Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Prof. Dr. D. Wagner

Übungsblatt 1

Vorlesung Algorithmen II im WS 13/14

Ausgabe 22. Oktober 2013
Besprechung 29. Oktober 2013

Problem 1: Wiederholung – Amortisierte Analyse

Modellieren Sie eine Queue mit zwei Stacks so, dass die amortisierten Kosten von Dequeue und Enqueue jeweils in $\mathcal{O}(1)$ sind. Geben Sie die Operationen Dequeue und Enqueue in Pseudocode an und begründen Sie die amortisierten Kosten.

Problem 2: Maximale Flüsse

Gegeben sei ein Netzwerk $D = (V, E)$, in dem es zu einigen Kanten $(u, v) \in E$ auch Kanten $(v, u) \in E$ gibt. Weiterhin sei ein maximaler Fluss $f : E \to \mathbb{R}_0^+$ gegeben. Zeigen Sie, dass man dieses Flussproblem auf ein Flussproblem auf dem Netzwerk $D' = (V, E')$ überführen kann, wobei gilt: E' ist maximale Teilmenge von E mit $(u, v) \in E' \Rightarrow (v, u) \notin E'$, so dass der Wert des Maximalflusses nicht verändert wird.

Problem 3: Flüsse mit Knotenkapazitäten

Das maximale Flussproblem aus der Vorlesung kann folgendermaßen erweitert werden: Neben den Kantenkapazitäten c seien noch Knotenkapazitäten $\gamma : V \to \mathbb{R}_0^+$ gegeben. In einem solchen Netzwerk (D, s, t, c, γ) heißt eine Abbildung f *Fluss*, wenn sie neben den bekannten Eigenschaften (Flusserhaltungsbedingung und (Kanten)-Kapazitätsbedingung) auch die folgende erfüllt: Für alle $v \in V$ ist die *Knotenkapazitätsbedingung*

$$\sum_{(v,w)\in E} f(v, w) \leq \gamma(v) \qquad \text{wenn } v \in V \setminus \{t\}$$

$$\sum_{(u,v)\in E} f(u, v) \leq \gamma(v) \qquad \text{wenn } v = t$$

erfüllt.

Zeigen Sie, dass die Bestimmung eines maximalen Flusses in einem Netzwerk mit Kanten- **und** Knotenkapazitäten auf ein maximales Flussproblem in einem normalen (d. h. ohne Knotenkapazitäten) Netzwerk mit vergleichbarer Größe zurückgeführt werden kann.

bitte umblättern

Problem 4: Lineare Programmierung & Dualität

Marco Stanley Fogg[1] ist ein Student, dem nach dem Tod seines Onkels lediglich dessen antiquarische Buchsammlung als finanzielle Rücklage bleibt. Um sein Studium möglichst lange durch den Verkauf der Bücher finanzieren zu können, versucht er, seine Ernährung auf ein Minimum zu beschränken. Nachdem er für eine Menge von m wichtigen Nährstoffen $1, \ldots, m$ jeweils den minimalen täglichen Bedarf b_i $(i = 1, \ldots, m)$ für einen Mann seines Alters und Gewichts in Erfahrung gebracht hat, sucht er den lokalen Supermarkt auf und ermittelt für eine Menge von n Produkten $1, \ldots, n$ jeweils den Preis pro Einheit c_j $(j = 1, \ldots, n)$ sowie den Anteil a_{ij} des Nährstoffes i $(i = 1, \ldots, m)$ am Produkt j $(j = 1, \ldots, n)$.

(a) Formulieren Sie das beschriebene Optimierungsproblem als lineares Programm L.

(b) Formulieren Sie das zu L duale lineare Programm D. Geben Sie eine sinnvolle Interpretation des dualen Programms an und Überlegen Sie sich dabei, wer ein Interesse daran haben könnte, das duale Programm zu optimieren.

[1] Figur aus dem Roman "Moon Palace" von Paul Auster, die Handlung wurde leicht abgeändert ;-)