Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

Übung 6: Kräftebasierte Verfahren

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Tamara Mchedlidze · **Martin Nöllenburg** · Ignaz Rutter

16.01.2013

Aufgabe 1 – Kräfte und Potential

(a) Geben Sie Kräfte für ein kräftebasiertes Layoutverfahren an, die geeignet sind um
   (i) einen Knoten in der Nähe einer vorgegebenen Position zu halten,
   (ii) einen Knoten in der Nähe der x-Achse zu platzieren,
   (iii) eine Kante parallel zur y-Achse auszurichten,
   (iv) gerichtete Kanten (ähnlich wie in Lagenlayouts) aufwärts zu zeichnen.

(b) Sei nun zusätzlich zum Graphen $G = (V, E)$ noch eine Clusterung $\mathcal{C}$ gegeben, d.h. eine Partition der Knotenmenge V in disjunkte Teilmengen $C_1, \dots, C_k$ mit $\cup_{C \in \mathcal{C}} C = V$. Überlegen Sie sich Kräfte, die dafür sorgen, dass die Knoten eines Clusters jeweils an einer ähnlichen Position liegen und verschiedene Cluster sich nicht zu nahe kommen.

Aufgabe 1 – Kräfte und Potential

(c) Für einen Knoten u mit Position $p_u = (x_u, y_u)$ sei die Verschiebungsrichtung in einem kräftebasierten Layoutverfahren definiert durch $\text{disp} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit

$$\text{disp}(p_u) = \sum_{\{u,v\} \in E} \frac{||p_v - p_u||^2}{d_{uv}}(p_v - p_u) - \sum_{v \in V} \frac{C}{||p_v - p_u||^2}(p_v - p_u).$$

Dabei sind $C \in \mathbb{R}$ und $d_{uv} \in \mathbb{R}$ (für alle Kanten $\{u, v\} \in E$) Konstanten. Bestimmen Sie eine Potentialfunktion $\text{pot} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, so dass $\text{disp}(p_u) = -\nabla \text{pot}(p_u)$, d.h. der Verschiebevektor für den Knoten u soll gleich dem negativen Gradienten der Potentialfunktion sein.

Aufgabe 2 – Stabilität im Springembedder

Karlsruhe Institute of Technology

(a) Gegeben sei der Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{a, b, c, d\}$ und $E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}\}$. Geben Sie eine stabile Ausgabe des Springembedder-Algorithmus nach Fruchterman und Reingold an. Geben Sie eine Zeichnung vor, die nicht stabil ist, und zeichnen Sie die Richtungen der Kräfte ein.

(b) Überlegen Sie sich einen Graphen, der im Springembedder-Algorithmus in mindestens zwei unterschiedlichen stabilen Lösungen enden kann. Geben Sie zwei solche Lösungen an.

Aufgabe 3 – Knoten mit Fläche > 0

Bislang wurden die Springembedder-Algorithmen unter der vereinfachenden Annahme definiert, dass Knoten als Punkte dargestellt werden. Welche Anpassungen sind nötig, wenn Knoten als Kreise dargestellt werden? Wie sieht es für Rechtecke aus?

Aufgabe 4 – Schwerpunkt-Methode

Einer der ältesten Algorithmen zum Graphenzeichnen stammt von William T. Tutte aus dem Jahr 1963. Die Kräfte sind wie folgt definiert:

$$F(v) = \sum_{u \in N(v)} (p_u - p_v),$$

wobei $N(v)$ die Menge aller Nachbarknoten von v ist.

(a) Was gilt für die Position eines Knotens v, wenn er stabil ist, d.h. $F(v) = 0$ gilt?

(b) Sehen Sie ein Problem, wenn man versucht das Kräftemodell von Tutte iterativ in ein Gleichgewicht zu bringen? Entwickeln Sie einen Vorschlag, wie sich das Problem vermeiden lässt.