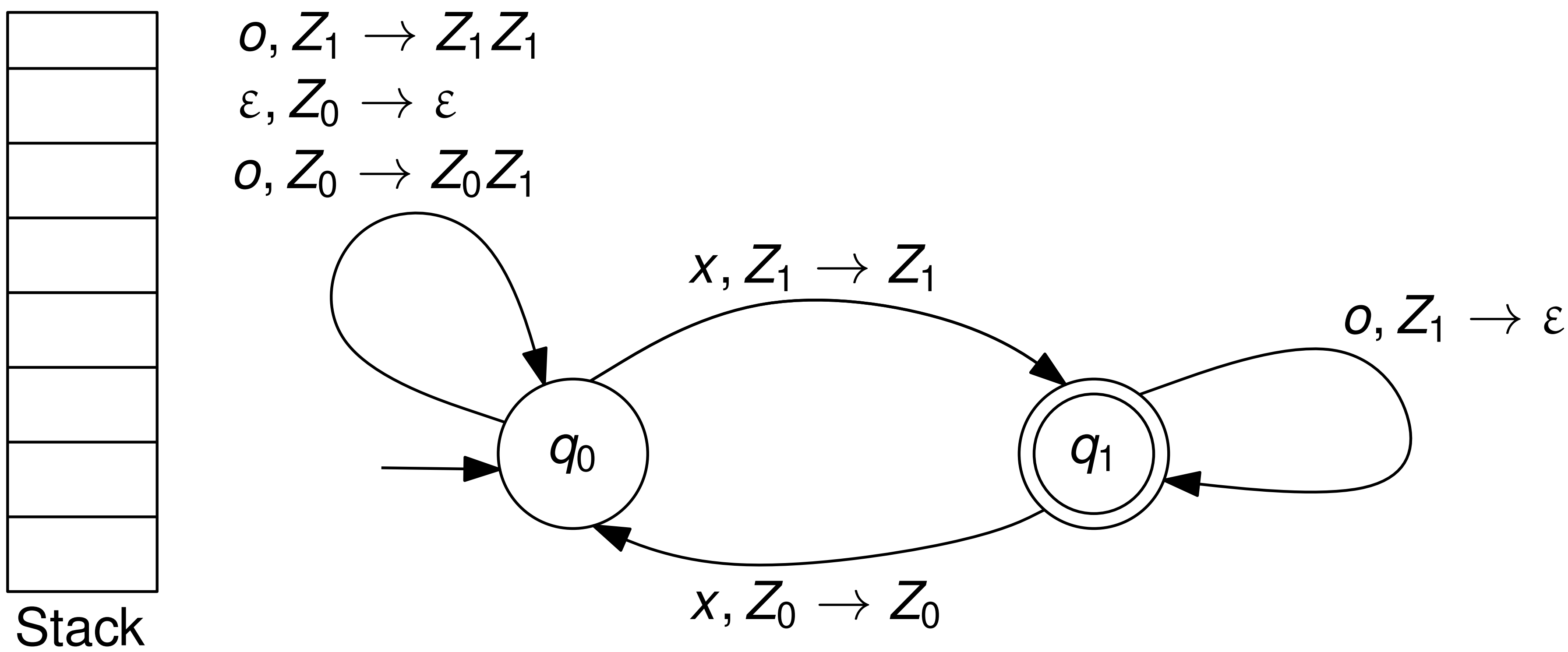
Sei $L = \{o^i x o^i x \mid i > 0\}$, dann ist $L_\varepsilon = L^\star$

Die kontextfreie Grammatik $G = (\{o, x\}, \{S, B\}, S, R)$ für L_ε mit

$$R = \{S \to \varepsilon \mid SS \mid oBox,$$
$$B \to oBo \mid x\}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Determinismus

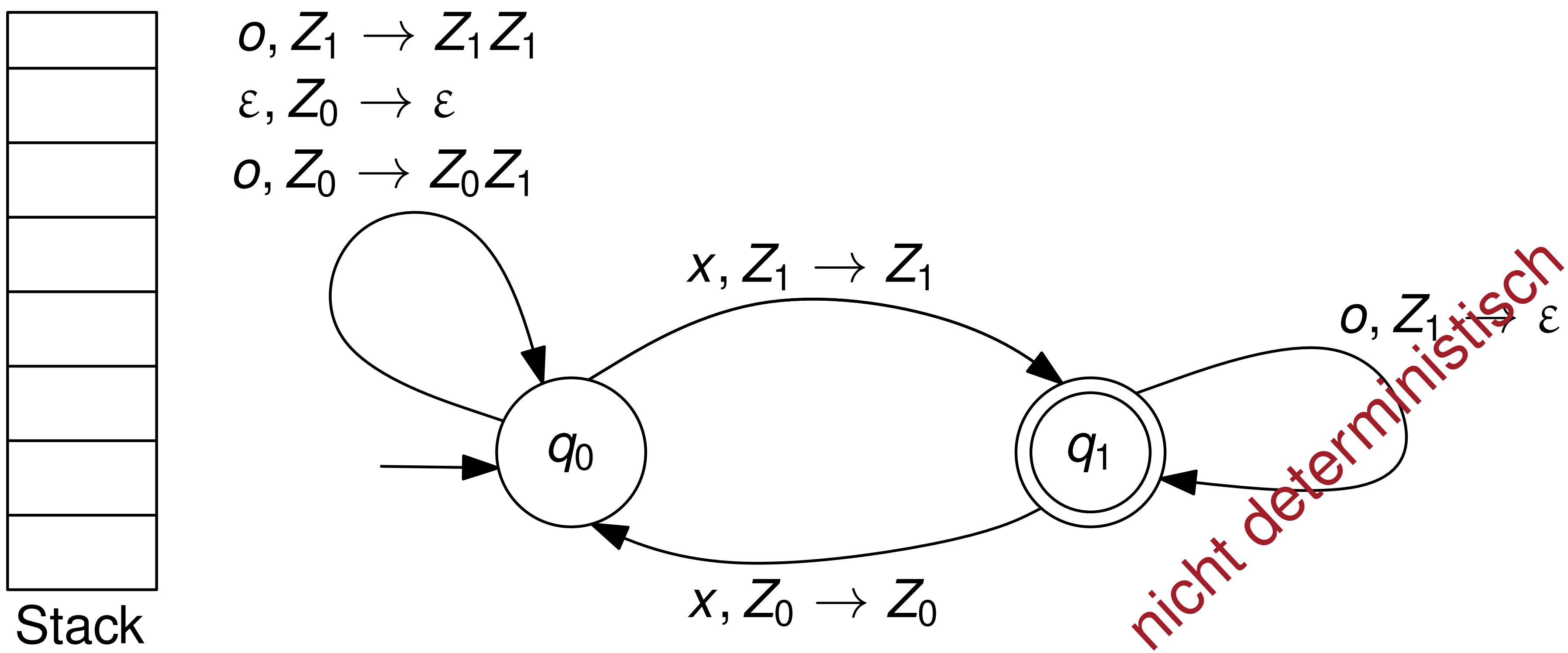


Ein Kellerautomat ist *deterministisch*, falls

$$|\delta(q, a, Z)| + |\delta(q, \varepsilon, Z)| \leq 1$$

für alle $q \in Q, a \in \Sigma, Z \in \Gamma$.

Determinismus



Ein Kellerautomat ist *deterministisch*, falls

$$|\delta(q, a, Z)| + |\delta(q, \varepsilon, Z)| \leq 1$$

für alle $q \in Q, a \in \Sigma, Z \in \Gamma$.

Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^i wx^i y \in L$ für alle $i \geq 0$.

Zeige, dass folgende Sprachen nicht kontextfrei sind:

$$L_1 = \{a^k ba^{2k} ba^{3k} \in \{a, b\}^\star \mid k \geq 0\}$$

$$L_2 = \{wcv \in \{a, b, c\}^\star \mid w \text{ ist ein Teilwort von } v \text{ mit } v \in \{a, b\}^\star\}$$

Beweisidee: Annahme L_i ist kontextfrei, zeige Widerspruch.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2 $L_1 = \{a^k b a^{2k} b a^{3k} \in \{a, b\}^\star \mid k \geq 0\}$

Betrachte Zerlegung $a^n b a^{2n} b a^{3n} = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein b

Fall 2: $v = a^l$ und $x = a^k$ für $k + l > 0$

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^i wx^i y \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2 $L_1 = \{a^k ba^{2k} ba^{3k} \in \{a, b\}^\star \mid k \geq 0\}$

Betrachte Zerlegung $a^n ba^{2n} ba^{3n} = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein b

Betrachte $w' = uv^2wx^2y$

→ wegen $|vx| \geq 1$ muss w' mehr als zwei b's enthalten.

↯ $uv^2wx^2y \in L$

Fall 2: $v = a^l$ und $x = a^k$ für $k + l > 0$

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Aufgabe 2 $L_1 = \{a^k ba^{2k} ba^{3k} \in \{a,b\}^\star \mid k \geq 0\}$

Betrachte Zerlegung $a^n ba^{2n} ba^{3n} = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein b

Fall 2: $v = a^l$ und $x = a^k$ für $k + l > 0$

Betrachte das Wort $w' = uv^0 wx^0 y$

Fall 2.1: vwx tritt vor vor dem ersten b auf.

→ wegen $|vx| \geq 1$ gilt $w' = a^m \, b \, a^{2n} \, b \, a^{3n}$ mit $m < n$ ↯ $w' \in L_1$

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^i wx^i y \in L$ für alle $i \geq 0$.

Aufgabe 2 $L_1 = \{a^k ba^{2k} ba^{3k} \in \{a,b\}^\star \mid k \geq 0\}$

Betrachte Zerlegung $a^n ba^{2n} ba^{3n} = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein b

Fall 2: $v = a^l$ und $x = a^k$ für $k + l > 0$

Betrachte das Wort $w' = uv^0wx^0y$

Fall 2.1: vwx tritt vor vor dem ersten b auf.

→ wegen $|vx| \geq 1$ gilt $w' = a^m\ b\ a^{2n}\ b\ a^{3n}$ mit $m < n$ ↯ $w' \in L_1$

Fall 2.2: vwx liegt zwischen den b's.

→ wegen $|vx| \geq 1$ gilt $w' = a^n\ b\ a^m\ b\ a^{3n}$ mit $m < 2n$ ↯ $w' \in L_1$

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2 $L_1 = \{a^k b a^{2k} b a^{3k} \in \{a, b\}^\star \mid k \geq 0\}$

Betrachte Zerlegung $a^n b a^{2n} b a^{3n} = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein b

Fall 2: $v = a^l$ und $x = a^k$ für $k + l > 0$

Betrachte das Wort $w' = uv^0 w x^0 y$

Fall 2.1: vwx tritt vor vor dem ersten b auf.

→ wegen $|vx| \geq 1$ gilt $w' = a^m\ b\ a^{2n}\ b\ a^{3n}$ mit $m < n$ ↯ $w' \in L_1$

Fall 2.2: vwx liegt zwischen den b's.

→ wegen $|vx| \geq 1$ gilt $w' = a^n\ b\ a^m\ b\ a^{3n}$ mit $m < 2n$ ↯ $w' \in L_1$

Fall 2.3: vwx liegt hinter dem zweiten b.

→ wegen $|vx| \geq 1$ gilt
$w' = a^n\ b\ a^{2n}\ b\ a^m$ mit $m < 3n$ ↯

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^i wx^i y \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2

$L_2 = \{wcv \in \{a,b,c\}^\star \mid w$ ist ein Teilwort von v mit $v \in \{a,b\}^\star\}$

Betrachte Zerlegung $a^n b^n c a^n b^n = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein c

Fall 2: vwx tritt vor c auf

Betrachte das Wort $w' = uv^2wx^2y = w_1 c w_2$ für $w_1, w_2 \in \{a,b\}^\star$

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2

$$L_2 = \{wcv \in \{a,b,c\}^\star \mid w \text{ ist ein Teilwort von } v \text{ mit } v \in \{a,b\}^\star\}$$

Betrachte Zerlegung $a^n b^n c a^n b^n = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein c

Betrachte $w' = uv^2wx^2y \in L_2$

→ wegen $|vx| \geq 1$ muss w' mehr als ein c enthalten. ↯

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Aufgabe 2

$L_2 = \{wcv \in \{a,b,c\}^\star \mid w \text{ ist ein Teilwort von } v$
$\text{mit } v \in \{a,b\}^\star\}$

Betrachte Zerlegung $a^n b^n c a^n b^n = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein c
Fall 2: vwx tritt vor c auf

Betrachte das Wort $w' = uv^2wx^2y = w_1 c w_2$ für $w_1, w_2 \in \{a,b\}^\star$

→ wegen $|vx| \geq 1$ gilt $|w_1| > |w_2|$

→ w_1 ist nicht Teilwort von w_2 ↯ $w' \in L_2$

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2

$L_2 = \{wcv \in \{a,b,c\}^\star \mid w \text{ ist ein Teilwort von } v \text{ mit } v \in \{a,b\}^\star\}$

Betrachte Zerlegung $a^n b^n c a^n b^n = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein c
Fall 2: vwx tritt vor c auf
Fall 3: vwx tritt nach c auf

Betrachte das Wort $w' = uv^0wx^0y = w_1cw_2$ für $w_1, w_2 \in \{a,b\}^\star$

→ wegen $|vx| \geq 1$ gilt $|w_1| > |w_2|$

→ w_1 ist nicht Teilwort von w_2 ⚡ $w' \in L_2$

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2

$$L_2 = \{wcv \in \{a, b, c\}^\star \mid w \text{ ist ein Teilwort von } v \text{ mit } v \in \{a, b\}^\star\}$$

Betrachte Zerlegung $a^n b^n c a^n b^n = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein c
Fall 2: vwx tritt vor c auf
Fall 3: vwx tritt nach c auf
Fall 4: w überspannt c

Fall 4.1: x beginnt mit einem a

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^i wx^i y \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2

$L_2 = \{wcv \in \{a,b,c\}^\star \mid w \text{ ist ein Teilwort von } v \text{ mit } v \in \{a,b\}^\star\}$

Betrachte Zerlegung $a^n b^n c a^n b^n = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein c
Fall 2: vwx tritt vor c auf
Fall 3: vwx tritt nach c auf
Fall 4: w überspannt c

Fall 4.1: x beginnt mit einem a

→ Betrachte das Wort $w' = uv^0wx^0y = w_1cw_2$ für $w_1, w_2 \in \{a,b\}^\star$

→ w_1 enthält ein a, während w_2 nur aus b's besteht.

→ w_1 ist kein Teilwort von w_2 ⚡ $w' \in L_2$

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2

$L_2 = \{wcv \in \{a,b,c\}^\star \mid w$ ist ein Teilwort von v mit $v \in \{a,b\}^\star\}$

Betrachte Zerlegung $a^n b^n c a^n b^n = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein c
Fall 2: vwx tritt vor c auf
Fall 3: vwx tritt nach c auf
Fall 4: w überspannt c

Fall 4.1: x beginnt mit einem a
Fall 4.2: x beginnt mit einem b

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2

$L_2 = \{wcv \in \{a,b,c\}^\star \mid w \text{ ist ein Teilwort von } v \text{ mit } v \in \{a,b\}^\star\}$

Betrachte Zerlegung $a^n b^n c a^n b^n = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein c

Fall 2: vwx tritt vor c auf

Fall 3: vwx tritt nach c auf

Fall 4: w überspannt c

- **Fall 4.1:** x beginnt mit einem a
- **Fall 4.2:** x beginnt mit einem b (Wegen $|vwx| \leq n$ nicht möglich)
- **Fall 4.3:** $x = \varepsilon$

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 2

$$L_2 = \{wcv \in \{a,b,c\}^\star \mid w \text{ ist ein Teilwort von } v \text{ mit } v \in \{a,b\}^\star\}$$

Betrachte Zerlegung $a^n b^n c a^n b^n = uvwxy$

Fall 1: v oder x enthält ein c

Fall 2: vwx tritt vor c auf

Fall 3: vwx tritt nach c auf

Fall 4: w überspannt c

- **Fall 4.1:** x beginnt mit einem a
- **Fall 4.2:** x beginnt mit einem b (Wegen $|vwx| \leq n$ nicht möglich)
- **Fall 4.3:** $x = \varepsilon$

Betrachte das Wort $w' = uv^2wx^2y = w_1 c w_2$ für $w_1, w_2 \in \{a,b\}^\star$

→ wegen $|vx| \geq 1$ gilt $|w_1| > |w_2|$

→ w_1 ist nicht Teilwort von w_2 ↯

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es eine Konstante $n \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ in

- $z = uvwxy$

zerlegen lässt und

- $|vx| \geq 1$,
- $|vwx| \leq n$ und
- $uv^iwx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Greibach-Normalform

Eine kontextfreie Grammatik ist in *Greibach-Normalform*, wenn alle Ableitungsregeln von der Form

$$A \to a\alpha \text{ mit } A \in V, a \in \Sigma \text{ und } \alpha \in V^*$$

sind.

Für jede kontextfreie Grammatik G, für die $L(G)$ das leere Wort nicht enthält, kann eine (äquivalente) kontextfreie Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$ in Greibach-Normalform konstruiert werden.

Greibach-Normalform

Ersetzung (i). Eine Regel

$$A \rightarrow \alpha_1 B \alpha_2$$

wobei

$$B \rightarrow \beta_1, \quad B \rightarrow \beta_2, \quad \ldots, \quad B \rightarrow \beta_r$$

alle Regeln sind, deren linke Seite B ist, kann durch die Regeln

$$A \rightarrow \alpha_1 \beta_1 \alpha_2$$
$$A \rightarrow \alpha_1 \beta_2 \alpha_2$$
$$\ldots$$
$$A \rightarrow \alpha_1 \beta_r \alpha_2$$

ersetzt werden.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Greibach-Normalform

Ersetzung (ii). Seien

$$\begin{aligned} A &\rightarrow A\alpha_1, \ldots, A \rightarrow A\alpha_r \\ A &\rightarrow \beta_1, \ldots, A \rightarrow \beta_s \end{aligned}$$

alle Regeln, deren linke Seite A ist, wobei β_i nicht mit A beginnen. Dann können die Regeln

$$A \rightarrow A\alpha_1, \ldots, A \rightarrow A\alpha_r$$

durch die Regeln

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \beta_1 B, \ldots, A \rightarrow \beta_s B \\ B &\rightarrow \alpha_1, \ldots, B \rightarrow \alpha_r, \\ B &\rightarrow \alpha_1 B, \ldots, B \rightarrow \alpha_r B \end{aligned}$$

ersetzt werden. Dabei sei B eine neu eingeführte Variable.

Verfahren

Annahme: G befindet sich in Chomsky-Normalform

1. Schritt: Falls $A_i \rightarrow A_j\alpha$ Regel ist, so gilt $j > i$.

2. Schritt: Bringe Regeln mit linker Seite in V in Form

$$A_k \rightarrow a\alpha, a \in \Sigma, \alpha \in (V')^\star$$

3. Schritt: Ersetze Regeln $B_i \rightarrow A_j\alpha$, $\alpha \in (\Sigma \cup V')^*$ mit Ersetzung (i).

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 3

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $V = \{S, B, C\}$

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow BC \mid a \\
B &\rightarrow SC \mid c \\
C &\rightarrow BS \mid b
\end{aligned}
$$

Aufgabe 3

$G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $V = \{S, B, C\}$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow BC \mid a \\ B &\rightarrow SC \mid c \\ C &\rightarrow BS \mid b \end{aligned}$$

0. Schritt: Nichtterminale umbenennen.

$$\begin{aligned} A_1 &\rightarrow A_2A_3 \mid a \\ A_2 &\rightarrow A_1A_3 \mid c \\ A_3 &\rightarrow A_2A_1 \mid b \end{aligned}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 3

1. Schritt: Falls $A_i \to A_j\alpha$ Regel ist, so gilt $j > i$.

$$
\begin{aligned}
A_1 &\to A_2A_3 \mid a \\
A_2 &\to A_1A_3 \mid c \\
A_3 &\to A_2A_1 \mid b
\end{aligned}
$$

Aufgabe 3

1. Schritt: Falls $A_i \rightarrow A_j\alpha$ Regel ist, so gilt $j > i$.

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \rightarrow & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \rightarrow & A_1A_3 \mid c \\ A_3 & \rightarrow & A_2A_1 \mid b \end{array}$$

$$\xrightarrow[\text{auf } A_2]{\text{Ersetzung (i)}}$$

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \rightarrow & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \rightarrow & A_2A_3A_3 \mid aA_3 \mid c \\ A_3 & \rightarrow & A_2A_1 \mid b \end{array}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 3

1. Schritt: Falls $A_i \rightarrow A_j\alpha$ Regel ist, so gilt $j > i$.

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \rightarrow & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \rightarrow & A_1A_3 \mid c \\ A_3 & \rightarrow & A_2A_1 \mid b \end{array}$$

$$\xrightarrow[\text{auf } A_2]{\text{Ersetzung (i)}}$$

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \rightarrow & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \rightarrow & A_2A_3A_3 \mid aA_3 \mid c \\ A_3 & \rightarrow & A_2A_1 \mid b \end{array}$$

$$\xrightarrow[\text{auf } A_2]{\text{Ersetzung (ii)}}$$

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \rightarrow & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \rightarrow & aA_3 \mid c \mid aA_3B_1 \mid cB_1 \\ A_3 & \rightarrow & A_2A_1 \mid b \\ B_1 & \rightarrow & A_3A_3 \mid A_3A_3B_1 \end{array}$$

Aufgabe 3

1. Schritt: Falls $A_i \to A_j\alpha$ Regel ist, so gilt $j > i$.

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \to & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \to & A_1A_3 \mid c \\ A_3 & \to & A_2A_1 \mid b \end{array}$$

$\xrightarrow[\text{auf } A_2]{\text{Ersetzung (i)}}$

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \to & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \to & A_2A_3A_3 \mid aA_3 \mid c \\ A_3 & \to & A_2A_1 \mid b \end{array}$$

$\xrightarrow[\text{auf } A_2]{\text{Ersetzung (ii)}}$

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \to & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \to & aA_3 \mid c \mid aA_3B_1 \mid cB_1 \\ A_3 & \to & A_2A_1 \mid b \\ B_1 & \to & A_3A_3 \mid A_3A_3B_1 \end{array}$$

$\xrightarrow[\text{auf } A_3]{\text{Ersetzung (ii)}}$

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \to & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \to & aA_3 \mid c \mid aA_3B_1 \mid cB_1 \\ A_3 & \to & aA_3A_1 \mid cA_1 \mid aA_3B_1A_1 \mid cB_1A_1 \mid b \\ B_1 & \to & A_3A_3 \mid A_3A_3B_1 \end{array}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 3

2. Schritt: Bringe Regeln mit linker Seite in V in Form

$$A_k \to a\alpha, a \in \Sigma, \alpha \in (V')^\star$$

$$\begin{aligned}
A_1 &\to A_2 A_3 \mid a \\
A_2 &\to aA_3 \mid c \mid aA_3 B_1 \mid cB_1 \\
A_3 &\to aA_3 A_1 \mid cA_1 \mid aA_3 B_1 A_1 \mid cB_1 A_1 \mid b \\
B_1 &\to A_3 A_3 \mid A_3 A_3 B_1
\end{aligned}$$

Aufgabe 3

2. Schritt: Bringe Regeln mit linker Seite in V in Form

$$A_k \rightarrow a\alpha, a \in \Sigma, \alpha \in (V')^\star$$

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \rightarrow & A_2A_3 \mid a \\ A_2 & \rightarrow & aA_3 \mid c \mid aA_3B_1 \mid cB_1 \\ A_3 & \rightarrow & aA_3A_1 \mid cA_1 \mid aA_3B_1A_1 \mid cB_1A_1 \mid b \\ B_1 & \rightarrow & A_3A_3 \mid A_3A_3B_1 \end{array}$$

$$\xrightarrow[\text{auf } A_2]{\text{Ersetzung (i)}}$$

$$\begin{array}{lcl} A_1 & \rightarrow & aA_3A_3 \mid cA_3 \mid aA_3B_1A_3 \mid cB_1A_3 \mid a \\ A_2 & \rightarrow & aA_3 \mid c \mid aA_3B_1 \mid cB_1 \\ A_3 & \rightarrow & aA_3A_1 \mid cA_1 \mid aA_3B_1A_1 \mid cB_1A_1 \mid b \\ B_1 & \rightarrow & A_3A_3 \mid A_3A_3B_1 \end{array}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 3

3. Schritt: Ersetze Regeln $B_i \rightarrow A_j\alpha$, $\alpha \in (\Sigma \cup V')^*$ mit Ersetzung (i).

$$
\begin{aligned}
A_1 &\rightarrow aA_3A_3 \mid cA_3 \mid aA_3B_1A_3 \mid cB_1A_3 \mid a\\
A_2 &\rightarrow aA_3 \mid c \mid aA_3B_1 \mid cB_1\\
A_3 &\rightarrow aA_3A_1 \mid cA_1 \mid aA_3B_1A_1 \mid cB_1A_1 \mid b\\
B_1 &\rightarrow A_3A_3 \mid A_3A_3B_1
\end{aligned}
$$

$\xrightarrow[\text{auf } A_3]{\text{Ersetzung (i)}}$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 3

3. Schritt: Ersetze Regeln $B_i \rightarrow A_j\alpha$, $\alpha \in (\Sigma \cup V')^*$ mit Ersetzung (i).

$$
\begin{aligned}
A_1 &\rightarrow aA_3A_3 \mid cA_3 \mid aA_3B_1A_3 \mid cB_1A_3 \mid a \\
A_2 &\rightarrow aA_3 \mid c \mid aA_3B_1 \mid cB_1 \\
A_3 &\rightarrow aA_3A_1 \mid cA_1 \mid aA_3B_1A_1 \mid cB_1A_1 \mid b \\
B_1 &\rightarrow A_3A_3 \mid A_3A_3B_1
\end{aligned}
$$

$$\xrightarrow[\text{auf } A_3]{\text{Ersetzung (i)}}$$

$$
\begin{aligned}
A_1 &\rightarrow aA_3A_3 \mid cA_3 \mid aA_3B_1A_3 \mid cB_1A_3 \mid a \\
A_2 &\rightarrow aA_3 \mid c \mid aA_3B_1 \mid cB_1 \\
A_3 &\rightarrow aA_3A_1 \mid cA_1 \mid aA_3B_1A_1 \mid cB_1A_1 \mid b \\
B_1 &\rightarrow aA_3A_1A_3 \mid cA_1A_3 \mid aA_3B_1A_1A_3 \mid cB_1A_1A_3 \mid \\
&\quad\; bA_3 \mid aA_3A_1A_3B_1 \mid cA_1A_3B_1 \mid aA_3B_1A_1A_3B_1 \mid cB_1A_1A_3B_1 \mid bA_3B_1
\end{aligned}
$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 3

Sei $G = (\Sigma, V, S, R)$ eine Grammatik in Greibach-Normalform.

$\longrightarrow$

Kellerautomat $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0)$

$$\begin{aligned} Q &:= \{q_0\} \\ \Gamma &:= V \\ Z_0 &:= S \\ \delta(q_0, a, A) &:= \{(q_0, \alpha) \mid (A \to a\alpha) \in R\} \end{aligned}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe 3

$$\delta(q_0, a, A) := \{(q_0, \alpha) | (A \to a\alpha) \in R\}$$

$$\begin{array}{lll}
A_1 & \to & aA_3A_3 \mid cA_3 \mid aA_3B_1A_3 \mid cB_1A_3 \mid a \\
A_2 & \to & aA_3 \mid c \mid aA_3B_1 \mid cB_1 \\
A_3 & \to & aA_3A_1 \mid cA_1 \mid aA_3B_1A_1 \mid cB_1A_1 \mid b \\
B_1 & \to & aA_3A_1A_3 \mid cA_1A_3 \mid aA_3B_1A_1A_3 \mid cB_1A_1A_3 \mid \\
 & & bA_3 \mid aA_3A_1A_3B_1 \mid cA_1A_3B_1 \mid aA_3B_1A_1A_3B_1 \mid cB_1A_1A_3B_1 \mid bA_3B_1
\end{array}$$

Für A_1

$$\delta(q_0, a, A_1) = \{(q_0, A_3A_3), (q_0, A_3B_1A_3), (q_0, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, b, A_1) = \{\}$$

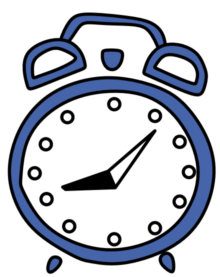
$$\delta(q_0, c, A_1) = \{(q_0, A_3), (q_0, B_1A_3)\}$$

Analog für A_1, A_2, A_3, B_1.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Nächste Übung

- nächste Übung zur Wiederholung
- Wunschthemen aufschreiben und weiterreichen



5 min Zeit

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Umgekehrte Polnische Notation

UPN: Schreibweise von arithmetischen Ausdrücken

$$\left(\frac{5}{7-(1+1)} \times 3\right) - (2+(1+1))$$

wird geschrieben als

$$5\,7\,1\,1\; + - / \;3 \times 2\,1\,1 + + -$$

Umgekehrte Polnische Notation

UPN: Schreibweise von arithmetischen Ausdrücken

$$\left(\frac{5}{7-(1+1)} \times 3\right) - (2+(1+1))$$

wird geschrieben als

$$5\;7\;1\;1\;+\;-\;/\;3\;\times\;2\;1\;1\;+\;+\;-$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Umgekehrte Polnische Notation

UPN: Schreibweise von arithmetischen Ausdrücken

$$\left(\frac{5}{7-(1+1)} \times 3\right) - (2+(1+1))$$

wird geschrieben als

$$5\;7\;1\;1\;+\;-\;/\;3\;\times\;2\;1\;1\;+\;+\;-$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Umgekehrte Polnische Notation

UPN: Schreibweise von arithmetischen Ausdrücken

$$\left(\frac{5}{7-(1+1)} \times 3\right) - (2+(1+1))$$

wird geschrieben als

$$5\,7\,1\,1\;+\,-\,/\;3\;\times\;2\,1\,1\,+\,+\;-$$

Gesucht: kontextfr. Gr., die arithmetische Ausdrücke in UPN erzeugt.

Ausdruck	**Zahl**	**Verknüpfung**
$A \to Z$	$Z \to 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$	$V \to + \mid - \mid \times \mid /$
$A \to AAV$		

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Umgekehrte Polnische Notation

Kontextfreie Grammatik, die arithmetische Ausdrücke in UPN erzeugt:

Ausdruck	**Zahl**	**Verknüpfung**
$A \rightarrow Z$	$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$
$A \rightarrow AAV$		

Gesucht: äquivalente Grammatik in Greibach-Normalform.

Umgekehrte Polnische Notation

Kontextfreie Grammatik, die arithmetische Ausdrücke in UPN erzeugt:

Ausdruck	**Zahl**	**Verknüpfung**
$A \rightarrow Z$	$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$
$A \rightarrow AAV$		

Gesucht: äquivalente Grammatik in Greibach-Normalform.

Verknüpfung

$$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Umgekehrte Polnische Notation

Kontextfreie Grammatik, die arithmetische Ausdrücke in UPN erzeugt:

Ausdruck	**Zahl**	**Verknüpfung**
$A \to Z$	$Z \to 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$V \to + \mid - \mid \times \mid /$
$A \to AAV$		

Gesucht: äquivalente Grammatik in Greibach-Normalform.

Verknüpfung

$$V \to + \mid - \mid \times \mid /$$

Zahl

$$Z \to 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$$

Umgekehrte Polnische Notation

Kontextfreie Grammatik, die arithmetische Ausdrücke in UPN erzeugt:

Ausdruck

$$A \rightarrow Z$$
$$A \rightarrow AAV$$

Zahl

$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$$

Verknüpfung

$$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$$

Gesucht: äquivalente Grammatik in Greibach-Normalform.

Ausdruck

$$A \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$$
$$A \rightarrow 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$$

Verknüpfung

$$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$$

Zahl

$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$$

Umgekehrte Polnische Notation

Kontextfreie Grammatik, die arithmetische Ausdrücke in UPN erzeugt:

Ausdruck

$$A \rightarrow Z$$
$$A \rightarrow AAV$$

Zahl

$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$$

Verknüpfung

$$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$$

Gesucht: äquivalente Grammatik in Greibach-Normalform.

Ausdruck

$$A \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$$
$$A \rightarrow 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$$

Rest „$R \rightarrow AV \mid AVAV \mid \ldots$“

$$R \rightarrow AV$$
$$R \rightarrow AVR$$

Verknüpfung

$$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$$

Zahl

$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Umgekehrte Polnische Notation

Kontextfreie Grammatik, die arithmetische Ausdrücke in UPN erzeugt:

Ausdruck

$$A \rightarrow Z$$
$$A \rightarrow AAV$$

Zahl

$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$

Verknüpfung

$$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$$

Gesucht: äquivalente Grammatik in Greibach-Normalform.

Ausdruck

$$A \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$
$$A \rightarrow 0R \mid 1R \mid \dots \mid 9R$$

Rest: „$R \rightarrow AV \mid AVAV \mid \dots$"

$$R \rightarrow 0V \mid 1V \mid \dots$$
$$R \rightarrow 0RV \mid 1RV \mid \dots$$
$$R \rightarrow 0VR \mid 1VR \mid \dots$$
$$R \rightarrow 0RVR \mid 1RVR \mid \dots$$

Verknüpfung

$$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$$

Zahl

$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$

Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck

$A \to 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$

$A \to 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$

Rest „$R \to AV \mid AVAV \mid \ldots$“

$R \to 0V \mid 1V \mid \ldots$

$R \to 0RV \mid 1RV \mid \ldots$

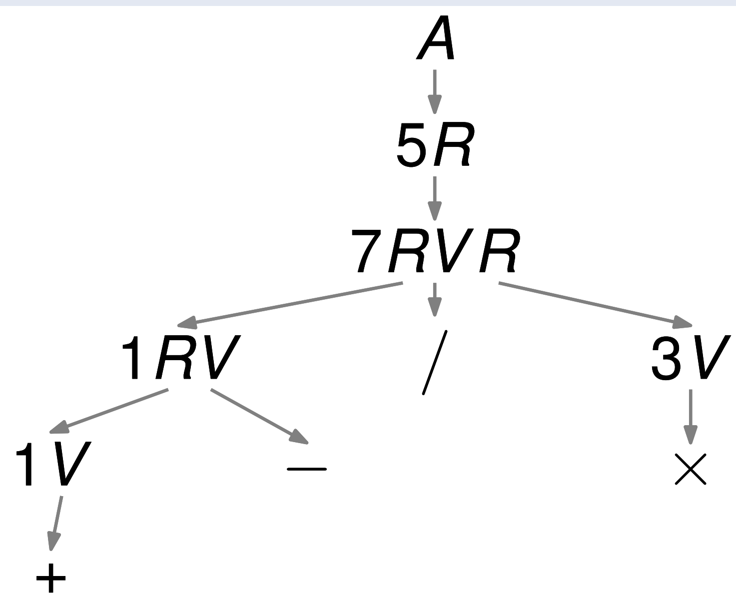
$R \to 0VR \mid 1VR \mid \ldots$

$R \to 0RVR \mid 1RVR \mid \ldots$

Verknüpfung

$V \to + \mid - \mid \times \mid /$

Gesucht: Ableitung von $5\,7\,1\,1\ + - /\ 3 \times$



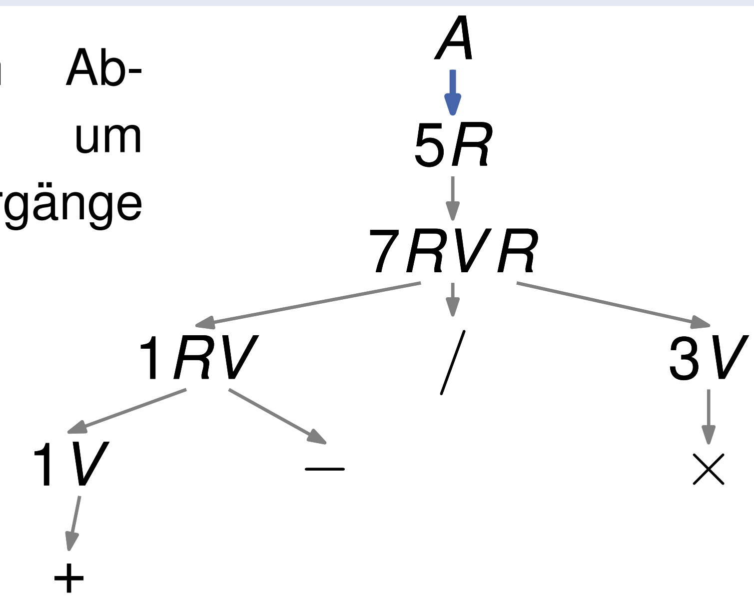
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

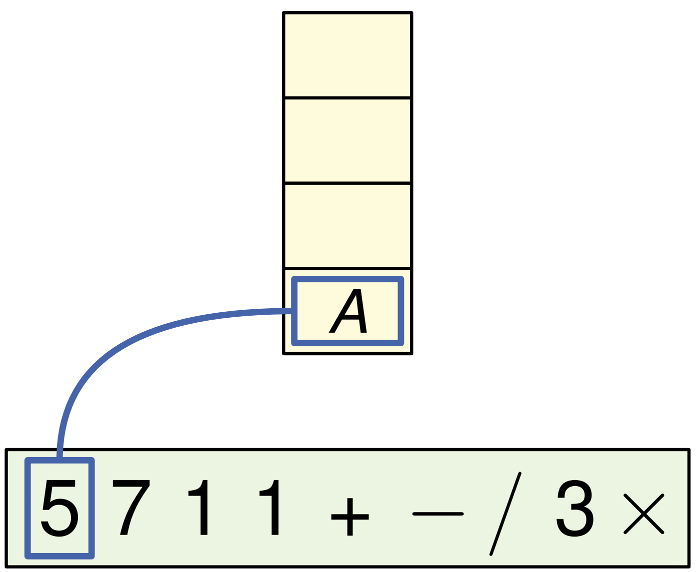
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest „$R \rightarrow AV \mid AVAV \mid \ldots$“**	**Verknüpfung**
$A \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$R \rightarrow 0V \mid 1V \mid \ldots$	$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$
$A \rightarrow 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$	$R \rightarrow 0RV \mid 1RV \mid \ldots$	
	$R \rightarrow 0VR \mid 1VR \mid \ldots$	
	$R \rightarrow 0RVR \mid 1RVR \mid \ldots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\,7\,1\,1\;+\,-\,/\;3\times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.





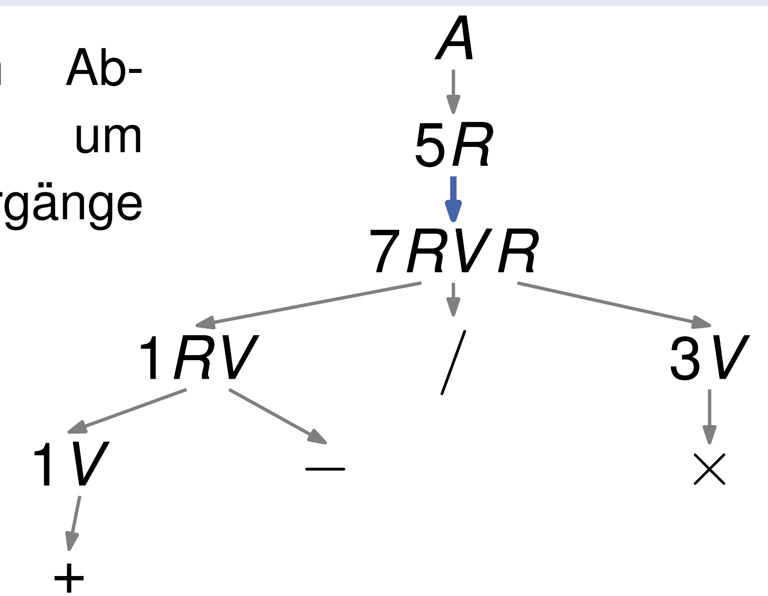
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

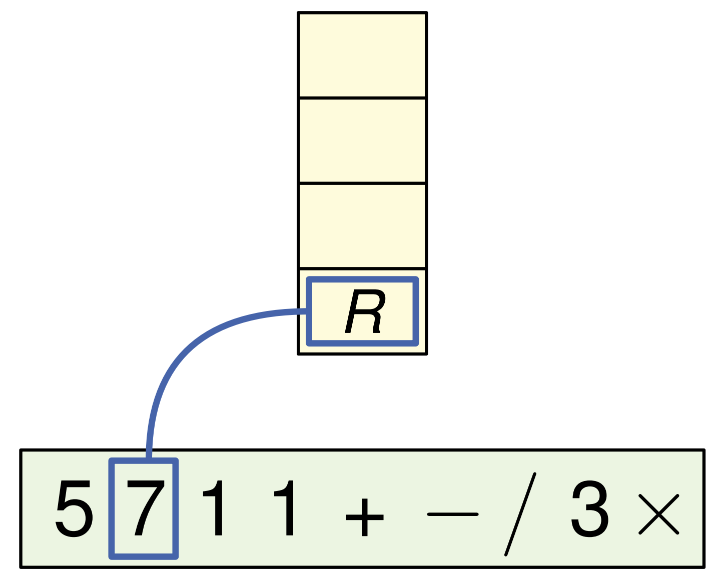
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest „$R \to AV \mid AVAV \mid \dots$“**	**Verknüpfung**
$A \to 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$	$R \to 0V \mid 1V \mid \dots$	$V \to + \mid - \mid \times \mid /$
$A \to 0R \mid 1R \mid \dots \mid 9R$	$R \to 0RV \mid 1RV \mid \dots$	
	$R \to 0VR \mid 1VR \mid \dots$	
	$R \to 0RVR \mid 1RVR \mid \dots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\;7\;1\;1\;+\,-\,/\;3\,\times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.





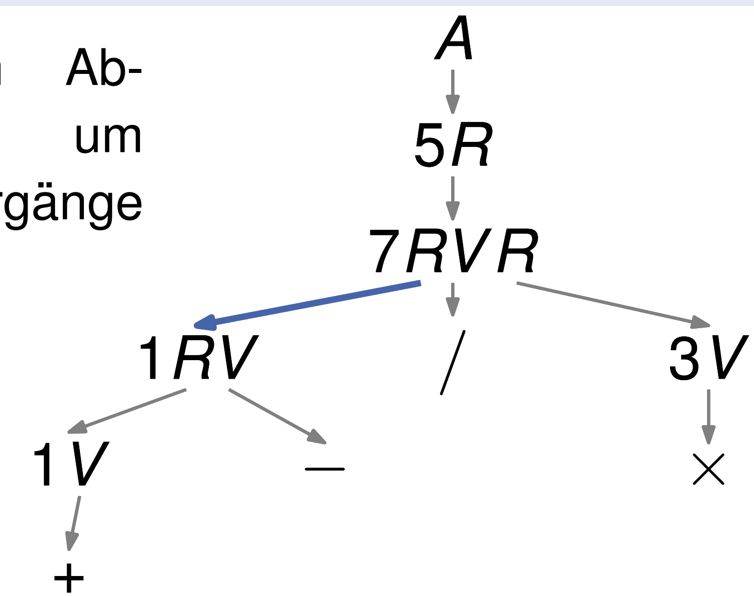
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

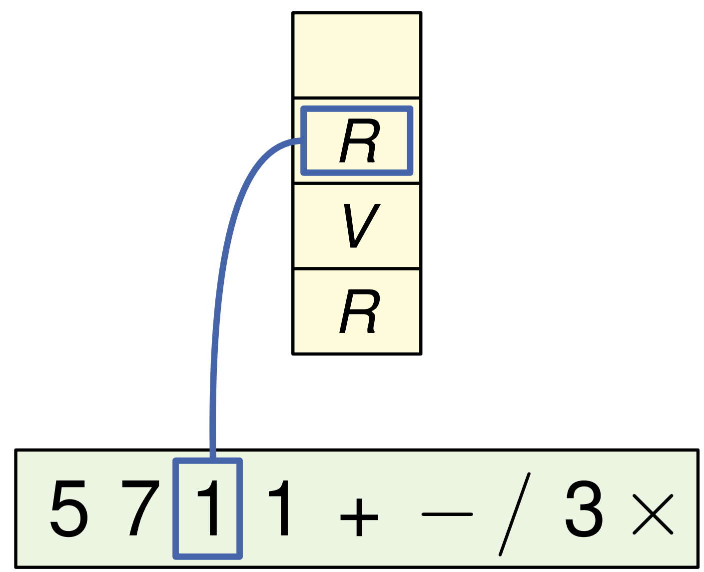
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest** „$R \rightarrow AV \mid AVAV \mid \ldots$“	**Verknüpfung**
$A \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$R \rightarrow 0V \mid 1V \mid \ldots$	$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$
$A \rightarrow 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$	$R \rightarrow 0RV \mid 1RV \mid \ldots$	
	$R \rightarrow 0VR \mid 1VR \mid \ldots$	
	$R \rightarrow 0RVR \mid 1RVR \mid \ldots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\,7\,1\,1\ + - /\ 3 \times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.





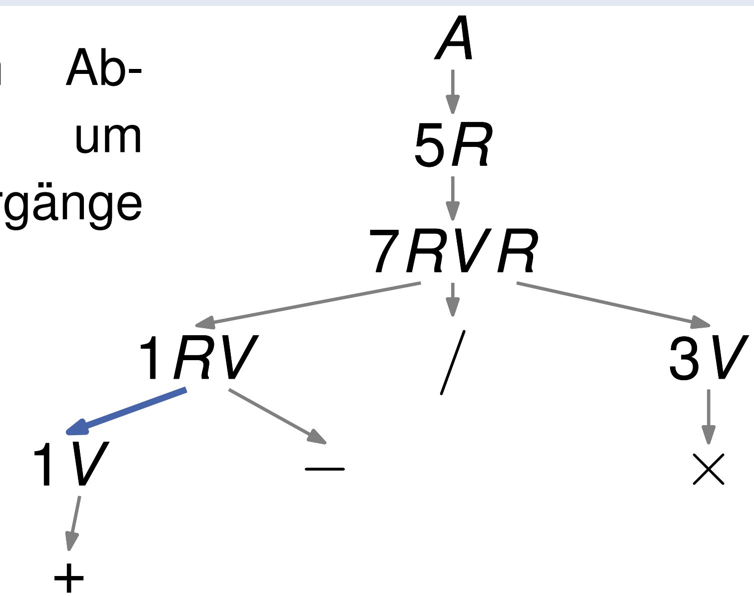
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

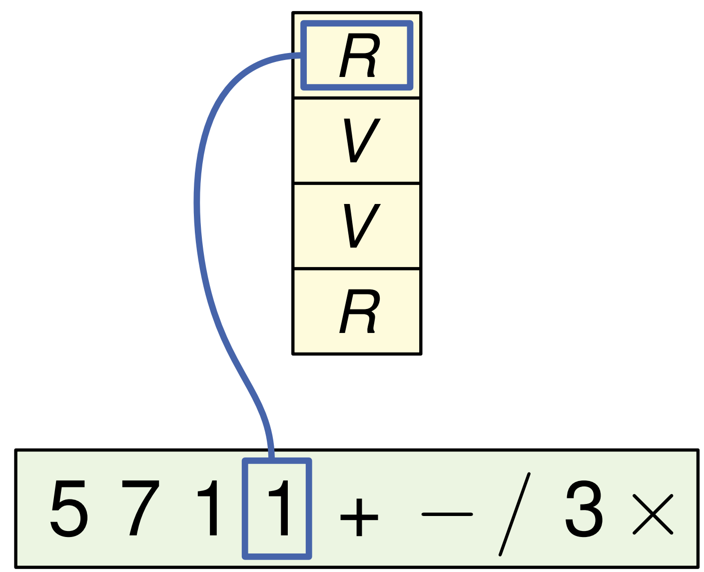
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest „$R \rightarrow AV \mid AVAV \mid \ldots$“**	**Verknüpfung**
$A \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$R \rightarrow 0V \mid 1V \mid \ldots$	$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$
$A \rightarrow 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$	$R \rightarrow 0RV \mid 1RV \mid \ldots$	
	$R \rightarrow 0VR \mid 1VR \mid \ldots$	
	$R \rightarrow 0RVR \mid 1RVR \mid \ldots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\,7\,1\,1\,+\,-\,/\,3\times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.





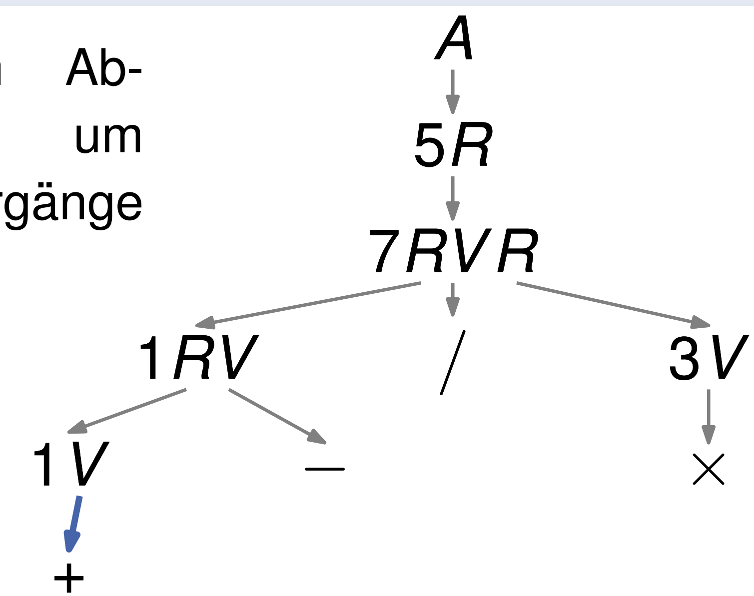
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

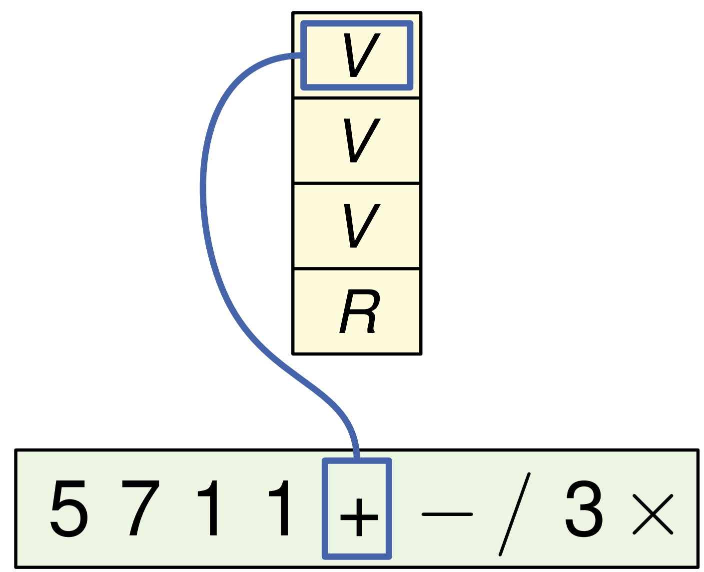
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest „$R \to AV \mid AVAV \mid \dots$“**	**Verknüpfung**
$A \to 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$	$R \to 0V \mid 1V \mid \dots$	$V \to + \mid - \mid \times \mid /$
$A \to 0R \mid 1R \mid \dots \mid 9R$	$R \to 0RV \mid 1RV \mid \dots$	
	$R \to 0VR \mid 1VR \mid \dots$	
	$R \to 0RVR \mid 1RVR \mid \dots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\,7\,1\,1\ + - /\ 3 \times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.





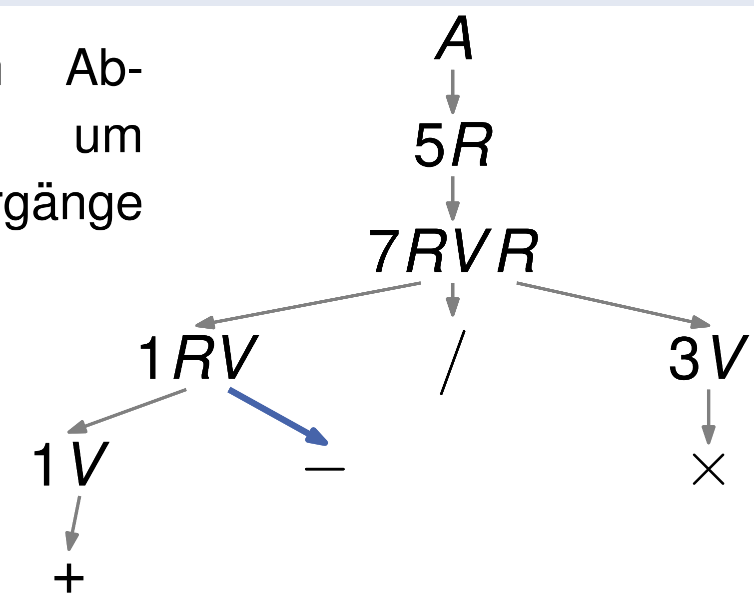
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

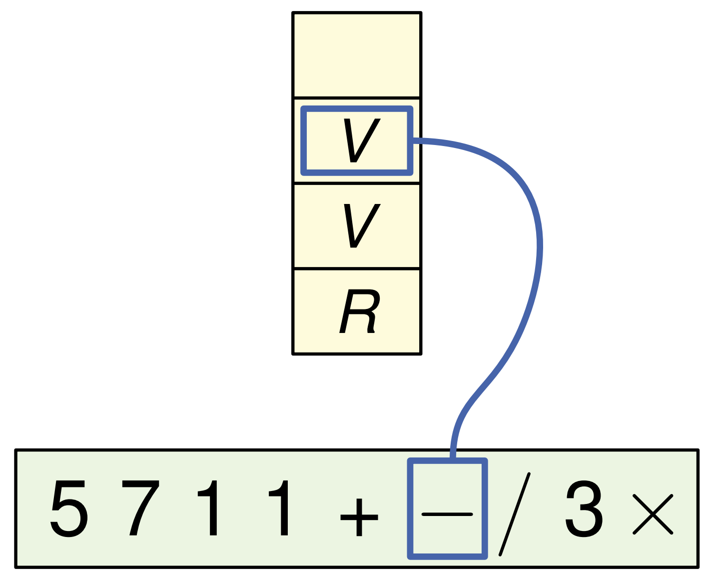
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest „$R \rightarrow AV \mid AVAV \mid \ldots$“**	**Verknüpfung**
$A \rightarrow 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$R \rightarrow 0V \mid 1V \mid \ldots$	$V \rightarrow + \mid - \mid \times \mid /$
$A \rightarrow 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$	$R \rightarrow 0RV \mid 1RV \mid \ldots$	
	$R \rightarrow 0VR \mid 1VR \mid \ldots$	
	$R \rightarrow 0RVR \mid 1RVR \mid \ldots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\;7\;1\;1\;+\;-\;/\;3\times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.





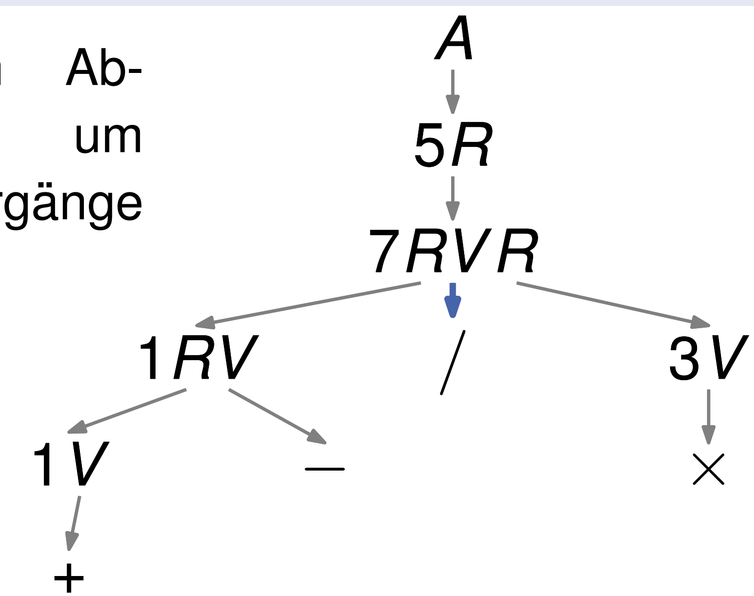
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

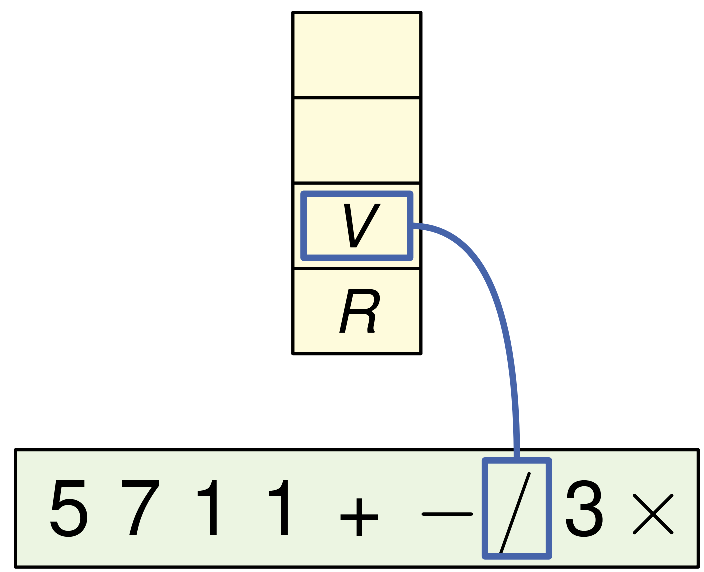
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest „$R \to AV \mid AVAV \mid \ldots$“**	**Verknüpfung**
$A \to 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$R \to 0V \mid 1V \mid \ldots$	$V \to + \mid - \mid \times \mid /$
$A \to 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$	$R \to 0RV \mid 1RV \mid \ldots$	
	$R \to 0VR \mid 1VR \mid \ldots$	
	$R \to 0RVR \mid 1RVR \mid \ldots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\,7\,1\,1\;+\,-\,/\;3\times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.





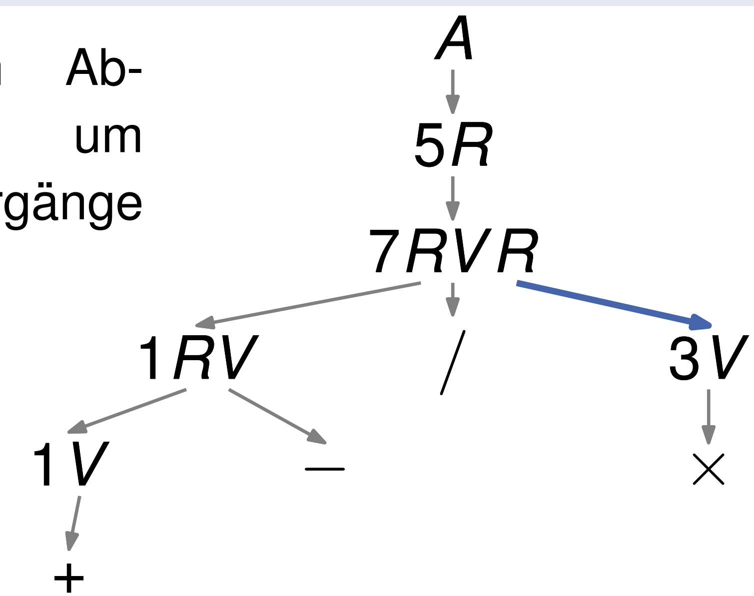
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

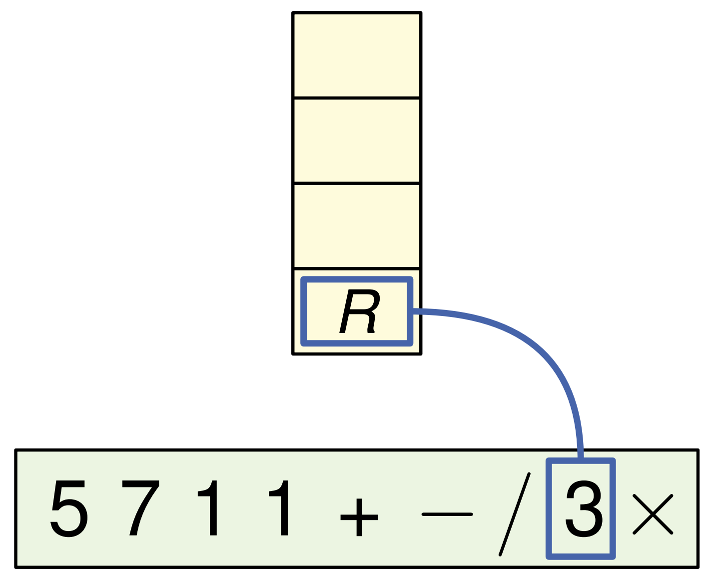
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest „$R \to AV \mid AVAV \mid \ldots$“**	**Verknüpfung**
$A \to 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$R \to 0V \mid 1V \mid \ldots$	$V \to + \mid - \mid \times \mid /$
$A \to 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$	$R \to 0RV \mid 1RV \mid \ldots$	
	$R \to 0VR \mid 1VR \mid \ldots$	
	$R \to 0RVR \mid 1RVR \mid \ldots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\,7\,1\,1\ +\,-\,/\ 3\times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.



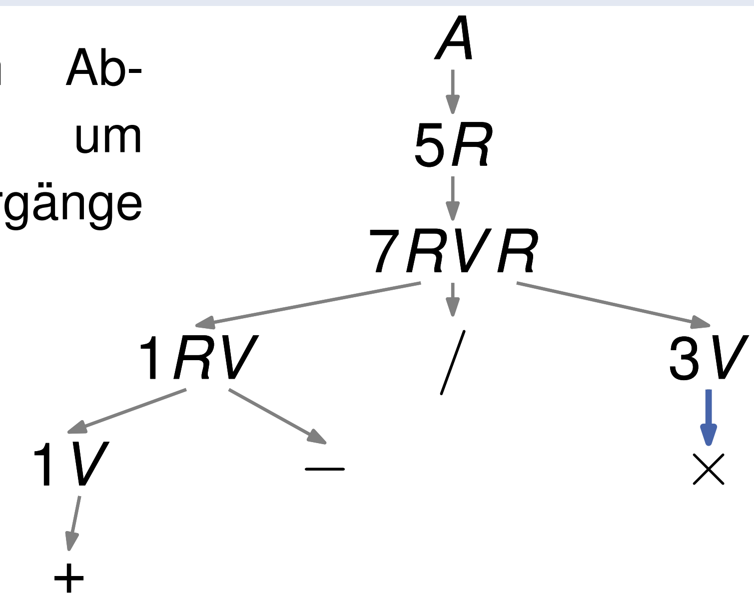


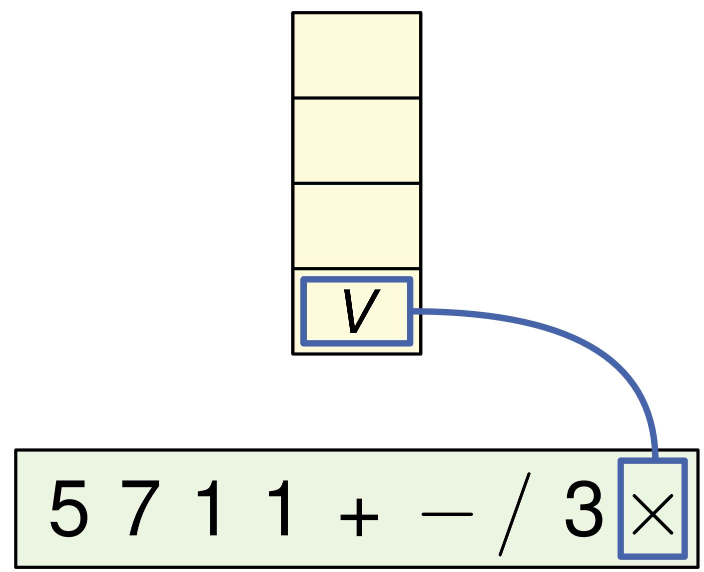
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest „$R \to AV \mid AVAV \mid \ldots$“**	**Verknüpfung**
$A \to 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$R \to 0V \mid 1V \mid \ldots$	$V \to + \mid - \mid \times \mid /$
$A \to 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$	$R \to 0RV \mid 1RV \mid \ldots$	
	$R \to 0VR \mid 1VR \mid \ldots$	
	$R \to 0RVR \mid 1RVR \mid \ldots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\ 7\ 1\ 1\ +\ -\ /\ 3 \times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.





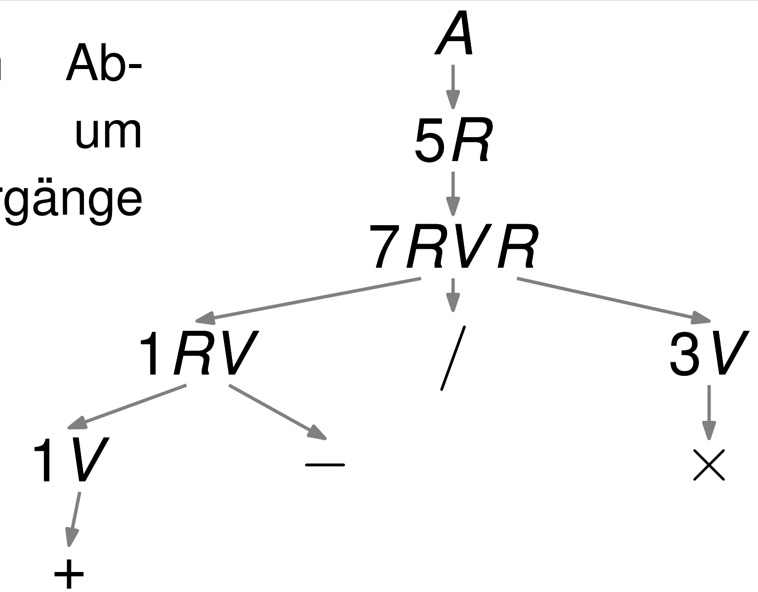
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

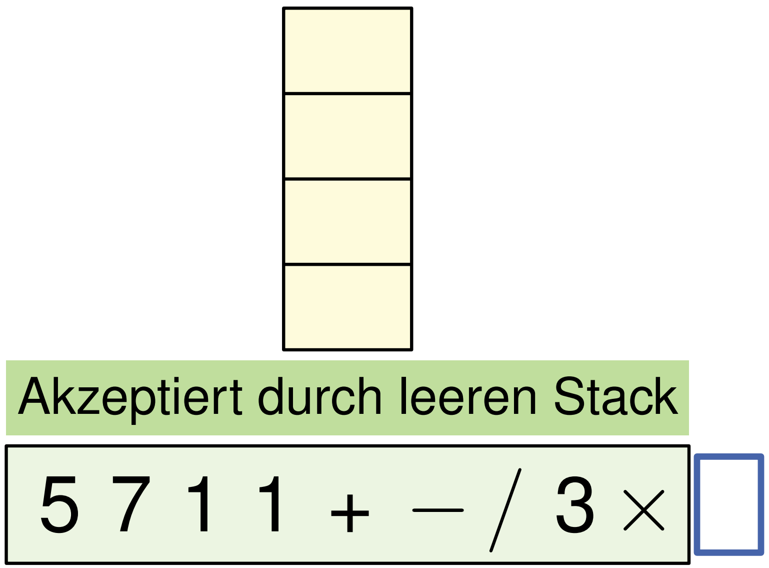
Umgekehrte Polnische Notation

Ausdruck	**Rest** „$R \to AV \mid AVAV \mid \ldots$“	**Verknüpfung**
$A \to 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9$	$R \to 0V \mid 1V \mid \ldots$	$V \to + \mid - \mid \times \mid /$
$A \to 0R \mid 1R \mid \ldots \mid 9R$	$R \to 0RV \mid 1RV \mid \ldots$	
	$R \to 0VR \mid 1VR \mid \ldots$	
	$R \to 0RVR \mid 1RVR \mid \ldots$	

Gesucht: PDA-Abarbeitung von $5\,7\,1\,1\ + - /\ 3 \times$

Benutze den Ableitungsbaum, um günstige Übergänge zu finden.





Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner