Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Prof. Dr. D. Wagner

Übungsblatt 2

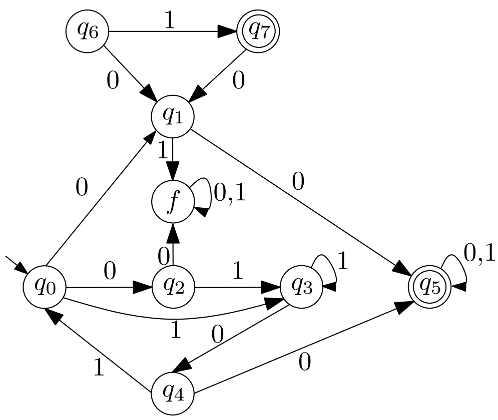
Vorlesung Theoretische Grundlagen der Informatik im WS 14/15

Ausgabe 10. November 2014
Abgabe 24. November 2014, 11:00 Uhr (im Kasten im UG von Gebäude 50.34)

Aufgabe 1

($\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 3 = 5$ Punkte)

Gegeben sei der nichtdeterministische endliche Automat $\mathcal{A}$ mit der Zustandsmenge $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$. Die Übergangsfunktion δ ist gegeben durch:



(a) Bestimmen Sie Σ, Startzustand und Endzustände.

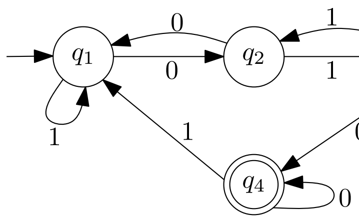
(b) Geben Sie ein Verfahren an, welches die überflüssigen Zustände entfernt. Zeichnen Sie außerdem den Zustandsgraphen ohne überflüssige Zustände.

(c) Geben Sie zu dem nichtdeterministische endliche Automat $\mathcal{A}$ einen deterministischen endlichen Automat $\mathcal{A}'$ mit minimaler Zustandsmenge an. Verwenden Sie hierzu Verfahren, die in der Vorlesung vorgestellt wurden und geben Sie dabei alle Zwischenschritte, sowie Automaten, der Verfahren an.

Aufgabe 2

(2 Punkte)

Betrachten Sie den DEA $\mathcal{A} = (\{q_1, \ldots, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_1, \{q4\})$, dessen Übergangsfunktion δ durch untenstehendes Diagramm gegeben ist.



(a) Beweisen Sie, dass der Automat minimal ist.

Aufgabe 3

(2 + 3 = 5 Punkte)

(a) Zeigen Sie für die Sprache $L = \{a^n b^{n^2} \in \{a, b\}^\star \mid n \in \mathbb{N}\}$, dass die Sprache nicht regulär ist. Verwenden Sie hierzu die Nerode-Relation.

(b) Betrachten Sie die Sprache $L = \{0^{x_n} \mid x_n$ ist die n-te Fibbonacci-Zahl, $n > 0\}$, wobei die Fibonacci-Folge $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots$ gegeben ist durch

$$x_1 = 1,\ x_2 = 1,\ x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$$

Zeigen Sie mithilfe der Nerode-Relation, dass die Sprache L nicht regulär ist.

Aufgabe 4

(2 + 2 = 4 Punkte)

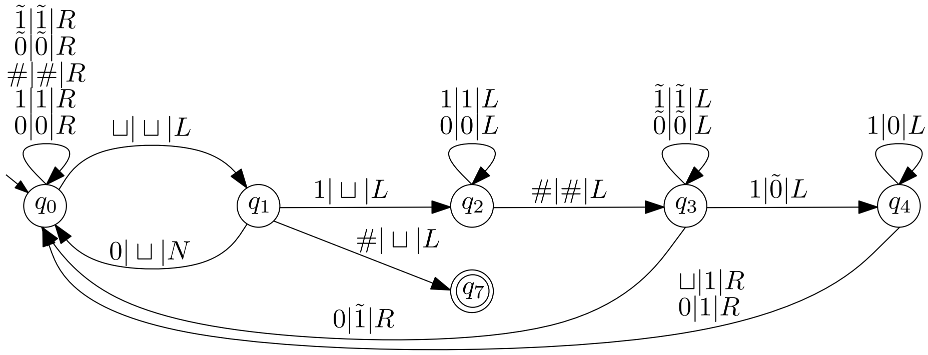
Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils die Äquivalenzklassen bezüglich der Nerode-Relation R_L an. Geben Sie außerdem jeweils den Minimalautomaten an.

(a) $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^\star \mid |w|_1$ ist gerade.$\}$, wobei $|w|_1$ die Anzahl 1en in w angibt.

(b) $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^\star \mid w$ enthält nicht das Teilwort $abc\}$.

Aufgabe 5 (1+2+3+2 = 8 Punkte)

Betrachten Sie die Turingmaschine $\mathcal{M}$ mit der unten dargestellten Übergangsfunktion δ.



(a) Geben Sie die formale Beschreibung von $\mathcal{M}$ an und erklären Sie diese.

(b) Welche Konfigurationen durchläuft $\mathcal{M}$ bei Eingabe des Wortes $\sqcup 111\#111 \sqcup$? Verwenden Sie hierzu die Notation aus der Vorlesung.

(c) Erläutern Sie, wie $\mathcal{M}$ die Eingabe verändert und was die Aufgabe der einzelnen Zustände und der Eingabesymbole ist.

(d) Ist $\mathcal{M}$ vollständig beschrieben? Wenn dies nicht der Fall ist, vervollständigen Sie $\mathcal{M}$, so dass $\mathcal{M}$ vollständig beschrieben ist.

Aufgabe 6 (2+3+1 = 6 Punkte)

Entwerfen Sie eine deterministische Turing-Maschine $\mathcal{M} = (Q, \Sigma = \{0, 1\}, \Gamma, \delta, s, F)$, die entscheidet, ob ein gegebenes Wort genauso viele 1en wie 0en enthält.

(a) Beschreiben Sie zunächst kurz in Worten, wie Ihre Turing-Maschine arbeitet.

(b) Spezifizieren Sie $\mathcal{M}$ dann explizit durch Angabe eines Zustandsdiagramms.

(c) Welche Konfiguration durchläuft die Maschine bei den Eingaben der Worte 010110 und 1011?