Karlsruher Institut für Technologie
Fakultät für Informatik
ITI Wagner

Algorithmen zur Visualisierung von Graphen
WS 11/12
Marcus Krug, Ignaz Rutter, Thomas Bläsius

Letztes Übungsblatt

Ausgabe: 26. Januar 2012
Abgabe: Keine, Besprechung am 02. oder 09. Februar 2012 (wird noch bekannt gegeben)

1 Baryzentrische Koordinaten

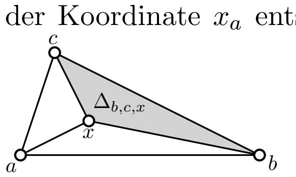
Sei $\Delta_{a,b,c}$ das Dreieck in der Ebene mit den Eckpunkten a, b und c. Für einen Punkt x sind (x_a, x_b, x_c) die baryzentrischen Koordinaten von x bezüglich $\Delta_{a,b,c}$ falls $x_a + x_b + x_c = 1$ und $x_a \cdot a + x_b \cdot b + x_c \cdot c = x$. Zeigen Sie:

(a) Für zwei Punkte x und y mit baryzentrischen Koordinaten (x_a, x_b, x_c) bzw. (y_a, y_b, y_c) gilt $x_a = y_a$ genau dann, wenn x und y auf einer Gerade liegen, die parallel zu der Dreiecksseite bc ist.

(b) Ein Punkt x liegt innerhalb des Dreiecks $\Delta_{a,b,c}$ genau dann wenn jede baryzentrische Koordinate positiv ist.

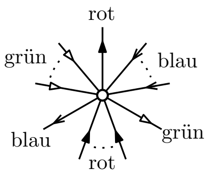
(c) Sei x ein Punkt im Inneren von $\Delta_{a,b,c}$ mit baryzentrischen Koordinaten (x_a, x_b, x_c). Dann gelten die folgenden Gleichungen, wobei $A(\Delta)$ die Fläche eines Dreiecks Δ bezeichnet. (Die Abbildung zeigt das Dreieck, dessen Fläche der Koordinate x_a entspricht.)

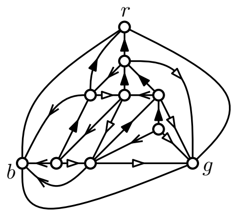
$$x_a = \frac{A(\Delta_{b,c,x})}{A(\Delta_{a,b,c})},\ x_b = \frac{A(\Delta_{a,c,x})}{A(\Delta_{a,b,c})},\ x_c = \frac{A(\Delta_{a,b,x})}{A(\Delta_{a,b,c})}$$

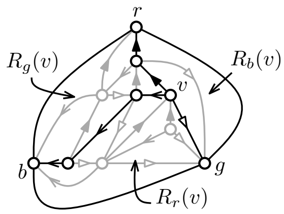


2 Facetten Zählen

Betrachten Sie den unten (mitte) gezeigten triangulierten planaren Graphen mit den Knoten r, g und b auf der äußeren Facette. Die inneren Kanten sind orientiert und gefärbt, sodass sie eine Schnyder-Wald Zerlegung bilden, da sie die in der Vorlesung definierten Bedingungen erfüllen (siehe Abbildung links). Jeder Knoten hat einen eindeutigen gerichteten roten, grünen und blauen Pfad zu den Knoten r, g bzw. b. Diese drei Pfade zerlegen den Graph in drei Regionen $R_r(v)$, $R_g(v)$ und $R_b(v)$ (siehe Abbildung rechts).







Zählen Sie für jeden Knoten v die Anzahl der Facetten $f_r(v)$, $f_g(v)$ und $f_b(v)$ in $R_r(v)$, $R_g(v)$ bzw. $R_b(v)$. Dann definiert $1/f^- \cdot (f_r(v), f_g(v), f_b(v))$ baryzentrische Koordinaten bezüglich des Dreiecks $\Delta_{r,g,b}$, wobei f^- die Anzahl der inneren Facetten ist. Zeichnen Sie die Knoten r, g und b auf die Kartesischen Koordinaten $(0, 15)$, $(15, 0)$ bzw. $(0, 0)$ sowie jeden inneren Knoten an die Position die durch seine baryzentrischen Koordinaten gegeben ist und verbinden Sie benachbarte Knoten geradlinig.

bitte umblättern

3 In Linearzeit Zählen

Geben Sie einen Algorithmus für die Bestimmung der baryzentrischen Koordinaten aller Knoten an, der insgesamt $\mathcal{O}(n)$ Zeit benötigt.