Theoretische Grundlagen der Informatik Übung

1. Übungstermin · 25. Oktober

Marcel Radermacher

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER

Übungsleiter

Guido Brückner
brueckner@kit.edu
Raum 317

Marcel Radermacher
radermacher@kit.edu
Raum 306

Sprechzeiten: Termin nach Vereinbarung

Gliederung

Organisatorisches

- Übungsbetrieb
- Tutorien

Inhalt

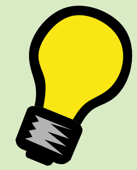
- Formale Sprachen und reguläre Ausdrücke
- Nicht-deterministische endliche Automaten
- Eigenschaften von endlichen Automaten
- Potenzmengenkonstruktion
- ε-Abschluss
- Kontextfreie Grammtiken

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Übungsblatt (ÜB)

Aus- und Abgabe: Zu jeder Übung

Tag der Abgabe für aktuelles ÜB
=
Tag der Ausgabe für nächstes ÜB.



Ab 50% der erreichbaren Punkte gibt es einen Klausurbonus.

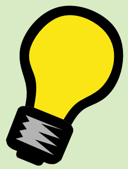
ÜB	Ausgabe	Abgabe
1.	20.10	08.11
2.	08.11	15.11
3.	15.11	29.11
4.	29.11	08.12
5.	08.12	20.12
6.	20.12	17.01
7.	31.01	09.02

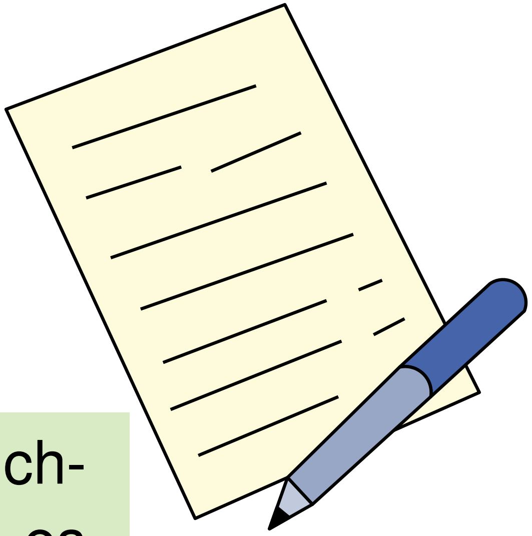
(Unter Vorbehalt)

Übungsblatt (ÜB)

Aus- und Abgabe: Zu jeder Übung

Tag der Abgabe für aktuelles ÜB
=
Tag der Ausgabe für nächstes ÜB.





Ab 50% der erreichbaren Punkte gibt es einen Klausurbonus.

ÜB	Ausgabe	Abgabe
1.	20.10	08.11
2.	08.11	15.11
3.	15.11	29.11
4.	29.11	08.12
5.	08.12	20.12
6.	20.12	17.01
7.	31.01	09.02

(Unter Vorbehalt)

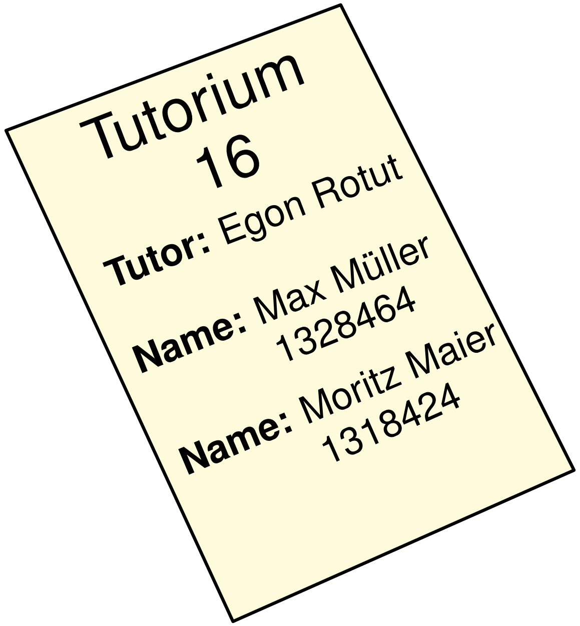
Achtung, korrigierte Version des aktuellen Übungsblattes online

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Übungsblattabgabe

Titelblatt:

- → Nummer des Tutoriums
- → Name des Tutors
- → Eigener Name
- → Matrikelnummer

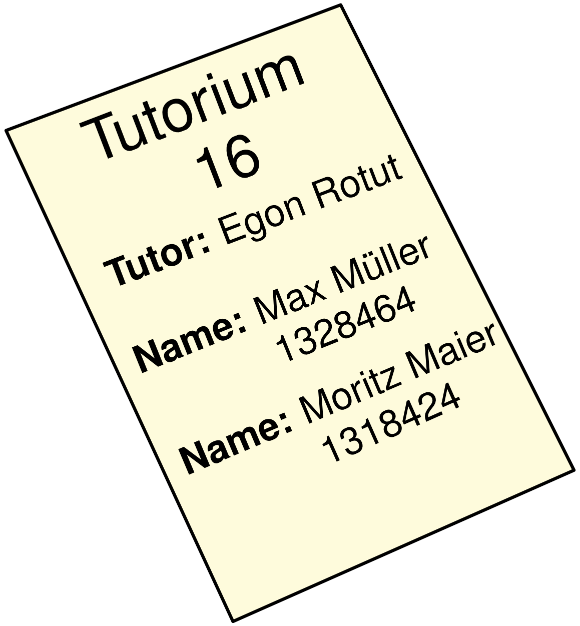


Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Übungsblattabgabe

Titelblatt:

- → Nummer des Tutoriums
- → Name des Tutors
- → Eigener Name
- → Matrikelnummer

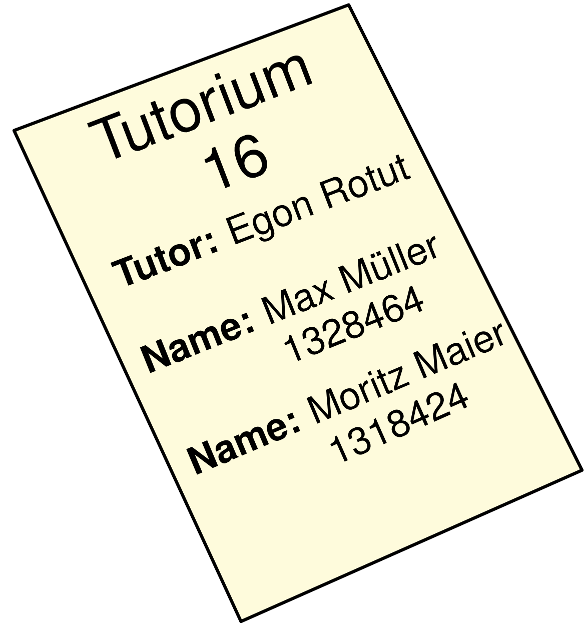


Handschriftliche Abgabe!

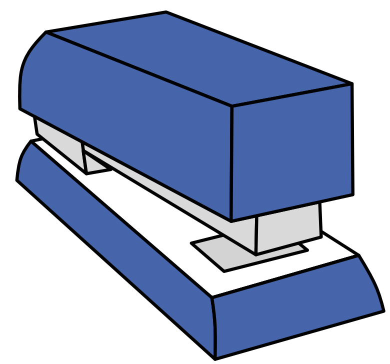
Übungsblattabgabe

Titelblatt:

- → Nummer des Tutoriums
- → Name des Tutors
- → Eigener Name
- → Matrikelnummer



Handschriftliche Abgabe!

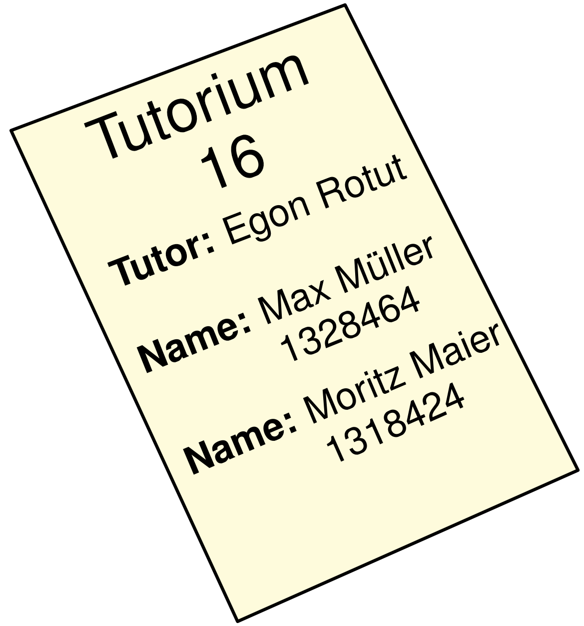


Übungsblatt heften!

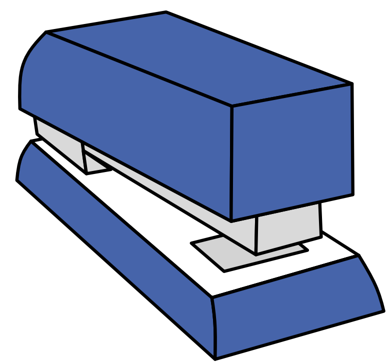
Übungsblattabgabe

Titelblatt:

- → Nummer des Tutoriums
- → Name des Tutors
- → Eigener Name
- → Matrikelnummer



Handschriftliche Abgabe!



Übungsblatt heften!

Doppelabgabe ist erlaubt.

- → Beide müssen im selben Tutorium angemeldet sein.

Gliederung

Organisatorisches

- Übungsbetrieb
- Tutorien

Inhalt

- Formale Sprachen und reguläre Ausdrücke
- Nicht-deterministische endliche Automaten
- Eigenschaften von endlichen Automaten
- Potenzmengenkonstruktion
- ε-Abschluss
- Kontextfreie Grammtiken

Formale Sprachen

Alphabet: Endliche Menge Σ an Zeichen/Symbolen.

Beispiel: $\Sigma = \{0, 1\}$

Wort: Ein Wort w über dem Alphabet Σ ist eine Folge von Zeichen aus Σ.

Beispiel: $\Sigma = \{0, 1\}$, w=0101, w=ε

Leere Wort: ε

Alle Worte: $\Sigma^\star$

Beispiel: $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Sigma^\star = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, \ldots\}$

Sprache: Menge an Worten über einem Alphabet Σ

Beispiel: $\Sigma = \{0, 1\}$

$$L_1 = \{00, 01, 10, 11\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^\star \mid w \text{ endet mit } 0\}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Formale Sprachen

Seien $L, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^\star$ Sprachen.

Produktsprache	$L_1 \cdot L_2 := \{w_1 \cdot w_2 \mid w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$
k-faches Produkt	$L^k := \{w_1 \cdot w_2 \cdot \ldots \cdot w_k \mid w_i \in L \text{ für } 1 \leq i \leq k\}$ $L^0 := \{\varepsilon\}$
Kleene'scher Abschluss	$L^\star := \bigcup_{i \geq 0} L^i$
Positiver Abschluss	$L^+ := \bigcup_{i \geq 1} L^i$
Quotientensprache	$L_1 / L_2 := \{w \in \Sigma^\star \mid \exists z \in L_2 \text{ mit } w \cdot z \in L_1\}$
Komplementsprache	$L^c := \Sigma^\star \setminus L$

Beispiel: Produktsprache

$L_1 = \{01, 10, 11\}$

$L_2 = \{1, 00, 101\}$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Formale Sprachen

Seien $L, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^\star$ Sprachen.

Produktsprache	$L_1 \cdot L_2 := \{w_1 \cdot w_2 \mid w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$
k-faches Produkt	$L^k := \{w_1 \cdot w_2 \cdot \ldots \cdot w_k \mid w_i \in L \text{ für } 1 \leq i \leq k\}$ $L^0 := \{\varepsilon\}$
Kleene'scher Abschluss	$L^\star := \bigcup_{i \geq 0} L^i$
Positiver Abschluss	$L^+ := \bigcup_{i \geq 1} L^i$
Quotientensprache	$L_1 / L_2 := \{w \in \Sigma^\star \mid \exists z \in L_2 \text{ mit } w \cdot z \in L_1\}$
Komplementsprache	$L^c := \Sigma^\star \setminus L$

Beispiel: Produktsprache

$L_1 = \{01, 10, 11\}$

$L_2 = \{1, 00, 101\}$

$L_1 \cdot L_2 = \{011, 0100, 01101,$

$\}$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Formale Sprachen

Seien $L, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^\star$ Sprachen.

Produktsprache	$L_1 \cdot L_2 := \{w_1 \cdot w_2 \mid w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$
k-faches Produkt	$L^k := \{w_1 \cdot w_2 \cdot \ldots \cdot w_k \mid w_i \in L \text{ für } 1 \leq i \leq k\}$ $L^0 := \{\varepsilon\}$
Kleene'scher Abschluss	$L^\star := \bigcup_{i \geq 0} L^i$
Positiver Abschluss	$L^+ := \bigcup_{i \geq 1} L^i$
Quotientensprache	$L_1 / L_2 := \{w \in \Sigma^\star \mid \exists z \in L_2 \text{ mit } w \cdot z \in L_1\}$
Komplementsprache	$L^c := \Sigma^\star \setminus L$

Beispiel: Produktsprache

$L_1 = \{01, 10, 11\}$

$L_2 = \{1, 00, 101\}$

$L_1 \cdot L_2 = \{011, 0100, 01101, 101, 1000, 10101, \}$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Formale Sprachen

Seien $L, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^\star$ Sprachen.

Produktsprache	$L_1 \cdot L_2 := \{w_1 \cdot w_2 \mid w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$
k-faches Produkt	$L^k := \{w_1 \cdot w_2 \cdot \ldots \cdot w_k \mid w_i \in L \text{ für } 1 \leq i \leq k\}$ $L^0 := \{\varepsilon\}$
Kleene'scher Abschluss	$L^\star := \bigcup_{i \geq 0} L^i$
Positiver Abschluss	$L^+ := \bigcup_{i \geq 1} L^i$
Quotientensprache	$L_1 / L_2 := \{w \in \Sigma^\star \mid \exists z \in L_2 \text{ mit } w \cdot z \in L_1\}$
Komplementsprache	$L^c := \Sigma^\star \setminus L$

Beispiel: Produktsprache

$$L_1 = \{01, 10, 11\}$$
$$L_2 = \{1, 00, 101\}$$

$$L_1 \cdot L_2 = \{011, 0100, 01101, 101, 1000, 10101, 111, 1100, 11101\}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Reguläre Sprachen

Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^\star$ heißt *regulär*, wenn für sie einer der folgenden Punkte gilt: (induktive Definition)

1. **Verankerung**:
   (a) $L = \{a\}$ mit $a \in \Sigma$ oder
   (b) $L = \emptyset$
2. **Induktion**: Seien L_1, L_2 reguläre Sprachen
   (a) $L = L_1 \cdot L_2$ oder
   (b) $L = L_1 \cup L_2$ oder
   (c) $L = L_1^\star$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Reguläre Sprachen

Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^\star$ heißt *regulär*, wenn für sie einer der folgenden Punkte gilt: (induktive Definition)

1. **Verankerung**:
   (a) $L = \{a\}$ mit $a \in \Sigma$ oder
   (b) $L = \emptyset$
2. **Induktion**: Seien L_1, L_2 reguläre Sprachen
   (a) $L = L_1 \cdot L_2$ oder
   (b) $L = L_1 \cup L_2$ oder
   (c) $L = L_1^\star$

Reguläre Ausdrücke:

- a für $L = \{a\}$
- $(\alpha) \cup (\beta)$ für $L(\alpha) \cup L(\beta)$
- $(\alpha) \cdot (\beta)$ für $L(\alpha) \cdot L(\beta)$
- $(\alpha)^+$ für $L(\alpha)^+$
- $(\alpha)^\star$ für $L(\alpha)^\star$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Reguläre Sprachen

Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^\star$ heißt *regulär*, wenn für sie einer der folgenden Punkte gilt: (induktive Definition)

1. **Verankerung**:
   (a) $L = \{a\}$ mit $a \in \Sigma$ oder
   (b) $L = \emptyset$
2. **Induktion**: Seien L_1, L_2 reguläre Sprachen
   (a) $L = L_1 \cdot L_2$ oder
   (b) $L = L_1 \cup L_2$ oder
   (c) $L = L_1^\star$

Reguläre Ausdrücke:

- a für $L = \{a\}$
- $(\alpha) \cup (\beta)$ für $L(\alpha) \cup L(\beta)$
- $(\alpha) \cdot (\beta)$ für $L(\alpha) \cdot L(\beta)$
- $(\alpha)^+$ für $L(\alpha)^+$
- $(\alpha)^\star$ für $L(\alpha)^\star$

Klammern werden häufig weggelassen.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe

Sein A,B,C reguläre Ausdrücke. Welche regulären Ausdrücke beschreiben die gleiche Sprache?

(a) $(A^\star)^\star = A^\star$

(b) $(A \cup B)^\star = (A^\star B^\star)^\star$

(c) $A^\star \cup B^\star = (A \cup B)^\star$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe

Sein A,B,C reguläre Ausdrücke. Welche regulären Ausdrücke beschreiben die gleiche Sprache?

(a) $(A^\star)^\star = A^\star$

(b) $(A \cup B)^\star = (A^\star B^\star)^\star$

(c) $A^\star \cup B^\star = (A \cup B)^\star$

3 min Zeit

Aufgabe

Sein A,B,C reguläre Ausdrücke. Welche regulären Ausdrücke beschreiben die gleiche Sprache?

(a) $(A^\star)^\star = A^\star$ ✓

(b) $(A \cup B)^\star = (A^\star B^\star)^\star$ ✓

(c) $A^\star \cup B^\star = (A \cup B)^\star$ ✗

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Endliche Automaten

Definiert über einem Alphabet Σ

Bestehend aus:

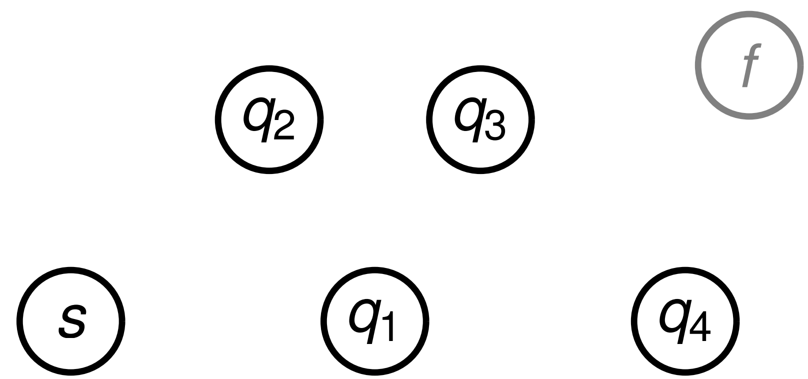
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Endliche Automaten

Definiert über einem Alphabet Σ

Bestehend aus:

→ Q: endliche Menge von *Zuständen*



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Endliche Automaten

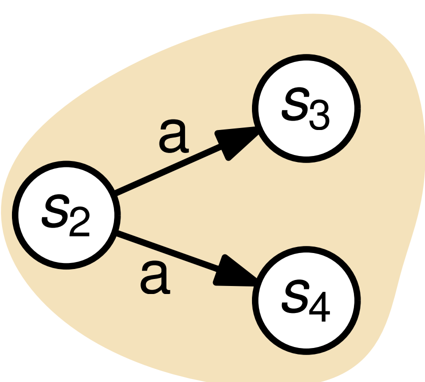
Definiert über einem Alphabet Σ

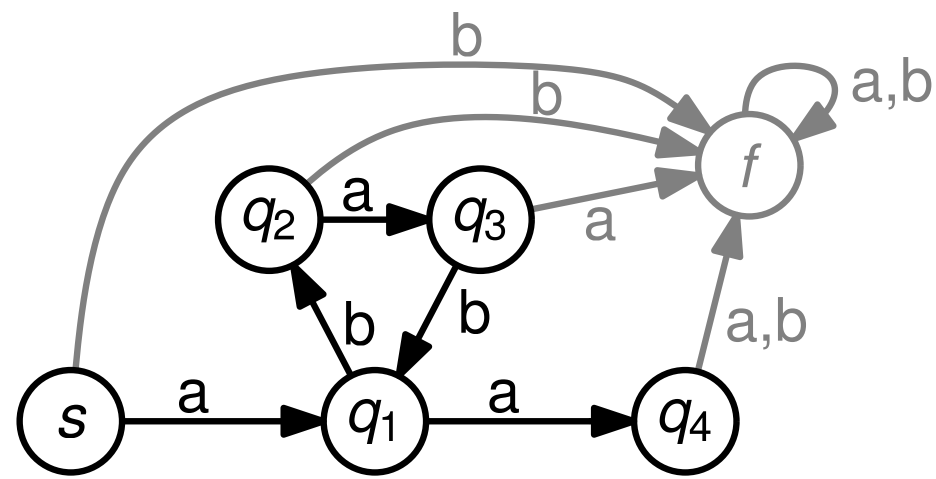
Bestehend aus:

- Q: endliche Menge von *Zuständen*
- Übergänge

eindeutig → $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ deterministisch

mehrdeutig → $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \to 2^Q$ nicht-deterministisch





Endliche Automaten

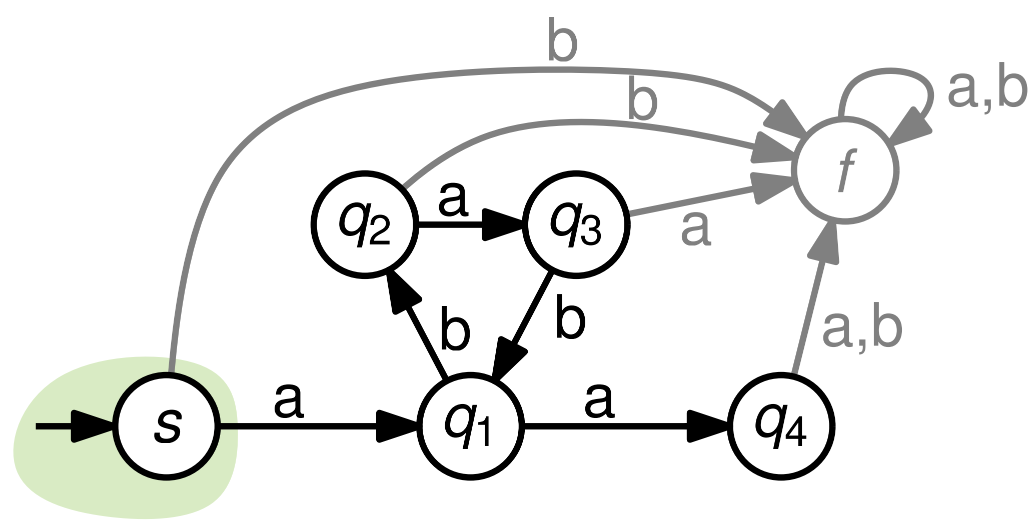
Definiert über einem Alphabet Σ

Bestehend aus:

- Q: endliche Menge von *Zuständen*
- Übergänge

  eindeutig → $\delta\colon Q \times \Sigma \to Q$ deterministisch

  mehrdeutig → $\delta\colon Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \to 2^Q$ nicht-deterministisch
- $s \in Q$: *Startzustand*

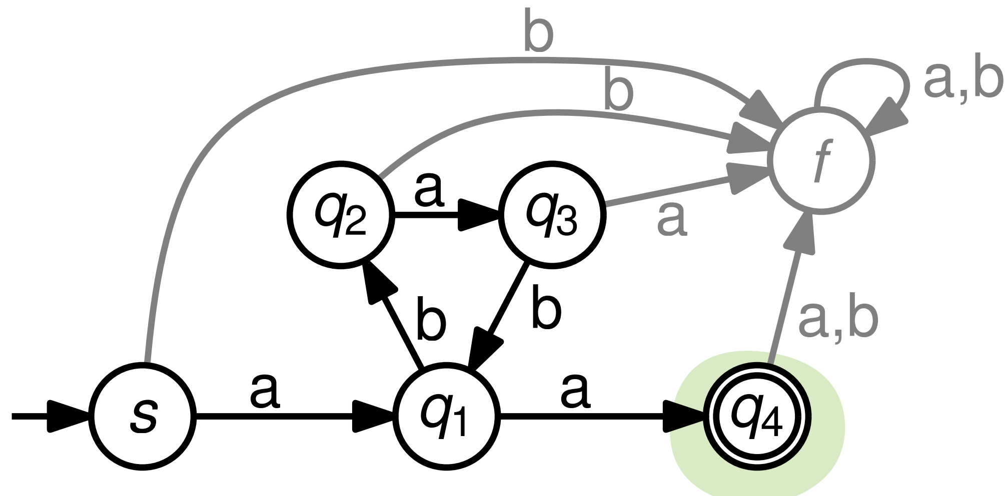


Endliche Automaten

Definiert über einem Alphabet Σ

Bestehend aus:

- Q: endliche Menge von *Zuständen*
- Übergänge
  - eindeutig → $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ deterministisch
  - mehrdeutig → $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \to 2^Q$ nicht-deterministisch
- $s \in Q$: *Startzustand*
- $F \subseteq Q$, Menge *Endzustände*



Endliche Automaten

Definiert über einem Alphabet Σ

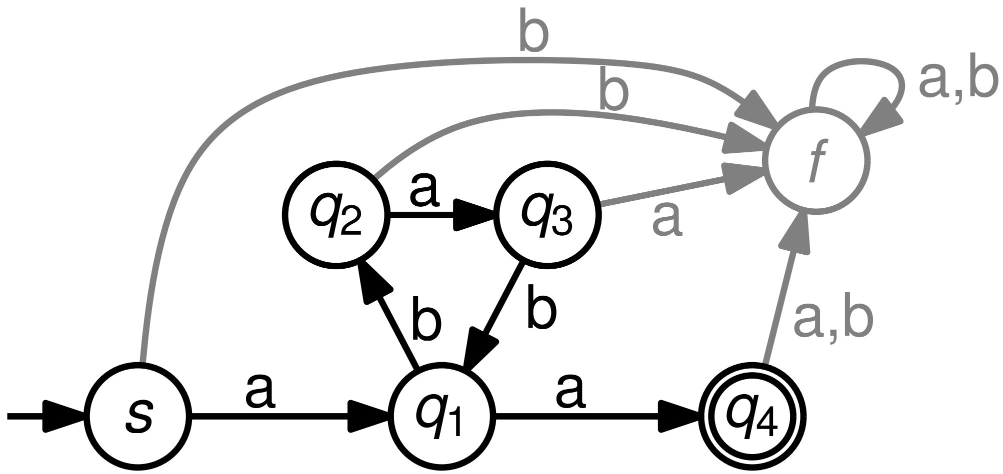
Bestehend aus:

- Q: endliche Menge von *Zuständen*
- Übergänge $\xrightarrow{\text{eindeutig}}$ $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ deterministisch
  $\xrightarrow{\text{mehrdeutig}}$ $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \to 2^Q$ nicht-deterministisch
- $s \in Q$: *Startzustand*
- $F \subseteq Q$, Menge *Endzustände*

Akzeptanz des Wortes w:

DEA: Abarbeitung von w endet in Endzustand

NEA: Es gibt Abarbeitung von w, die in Endzustand endet.



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Endliche Automaten

Definiert über einem Alphabet Σ

Bestehend aus:

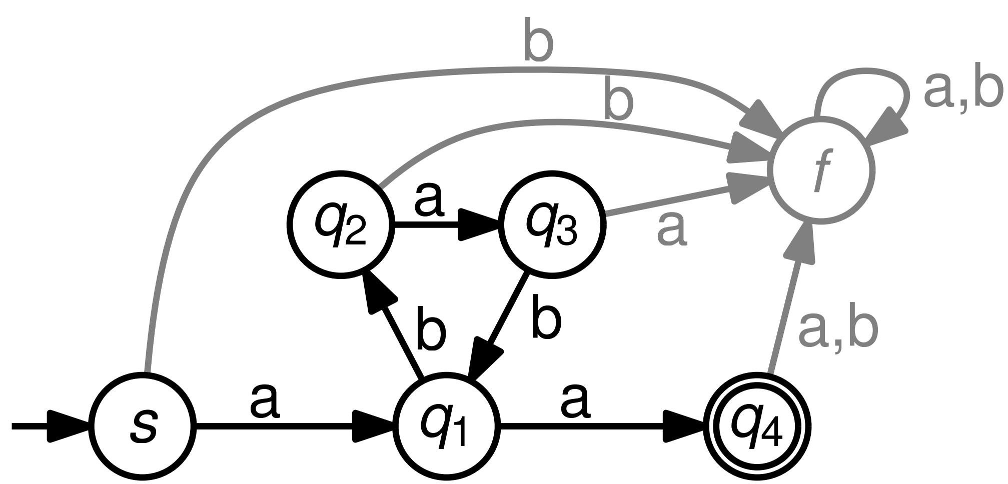
- Q: endliche Menge von *Zuständen*
- Übergänge $\xrightarrow{\text{eindeutig}}$ $\delta: Q \times \Sigma \to Q$ deterministisch
  $\xrightarrow{\text{mehrdeutig}}$ $\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \to 2^Q$ nicht-deterministisch
- $s \in Q$: *Startzustand*
- $F \subseteq Q$, Menge *Endzustände*

Akzeptanz des Wortes w:

DEA: Abarbeitung von w endet in Endzustand

NEA: Es gibt Abarbeitung von w, die in Endzustand endet.

Welche Sprache erkennt der Automat?



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Endliche Automaten

Definiert über einem Alphabet Σ

Bestehend aus:

- Q: endliche Menge von *Zuständen*
- Übergänge $\xrightarrow{\text{eindeutig}}$ $\delta: Q \times \Sigma \to Q$ deterministisch
  $\xrightarrow{\text{mehrdeutig}}$ $\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \to 2^Q$ nicht-deterministisch
- $s \in Q$: *Startzustand*
- $F \subseteq Q$, Menge *Endzustände*

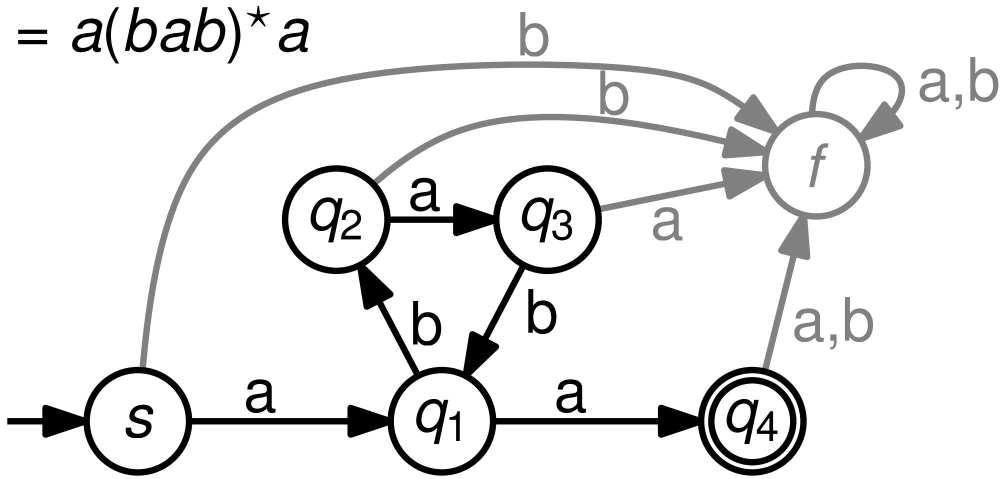
Akzeptanz des Wortes w:

DEA: Abarbeitung von w endet in Endzustand

NEA: Es gibt Abarbeitung von w, die in Endzustand endet.

Welche Sprache erkennt der Automat?

$L = a(bab)^\star a$



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe

Konstruieren Sie einen nicht-deterministischen endlichen Automaten, der folgende Sprache erkennt:

$$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$$

Verwenden Sie hierzu **maximal 3 Zustände + 1 Fehlerzustand.**

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe

Konstruieren Sie einen nicht-deterministischen endlichen Automaten, der folgende Sprache erkennt:

$$L = (a \cup (ab(b)^{\star}ba))^{\star}$$

Verwenden Sie hierzu **maximal 3 Zustände + 1 Fehlerzustand.**

3 min Zeit

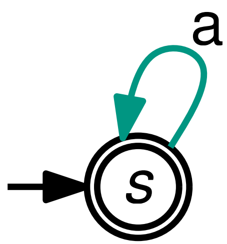
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe

Konstruieren Sie einen nicht-deterministischen endlichen Automaten, der folgende Sprache erkennt:

$$L = (\underline{a} \cup (\underline{ab}(\underline{b})^\star \underline{ba}))^\star$$

Verwenden Sie hierzu **maximal 3 Zustände + 1 Fehlerzustand.**

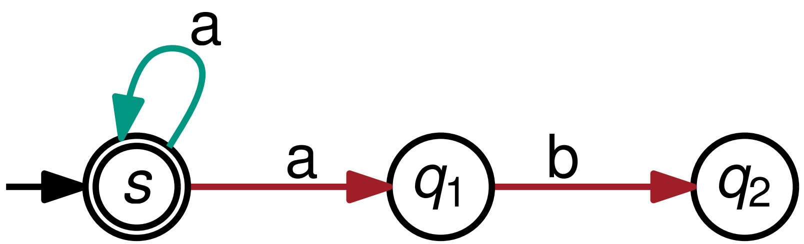


Aufgabe

Konstruieren Sie einen nicht-deterministischen endlichen Automaten, der folgende Sprache erkennt:

$$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$$

Verwenden Sie hierzu **maximal 3 Zustände + 1 Fehlerzustand.**



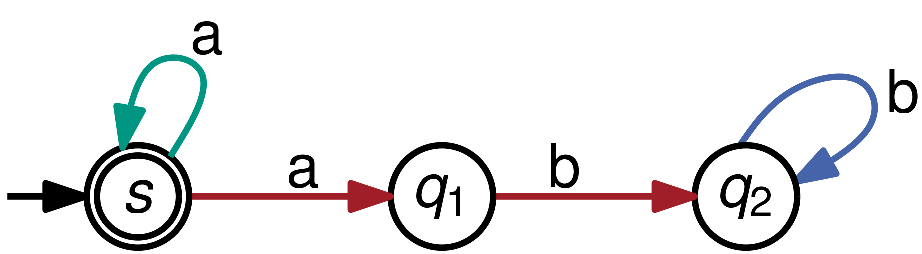
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe

Konstruieren Sie einen nicht-deterministischen endlichen Automaten, der folgende Sprache erkennt:

$$L = (\underline{a} \cup (\underline{ab}(\underline{b})^\star \underline{ba}))^\star$$

Verwenden Sie hierzu **maximal 3 Zustände + 1 Fehlerzustand.**



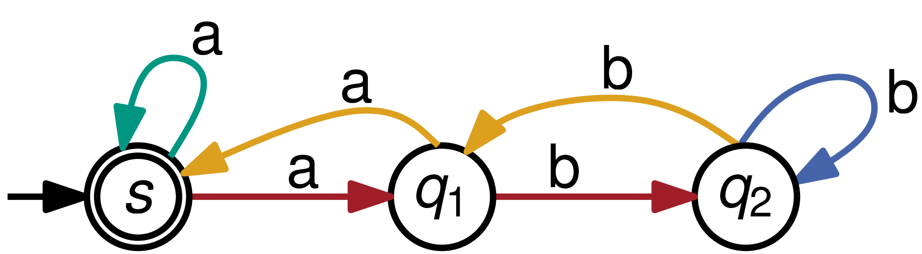
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe

Konstruieren Sie einen nicht-deterministischen endlichen Automaten, der folgende Sprache erkennt:

$$L = (\underline{a} \cup (\underline{ab}(\underline{b})^\star \underline{ba}))^\star$$

Verwenden Sie hierzu **maximal 3 Zustände + 1 Fehlerzustand.**



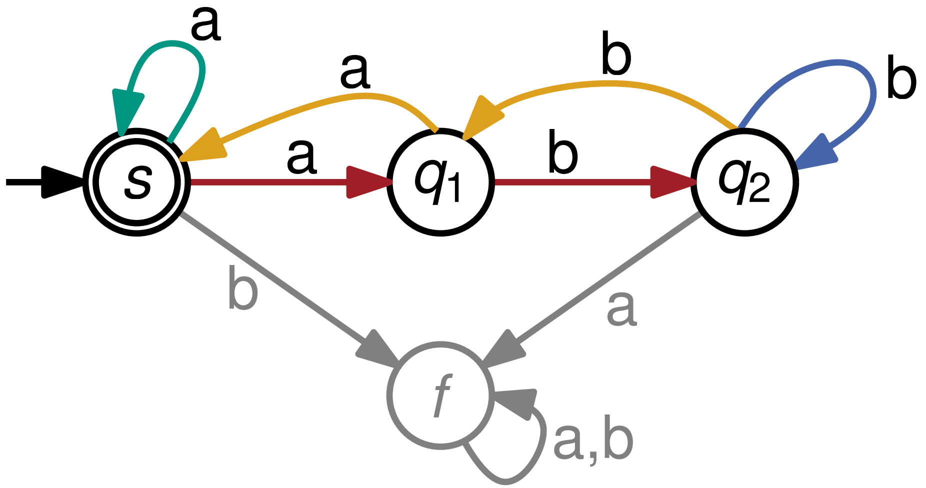
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Aufgabe

Konstruieren Sie einen nicht-deterministischen endlichen Automaten, der folgende Sprache erkennt:

$$L = (\underline{a} \cup (\underline{ab}(\underline{b})^\star \underline{ba}))^\star$$

Verwenden Sie hierzu **maximal 3 Zustände + 1 Fehlerzustand.**



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Größe von DEAs vs. NEAs

Betrachte: $L_n = \{w \in \{0,1\}^\star \mid \text{das } n \text{ letzte Zeichen von } w \text{ ist eine } 1\}$.

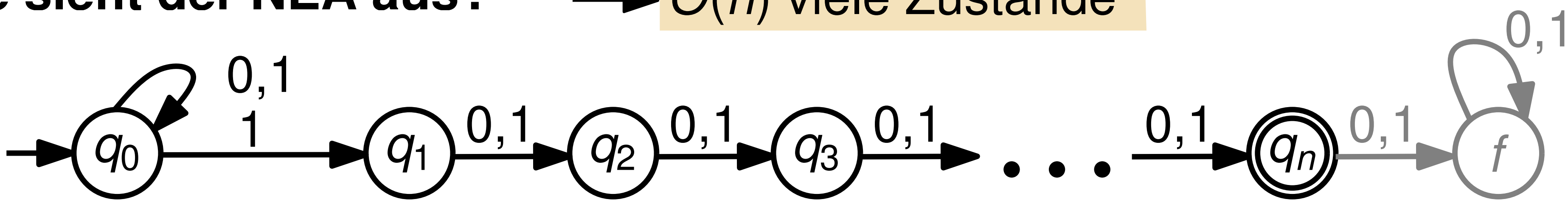
Wie sieht der NEA aus?

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Größe von DEAs vs. NEAs

Betrachte: $L_n = \{w \in \{0,1\}^\star \mid \text{ das } n \text{ letzte Zeichen von } w \text{ ist eine } 1\}$.

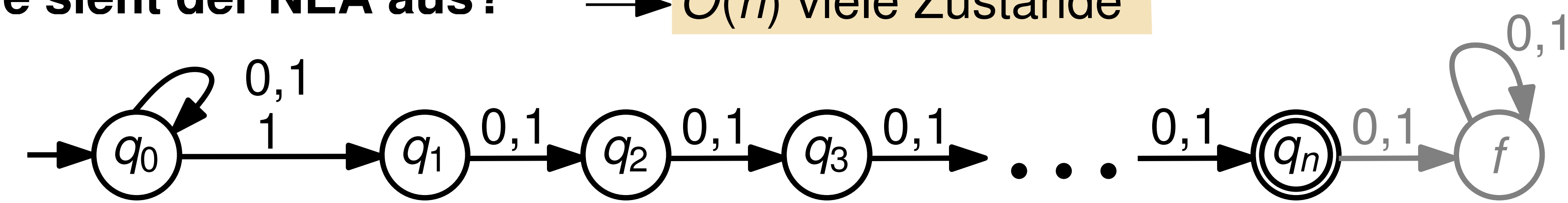
Wie sieht der NEA aus? $\longrightarrow$ $O(n)$ viele Zustände



Größe von DEAs vs. NEAs

Betrachte: $L_n = \{w \in \{0,1\}^\star \mid \text{das } n \text{ letzte Zeichen von } w \text{ ist eine } 1\}$.

Wie sieht der NEA aus? → $O(n)$ viele Zustände



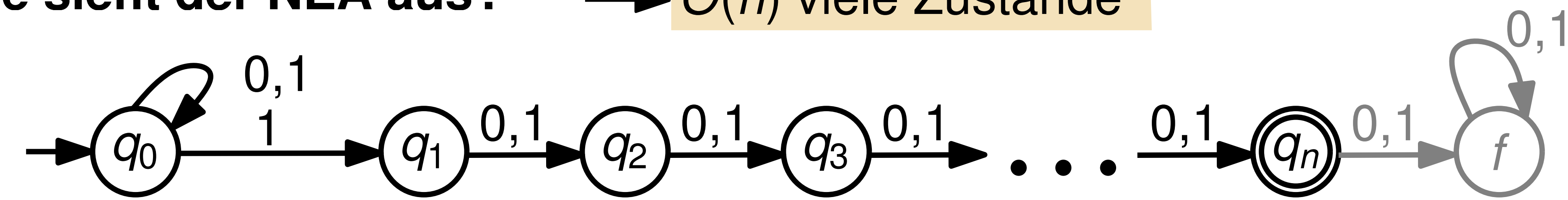
Zeige: Jeder DEA von L_n hat mindestens 2^n Zustände.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Größe von DEAs vs. NEAs

Betrachte: $L_n = \{w \in \{0,1\}^\star \mid \text{ das } n \text{ letzte Zeichen von } w \text{ ist eine } 1\}$.

Wie sieht der NEA aus? → $O(n)$ viele Zustände



Zeige: Jeder DEA von L_n hat mindestens 2^n Zustände.

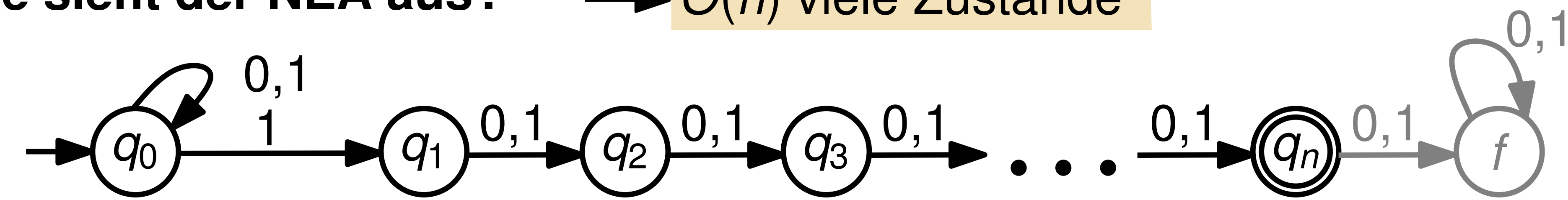
Annahme: Sei $\mathcal{D}_n = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ DEA, der L_n akzeptiert, mit $|Q| < 2^n$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Größe von DEAs vs. NEAs

Betrachte: $L_n = \{w \in \{0,1\}^\star \mid$ das n letzte Zeichen von w ist eine $1\}$.

Wie sieht der NEA aus? $\longrightarrow$ $O(n)$ viele Zustände



Zeige: Jeder DEA von L_n hat mindestens 2^n Zustände.

Annahme: Sei $\mathcal{D}_n = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ DEA, der L_n akzeptiert, mit $|Q| < 2^n$

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\ 1\ u) = \delta(q_0, y\ 0\ v)$$

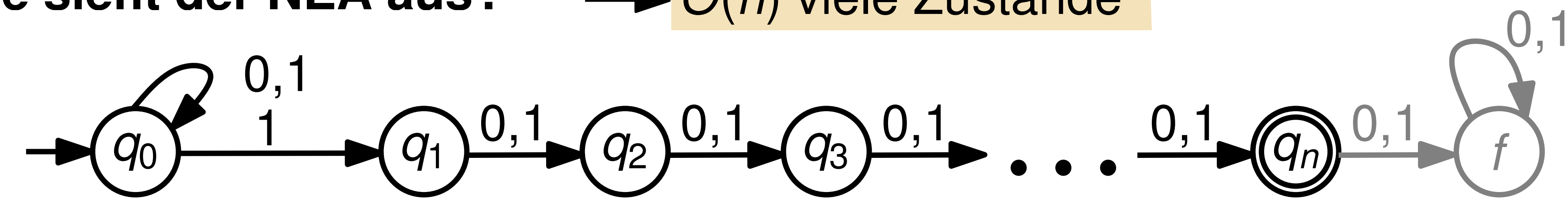
Noch zu zeigen.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Größe von DEAs vs. NEAs

Betrachte: $L_n = \{w \in \{0,1\}^\star \mid$ das n letzte Zeichen von w ist eine $1\}$.

Wie sieht der NEA aus? → $O(n)$ viele Zustände



Zeige: Jeder DEA von L_n hat mindestens 2^n Zustände.

Annahme: Sei $\mathcal{D}_n = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ DEA, der L_n akzeptiert, mit $|Q| < 2^n$

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\,1\,u) = \delta(q_0, y\,0\,v)$$

Noch zu zeigen.

Dann gilt: Seien $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$ wie im Lemma gewählt.

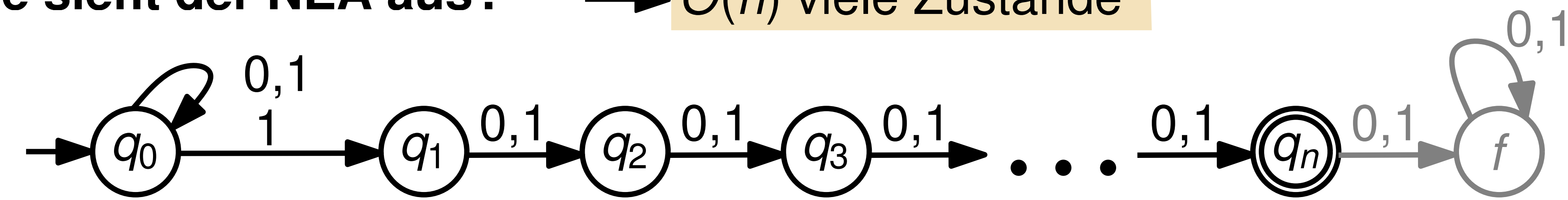
→ $x\,1\,u \in L_n$ und $y\,0\,v \notin L_n$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Größe von DEAs vs. NEAs

Betrachte: $L_n = \{w \in \{0,1\}^\star \mid$ das n letzte Zeichen von w ist eine $1\}$.

Wie sieht der NEA aus? $\longrightarrow$ $O(n)$ viele Zustände



Zeige: Jeder DEA von L_n hat mindestens 2^n Zustände.

Annahme: Sei $\mathcal{D}_n = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ DEA, der L_n akzeptiert, mit $|Q| < 2^n$

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\,1\,u) = \delta(q_0, y\,0\,v)$$

Noch zu zeigen.

Dann gilt: Seien $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$ wie im Lemma gewählt.

$\longrightarrow$ $x\,1\,u \in L_n$ und $y\,0\,v \notin L_n$

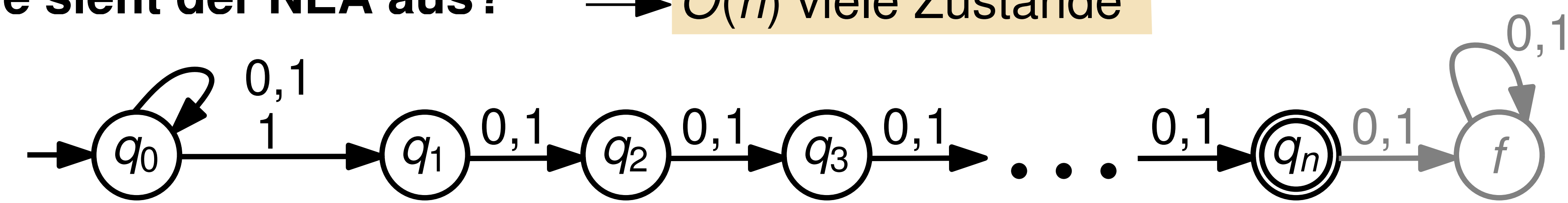
$\longrightarrow$ $\delta(q_0, x\,1\,u) \in F$ und $\delta(q_0, y\,0\,v) \notin F$ ↯ Lemma

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Größe von DEAs vs. NEAs

Betrachte: $L_n = \{w \in \{0,1\}^\star \mid$ das n letzte Zeichen von w ist eine $1\}$.

Wie sieht der NEA aus? $\longrightarrow$ $O(n)$ viele Zustände



Zeige: Jeder DEA von L_n hat mindestens 2^n Zustände.

Annahme: Sei $\mathcal{D}_n = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ DEA, der L_n akzeptiert, mit $|Q| < 2^n$

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\,1\,u) = \delta(q_0, y\,0\,v)$$

Noch zu zeigen.

Dann gilt: Seien $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$ wie im Lemma gewählt.

$\longrightarrow$ $x\,1\,u \in L_n$ und $y\,0\,v \notin L_n$

$\longrightarrow$ $\delta(q_0, x\,1\,u) \in F$ und $\delta(q_0, y\,0\,v) \notin F$

Lemma

$\longrightarrow$ $\Omega(2^n)$ viele Zustände

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Beweis zu Lemma

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\,1\,u) = \delta(q_0, y\,0\,v)$$

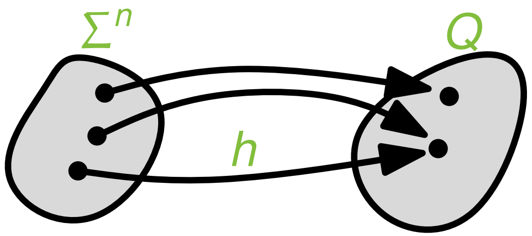
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Beweis zu Lemma

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\,1\,u) = \delta(q_0, y\,0\,v)$$

Beweis: Sei $h\colon \Sigma^n \to Q$ sodass $h(z) = \delta(q_0, z)$



$\longrightarrow$ h ist nicht injektiv, da $|Q| < 2^n$

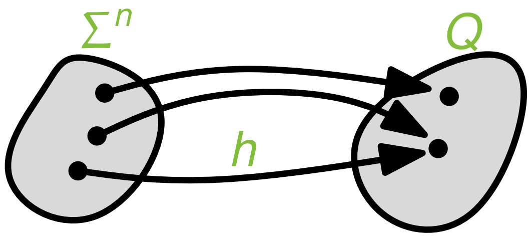
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Beweis zu Lemma

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\ 1\ u) = \delta(q_0, y\ 0\ v)$$

Beweis: Sei $h\colon \Sigma^n \to Q$ sodass $h(z) = \delta(q_0, z)$



$\longrightarrow$ h ist nicht injektiv, da $|Q| < 2^n$

$\exists$ Sequenzen $\sigma_1 = a_1 \dots a_n$ und $\sigma_2 = b_1 \dots b_n$ mit $\sigma_1 \neq \sigma_2$ und $h(\sigma_1) = h(\sigma_2)$

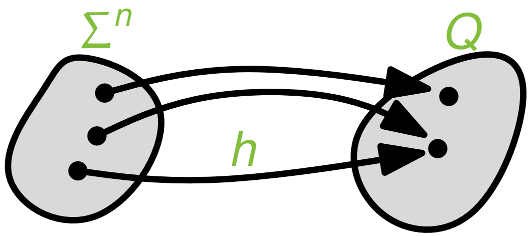
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Beweis zu Lemma

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\,1\,u) = \delta(q_0, y\,0\,v)$$

Beweis: Sei $h\colon \Sigma^n \to Q$ sodass $h(z) = \delta(q_0, z)$



$\longrightarrow$ h ist nicht injektiv, da $|Q| < 2^n$

$\exists$ Sequenzen $\sigma_1 = a_1 \dots a_n$ und $\sigma_2 = b_1 \dots b_n$ mit $\sigma_1 \neq \sigma_2$ und $h(\sigma_1) = h(\sigma_2)$

Annahme: $a_i = 1$ und $b_i = 0$

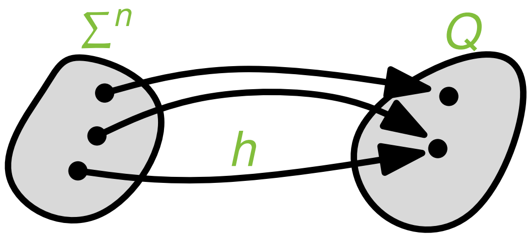
Sei $x = a_1 \dots a_{i-1}$ $\quad u = a_{i+1} \dots a_n 0^{i-1}$ $\quad y = b_1 \dots b_{i-1}$ $\quad v = b_{i+1} \dots b_n 0^{i-1}$

Beweis zu Lemma

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\ 1\ u) = \delta(q_0, y\ 0\ v)$$

Beweis: Sei $h\colon \Sigma^n \to Q$ sodass $h(z) = \delta(q_0, z)$



$\longrightarrow$ h ist nicht injektiv, da $|Q| < 2^n$

$\exists$ Sequenzen $\sigma_1 = a_1 \ldots a_n$ und $\sigma_2 = b_1 \ldots b_n$ mit $\sigma_1 \neq \sigma_2$ und $h(\sigma_1) = h(\sigma_2)$

Annahme: $a_i = 1$ und $b_i = 0$

Sei $x = a_1 \ldots a_{i-1}$ $\quad u = a_{i+1} \ldots a_n 0^{i-1}$ $\quad y = b_1 \ldots b_{i-1}$ $\quad v = b_{i+1} \ldots b_n 0^{i-1}$

$$\delta(q_0, x\ 1\ u) = \delta(q_0, a_1 \ldots a_{i-1}\ 1\ a_{i+1} \ldots a_n 0^{i-1})$$

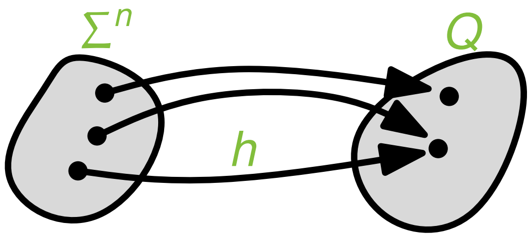
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Beweis zu Lemma

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\ 1\ u) = \delta(q_0, y\ 0\ v)$$

Beweis: Sei $h\colon \Sigma^n \to Q$ sodass $h(z) = \delta(q_0, z)$



$\longrightarrow$ h ist nicht injektiv, da $|Q| < 2^n$

$\exists$ Sequenzen $\sigma_1 = a_1 \ldots a_n$ und $\sigma_2 = b_1 \ldots b_n$ mit $\sigma_1 \neq \sigma_2$ und $h(\sigma_1) = h(\sigma_2)$

Annahme: $a_i = 1$ und $b_i = 0$

Sei $x = a_1 \ldots a_{i-1}$ $\quad u = a_{i+1} \ldots a_n 0^{i-1}$ $\quad y = b_1 \ldots b_{i-1}$ $\quad v = b_{i+1} \ldots b_n 0^{i-1}$

$$\begin{aligned}\delta(q_0, x\ 1\ u) &= \delta(q_0, a_1 \ldots a_{i-1}\ 1\ a_{i+1} \ldots a_n 0^{i-1}) \\ &= \delta(\delta(q_0, a_1 \ldots a_{i-1}\ 1\ a_{i+1} \ldots a_n), 0^{i-1})\end{aligned}$$

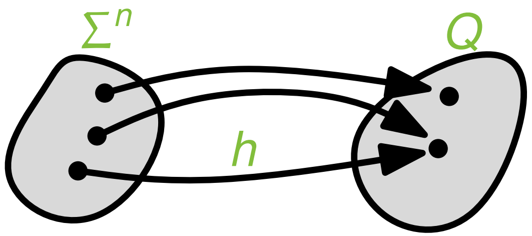
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Beweis zu Lemma

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\ 1\ u) = \delta(q_0, y\ 0\ v)$$

Beweis: Sei $h\colon \Sigma^n \to Q$ sodass $h(z) = \delta(q_0, z)$



$\longrightarrow$ h ist nicht injektiv, da $|Q| < 2^n$

$\exists$ Sequenzen $\sigma_1 = a_1 \dots a_n$ und $\sigma_2 = b_1 \dots b_n$ mit $\sigma_1 \neq \sigma_2$ und $h(\sigma_1) = h(\sigma_2)$

Annahme: $a_i = 1$ und $b_i = 0$

Sei $x = a_1 \dots a_{i-1}$ $\quad u = a_{i+1} \dots a_n 0^{i-1}$ $\quad y = b_1 \dots b_{i-1}$ $\quad v = b_{i+1} \dots b_n 0^{i-1}$

$$\begin{aligned}\delta(q_0, x\ 1\ u) &= \delta(q_0, a_1 \dots a_{i-1}\ 1\ a_{i+1} \dots a_n 0^{i-1}) \\ &= \delta(\delta(q_0, a_1 \dots a_{i-1}\ 1\ a_{i+1} \dots a_n), 0^{i-1}) \\ &= \delta(\delta(q_0, b_1 \dots b_{i-1}\ 0\ b_{i+1} \dots b_n), 0^{i-1})\end{aligned}$$

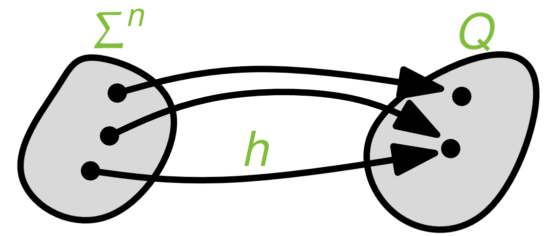
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Beweis zu Lemma

Lemma: Wenn $Q < 2^n$, dann gibt es $x, y \in \Sigma^\star$ und $u, v \in \Sigma^{n-1}$, sodass

$$\delta(q_0, x\ 1\ u) = \delta(q_0, y\ 0\ v)$$

Beweis: Sei $h\colon \Sigma^n \to Q$ sodass $h(z) = \delta(q_0, z)$



$\longrightarrow$ h ist nicht injektiv, da $|Q| < 2^n$

$\exists$ Sequenzen $\sigma_1 = a_1 \dots a_n$ und $\sigma_2 = b_1 \dots b_n$ mit $\sigma_1 \neq \sigma_2$ und $h(\sigma_1) = h(\sigma_2)$

Annahme: $a_i = 1$ und $b_i = 0$

Sei $x = a_1 \dots a_{i-1}$ $\quad u = a_{i+1} \dots a_n 0^{i-1}$ $\quad y = b_1 \dots b_{i-1}$ $\quad v = b_{i+1} \dots b_n 0^{i-1}$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, x\ 1\ u) &= \delta(q_0, a_1 \dots a_{i-1}\ 1\ a_{i+1} \dots a_n 0^{i-1}) \\
&= \delta(\delta(q_0, a_1 \dots a_{i-1}\ 1\ a_{i+1} \dots a_n), 0^{i-1}) \\
&= \delta(\delta(q_0, b_1 \dots b_{i-1}\ 0\ b_{i+1} \dots b_n), 0^{i-1}) \\
&= \delta(q_0, b_1 \dots b_{i-1}\ 0\ b_{i+1} \dots b_n 0^{i-1}) \quad = \delta(q_0, y\ 0\ v)
\end{aligned}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

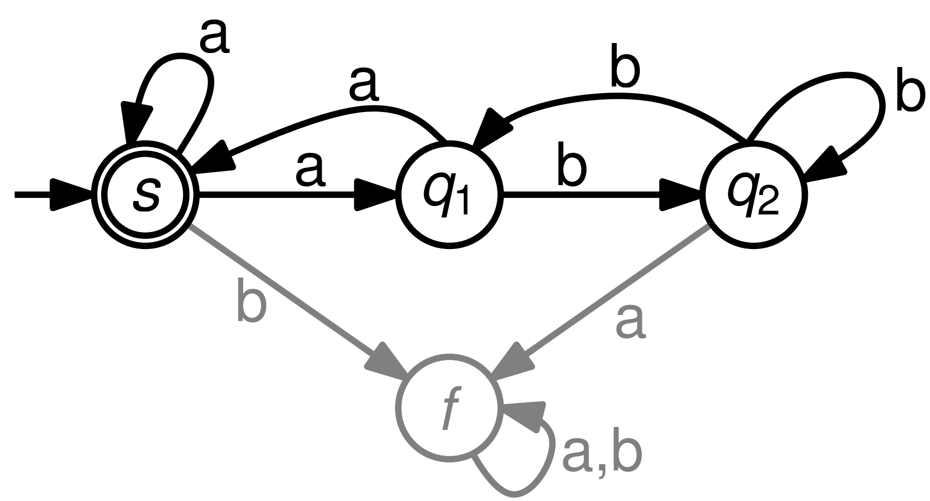
Potenzmengenkonstruktion

Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

Zustand	Übergang	
	a	b

$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

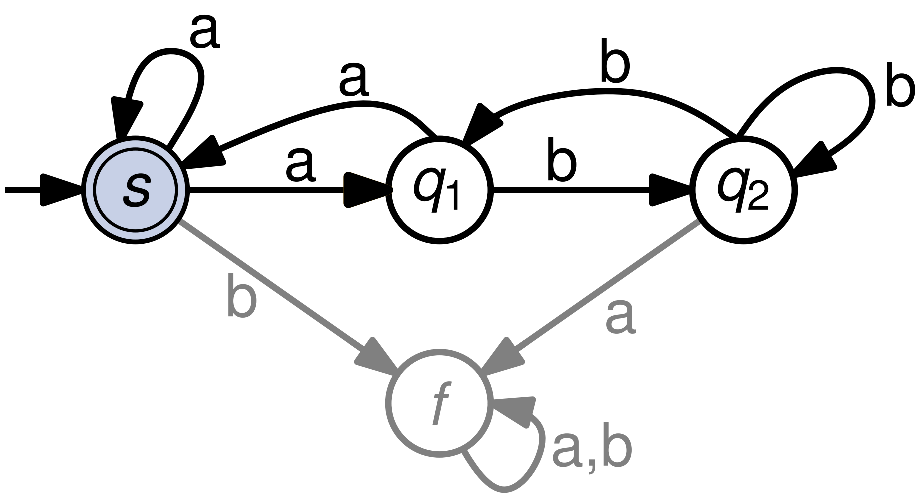
Potenzmengenkonstruktion

Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

Zustand	Übergang a	Übergang b
{s}		

$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

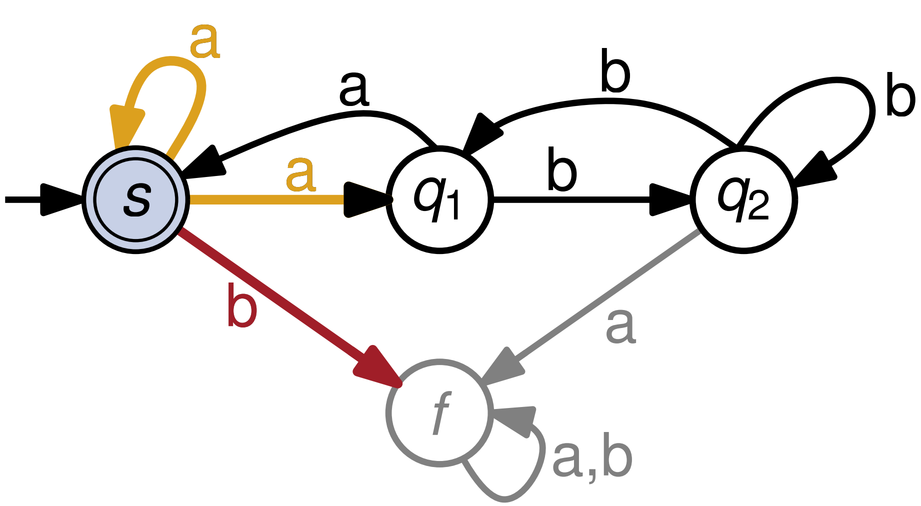
Potenzmengenkonstruktion

Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$		
$\{f\}$		

$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$



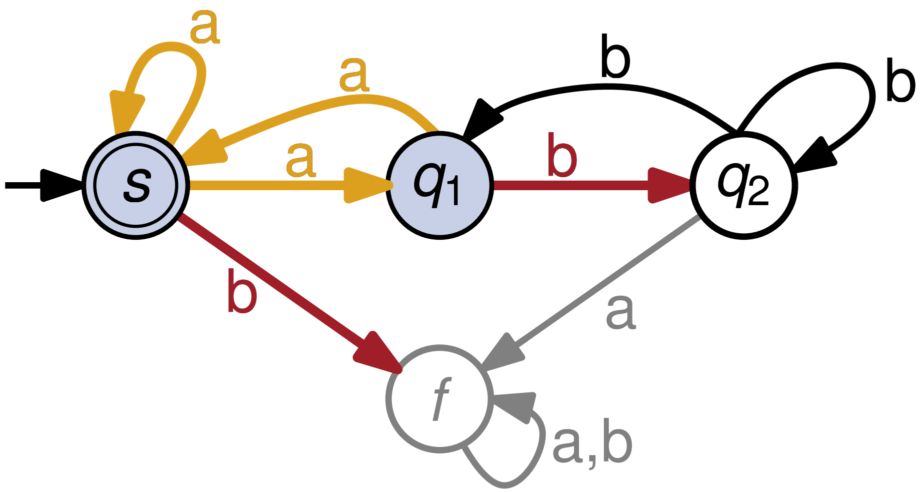
Potenzmengenkonstruktion

Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

$$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$$

Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$		
$\{f, q_2\}$		



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

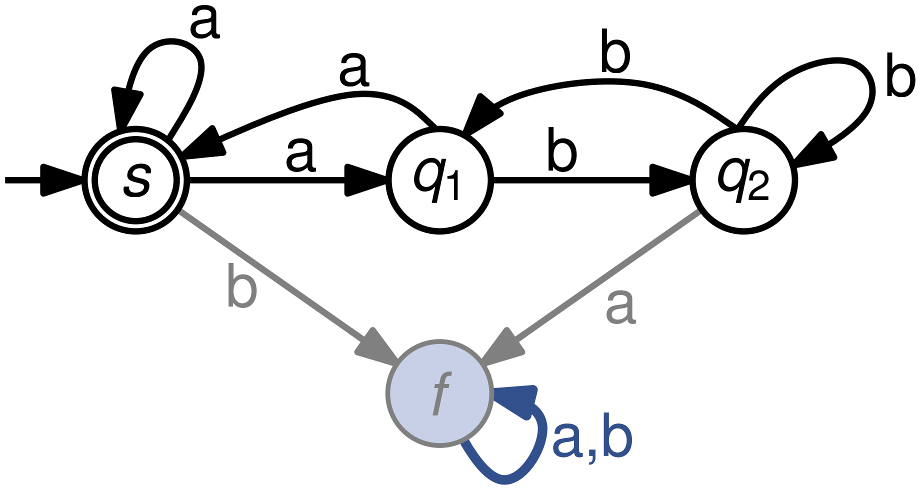
Potenzmengenkonstruktion

Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$		

$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

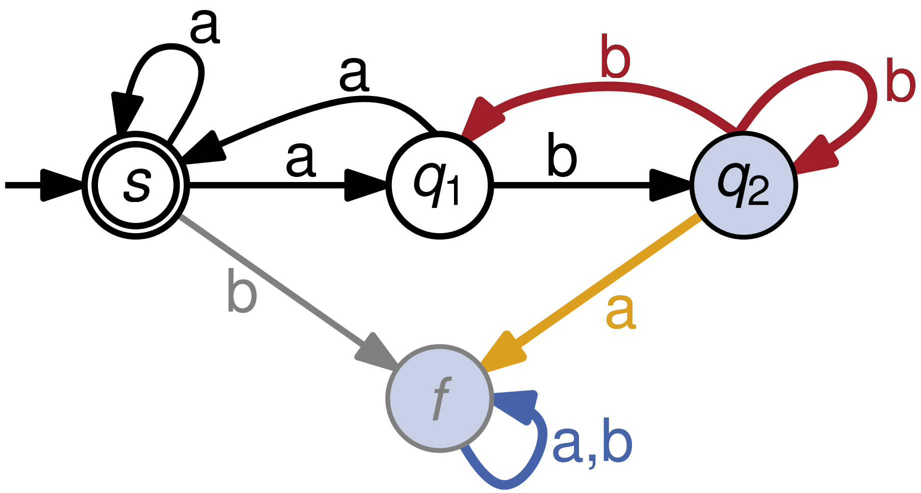
Potenzmengenkonstruktion

Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$	$\{f\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, q_1, q_2\}$		

$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

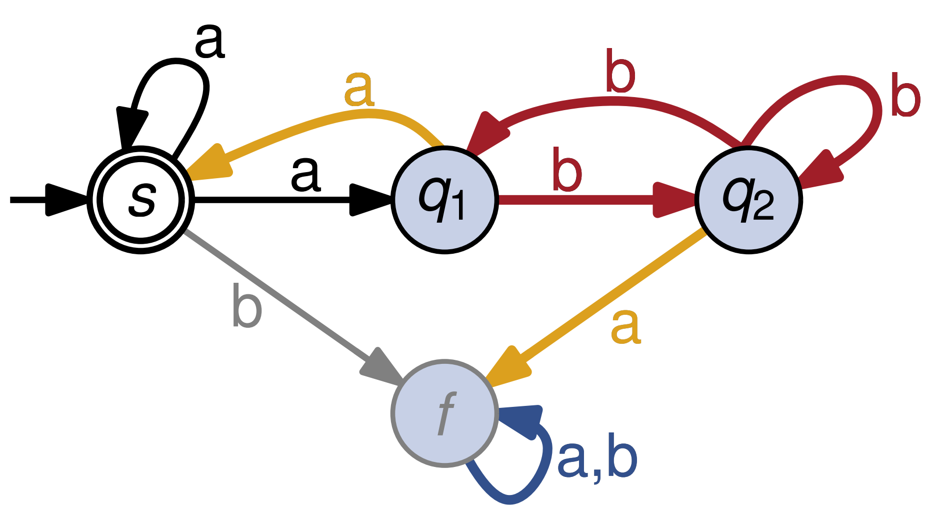
Potenzmengenkonstruktion

Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$	$\{f\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, q_1, q_2\}$	$\{f, s\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, s\}$		

$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

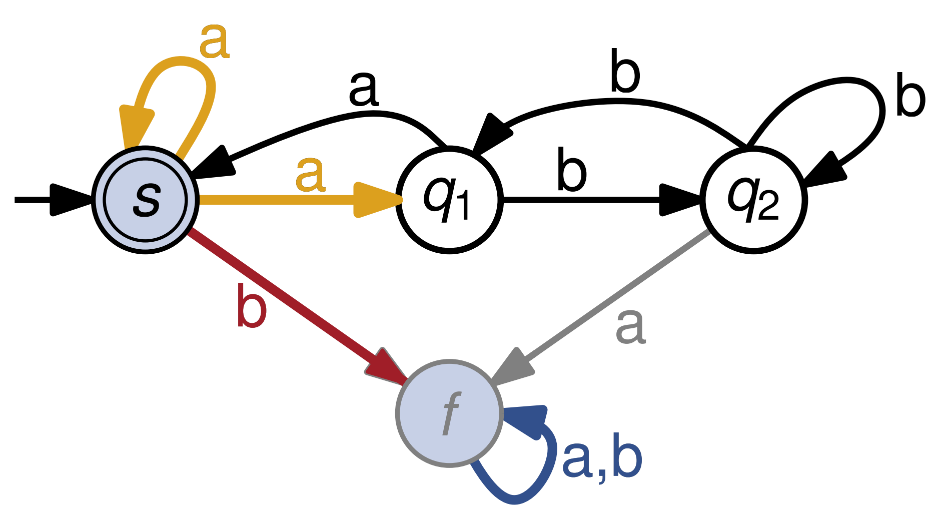
Potenzmengenkonstruktion

Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$	$\{f\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, q_1, q_2\}$	$\{f, s\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, s\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{f, s, q_1\}$		

$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

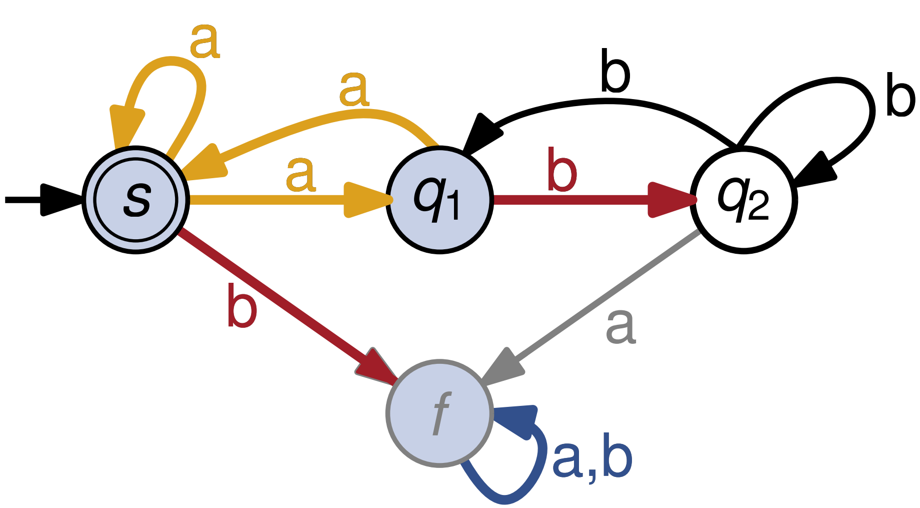
Potenzmengenkonstruktion

Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$	$\{f\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, q_1, q_2\}$	$\{f, s\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, s\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{f, s, q_1\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$

$L = (a \cup (ab(b)^{\star} ba))^{\star}$



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Potenzmengenkonstruktion

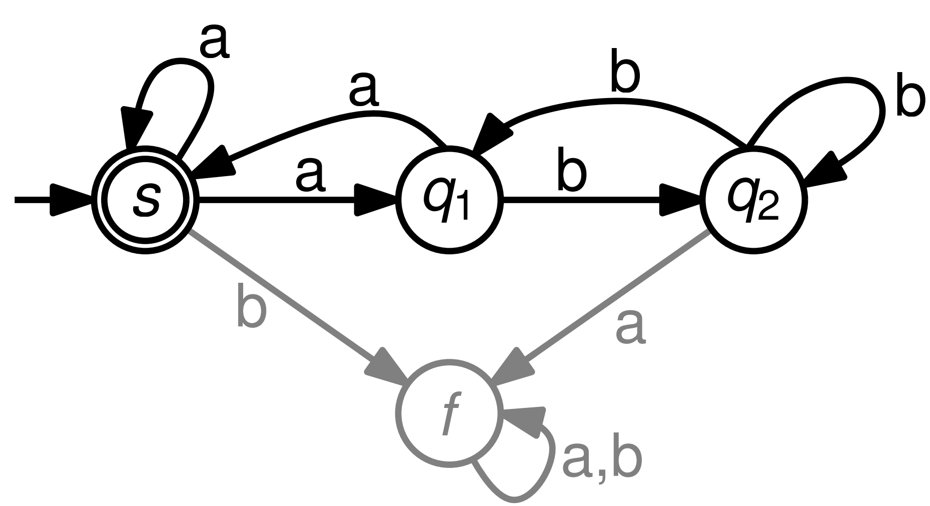
Jeder NEA kann in einen DEA überführt werden.

Potenzmengenkonstruktion: Systemat. Verfahren für Transformation

$$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$$

Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{\underline{s}\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{\underline{s}, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$	$\{f\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, q_1, q_2\}$	$\{f, s\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, \underline{s}\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{f, \underline{s}, q_1\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$

Endzustände: Alle Zustände, die Endzustand aus NEA enthalten.



Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Potenzmengenkonstruktion

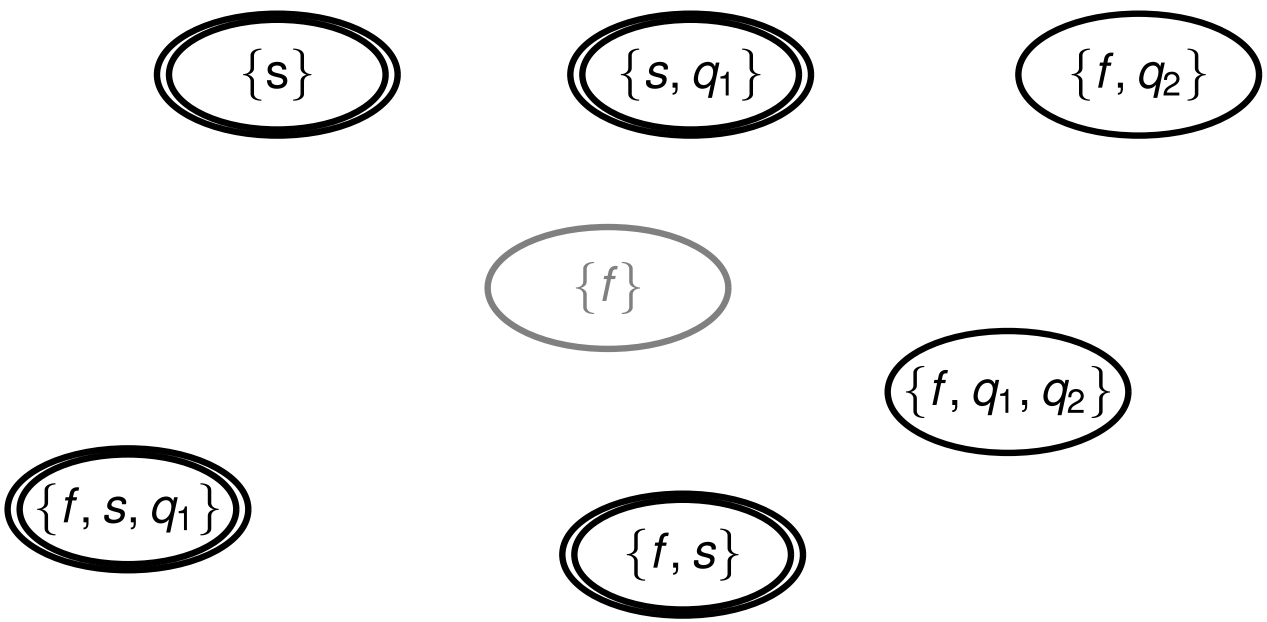
Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$	$\{f\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, q_1, q_2\}$	$\{f, s\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, s\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{f, s, q_1\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$

$$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Potenzmengenkonstruktion

Zustand	Übergang a	Übergang b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$	$\{f\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, q_1, q_2\}$	$\{f, s\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, s\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{f, s, q_1\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$

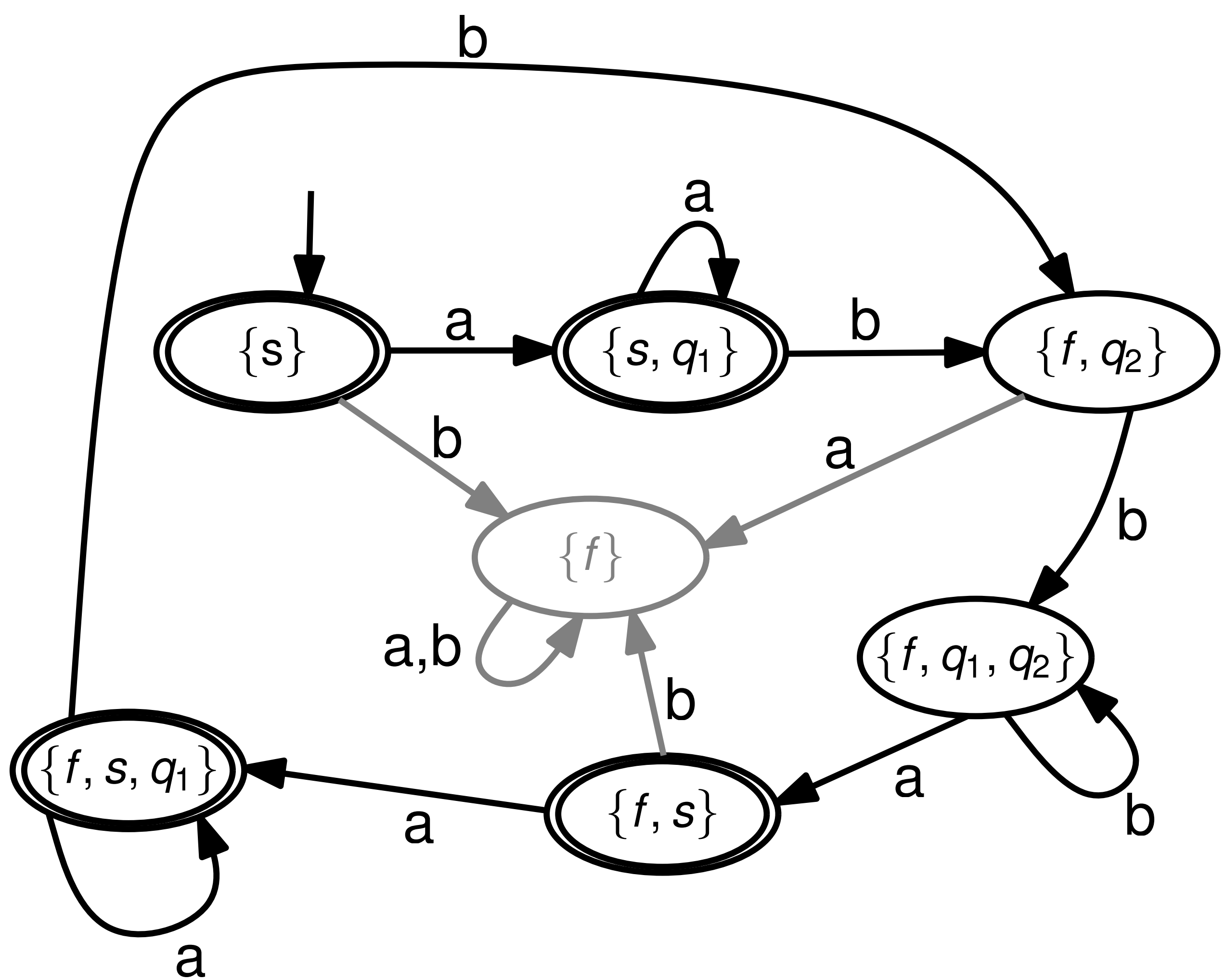


$$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Potenzmengenkonstruktion

Zustand	**Übergang** a	b
$\{s\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{s, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$	$\{f\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, q_1, q_2\}$	$\{f, s\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, s\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{f, s, q_1\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$



$$L = (a \cup (ab(b)^\star ba))^\star$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

ε-Abschluss

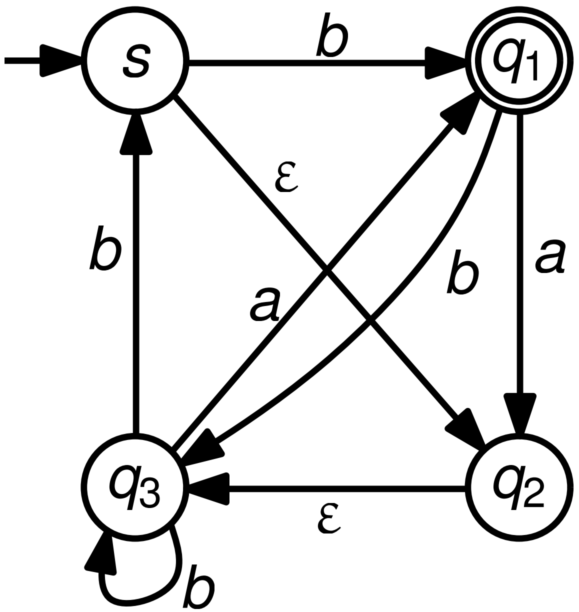
Jeder NEA kann in einen äquivalenten NEA ohne ϵ-Übergänge überführt werden, ohne die Anzahl Zustände zu erhöhen.

Verfahren: ε-Abschlüsse berechnen.

Idee: Finde via "$\varepsilon^{\star} x \varepsilon^{\star}$" erreichbare Zustände

ε-Abschluss

	a	b
s		
q_1		
q_2		
q_3		



Fehlende Übergänge führen in Fehlerzustand.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

ε-Abschluss

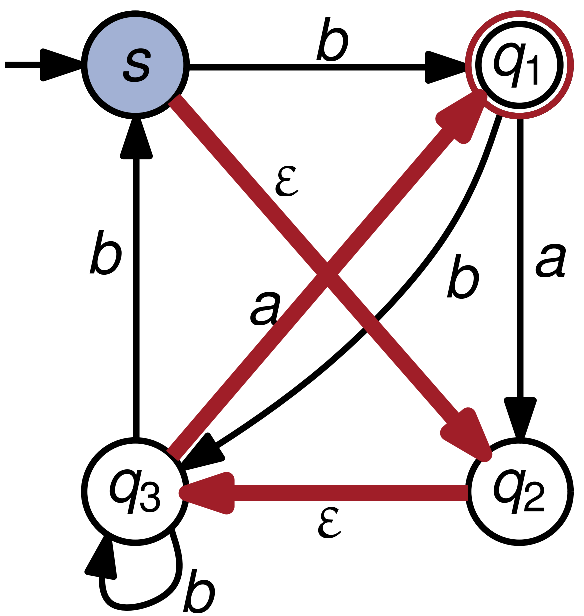
Jeder NEA kann in einen äquivalenten NEA ohne ϵ-Übergänge überführt werden, ohne die Anzahl Zustände zu erhöhen.

Verfahren: ε-Abschlüsse berechnen.

Idee: Finde via "$\varepsilon^\star x \varepsilon^\star$" erreichbare Zustände

ε-Abschluss

	a	b
s	q_1	
q_1		
q_2		
q_3		



Fehlende Übergänge führen in Fehlerzustand.

ε-Abschluss

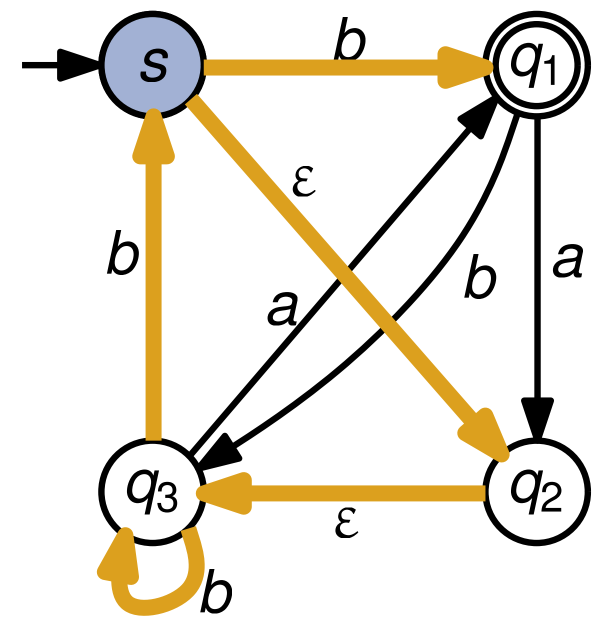
Jeder NEA kann in einen äquivalenten NEA ohne ϵ-Übergänge überführt werden, ohne die Anzahl Zustände zu erhöhen.

Verfahren: ε-Abschlüsse berechnen.

Idee: Finde via ”$\varepsilon^\star x \varepsilon^\star$” erreichbare Zustände

ε-Abschluss

	a	b
s	q_1	s, q_1, q_2, q_3
q_1		
q_2		
q_3		



Fehlende Übergänge führen in Fehlerzustand.

ε-Abschluss

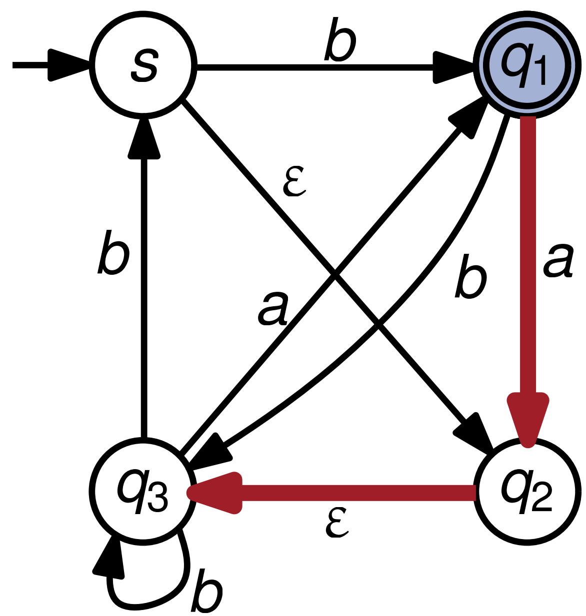
Jeder NEA kann in einen äquivalenten NEA ohne ϵ-Übergänge überführt werden, ohne die Anzahl Zustände zu erhöhen.

Verfahren: ε-Abschlüsse berechnen.

Idee: Finde via "$\varepsilon^\star x \varepsilon^\star$" erreichbare Zustände

ε-Abschluss

	a	b
s	q_1	s, q_1, q_2, q_3
q_1	q_2, q_3	
q_2		
q_3		



Fehlende Übergänge führen in Fehlerzustand.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

ε-Abschluss

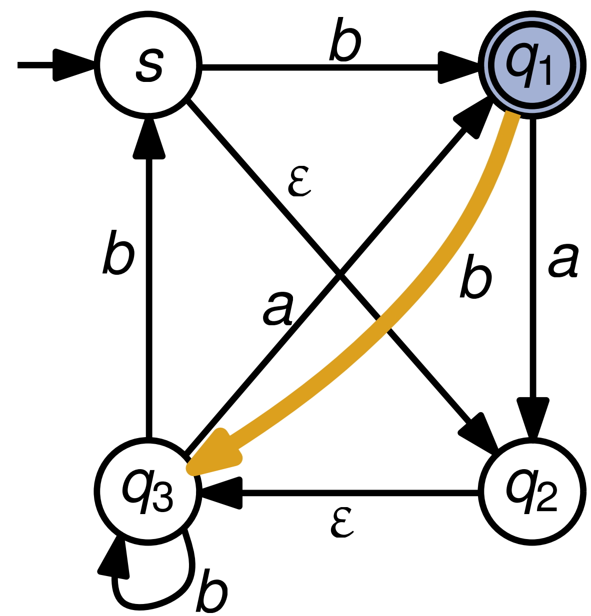
Jeder NEA kann in einen äquivalenten NEA ohne ϵ-Übergänge überführt werden, ohne die Anzahl Zustände zu erhöhen.

Verfahren: ε-Abschlüsse berechnen.

Idee: Finde via "$\varepsilon^\star x \varepsilon^\star$" erreichbare Zustände

ε-Abschluss

	a	b
s	q_1	s, q_1, q_2, q_3
q_1	q_2, q_3	$, q_3$
q_2		
q_3		



Fehlende Übergänge führen in Fehlerzustand.

ε-Abschluss

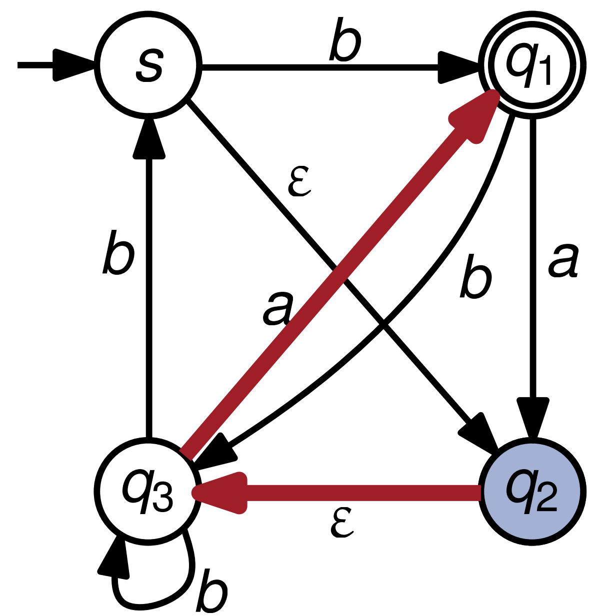
Jeder NEA kann in einen äquivalenten NEA ohne ϵ-Übergänge überführt werden, ohne die Anzahl Zustände zu erhöhen.

Verfahren: ε-Abschlüsse berechnen.

Idee: Finde via "$\varepsilon^\star x \varepsilon^\star$" erreichbare Zustände

ε-Abschluss

	a	b
s	q_1	s, q_1, q_2, q_3
q_1	q_2, q_3	$, q_3$
q_2	q_1	
q_3		



Fehlende Übergänge führen in Fehlerzustand.

ε-Abschluss

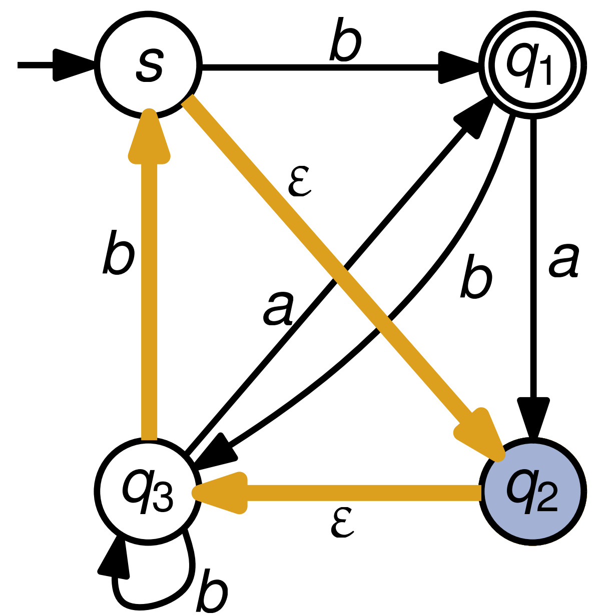
Jeder NEA kann in einen äquivalenten NEA ohne ϵ-Übergänge überführt werden, ohne die Anzahl Zustände zu erhöhen.

Verfahren: ε-Abschlüsse berechnen.

Idee: Finde via "$\varepsilon^\star x \varepsilon^\star$" erreichbare Zustände

ε-Abschluss

	a	b
s	q_1	s, q_1, q_2, q_3
q_1	q_2, q_3	$, q_3$
q_2	q_1	$s \quad , q_2, q_3$
q_3		



Fehlende Übergänge führen in Fehlerzustand.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

ε-Abschluss

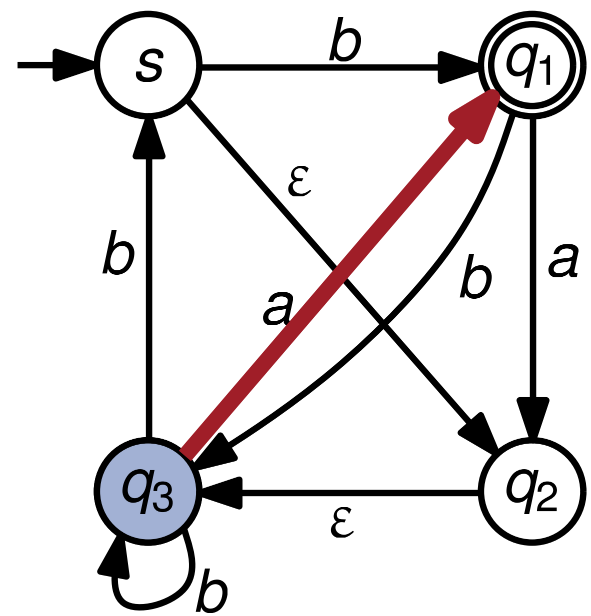
Jeder NEA kann in einen äquivalenten NEA ohne ϵ-Übergänge überführt werden, ohne die Anzahl Zustände zu erhöhen.

Verfahren: ε-Abschlüsse berechnen.

Idee: Finde via "$\varepsilon^\star x \varepsilon^\star$" erreichbare Zustände

ε-Abschluss

	a	b
s	q_1	s, q_1, q_2, q_3
q_1	q_2, q_3	$, q_3$
q_2	q_1	$s \quad , q_2, q_3$
q_3	q_1	



Fehlende Übergänge führen in Fehlerzustand.

ε-Abschluss

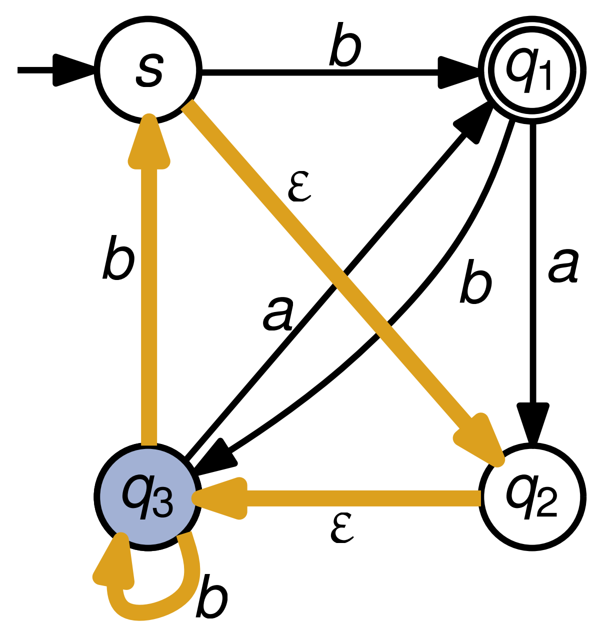
Jeder NEA kann in einen äquivalenten NEA ohne ϵ-Übergänge überführt werden, ohne die Anzahl Zustände zu erhöhen.

Verfahren: ε-Abschlüsse berechnen.

Idee: Finde via "$\varepsilon^\star x \varepsilon^\star$" erreichbare Zustände

ε-Abschluss

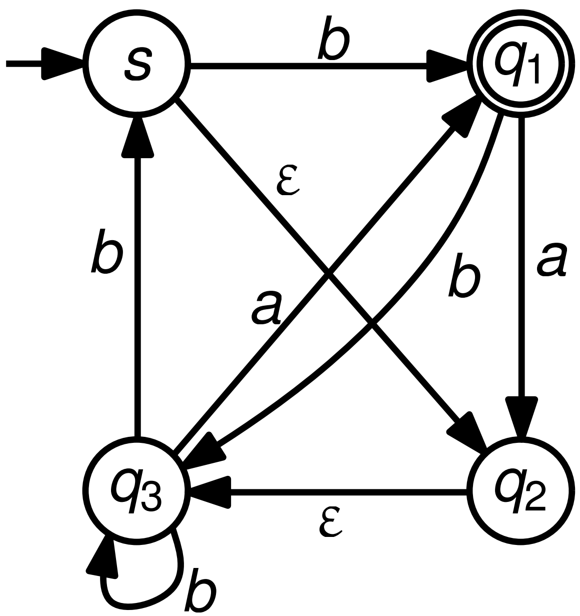
	a	b
s	q_1	s, q_1, q_2, q_3
q_1	q_2, q_3	$, q_3$
q_2	q_1	$s \quad , q_2, q_3$
q_3	q_1	$s \quad , q_2, q_3$



Fehlende Übergänge führen in Fehlerzustand.

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

ε-Abschluss

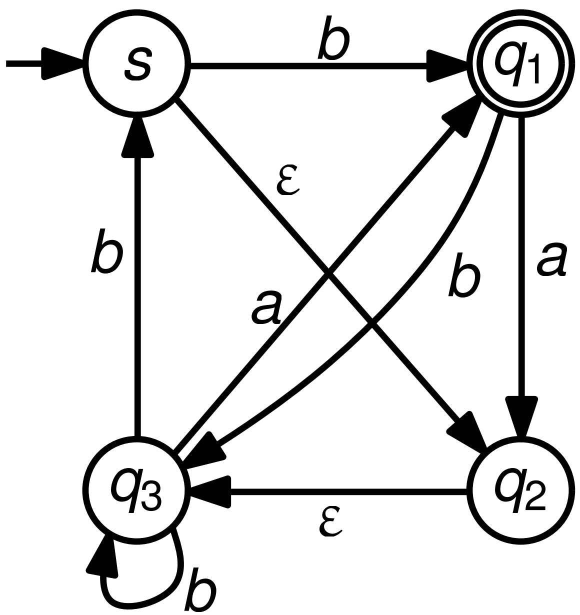


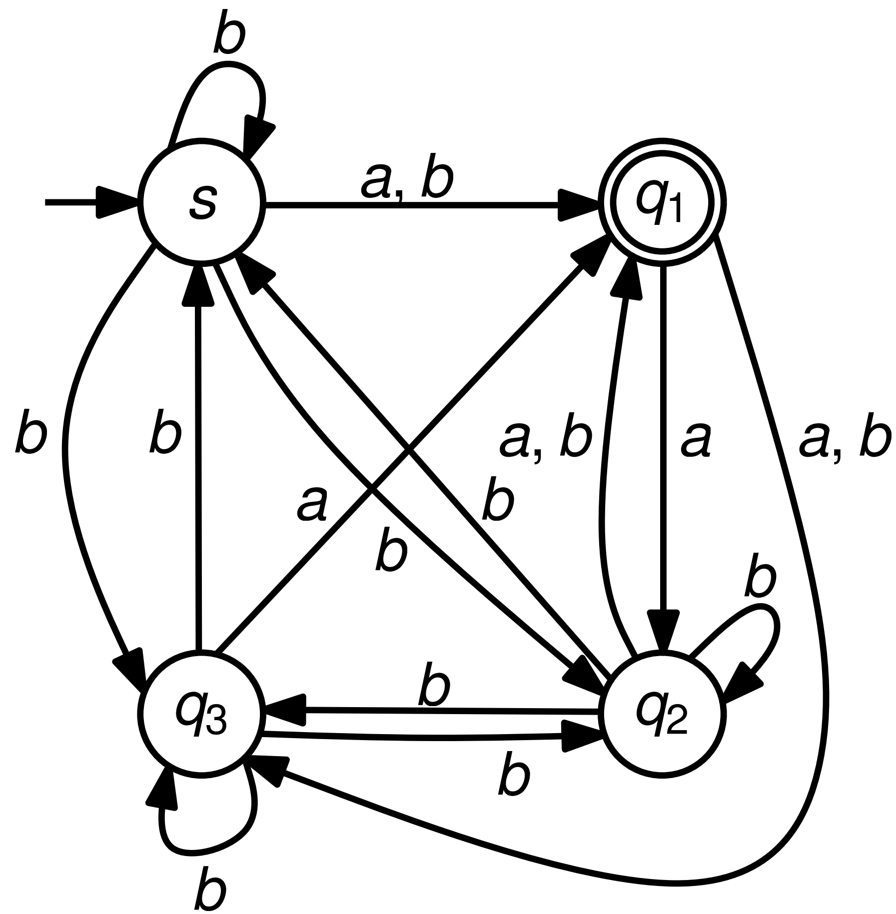
ε-Abschluss

	a	b
s	q_1	s, q_1, q_2, q_3
q_1	q_2, q_3	q_3
q_2	q_1	s, q_2, q_3
q_3	q_1	s, q_2, q_3

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

ε-Abschluss





ε-Abschluss

	a	b
s	q_1	s, q_1, q_2, q_3
q_1	q_2, q_3	q_3
q_2	q_1	s, q_2, q_3
q_3	q_1	s, q_2, q_3

Kontextfreie Gramatiken

Kontextfreie Grammatik: $G = (\Sigma, V, S, R)$

Alphabet: Σ (Terminalalphabet), endlich

$\Sigma = \{a, b\}$

Variablen: V (Nichtterminale), $V \cap \Sigma = \emptyset$, endlich

$V = \{A, S\}$

Startsymbol: $S \in V$

Ableitungsregeln: $R \subset V \times (\Sigma \cup V)^{\star}$

$S \to aSb \mid A, \quad A \to aA \mid a$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Kontextfreie Gramatiken

Kontextfreie Grammatik: $G = (\Sigma, V, S, R)$

Alphabet: Σ (Terminalalphabet), endlich

$\Sigma = \{a, b\}$

Variablen: V (Nichtterminale), $V \cap \Sigma = \emptyset$, endlich

$V = \{A, S\}$

Startsymbol: $S \in V$

Ableitungsregeln: $R \subset V \times (\Sigma \cup V)^\star$

$S \to aSb \mid A, \quad A \to aA \mid a$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Kontextfreie Grammatiken

$$G = (\Sigma = \{a, b\}, V = \{S\}, S, R)$$
$$R = S \rightarrow aSb \mid ab$$
$$L(G) = \{a^i b^i \mid i \in \mathbb{N}\}$$

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Kontextfreie Grammatiken

$$
\begin{aligned}
G &= (\Sigma = \{a, b\}, V = \{S\}, S, R) \\
R &= S \to aSb \mid ab \\
L(G) &= \{a^i b^i \mid i \in \mathbb{N}\}
\end{aligned}
$$

Ist $L(G)$ regulär?

Kontextfreie Grammatiken

$$G = (\Sigma = \{a, b\}, V = \{S\}, S, R)$$

$$R = S \rightarrow aSb \mid ab$$

$$L(G) = \{a^i b^i \mid i \in \mathbb{N}\}$$

Ist $L(G)$ regulär?

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Kontextfreie Grammatiken

$$G = (\Sigma = \{a, b\}, V = \{S\}, S, R)$$
$$R = S \rightarrow aSb \mid ab$$
$$L(G) = \{a^i b^i \mid i \in \mathbb{N}\}$$

Ist $L(G)$ regulär?

Problem: Informal: DEA / NEA können nicht zählen

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner

Kontextfreie Grammatiken

$$G = (\Sigma = \{a, b\}, V = \{S\}, S, R)$$
$$R = S \to aSb \mid ab$$
$$L(G) = \{a^i b^i \mid i \in \mathbb{N}\}$$

Ist $L(G)$ regulär?

Problem: Informal: DEA / NEA können nicht zählen

Formales Hilfsmittel in der nächsten Vorlesung

Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dorothea Wagner