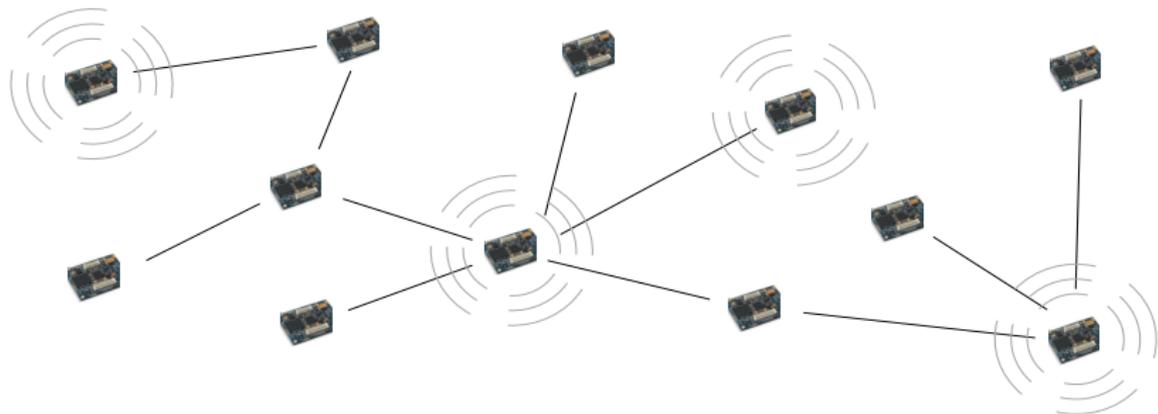


# Algorithmen für Ad-hoc- und Sensornetze

## VL 12 – Synchronisation und Zeitsynchronisation

Fabian Fuchs | 14. Jan. 2016 (Version 1)

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK - LEHRSTUHL FÜR ALGORITHMIK (PROF. WAGNER)



- Synchronisation
  - Was sind synchrone Algorithmen in asynchronen Netzen wert?
  - Ein Synchronisierer in drei Varianten
  
- Zeitsynchronisation
  - Wie erreicht man, dass alle Knoten dasselbe Zeitgefühl haben?
  - Warum schon einfache Lösungen ihre Tücken haben
  - Gradientensynchronisation: Was man alles falsch machen kann

# Synchrone Kommunikation

(ganz informell, siehe erste Vorlesung für Details)

- Zeit vergeht in *Runden*
- in jeder Runde kann jeder Knoten
  - beliebige Berechnungen ausführen
    - (und dabei Nachrichten der vorangegangenen Runde verwenden)
  - Nachrichten an alle Nachbarn schicken
  - Nachrichten empfangen („Posteingang leeren“)

# Synchrone Kommunikation

(ganz informell, siehe erste Vorlesung für Details)

- Zeit vergeht in *Runden*
  - in jeder Runde kann jeder Knoten
    - beliebige Berechnungen ausführen
      - (und dabei Nachrichten der vorangegangenen Runde verwenden)
    - Nachrichten an alle Nachbarn schicken
    - Nachrichten empfangen („Posteingang leeren“)
- + sehr klares Modell, gut verstanden
- so direkt hat das wenig von Sensornetzen
- Zeit für einzelne Übertragung schwer vorherzusehen
  - **Wer gibt den Startschuss für eine Runde?**

## Definitionen

Jeder Knoten lässt sich zu jedem Zeitpunkt beschreiben durch

- Menge  $Q$  von *Zuständen*, in denen er sich befinden kann
- Menge  $out$  von *ausgehenden Nachrichten*
- Menge  $in$  von *angenommenen Nachrichten*

Eine *Konfiguration  $c$  eines Knotens* umfasst seinen Zustand und beide Mengen von Nachrichten.

Eine *Konfiguration  $C$  eines verteilten Systems* besteht aus den Konfigurationen aller Knoten  $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ .

## Definitionen

Jeder Knoten lässt sich zu jedem Zeitpunkt beschreiben durch

- Menge  $Q$  von *Zuständen*, in denen er sich befinden kann
- Menge  $out$  von *ausgehenden Nachrichten*
- Menge  $in$  von *angenommenen Nachrichten*

Eine *Konfiguration  $c$  eines Knotens* umfasst seinen Zustand und beide Mengen von Nachrichten.

Eine *Konfiguration  $C$  eines verteilten Systems* besteht aus den Konfigurationen aller Knoten  $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ .

*Viel realistischer:* Senden/Empfangen ist typischerweise von der Programmausführung unabhängig. Knoten rechnen, übergeben ausgehende Pakete an den Netzwerkstack und fragen, ob Pakete empfangen wurden.

## Definition: Asynchrones Modell

Eine *Ausführung* eines Programms im *Asynchronen Modell* ist eine Folge von Konfigurationen und Schritten  $C_0, \phi_0, C_1, \phi_1, \dots$ , in der

## Definition: Asynchrones Modell

Eine *Ausführung* eines Programms im *Asynchronen Modell* ist eine Folge von Konfigurationen und Schritten  $C_0, \phi_0, C_1, \phi_1, \dots$ , in der

- $\phi_i$  darin besteht, dass entweder
  - eine beliebige Nachricht zugestellt wird
  - ein Knoten einen Berechnungsschritt macht, und dabei
    - alle eingehenden Nachrichten entgegennimmt
    - beliebige Berechnungen durchführt
    - ggf. ausgehende Nachrichten erzeugt

## Definition: Asynchrones Modell

Eine *Ausführung* eines Programms im *Asynchronen Modell* ist eine Folge von Konfigurationen und Schritten  $C_0, \phi_0, C_1, \phi_1, \dots$ , in der

- $\phi_i$  darin besteht, dass entweder
  - eine beliebige Nachricht zugestellt wird
  - ein Knoten einen Berechnungsschritt macht, und dabei
    - alle eingehenden Nachrichten entgegennimmt
    - beliebige Berechnungen durchführt
    - ggf. ausgehende Nachrichten erzeugt
- $C_{i+1}$  aus  $C_i$  durch Schritt  $\phi_i$  hervorgeht

## Definition: Asynchrones Modell

Eine *Ausführung* eines Programms im *Asynchronen Modell* ist eine Folge von Konfigurationen und Schritten  $C_0, \phi_0, C_1, \phi_1, \dots$ , in der

- $\phi_i$  darin besteht, dass entweder
  - eine beliebige Nachricht zugestellt wird
  - ein Knoten einen Berechnungsschritt macht, und dabei
    - alle eingehenden Nachrichten entgegennimmt
    - beliebige Berechnungen durchführt
    - ggf. ausgehende Nachrichten erzeugt
- $C_{i+1}$  aus  $C_i$  durch Schritt  $\phi_i$  hervorgeht
- jede Nachricht irgendwann zugestellt wird

## Definition: Asynchrones Modell

Eine *Ausführung* eines Programms im *Asynchronen Modell* ist eine Folge von Konfigurationen und Schritten  $C_0, \phi_0, C_1, \phi_1, \dots$ , in der

- $\phi_i$  darin besteht, dass entweder
    - eine beliebige Nachricht zugestellt wird
    - ein Knoten einen Berechnungsschritt macht, und dabei
      - alle eingehenden Nachrichten entgegennimmt
      - beliebige Berechnungen durchführt
      - ggf. ausgehende Nachrichten erzeugt
  - $C_{i+1}$  aus  $C_i$  durch Schritt  $\phi_i$  hervorgeht
  - jede Nachricht irgendwann zugestellt wird
- 
- **Aber: Keine Annahme an die Reihenfolge der Schritte!**
    - noch nicht mal Reihenfolge der Nachrichten!

Wie kann man von Zeitkomplexität sprechen, wenn Nachrichten beliebig „verschleppt“ werden können?

Wie kann man von Zeitkomplexität sprechen, wenn Nachrichten beliebig „verschleppt“ werden können?

## Definition: Zeitkomplexität

Die Zeitkomplexität eines Algorithmus im asynchronen Modell ist die maximale Zeit, die bis zur Terminierung vergehen kann, wenn man

- die Zeit für das Zustellen einer Nachricht und
- die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Übertragungen über den selben Link

auf 1 begrenzt.

Wie kann man von Zeitkomplexität sprechen, wenn Nachrichten beliebig „verschleppt“ werden können?

## Definition: Zeitkomplexität

Die Zeitkomplexität eines Algorithmus im asynchronen Modell ist die maximale Zeit, die bis zur Terminierung vergehen kann, wenn man

- die Zeit für das Zustellen einer Nachricht und
- die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Übertragungen über den selben Link

auf 1 begrenzt.

- *Vorsicht:* So ein Modell „verbirgt“ höhere Wartezeiten für Übertragungen bei stark ausgelastetem Kanal!
  - Zeit für Nachrichtenzustellung aus Interval  $[0, 1]$ , ebenso für Zeit zwischen Übertragungen.  $\Rightarrow$  „gleichzeitige“ Übertragungen möglich

Wie kann man von Zeitkomplexität sprechen, wenn Nachrichten beliebig „verschleppt“ werden können?

## Definition: Zeitkomplexität

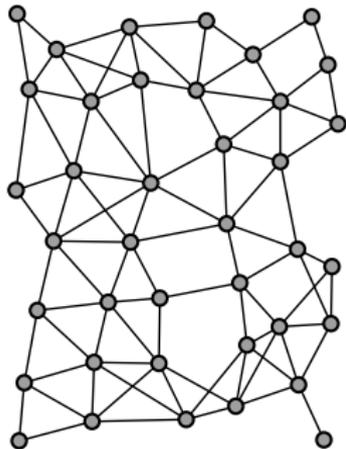
Die Zeitkomplexität eines Algorithmus im asynchronen Modell ist die maximale Zeit, die bis zur Terminierung vergehen kann, wenn man

- die Zeit für das Zustellen einer Nachricht und
- die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Übertragungen über den selben Link

auf 1 begrenzt.

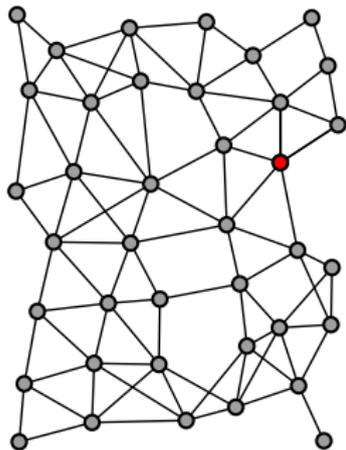
- *Vorsicht:* So ein Modell „verbirgt“ höhere Wartezeiten für Übertragungen bei stark ausgelastetem Kanal!
  - Zeit für Nachrichtenzustellung aus Interval  $[0, 1]$ , ebenso für Zeit zwischen Übertragungen.  $\Rightarrow$  „gleichzeitige“ Übertragungen möglich
- Nachrichtenkomplexität ist definiert wie im synchronen Modell

# Beispiel: Fluten

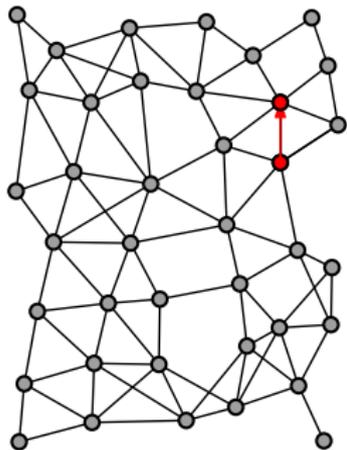


- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...

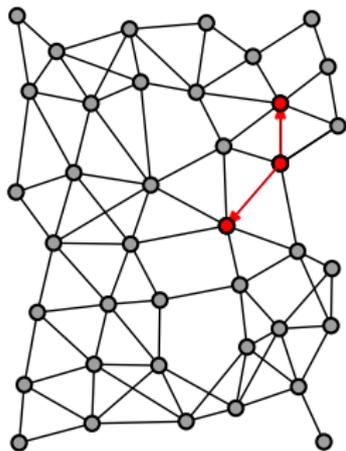
# Beispiel: Fluten



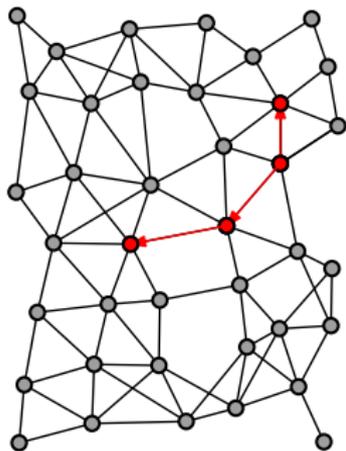
- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...



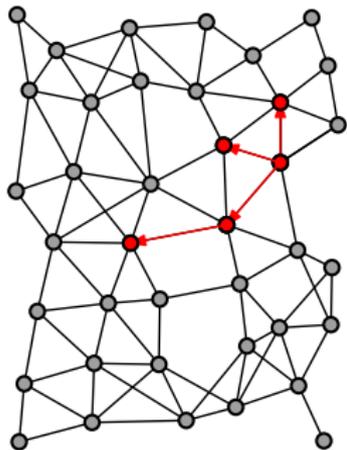
- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch



- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch

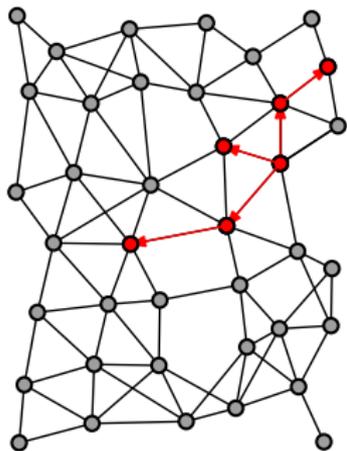


- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch



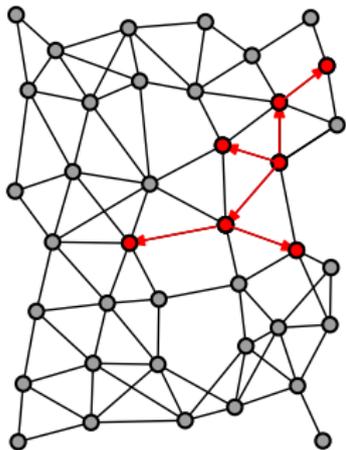
- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch

# Beispiel: Fluten

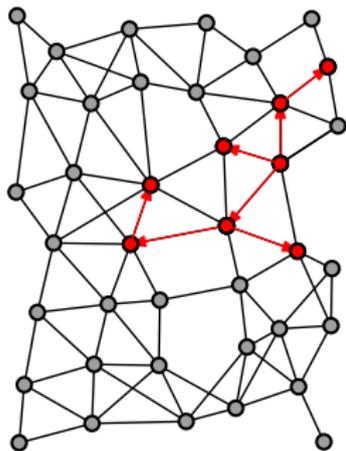


- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch

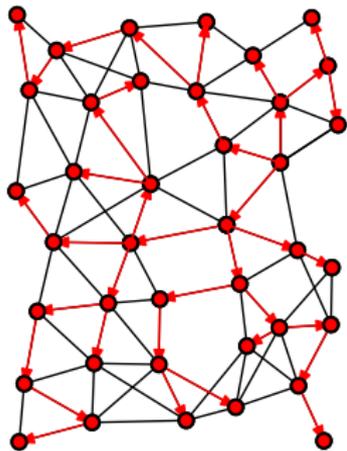
# Beispiel: Fluten



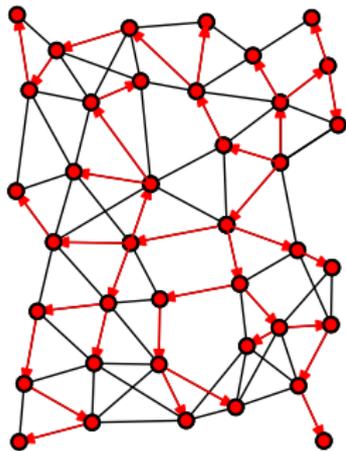
- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch



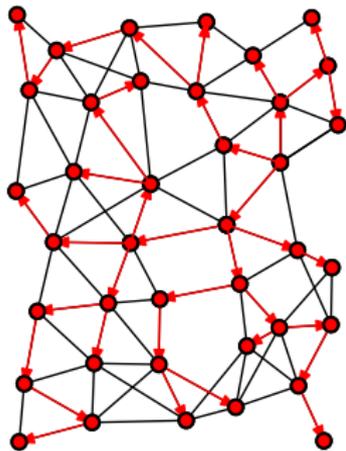
- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch



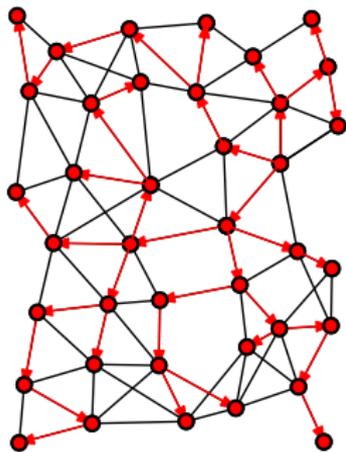
- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch



- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch
- Zeitkomplexität?  $O(D)$ !
  - Beweis: Induktion über Abstand zum Startknoten!
  - Nach Zeit  $i$ ,  $i$ -hop Nachbarschaft hat Nachricht erhalten.



- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch
- Zeitkomplexität?  $O(D)$ !
  - Beweis: Induktion über Abstand zum Startknoten!
  - Nach Zeit  $i$ ,  $i$ -hop Nachbarschaft hat Nachricht erhalten.



- Knoten sendet Nachricht an alle Nachbarn, sobald er die erste Nachricht empfängt
  - wie gehabt...
- ohne weitere Kniffe: Reihenfolge beliebig
  - Baum ist nicht unbedingt Kürzeste-Wege-Baum zur Senke!
  - beim Fluten unproblematisch
- Zeitkomplexität?  $O(D)$ !
  - Beweis: Induktion über Abstand zum Startknoten!
  - Nach Zeit  $i$ ,  $i$ -hop Nachbarschaft hat Nachricht erhalten.

Nicht immer geht das so glimpflich! Was ist zum Beispiel mit Färbungsalgorithmen ohne klare Runden?

## Synchronisator

Ein *Synchronisator* ist ein Verfahren, einen beliebigen *synchronen* Algorithmus mit asynchroner Kommunikation auszuführen. Dazu fügt ein Synchronisator dem Zustand eines Knotens einen Zähler  $r$  hinzu mit folgenden Eigenschaften:

## Synchronisator

Ein *Synchronisator* ist ein Verfahren, einen beliebigen *synchronen* Algorithmus mit asynchroner Kommunikation auszuführen. Dazu fügt ein Synchronisator dem Zustand eines Knotens einen Zähler  $r$  hinzu mit folgenden Eigenschaften:

- der Zähler erhöht sich nur zu Beginn einer Berechnung

## Synchronisator

Ein *Synchronisator* ist ein Verfahren, einen beliebigen *synchronen* Algorithmus mit asynchroner Kommunikation auszuführen. Dazu fügt ein Synchronisator dem Zustand eines Knotens einen Zähler  $r$  hinzu mit folgenden Eigenschaften:

- der Zähler erhöht sich nur zu Beginn einer Berechnung
- springt der Zähler auf  $i$ , sind alle Nachrichten empfangen worden, die der Knoten im synchronen Algorithmus in Runde  $i - 1$  empfangen hätte

## Synchronisator

Ein *Synchronisator* ist ein Verfahren, einen beliebigen *synchronen* Algorithmus mit asynchroner Kommunikation auszuführen. Dazu fügt ein Synchronisator dem Zustand eines Knotens einen Zähler  $r$  hinzu mit folgenden Eigenschaften:

- der Zähler erhöht sich nur zu Beginn einer Berechnung
- springt der Zähler auf  $i$ , sind alle Nachrichten empfangen worden, die der Knoten im synchronen Algorithmus in Runde  $i - 1$  empfangen hätte

⇒ Bis der Zähler hochspringt, merken wir uns eingehende Nachrichten nur

## Synchronisator

Ein *Synchronisator* ist ein Verfahren, einen beliebigen *synchronen* Algorithmus mit asynchroner Kommunikation auszuführen. Dazu fügt ein Synchronisator dem Zustand eines Knotens einen Zähler  $r$  hinzu mit folgenden Eigenschaften:

- der Zähler erhöht sich nur zu Beginn einer Berechnung
- springt der Zähler auf  $i$ , sind alle Nachrichten empfangen worden, die der Knoten im synchronen Algorithmus in Runde  $i - 1$  empfangen hätte

- ⇒ Bis der Zähler hochspringt, merken wir uns eingehende Nachrichten nur
- ⇒ Wenn der Zähler hochspringt, führen wir die synchrone Runde  $i$  aus!

## Zutaten: Synchronisator $\alpha$

- 1 Jede Nachricht des synchronen Algorithmus wird bestätigt
  - hat ein Knoten eine Nachricht empfangen, schickt er eine Bestätigung

## Zutaten: Synchronizator $\alpha$

- 1 Jede Nachricht des synchronen Algorithmus wird bestätigt
  - hat ein Knoten eine Nachricht empfangen, schickt er eine Bestätigung
- 2 Hat ein Knoten für alle Nachrichten, die er in Runde  $i$  erzeugt hat, eine Bestätigung erhalten, schickt er eine Nachricht  $\text{SAFE-}i$  an alle Nachbarn

## Zutaten: Synchronisator $\alpha$

- 1 Jede Nachricht des synchronen Algorithmus wird bestätigt
  - hat ein Knoten eine Nachricht empfangen, schickt er eine Bestätigung
- 2 Hat ein Knoten für alle Nachrichten, die er in Runde  $i$  erzeugt hat, eine Bestätigung erhalten, schickt er eine Nachricht  $\text{SAFE-}i$  an alle Nachbarn
- 3 Hat ein Knoten  $\text{SAFE-}i$  von allen Nachbarn empfangen, springt der Zähler auf  $i + 1$

## Definition: Zeitkomplexität eines Synchronisators

Ein Synchronisator hat Zeitkomplexität  $T$ , wenn nach  $iT$  Zeiteinheiten alle Knoten einen Zähler von mindestens  $i$  haben.

## Definition: Zeitkomplexität eines Synchronisators

Ein Synchronisator hat Zeitkomplexität  $T$ , wenn nach  $iT$  Zeiteinheiten alle Knoten einen Zähler von mindestens  $i$  haben.

## Satz

Synchronisator  $\alpha$  hat Zeitkomplexität  $O(1)$  und Nachrichtenkomplexität  $O(m)/\text{Runde}$ .

## Definition: Zeitkomplexität eines Synchronisators

Ein Synchronisator hat Zeitkomplexität  $T$ , wenn nach  $iT$  Zeiteinheiten alle Knoten einen Zähler von mindestens  $i$  haben.

## Satz

Synchronisator  $\alpha$  hat Zeitkomplexität  $O(1)$  und Nachrichtenkomplexität  $O(m)/\text{Runde}$ .

- Bew. Zeitkomplexität durch Induktion für  $T = 3$ :

## Definition: Zeitkomplexität eines Synchronisators

Ein Synchronisator hat Zeitkomplexität  $T$ , wenn nach  $iT$  Zeiteinheiten alle Knoten einen Zähler von mindestens  $i$  haben.

## Satz

Synchronisator  $\alpha$  hat Zeitkomplexität  $O(1)$  und Nachrichtenkomplexität  $O(m)/\text{Runde}$ .

- Bew. Zeitkomplexität durch Induktion für  $T = 3$ :
  - gilt für  $i = 0$

## Definition: Zeitkomplexität eines Synchronisators

Ein Synchronisator hat Zeitkomplexität  $T$ , wenn nach  $iT$  Zeiteinheiten alle Knoten einen Zähler von mindestens  $i$  haben.

## Satz

Synchronisator  $\alpha$  hat Zeitkomplexität  $O(1)$  und Nachrichtenkomplexität  $O(m)/\text{Runde}$ .

- Bew. Zeitkomplexität durch Induktion für  $T = 3$ :
  - gilt für  $i = 0$
  - haben alle Knoten Zähler  $i$ , dauert es maximal 2 ZE, bis alle Knoten  $\text{SAFE-}i$  gesendet haben...

## Definition: Zeitkomplexität eines Synchronisators

Ein Synchronisator hat Zeitkomplexität  $T$ , wenn nach  $iT$  Zeiteinheiten alle Knoten einen Zähler von mindestens  $i$  haben.

## Satz

Synchronisator  $\alpha$  hat Zeitkomplexität  $O(1)$  und Nachrichtenkomplexität  $O(m)/\text{Runde}$ .

- Bew. Zeitkomplexität durch Induktion für  $T = 3$ :
  - gilt für  $i = 0$
  - haben alle Knoten Zähler  $i$ , dauert es maximal 2 ZE, bis alle Knoten  $\text{SAFE-}i$  gesendet haben...
- pro Runde verschickt jeder Knoten  $u$   $\Theta(\deg u)$  Nachrichten.

## Definition: Zeitkomplexität eines Synchronisators

Ein Synchronisator hat Zeitkomplexität  $T$ , wenn nach  $iT$  Zeiteinheiten alle Knoten einen Zähler von mindestens  $i$  haben.

## Satz

Synchronisator  $\alpha$  hat Zeitkomplexität  $O(1)$  und Nachrichtenkomplexität  $O(m)/\text{Runde}$ .

- Bew. Zeitkomplexität durch Induktion für  $T = 3$ :
  - gilt für  $i = 0$
  - haben alle Knoten Zähler  $i$ , dauert es maximal 2 ZE, bis alle Knoten  $\text{SAFE-}i$  gesendet haben...
- pro Runde verschickt jeder Knoten  $u \Theta(\deg u)$  Nachrichten.
  - Bestätigungen verschlechtern asymptotische Nachrichtenkomplexität nicht!

# Andere Synchronisatoren?

Synchronisator  $\alpha$  braucht keinerlei Vorbereitung. Was, wenn wir uns vorher Strukturen zur Synchronisation aufbauen können?

Synchronisator  $\alpha$  braucht keinerlei Vorbereitung. Was, wenn wir uns vorher Strukturen zur Synchronisation aufbauen können?

## Synchronisator $\beta$

Berechne einen beliebigen gerichteten Spannbaum  $T$ .  
Wenn der Zähler auf  $i$  springt

- verschicke alle Nachrichten aus Runde  $i$
- warte auf Bestätigungen
- warte, bis alle Kinder  $\text{SAFE-}i$  gesendet haben
- sende  $\text{SAFE-}i$  an Vorgänger
  - Wurzel sendet stattdessen  $\text{START-}(i + 1)$  an Kinder
- warte auf  $\text{START-}(i + 1)$ -Signal und setze Zähler auf  $i + 1$ 
  - Wurzel wartet nicht

## Satz

Synchronisator  $\beta$  hat Zeitkomplexität  $O(H_T)^a$  und Nachrichtenkomplexität  $O(n)/\text{Runde}$ .

---

<sup>a</sup> $H_T$ : Höhe des Baumes

## Satz

Synchronisator  $\beta$  hat Zeitkomplexität  $O(H_T)^a$  und Nachrichtenkomplexität  $O(n)/\text{Runde}$ .

---

<sup>a</sup> $H_T$ : Höhe des Baumes

- Bessere Nachrichtenkomplexität, aber viel schlechtere Zeitkomplexität.

## Satz

Synchronisator  $\beta$  hat Zeitkomplexität  $O(H_T)^a$  und Nachrichtenkomplexität  $O(n)/\text{Runde}$ .

---

<sup>a</sup> $H_T$ : Höhe des Baumes

- Bessere Nachrichtenkomplexität, aber viel schlechtere Zeitkomplexität.
- Baum kann man asynchron verteilt bestimmen (ohne Beweis)!

## Satz

Synchronisator  $\beta$  hat Zeitkomplexität  $O(H_T)^a$  und Nachrichtenkomplexität  $O(n)/\text{Runde}$ .

---

<sup>a</sup> $H_T$ : Höhe des Baumes

- Bessere Nachrichtenkomplexität, aber viel schlechtere Zeitkomplexität.
- Baum kann man asynchron verteilt bestimmen (ohne Beweis)!

Kann man das Beste aus beiden Welten bekommen? **TIPP:**

- $\alpha$  wartet nur auf Nachbarn, das geht schnell
- $\beta$  synchronisiert im Baum, das kostet weniger Nachrichten

## Idee Synchronisator $\gamma$

Partitioniere das Netz in kleine Gruppen!

- In jeder Gruppe wähle einen Baum und eine Wurzel aus
- zu je zwei benachbarten Gruppen wähle eine *Brückenkante* aus

Wie synchronisieren wir uns jetzt?

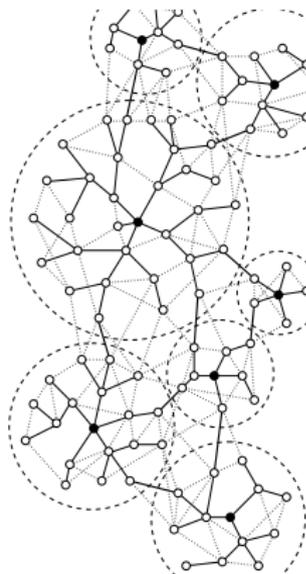


Bild: Roger Wattenhofer

## Synchronisation

Zum Beenden von Runde  $i$

- 1 lassen sich alle Knoten wie in Synchronisator  $\beta$  bestätigen, dass im eigenen Cluster alle fertig sind
- 2 Knoten mit Brückenkanten senden ein Signal  $NB-SAFE-i$  über Brückenkante
- 3 wie in Synchronisator  $\beta$  lassen sich alle bestätigen, dass  $NB-SAFE-i$  über alle Brückenkanten *empfangen* wurde

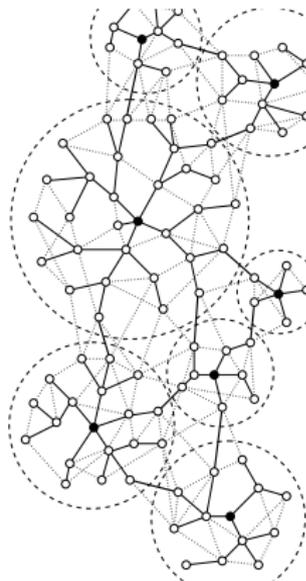


Bild: Roger Wattenhofer

## Synchronisation

Zum Beenden von Runde  $i$

- 1 lassen sich alle Knoten wie in Synchronisator  $\beta$  bestätigen, dass im eigenen Cluster alle fertig sind
- 2 Knoten mit Brückenkanten senden ein Signal  $NB-SAFE-i$  über Brückenkante
- 3 wie in Synchronisator  $\beta$  lassen sich alle bestätigen, dass  $NB-SAFE-i$  über alle Brückenkanten *empfangen* wurde



Bild: Roger Wattenhofer

## Synchronisation

Zum Beenden von Runde  $i$

- 1 lassen sich alle Knoten wie in Synchronisator  $\beta$  bestätigen, dass im eigenen Cluster alle fertig sind
- 2 Knoten mit Brückenkanten senden ein Signal  $NB-SAFE-i$  über Brückenkante
- 3 wie in Synchronisator  $\beta$  lassen sich alle bestätigen, dass  $NB-SAFE-i$  über alle Brückenkanten *empfangen* wurde

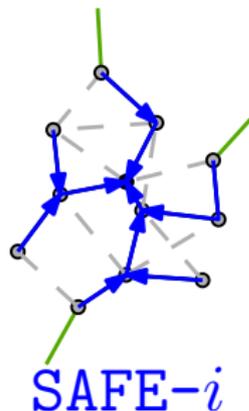


Bild: Roger Wattenhofer

## Synchronisation

Zum Beenden von Runde  $i$

- 1 lassen sich alle Knoten wie in Synchronisator  $\beta$  bestätigen, dass im eigenen Cluster alle fertig sind
- 2 Knoten mit Brückenkanten senden ein Signal  $NB-SAFE-i$  über Brückenkante
- 3 wie in Synchronisator  $\beta$  lassen sich alle bestätigen, dass  $NB-SAFE-i$  über alle Brückenkanten *empfangen* wurde

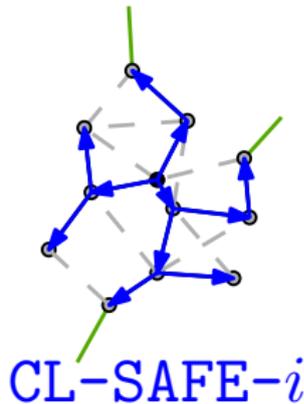


Bild: Roger Wattenhofer

## Synchronisation

Zum Beenden von Runde  $i$

- 1 lassen sich alle Knoten wie in Synchronisator  $\beta$  bestätigen, dass im eigenen Cluster alle fertig sind
- 2 Knoten mit Brückenkanten senden ein Signal  $NB-SAFE-i$  über Brückenkante
- 3 wie in Synchronisator  $\beta$  lassen sich alle bestätigen, dass  $NB-SAFE-i$  über alle Brückenkanten *empfangen* wurde

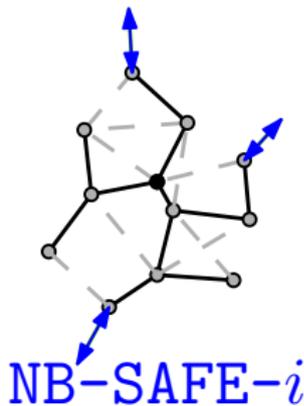


Bild: Roger Wattenhofer



## Synchronisation

Zum Beenden von Runde  $i$

- 1 lassen sich alle Knoten wie in Synchronisator  $\beta$  bestätigen, dass im eigenen Cluster alle fertig sind
- 2 Knoten mit Brückenkanten senden ein Signal  $NB-SAFE-i$  über Brückenkante
- 3 wie in Synchronisator  $\beta$  lassen sich alle bestätigen, dass  $NB-SAFE-i$  über alle Brückenkanten *empfangen* wurde

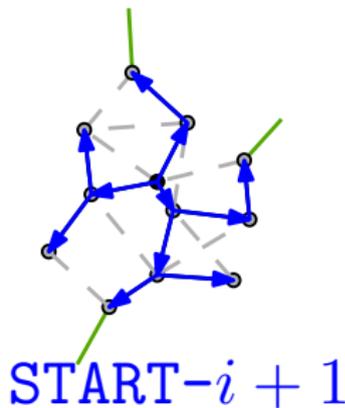


Bild: Roger Wattenhofer

## Satz

Ist  $k$  der maximale Abstand eines Knotens zur Wurzel in seinem Cluster und gibt es insgesamt  $m_C$  Brückenkanten, dann hat Synchronisator  $\gamma$  Zeitkomplexität  $O(k)$  und benötigt  $O(n + m_C)$  Nachrichten pro Runde.

## Satz

Ist  $k$  der maximale Abstand eines Knotens zur Wurzel in seinem Cluster und gibt es insgesamt  $m_C$  Brückenkanten, dann hat Synchronisator  $\gamma$  Zeitkomplexität  $O(k)$  und benötigt  $O(n + m_C)$  Nachrichten pro Runde.

- über jede Baumkante gehen 4, über jede Brückenkante 2 Nachrichten

## Satz

Ist  $k$  der maximale Abstand eines Knotens zur Wurzel in seinem Cluster und gibt es insgesamt  $m_C$  Brückenkanten, dann hat Synchronisator  $\gamma$  Zeitkomplexität  $O(k)$  und benötigt  $O(n + m_C)$  Nachrichten pro Runde.

- über jede Baumkante gehen 4, über jede Brückenkante 2 Nachrichten
- Zeitkomplexität ergibt sich vor allem aus der Synchronisation in der Gruppe

## Satz

Ist  $k$  der maximale Abstand eines Knotens zur Wurzel in seinem Cluster und gibt es insgesamt  $m_C$  Brückenkanten, dann hat Synchronisator  $\gamma$  Zeitkomplexität  $O(k)$  und benötigt  $O(n + m_C)$  Nachrichten pro Runde.

- über jede Baumkante gehen 4, über jede Brückenkante 2 Nachrichten
- Zeitkomplexität ergibt sich vor allem aus der Synchronisation in der Gruppe
- genau betrachtet sind  $\alpha$  und  $\beta$  nur Sonderfälle von  $\gamma$ 
  - $\alpha$ : Jeder Knoten ist seine eigene Gruppe
  - $\beta$ : Alle Knoten sind in derselben Gruppe

## Satz

Ist  $k$  der maximale Abstand eines Knotens zur Wurzel in seinem Cluster und gibt es insgesamt  $m_C$  Brückenkanten, dann hat Synchronisator  $\gamma$  Zeitkomplexität  $O(k)$  und benötigt  $O(n + m_C)$  Nachrichten pro Runde.

- über jede Baumkante gehen 4, über jede Brückenkante 2 Nachrichten
- Zeitkomplexität ergibt sich vor allem aus der Synchronisation in der Gruppe
- genau betrachtet sind  $\alpha$  und  $\beta$  nur Sonderfälle von  $\gamma$ 
  - $\alpha$ : Jeder Knoten ist seine eigene Gruppe
  - $\beta$ : Alle Knoten sind in derselben Gruppe

Ist das nun besser? Gibt es *gute* Gruppierung?

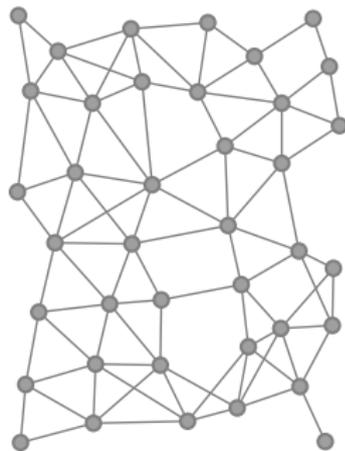
## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

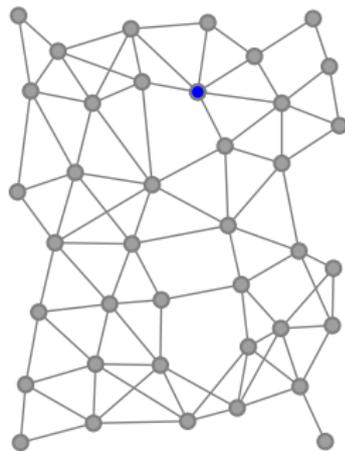
- 1 Wähle bel. unmarkierten Knoten  $v$  aus
- 2 lasse Radius  $r$  wachsen, so lange sich Menge der unmarkierten Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft von  $v$  noch verdoppelt
- 3 markiere unmarkierte Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft
- 4 falls es unm. Knoten gibt, gehe zu 1



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

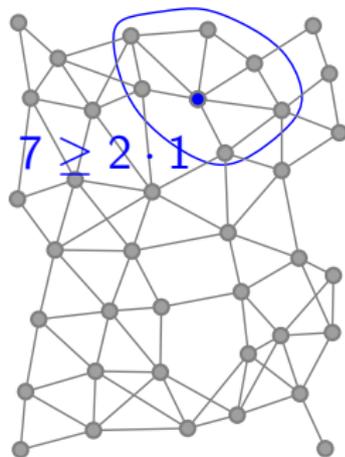
- 1 Wähle bel. unmarkierten Knoten  $v$  aus
- 2 lasse Radius  $r$  wachsen, so lange sich Menge der unmarkierten Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft von  $v$  noch verdoppelt
- 3 markiere unmarkierte Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft
- 4 falls es unm. Knoten gibt, gehe zu 1



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

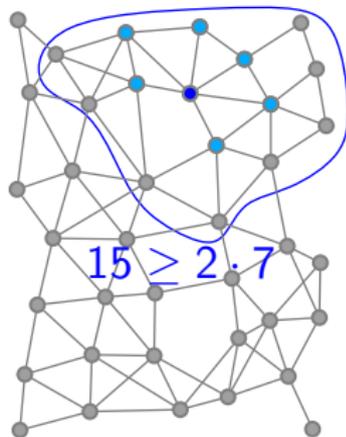
- 1 Wähle bel. unmarkierten Knoten  $v$  aus
- 2 lasse Radius  $r$  wachsen, so lange sich Menge der unmarkierten Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft von  $v$  noch verdoppelt
- 3 markiere unmarkierte Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft
- 4 falls es unm. Knoten gibt, gehe zu 1



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

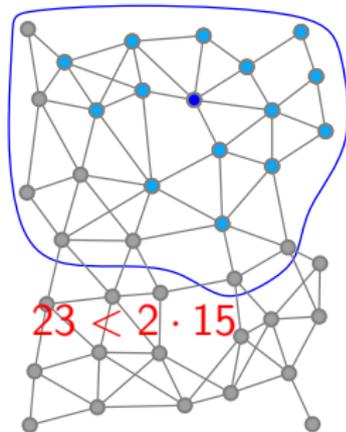
- 1 Wähle bel. unmarkierten Knoten  $v$  aus
- 2 lasse Radius  $r$  wachsen, so lange sich Menge der unmarkierten Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft von  $v$  noch verdoppelt
- 3 markiere unmarkierte Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft
- 4 falls es unm. Knoten gibt, gehe zu 1



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

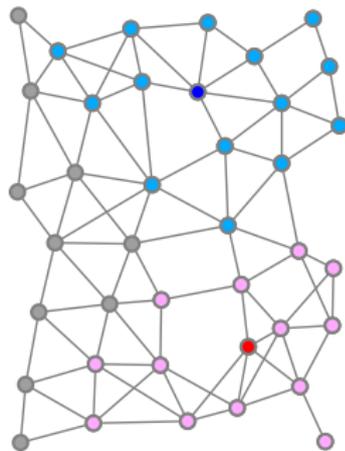
- 1 Wähle bel. unmarkierten Knoten  $v$  aus
- 2 lasse Radius  $r$  wachsen, so lange sich Menge der unmarkierten Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft von  $v$  noch verdoppelt
- 3 markiere unmarkierte Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft
- 4 falls es unm. Knoten gibt, gehe zu 1



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

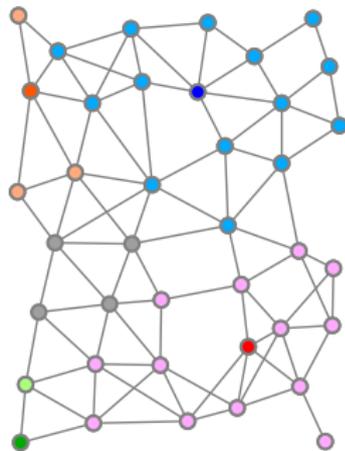
- 1 Wähle bel. unmarkierten Knoten  $v$  aus
- 2 lasse Radius  $r$  wachsen, so lange sich Menge der unmarkierten Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft von  $v$  noch verdoppelt
- 3 markiere unmarkierte Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft
- 4 falls es unm. Knoten gibt, gehe zu 1



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

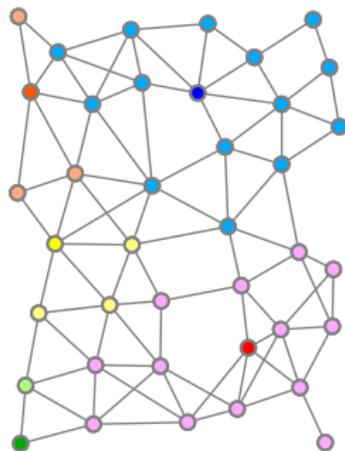
- 1 Wähle bel. unmarkierten Knoten  $v$  aus
- 2 lasse Radius  $r$  wachsen, so lange sich Menge der unmarkierten Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft von  $v$  noch verdoppelt
- 3 markiere unmarkierte Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft
- 4 falls es unm. Knoten gibt, gehe zu 1



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

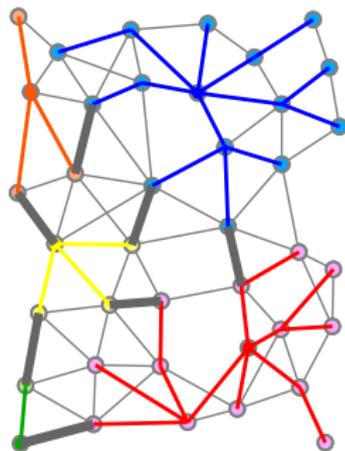
- 1 Wähle bel. unmarkierten Knoten  $v$  aus
- 2 lasse Radius  $r$  wachsen, so lange sich Menge der unmarkierten Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft von  $v$  noch verdoppelt
- 3 markiere unmarkierte Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft
- 4 falls es unm. Knoten gibt, gehe zu 1



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

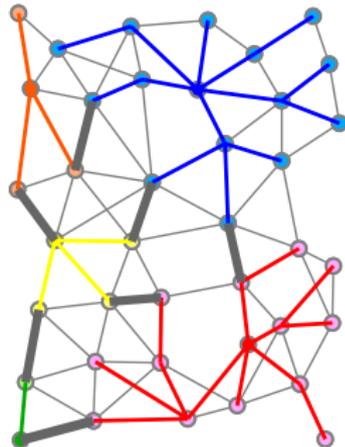
- 1 Wähle bel. unmarkierten Knoten  $v$  aus
- 2 lasse Radius  $r$  wachsen, so lange sich Menge der unmarkierten Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft von  $v$  noch verdoppelt
- 3 markiere unmarkierte Knoten in  $r$ -Hop-Nachbarschaft
- 4 falls es unm. Knoten gibt, gehe zu 1



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

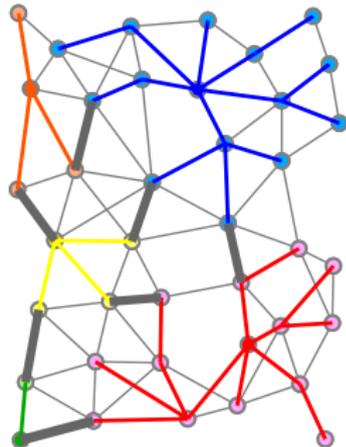
- $r$  kann nie über  $\log_2 n$  wachsen:
    - bei jeder Erhöhung verdoppelt sich Anzahl der abgedeckten Knoten
- $\Rightarrow r \leq \log_2 n$



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

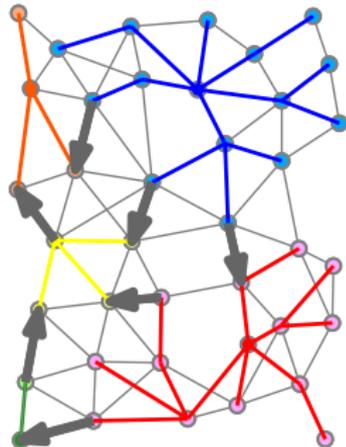
- $r$  kann nie über  $\log_2 n$  wachsen:
  - bei jeder Erhöhung verdoppelt sich Anzahl der abgedeckten Knoten
  - ⇒  $r \leq \log_2 n$
- $m_C \leq n$ :
  - Richte pro benachbarten Cluster eine Brückenkante von früher markiertem Cluster weg
  - Beobachtung: Ein Cluster  $C$  mit  $|C|$  Knoten kann beim Einfärben maximal zu  $|C|$  unmarkierten Knoten benachbart sein (sonst wäre er gewachsen)
  - ⇒ Cluster  $C$  hat max.  $|C|$  ausgehende Brückenkanten
  - ⇒ Summe über alle Cluster  $\leq n$



## Satz

Jeder Graph lässt sich so partitionieren, dass  $k \leq \log_2 n$  und  $m_C \leq n$ .

- $r$  kann nie über  $\log_2 n$  wachsen:
  - bei jeder Erhöhung verdoppelt sich Anzahl der abgedeckten Knoten
  - ⇒  $r \leq \log_2 n$
- $m_C \leq n$ :
  - Richte pro benachbarten Cluster eine Brückenkante von früher markiertem Cluster weg
  - Beobachtung: Ein Cluster  $C$  mit  $|C|$  Knoten kann beim Einfärben maximal zu  $|C|$  unmarkierten Knoten benachbart sein (sonst wäre er gewachsen)
  - ⇒ Cluster  $C$  hat max.  $|C|$  ausgehende Brückenkanten
  - ⇒ Summe über alle Cluster  $\leq n$



- So eine Partition kann man auch verteilt im asynchronen Modell berechnen
  - damit ist Synchronisation mit logarithmischem Zeitoverhead realistisch!
  - $O(n)$  Zeit und  $O(m + n \log n)$  Nachrichten fürs Setup (o.B.)

- So eine Partition kann man auch verteilt im asynchronen Modell berechnen
  - damit ist Synchronisation mit logarithmischem Zeitoverhead realistisch!
  - $O(n)$  Zeit und  $O(m + n \log n)$  Nachrichten fürs Setup (o.B.)
  - lohnen sich die Initialisierungskosten?
  - was passiert in dynamischen Netzen?

- So eine Partition kann man auch verteilt im asynchronen Modell berechnen
  - damit ist Synchronisation mit logarithmischem Zeitoverhead realistisch!
  - $O(n)$  Zeit und  $O(m + n \log n)$  Nachrichten fürs Setup (o.B.)
  - lohnen sich die Initialisierungskosten?
  - was passiert in dynamischen Netzen?
  
- Viele synchrone Algorithmen müssen nicht immer alle Knoten synchronisieren
  - in solchen Situationen kann man mit speziellen Synchronisatoren viel Ressourcen sparen

Viele Anwendungen brauchen nicht nur vage Runden, sondern echte Zeitstempel, um

- zum richtigen Moment aufzuwachen
- gemessene Daten richtig zeitlich einordnen zu können
- gemeinsame Schedules einzuhalten

Viele Anwendungen brauchen nicht nur vage Runden, sondern echte Zeitstempel, um

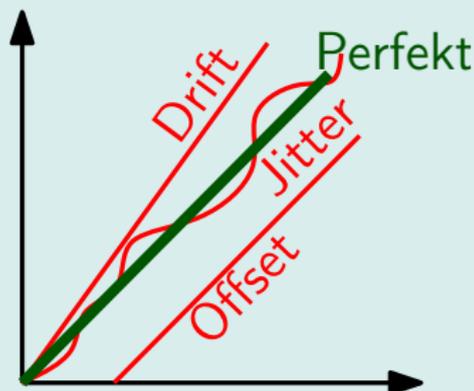
- zum richtigen Moment aufzuwachen
- gemessene Daten richtig zeitlich einordnen zu können
- gemeinsame Schedules einzuhalten

Zeitsynchronisation ist notwendig, um

- Offset (einmalig?) und
- Drift (permanent?)

auszugleichen.

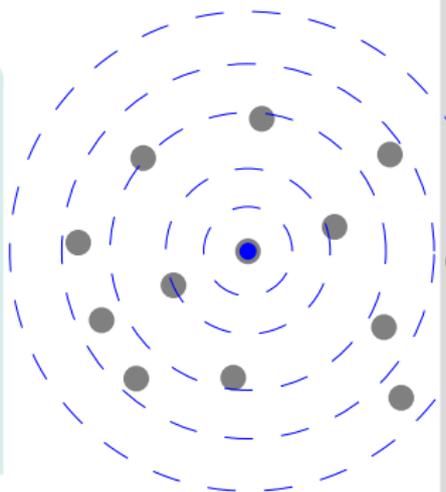
Beispiel: TinyNode: Drift bis zu  $30\text{-}50\mu\text{s/s}$



- DCF77 in Frankfurt
  - Synchronisation wie Funkuhren
  - braucht speziellen Empfänger
  - Laufzeit zerstört Genauigkeit!

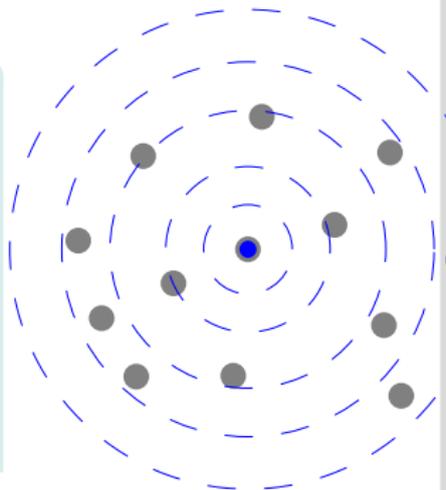
- DCF77 in Frankfurt
  - Synchronisation wie Funkuhren
  - braucht speziellen Empfänger
  - Laufzeit zerstört Genauigkeit!
  
- GPS
  - nur bei freier Sicht
  - nur mit spezieller Hardware
  - dafür für bessere zeitliche Auflösung ausgelegt

Einzelne Knoten (*Beacons*) senden eine kurze Nachricht, jeder Knoten merkt sich dann die Ankunftszeit gemäß der eigenen Uhr.



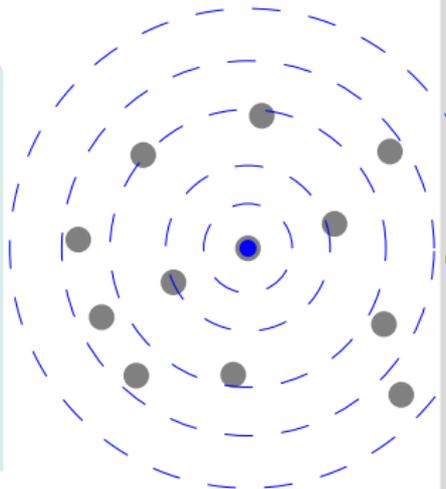
Einzelne Knoten (*Beacons*) senden eine kurze Nachricht, jeder Knoten merkt sich dann die Ankunftszeit gemäß der eigenen Uhr.

- Knoten können austauschen, wann sie das Signal empfangen haben und daraus ihren gegenseitigen Offset berechnen



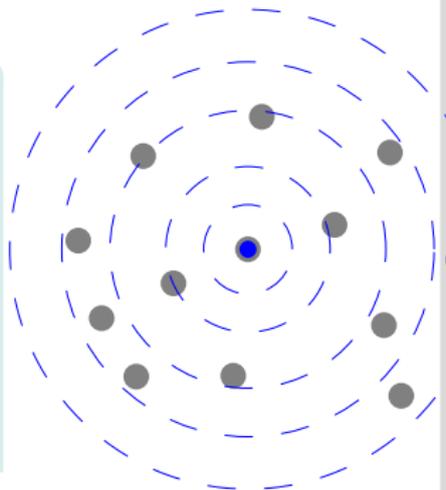
Einzelne Knoten (*Beacons*) senden eine kurze Nachricht, jeder Knoten merkt sich dann die Ankunftszeit gemäß der eigenen Uhr.

- Knoten können austauschen, wann sie das Signal empfangen haben und daraus ihren gegenseitigen Offset berechnen
- Ermöglicht Multi-Hop Synchronisation über gemeinsame Knoten



Einzelne Knoten (*Beacons*) senden eine kurze Nachricht, jeder Knoten merkt sich dann die Ankunftszeit gemäß der eigenen Uhr.

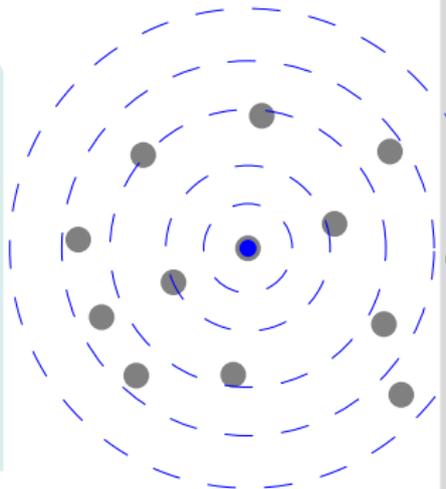
- Knoten können austauschen, wann sie das Signal empfangen haben und daraus ihren gegenseitigen Offset berechnen
- Ermöglicht Multi-Hop Synchronisation über gemeinsame Knoten



+ Sehr einfaches Protokoll, regelmäßige Signale reichen aus

Einzelne Knoten (*Beacons*) senden eine kurze Nachricht, jeder Knoten merkt sich dann die Ankunftszeit gemäß der eigenen Uhr.

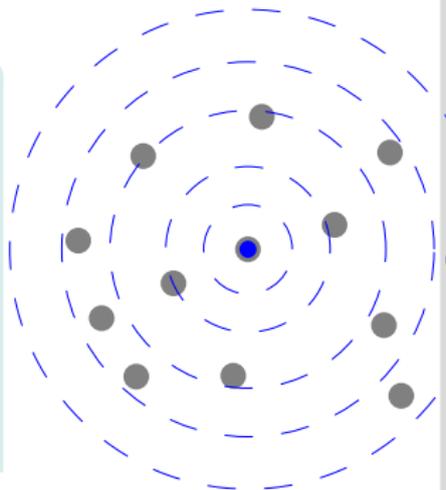
- Knoten können austauschen, wann sie das Signal empfangen haben und daraus ihren gegenseitigen Offset berechnen
- Ermöglicht Multi-Hop Synchronisation über gemeinsame Knoten



- + Sehr einfaches Protokoll, regelmäßige Signale reichen aus
- keine wirklich gemeinsame Zeit

Einzelne Knoten (*Beacons*) senden eine kurze Nachricht, jeder Knoten merkt sich dann die Ankunftszeit gemäß der eigenen Uhr.

- Knoten können austauschen, wann sie das Signal empfangen haben und daraus ihren gegenseitigen Offset berechnen
- Ermöglicht Multi-Hop Synchronisation über gemeinsame Knoten

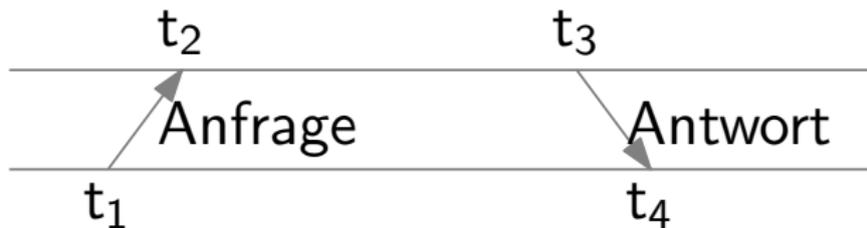


- + Sehr einfaches Protokoll, regelmäßige Signale reichen aus
- keine wirklich gemeinsame Zeit
- Auflösung begrenzt durch Signallaufzeit!

# Sender/Empfänger-Synchronisation

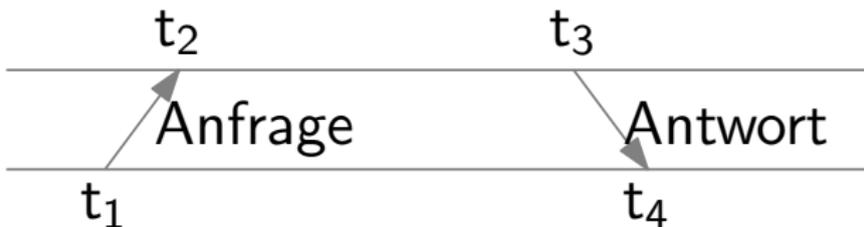
Idee: Nutze Roundtrip-Zeit, um Signallaufzeit  $\delta$  und (aktuellen) Offset  $\theta$  auszurechnen:

$$\delta = \frac{(t_4 - t_1) - (t_3 - t_2)}{2} \quad \theta = \frac{(t_1 - t_2) + (t_4 - t_3)}{2}$$



Idee: Nutze Roundtrip-Zeit, um Signallaufzeit  $\delta$  und (aktuellen) Offset  $\theta$  auszurechnen:

$$\delta = \frac{(t_4 - t_1) - (t_3 - t_2)}{2} \quad \theta = \frac{(t_1 - t_2) + (t_4 - t_3)}{2}$$



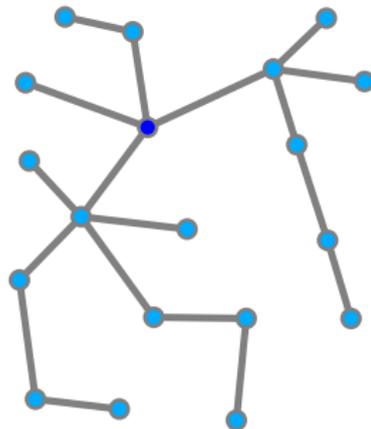
Damit man wirklich *nur* die Signallaufzeit misst: Zeitstempel so spät wie möglich in das Paket einfügen, und beim Empfangen eines Paketes direkt den Zeitstempel ermitteln.

- Es geht nicht um exaktes  $\delta$ , sondern um die Vermeidung von Effekten, die die beiden Übertragungen asymmetrisch lang machen!

# Baum-basierte Multi-Hop-Synchronisierung

## Typische Struktur für Multi-Hop Synchronisierung

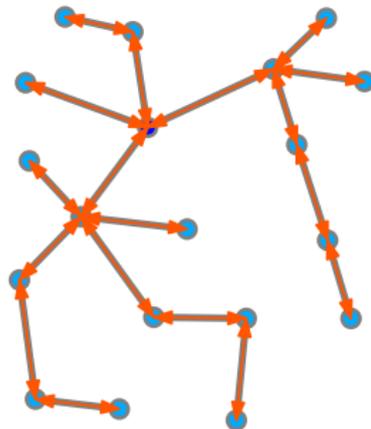
- Spanne Baum auf
- synchronisiere in regelmäßigen Abständen gegen die Zeit der Wurzel
  - entweder einfach durch Fluten der Zeiten oder
  - durch paarweisen Abgleich im Baum



# Baum-basierte Multi-Hop-Synchronisierung

## Typische Struktur für Multi-Hop Synchronisierung

- Spanne Baum auf
- synchronisiere in regelmäßigen Abständen gegen die Zeit der Wurzel
  - entweder einfach durch Fluten der Zeiten oder
  - durch paarweisen Abgleich im Baum

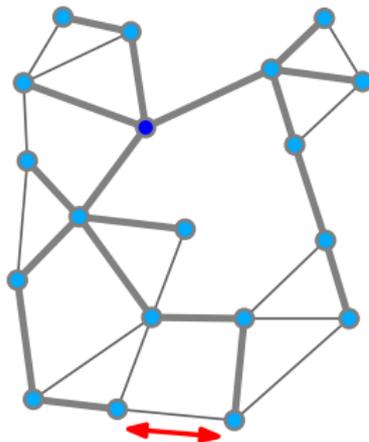


# Baum-basierte Multi-Hop-Synchronisierung

## Typische Struktur für Multi-Hop Synchronisierung

- Spanne Baum auf
- synchronisiere in regelmäßigen Abständen gegen die Zeit der Wurzel
  - entweder einfach durch Fluten der Zeiten oder
  - durch paarweisen Abgleich im Baum

Was, wenn das Netz eigentlich gar kein Baum ist?



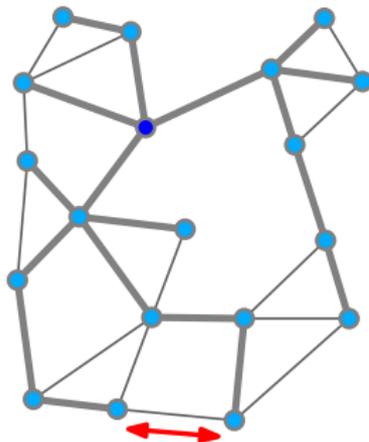
# Baum-basierte Multi-Hop-Synchronisierung

## Typische Struktur für Multi-Hop Synchronisierung

- Spanne Baum auf
- synchronisiere in regelmäßigen Abständen gegen die Zeit der Wurzel
  - entweder einfach durch Fluten der Zeiten oder
  - durch paarweisen Abgleich im Baum

Was, wenn das Netz eigentlich gar kein Baum ist?

- nahe Knoten liegen in Baum weit auseinander und sind schlecht synchronisiert!



# „Gute“ Bäume für Synchronisation

Um große Fehler zwischen nahen Knoten zu vermeiden, bräuchten wir Bäume mit geringem *Stretch*, z. B. einen der

$$\max_{u,v \in V} \frac{d_T(u, v)}{d_G(u, v)}$$

minimiert.

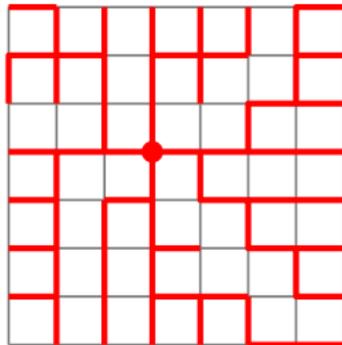
# „Gute“ Bäume für Synchronisation

Um große Fehler zwischen nahen Knoten zu vermeiden, bräuchten wir Bäume mit geringem *Stretch*, z. B. einen der

$$\max_{u,v \in V} \frac{d_T(u, v)}{d_G(u, v)}$$

minimiert.

Das ist nicht nur schwer zu optimieren, sondern auch unbefriedigend: Im  $m \times m$ -Gitter ist der minimale *Stretch*  $m$ . (o.B.)



- ① Geringen Zeitunterschied zwischen beliebigen Knoten
  - besser als durch Bäume bekommt man das nicht hin – Knoten mit Abstand  $d$  sind im schlimmsten Fall  $O(d)$  auseinander, wenn sich die kleinen Fehler alle in eine Richtung aufsummieren.

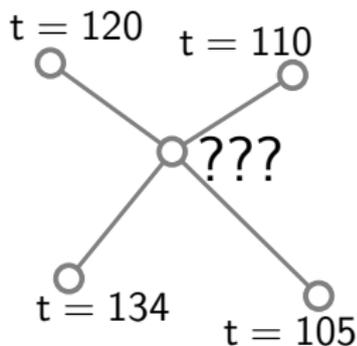
- 1 Geringen Zeitunterschied zwischen beliebigen Knoten
  - besser als durch Bäume bekommt man das nicht hin – Knoten mit Abstand  $d$  sind im schlimmsten Fall  $O(d)$  auseinander, wenn sich die kleinen Fehler alle in eine Richtung aufsummieren.
- 2 Nachbarn sollen einen möglichst kleinen Zeitunterschied haben
  - das ist oft viel wichtiger!
  - mit Bäumen ist das nicht zu schaffen!

- 1 Geringen Zeitunterschied zwischen beliebigen Knoten
  - besser als durch Bäume bekommt man das nicht hin – Knoten mit Abstand  $d$  sind im schlimmsten Fall  $O(d)$  auseinander, wenn sich die kleinen Fehler alle in eine Richtung aufsummieren.
- 2 Nachbarn sollen einen möglichst kleinen Zeitunterschied haben
  - das ist oft viel wichtiger!
  - mit Bäumen ist das nicht zu schaffen!
- 3 Uhren sollten nicht rückwärts springen
  - dann käme die Ordnung völlig durcheinander

- 1 Geringen Zeitunterschied zwischen beliebigen Knoten
  - besser als durch Bäume bekommt man das nicht hin – Knoten mit Abstand  $d$  sind im schlimmsten Fall  $O(d)$  auseinander, wenn sich die kleinen Fehler alle in eine Richtung aufsummieren.
- 2 Nachbarn sollen einen möglichst kleinen Zeitunterschied haben
  - das ist oft viel wichtiger!
  - mit Bäumen ist das nicht zu schaffen!
- 3 Uhren sollten nicht rückwärts springen
  - dann käme die Ordnung völlig durcheinander
- 4 Uhren sollen sich immer vorwärts bewegen
  - sonst wäre eine stehende Uhr eine gute Uhr...

## Idee

Nutze ein lokales Protokoll, das zur Synchronisation aus den Werten der Nachbarn einen vernünftigen Wert für die eigene Uhr ableitet.

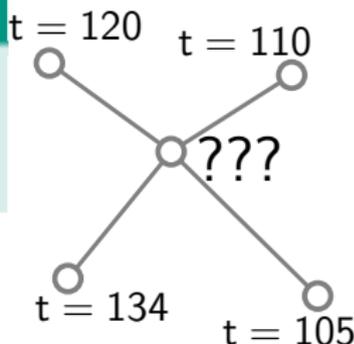


## Idee

Nutze ein lokales Protokoll, das zur Synchronisation aus den Werten der Nachbarn einen vernünftigen Wert für die eigene Uhr ableitet.

## Modell

- Jede Uhr bewegt sich mit einer Geschwindigkeit zwischen  $1 - \epsilon$  und  $1 + \epsilon$ .
- Signallaufzeit aus dem Interval  $[0,1]$



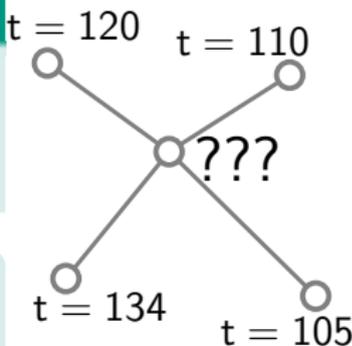
## Idee

Nutze ein lokales Protokoll, das zur Synchronisation aus den Werten der Nachbarn einen vernünftigen Wert für die eigene Uhr ableitet.

## Modell

- Jede Uhr bewegt sich mit einer Geschwindigkeit zwischen  $1 - \epsilon$  und  $1 + \epsilon$ .
- Signallaufzeit aus dem Interval  $[0,1]$

Was wäre eine gute Strategie, um geringe globale Unterschiede mit geringen lokalen Unterschieden zu kombinieren?



Wenn einer der Nachbarn eine höhere Zeit sendet, passe die eigene Uhr an.

Wenn einer der Nachbarn eine höhere Zeit sendet, passe die eigene Uhr an.

## Satz

MAX kann einen lokalen Unterschied von bis zu  $D$  erzeugen!

Wenn einer der Nachbarn eine höhere Zeit sendet, passe die eigene Uhr an.

## Satz

MAX kann einen lokalen Unterschied von bis zu  $D$  erzeugen!



- betrachte Pfad mit  $D$  Knoten
    - alle haben Geschwindigkeit 1, nur der linke hat  $1 + \epsilon$
    - wenn lange Zeit alle Signale Laufzeit 1 haben, hat irgendwann jeder Knoten Abstand 1 nach links und rechts!
    - Kette von schnellen Nachrichten (Laufzeit praktisch 0) verbreitet die höchste Zeit!
- ⇒ Unterschied von  $D$  zwischen Nachbarn!

Wenn einer der Nachbarn eine höhere Zeit sendet, passe die eigene Uhr an.

## Satz

MAX kann einen lokalen Unterschied von bis zu  $D$  erzeugen!

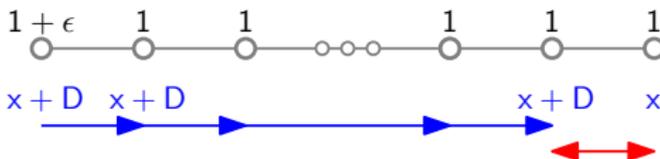


- betrachte Pfad mit  $D$  Knoten
    - alle haben Geschwindigkeit 1, nur der linke hat  $1 + \epsilon$
    - wenn lange Zeit alle Signale Laufzeit 1 haben, hat irgendwann jeder Knoten Abstand 1 nach links und rechts!
    - Kette von schnellen Nachrichten (Laufzeit praktisch 0) verbreitet die höchste Zeit!
- ⇒ Unterschied von  $D$  zwischen Nachbarn!

Wenn einer der Nachbarn eine höhere Zeit sendet, passe die eigene Uhr an.

## Satz

MAX kann einen lokalen Unterschied von bis zu  $D$  erzeugen!



- betrachte Pfad mit  $D$  Knoten
    - alle haben Geschwindigkeit 1, nur der linke hat  $1 + \epsilon$
    - wenn lange Zeit alle Signale Laufzeit 1 haben, hat irgendwann jeder Knoten Abstand 1 nach links und rechts!
    - Kette von schnellen Nachrichten (Laufzeit praktisch 0) verbreitet die höchste Zeit!
- ⇒ Unterschied von  $D$  zwischen Nachbarn!

- MIN: Wähle Minimum
  - Halt! Das dürfen wir nicht! Uhren müssen vorwärts laufen!

- MIN: Wähle Minimum
  - Halt! Das dürfen wir nicht! Uhren müssen vorwärts laufen!
- AVERAGE: Bilde Durchschnitt der umgebenden Knoten
  - *noch viel schlimmer!* Unterschied zwischen Nachbarn bis zu  $\Theta(D)$ , globale Unterschiede bis zu  $\Theta(D^2)$ ! (ohne Beweis)

# BOUND- $B$ : Warum sollte das besser sein?

Wähle Maximum umgebender Knoten, aber höchstens  $\text{Minimum} + B$ !

# BOUND- $B$ : Warum sollte das besser sein?

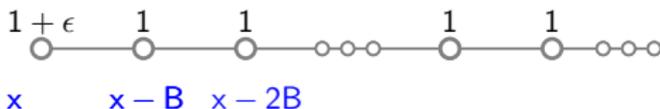
Wähle Maximum umgebender Knoten, aber höchstens  $\text{Minimum} + B$ !

- Durch Synchronisation kann man keinen aktiven Fehler machen!
  - kein Knoten kann sich durch Synchronisation von langsamerem Nachbarn entfernen!

# BOUND- $B$ : Warum sollte das besser sein?

Wähle Maximum umgebender Knoten, aber höchstens Minimum+ $B$ !

- Durch Synchronisation kann man keinen aktiven Fehler machen!
  - kein Knoten kann sich durch Synchronisation von langsamerem Nachbarn entfernen!
- aber durch Warten auf aufschließende Knoten

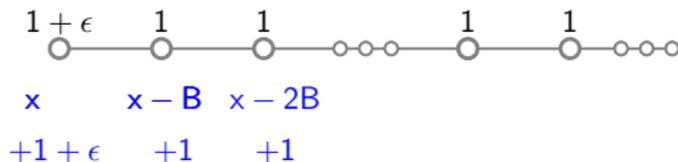


- mehrfaches Ausführen des selben Tricks führt (wenn die Kette lang genug ist) irgendwann zu *genau* Abstand  $B$  zwischen Nachbarn

# BOUND- $B$ : Warum sollte das besser sein?

Wähle Maximum umgebender Knoten, aber höchstens Minimum+ $B$ !

- Durch Synchronisation kann man keinen aktiven Fehler machen!
  - kein Knoten kann sich durch Synchronisation von langsamerem Nachbarn entfernen!
- aber durch Warten auf aufschließende Knoten

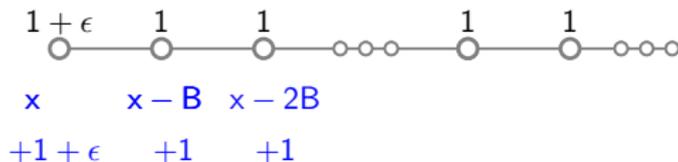


- mehrfaches Ausführen des selben Tricks führt (wenn die Kette lang genug ist) irgendwann zu *genau* Abstand  $B$  zwischen Nachbarn
- ab dem Moment driftet der schnellste Knoten, ohne dass der zweite aufholen kann

# BOUND- $B$ : Warum sollte das besser sein?

Wähle Maximum umgebender Knoten, aber höchstens Minimum+ $B$ !

- Durch Synchronisation kann man keinen aktiven Fehler machen!
  - kein Knoten kann sich durch Synchronisation von langsamerem Nachbarn entfernen!
- aber durch Warten auf aufschließende Knoten



- mehrfaches Ausführen des selben Tricks führt (wenn die Kette lang genug ist) irgendwann zu *genau* Abstand  $B$  zwischen Nachbarn
  - ab dem Moment driftet der schnellste Knoten, ohne dass der zweite aufholen kann
- ⇒ Abstand wächst auf bis zu  $\Theta(D)$  an, so weit kann der Knoten ganz rechts hinterherhängen!

Genauere Analyse: Unterschied zwischen Nachbarn durch *Warten* kann durch  $O(D/B)$  beschränkt werden. (Machen wir nicht)

⇒ Setze  $B = \sqrt{D}$  für einen Unterschied von höchstens  $\sqrt{D}$ .

## Satz (o.B.)

BOUND- $\sqrt{D}$  synchronisiert benachbarte Knoten bis auf einen Unterschied von höchstens  $\sqrt{D}$ .

- Lokaler Unterschied von  $O(\sqrt{D})$  ist noch nicht optimal!
- seit 2004 ist eine untere Schranke von  $\Omega(\log D / \log \log D)$  bekannt. 2009: Verbesserung auf  $\Omega(\log D)$ .

- Lokaler Unterschied von  $O(\sqrt{D})$  ist noch nicht optimal!
- seit 2004 ist eine untere Schranke von  $\Omega(\log D / \log \log D)$  bekannt. 2009: Verbesserung auf  $\Omega(\log D)$ .
- seit 2008 Lenzen et al. Algorithmus mit  $O(\log D)$  Zeitunterschied zwischen Nachbarn

- Lokaler Unterschied von  $O(\sqrt{D})$  ist noch nicht optimal!
- seit 2004 ist eine untere Schranke von  $\Omega(\log D / \log \log D)$  bekannt. 2009: Verbesserung auf  $\Omega(\log D)$ .
- seit 2008 Lenzen et al. Algorithmus mit  $O(\log D)$  Zeitunterschied zwischen Nachbarn
  - Ähnlich zu BOUND- $B$
  - Zusätzlich: Entdeckt Knoten  $v$  einen Nachbarn  $u$  mit einem um mehr als  $B$  geringeren Wert, fordert  $v$  den Knoten  $u$  auf seinen Wert zu erhöhen
  - Wird  $u$  aufgefordert seinen Wert zu erhöhen, darf  $u$   $B$  temporär erhöhen um aufzuholen. Daraufhin fordert  $u$  gegebenenfalls Nachbarn auf ihren Wert zu erhöhen.

- Lokaler Unterschied von  $O(\sqrt{D})$  ist noch nicht optimal!
- seit 2004 ist eine untere Schranke von  $\Omega(\log D / \log \log D)$  bekannt. 2009: Verbesserung auf  $\Omega(\log D)$ .
- seit 2008 Lenzen et al. Algorithmus mit  $O(\log D)$  Zeitunterschied zwischen Nachbarn
  - Ähnlich zu `BOUND-B`
  - Zusätzlich: Entdeckt Knoten  $v$  einen Nachbarn  $u$  mit einem um mehr als  $B$  geringeren Wert, fordert  $v$  den Knoten  $u$  auf seinen Wert zu erhöhen
  - Wird  $u$  aufgefordert seinen Wert zu erhöhen, darf  $u$   $B$  temporär erhöhen um aufzuholen. Daraufhin fordert  $u$  gegebenenfalls Nachbarn auf ihren Wert zu erhöhen.
- 2009: Verbesserung der unteren Schranke auf  $\Omega(\log D)$ .
  - Laufzeit des Algorithmus damit optimal

- Synchronisation erlaubt uns, synchrone Algorithmen auch im asynchronen Kommunikationsmodell auszuführen
  - synchrone Algorithmen sind besser zu verstehen
  - aber: Synchronisation kostet Zeit und Energie
  - mit höherem initialen Aufwand billigere Synchronisation
  - angepasste asynchrone Algorithmen trotzdem überlegen
- Zeitsynchronisation ist oft notwendig, aber nicht ganz leicht
  - lokale Uhren driften ab und starten asynchron
  - externe Zeitgeber sind nicht immer denkbar
  - perfekte Synchronisation geht nicht
  - schon lokal vernünftige Synchronisation ist eine harte Nuss

- Synchronisation erlaubt uns, synchrone Algorithmen auch im asynchronen Kommunikationsmodell auszuführen
  - synchrone Algorithmen sind besser zu verstehen
  - aber: Synchronisation kostet Zeit und Energie
  - mit höherem initialen Aufwand billigere Synchronisation
  - angepasste asynchrone Algorithmen trotzdem überlegen
- Zeitsynchronisation ist oft notwendig, aber nicht ganz leicht
  - lokale Uhren driften ab und starten asynchron
  - externe Zeitgeber sind nicht immer denkbar
  - perfekte Synchronisation geht nicht
  - schon lokal vernünftige Synchronisation ist eine harte Nuss

## Nächste Termine

- Montag, 18. Januar: Übung Drahtloskommunikation & Färbung
- Donnerstag, 21. Januar: Abschluss und Fragerunde

- 1 B. Awerbuch: *Complexity of network synchronization*. In: *Journal of the ACM*, 32(4):804–823, 1985
- 2 T. Locher and R. Wattenhofer: *Oblivious Gradient Clock Synchronization*. In: *20th Int'l Symp. on Distributed Computing (DISC'06)*, 2006