

Übungsblatt 7

Vorlesung Algorithmen II im WS 12/13

Ausgabe 22. Januar 2013

Besprechung 5. Februar 2013

Problem 1: BIN PACKING – Einstieg

In der Vorlesung wurde das Problem BIN PACKING wie folgt eingeführt:

Gegeben: Endliche Menge $M = \{a_1, \dots, a_n\}$ an Elementen und Gewichtsfunktion $s: M \rightarrow (0, 1]$.

Gesucht: Zuweisung von a_1, \dots, a_n an Bins B_1, \dots, B_m , sodass $\sum_{a_j \in B_i} s(a_j) \leq 1$ für alle i mit $1 \leq i \leq m$, wobei die Anzahl Bins minimiert wird.

Zeigen Sie, dass für den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus NEXT FIT für BIN PACKING nicht nur $\mathcal{R}_{\text{NF}} \leq 2$, sondern sogar $\mathcal{R}_{\text{NF}} = 2$ gilt.

Problem 2: Online-Algorithmen für BIN PACKING – Untere Schranke

Um BIN PACKING als Online-Problem aufzufassen, nehmen Sie nun an, dass M als Sequenz (a_1, \dots, a_n) gegeben ist. Betrachten Sie nun die Klasse \mathcal{C} der Online-Algorithmen, die M in solcher Weise sequentiell abarbeiten, dass sie immer zuerst das aktuelle Element einem Bin zuweisen, bevor sie das nächste Element betrachten.

- (a) Zeigen Sie, dass für jeden Online-Algorithmus $\mathcal{A} \in \mathcal{C}$ eine Instanz I gefunden werden kann, sodass

$$\mathcal{A}(I) \geq \frac{4}{3} \text{OPT}(I),$$

wobei $\mathcal{A}(I)$ den Wert der Lösung von \mathcal{A} angewendet auf I und $\text{OPT}(I)$ den Wert der optimalen Lösung bezeichnet.

- (b) Geben Sie einen 2-kompetitiven Algorithmus $\mathcal{A} \in \mathcal{C}$ an.
- (c) Nehmen Sie an, Sie besitzen ein Logistikunternehmen und müssen Container mit Waren beladen, die mit einzelnen Lkw-Ladungen heran transportiert werden. Da Sie keinen Platz zum Zwischenlagern der Waren haben, müssen Sie die ankommenden Waren direkt in die Container verfrachten. Sie entscheiden sich hierzu den Algorithmus aus Teilaufgabe b) zu verwenden. Was für Probleme können auftreten?

Problem 3: Béládys Anomalie

Die Béládys Anomalie besagt, dass für manche der Paging-Algorithmen man Zugriffssequenzen finden kann, sodass sie mit einem kleineren Cache weniger Fehlzugriffe liefern als mit einem größeren. Zeigen Sie, dass FIFO ein solcher Paging-Algorithmus ist.

Problem 4: Konservative Paging-Algorithmen

Zeigen Sie, dass FWF, LIFO und LFU keine konservativen Paging-Algorithmen sind.

Problem 5: Berechnung von Teillisten

Gegeben eine einfach verkettete Liste L der Länge n , sodass einige Elemente in L markiert sind. Geben Sie einen parallelen Algorithmus an, der eine Teilliste von L ausgibt, die genau die markierten Elemente enthält. Hinweis: Nehmen Sie an, dass der Kopf von L auf sich selbst zeigt.

Beispiel:

