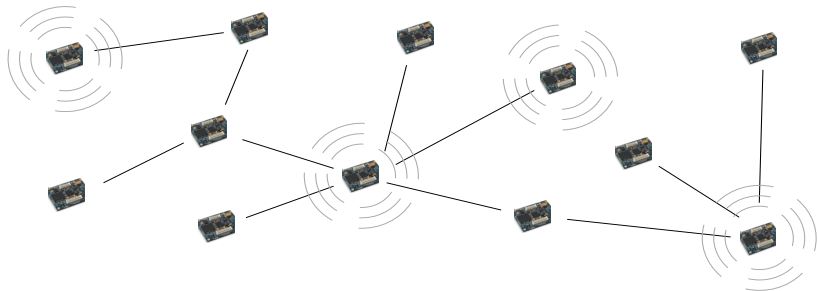


Algorithmen für Ad-hoc- und Sensornetze

VL 11 – Kommunikation und Färbungen im SINR Modell

Fabian Fuchs | 17. Dez. 2015 (Version 1)

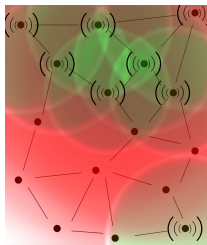
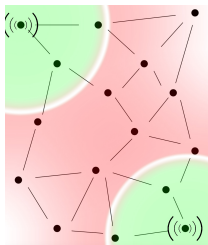
INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK - LEHRSTUHL FÜR ALGORITHMIK (PROF. WAGNER)



Interferenzmodell bisher:

- kein Knoten kann gleichzeitig an zwei Übertragungen teilnehmen
- benachbarte Knoten können nicht gleichzeitig übertragen/empfangen

Realität für Drahtloskommunikation ist komplexer!



- Globale Interferenz kann Übertragungen verhindern

SINR-Modell, allgemein

Im *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio Modell* kann ein Empfänger r eine Nachricht eines Senders s dekodieren, wenn

$$\frac{P / \text{dist}(s, r)^\alpha}{\sum_{s' \neq s} P / \text{dist}(s', r)^\alpha + N} \geq \beta$$

- P : Signalstärke, mit der s sendet
- $\text{dist}(s, r)^\alpha$: *geometrischer* Leistungsabfall zwischen s und r

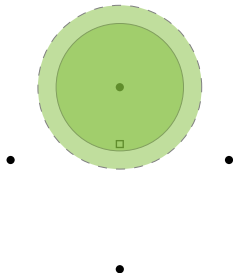
SINR-Modell ist sehr viel realistischer, aber gleichzeitig viel komplexer zu analysieren.

Theoretische Sendereichweite

Die maximale Sendereichweite beträgt $\sqrt{\frac{P}{\beta N}}$.

Definition: Sendereichweite

Die zu erreichende Sendereichweite R beträgt $\sqrt{\frac{P}{\delta \beta N}}$ mit $\delta > 1$.



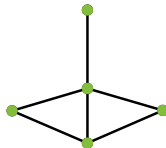
- Wir fordern: Knoten innerhalb der Sendereichweite sollen erreicht werden
- Dadurch lassen sich Nachbarschaften ableiten
- Englisch: Transmission range (maximale) und broadcasting range (zu erreichende)

Grundlegende Fragestellung: Wann soll welcher Knoten senden?

Local Broadcasting Problem

Jeder Knoten im Netzwerk sendet eine Nachricht an seine Nachbarn

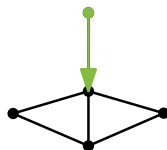
- Knoten innerhalb der Sendereichweite müssen erreicht werden
- Im Beispiel: Nacheinander ($\Rightarrow \Omega(n)$ Zeitslots)
- Ziel: Möglichst viele Knoten gleichzeitig



Local Broadcasting kann in $O(\Delta \log n)$ Zeit erreicht werden!

Local Broadcasting

- 1 Jeder Knoten kennt n und Δ
- 2 Sende in jedem Zeitslot mit Wahrscheinlichkeit $1/O(\Delta)$



Satz

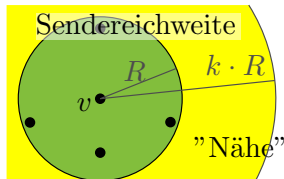
Nach $O(\Delta \log n)$ Zeitslots hatte jeder Knoten mit *hoher* Wahrscheinlichkeit Erfolg.

Satz

Nach $O(\Delta \log n)$ Zeitslots hatte jeder Knoten mit hoher Wahrscheinlichkeit (WS') Erfolg.

Beweisskizze:

- Schritt 1: Lokaler Erfolg - Mit konstanter Wahrscheinlichkeit sendet kein Knoten in der "Nähe"
 - Jeder Knoten sendet mit WS' $1/(c\Delta)$
 - Es sind $O(k^2)$ unabhängige Knoten in der "Nähe"
 - Damit insgesamt $O(k^2\Delta)$ Knoten in der "Nähe"
 - \Rightarrow Die WS' das einer davon sendet ist $\approx k^2/c$, also konstant (für c groß genug)

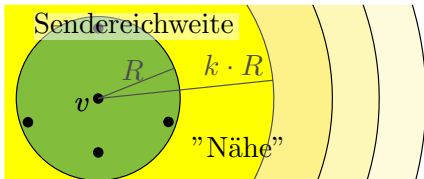


Satz

Nach $O(\Delta \log n)$ Zeitslots hatte jeder Knoten mit *hoher* Wahrscheinlichkeit (WS') Erfolg.

Beweisskizze:

- Schritt 2: Globaler Erfolg - Interferenz von außerhalb ist mit konstanter Wahrscheinlichkeit $1/c'$ "klein"
 - Schritt 1 gilt überall \Rightarrow Erwartete Interferenz pro Fläche abschätzbar
 - Lege Ringe um v : Fläche steigt quadratisch mit Entfernung, die Auswirkung der Interferenz sinkt quadratisch
 - Die erwartete Interferenz ist mit konstanter WS' $\frac{1}{c'}$ nicht zu hoch



Satz

Nach $O(\Delta \log n)$ Zeitslots hatte jeder Knoten mit hoher Wahrscheinlichkeit (WS') Erfolg.

Beweisskizze:

- Schritt 1: Lokaler Erfolg - Mit konstanter Wahrscheinlichkeit sendet kein Knoten in der "Nähe"
- Schritt 2: Globaler Erfolg - Interferenz von außerhalb ist mit konstanter Wahrscheinlichkeit $1/c'$ "klein"
- Insgesamt: WS' für Erfolg pro Zeitslot: $\approx 1/(c''\Delta)$
 - v sendet: $1/(c\Delta)$
 - Lokaler Erfolg: $\approx k^2/c$
 - Globaler Erfolg: $1/c'$
- Je $O(\Delta)$ Zeitslots: Konstante Erfolgswahrscheinlichkeit
- $O(\Delta \log n)$ Zeitslots: Erfolg mit hoher Wahrscheinlichkeit

Local Broadcasting Varianten (ohne Beweis)

- 1 Nach $O(\Delta \log n)$ Zeitslots hatte jeder Knoten mit hoher Wahrscheinlichkeit (WS') Erfolg.
- 2 Nach $O(\Delta)$ Zeitslots hatte jeder Knoten mit konstanter Wahrscheinlichkeit (WS') Erfolg.
- 3 Eine unabhängige Menge an Knoten hat (mittels erhöhter Sendewahrscheinlichkeit) nach $O(\log n)$ Zeitslots mit hoher Wahrscheinlichkeit (WS') Erfolg.

Erinnerung: TDMA - koordinierter Medienzugriff

- Übertragungen bekommen Slots in Zeitraster zugewiesen
 - *Time Division Multiple Access (TDMA)*
- Übertragungen sind *gleichzeitig* möglich, wenn sie weit genug auseinander liegen

Bisher:

- Kantenfärbung kann über Knotenfärbung berechnet werden
- Kantenfärbung induziert TDMA-Schedule für Übertragungen

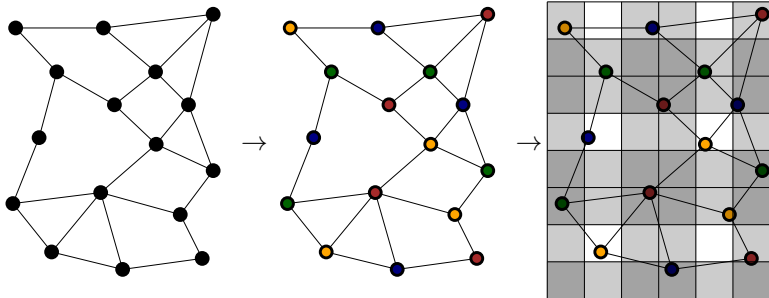
Jetzt:

- Knotenfärbung soll TDMA-Schedule für Local Broadcasts berechnen
- Im geometrischen SINR Modell ist k-Distanz Färbung notwendig (k-Hop Färbung nicht ausreichend)

Berechnung Local Broadcasting Schedule

Ablauf

- 1 Berechnung einer 1-Hop Knotenfärbung
 - 2 Algorithmen: RandColor und ColorReduction
- 2 Techniken um die valid Färbung auf Distanz- k auszuweiten
 - 3 Techniken: Sendeleistung, Position, Steinerknoten

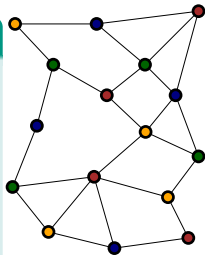


Definition

Eine Knotenfärbung eines Graphen $G = (V, E)$ ist eine Abbildung $c : V \rightarrow \mathbb{N}$ so, dass für jede Kante die beiden Endpunkte unterschiedliche Farben haben, also

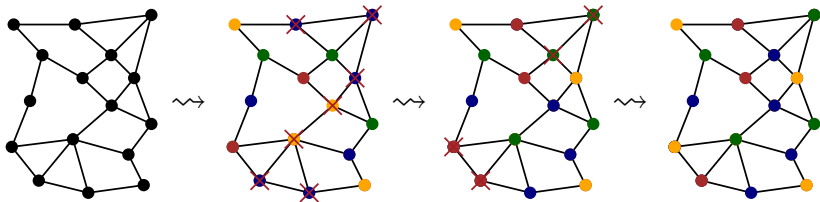
$$\{u, v\} \in E \Rightarrow c(u) \neq c(v)$$

- Eine Färbung c hat die Größe $|c| = \max_{v \in V} c(v)$



RandColor Algorithmus

- 1 Wähle zufällig eine Farbe aus $\{1, \dots, 4\Delta\}$
- 2 In jeder Runde
 - Wird ein Konflikt festgestellt, wähle neue zufällige Farbe aus $\{1, \dots, 4\Delta\}$



Satz

Ohne Interferenz: RandColor berechnet in $O(\log n)$ eine 4Δ -Knotenfärbung

Satz

RandColor berechnet eine 4Δ -Knotenfärbung in $O(\Delta \log n)$ Zeitslots im SINR Modell

Beweisidee:

- Wird Local Broadcasting für die Runden genutzt, folgt direkt eine Laufzeit von $O(\Delta \log^2 n)$ (klar?)
- Wir nutzen Local Broadcasting Variante 2 für jede Runde
 - Local Broadcasting (V2): Local Broadcast in $O(\Delta)$ Zeit mit konstanter Erfolgswahrscheinlichkeit
- Wahrscheinlichkeiten im probabilistischen Algorithmus und der Kommunikation können gemeinsam betrachtet werden
- Erneut: Konstante "Erfolgswahrscheinlichkeit" pro Runde (je $O(\Delta)$ Slots)
- Insgesamt: $O(\Delta \log n)$ Zeitslots

(Triviale) ColorReduction

- 1 Beginne mit $d = O(\Delta)$ Farben
- 2 In Runde i , die Knoten mit Farbe i sind *aktiv*
 - wählen eine neue Farbe aus $\{0, 1, \dots, \Delta\}$
- 3 Valide Färbung nach $d = O(\Delta)$ Runden

Satz

Der triviale ColorReduction Algorithm berechnet eine $(\Delta + 1)$ -Färbung in $O(\Delta \log n)$ Zeitslots bei synchronem Start

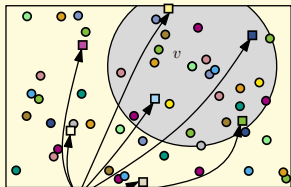
Beweis:

- Aktive Knoten sind unabhängig $\Rightarrow O(\log n)$ je Runde

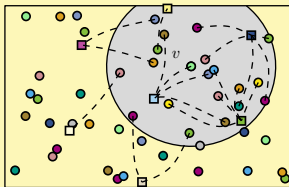
Geht das auch ohne synchronen Start?

Färbung 2: ColorReduction

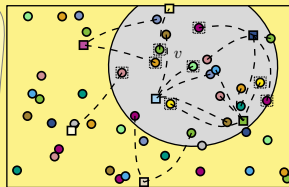
Idee: 2-schichtiges MIS zur Koordination der aktiven Farbe(n)



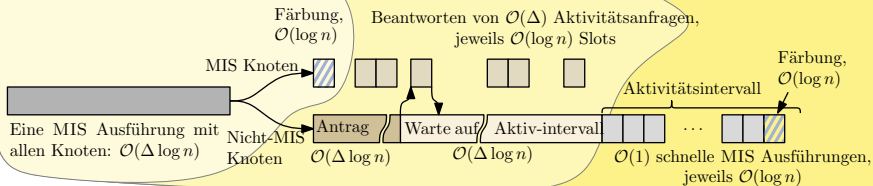
Level 1 MIS Knoten



Restliche Knoten wählen MIS Knoten und beantragen Aktivitätsintervall



MIS Knoten bestimmen eine Farbe. Aktive Knoten nehmen an (schnellem) Level 2 MIS teil



Satz

Der ColorReduction Algorithm berechnet eine $(\Delta + 1)$ -Färbung in $O(\Delta \log n)$ Zeitslots bei asynchronem Start

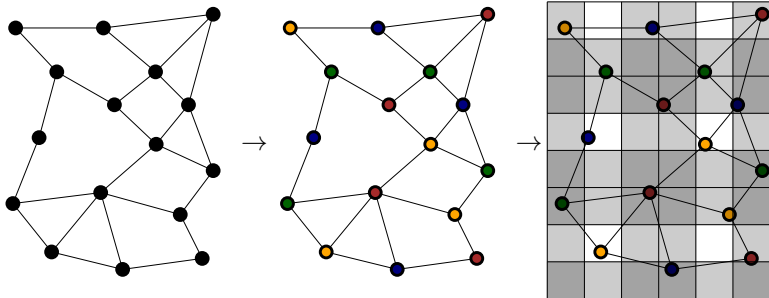
Beweis(skizze):

- MIS-Ausführung aller Knoten: $O(\Delta \log n)$
- MIS-Knoten: Färbung & jede Antwort: $O(\log n)$ da unabhängig
- Rest: Auswahl und Antrag Aktivitätsintervall: $O(\Delta \log n)$

Zwischenstand: Local Broadcasting Schedule

Ablauf

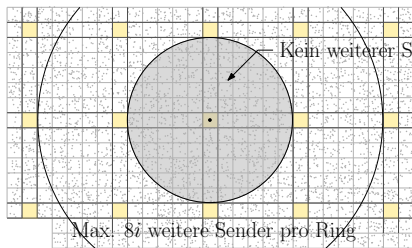
- 1 Berechnung einer 1-Hop Knotenfärbung
 - 2 Algorithmen: RandColor und ColorReduction
- 2 Techniken um die valid Färbung auf Distanz- k auszuweiten
 - 3 Techniken: Sendeleistung, Position, Steinerknoten



Satz

Ein kollisionsfreier Local Broadcasting Schedule kann mittels Knotenfärbung und Knotenpositionen berechnet werden.

- Knotenposition erlaubt Einteilung in Grid
- Pro Zelle nur ein Knoten je Farbe
- Basierend auf Knotenposition kann eine weitere Färbung berechnet werden

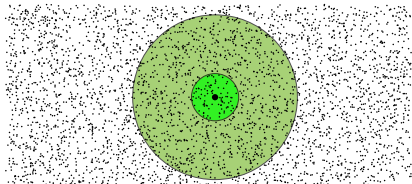


- Damit ergibt sich um $\delta^2 \in O(1)$ längerer Schedule
- In diesem Schedule ist jede Übertragung ohne Kollision
 - Keine Knoten in der Nähe senden
 - Die Interferenz der gleichzeitig sendenden Knoten ist *klein genug*

Weitere Techniken mit ähnlicher Idee:

Satz

Ein kollisionsfreier Local Broadcasting Schedule kann durch Erhöhung der Sendeleistung während der Knotenfärbung berechnet werden.



- Durch Erhöhung der Sendereichweite ist Berechnung der Distanz-k Färbung direkt möglich

Local Broadcasting Schedule

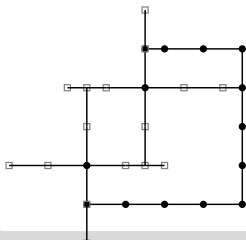
Weitere Techniken mit ähnlicher Idee:

Satz

Ein kollisionsfreier Local Broadcasting Schedule kann durch Erhöhung der Sendeleistung während der Knotenfärbung berechnet werden.

Satz

Ein kollisionsfreier Local Broadcasting Schedule kann durch mittels zusätzlichem Einfügen von $O(k)$ Steinerknoten pro Knoten und einer $k - \text{Hop}$ Knotenfärbung erreicht werden.



(Eigentlich:
Steinerknoten
für jeden
Knoten)

- Problem: k -Hop Knotenfärbung erreicht nicht alle Knoten in Distanz $k \cdot R$
- Füge $O(nk)$ Steinerknoten hinzu
- Jetzt erreicht k -Hop Knotenfärbung alle nötigen Knoten

- Kommunikation im SINR Modell
 - Standard Local Broadcasting & Varianten
- Koordinierter Medienzugriff
 - Local Broadcasting Schedule bzw. TDMA-Schedule
 - Knotenfärbung: RandColor und ColorReduction im SINR Modell
 - Kombiniert mit Positionsinformation, Sendeleistung-tuning oder zusätzlichen Steinerknoten: kollisionsfreier Local Broadcasting Schedule

Ankündigung

Nächster Termin: Donnerstag, 17.12, 15:45 Uhr, vermutlich in
Raum 305 (Poolraum unseres Lehrstuhls)

- 1 O. Goussevskaia, T. Moscibroda, R. Wattenhofer: *Local broadcasting in the physical interference model*. In: *DIALM-POMC'08*
- 2 C. Avin, Y. Emek, E. Kantor, Z. Lotker, D. Peleg, L. Roditty : *SINR Diagrams: Towards Algorithmically Usable SINR Models of Wireless Networks*, In: *PODC'09*
- 3 F. Fuchs, R. Prutkin: *Simple Distributed $\Delta + 1$ Coloring in the SINR Model*. In: *SIROCCO'15*
- 4 F. Fuchs, D. Wagner: *On Local Broadcasting Schedules and CONGEST Algorithms in the SINR Modell*. In: *ALGOSENSORS'13*
- 5 L. Barenboim: *Nearly Optimal Local Broadcasting in the SINR Model with Feedback*. In: *SIROCCO'15*
- 6 B. Derbel, E. Talbi: *Distributed Node Coloring in the SINR Model*. In: *ICDCS'10*