

Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

Einführung, kräftebasierte Verfahren

Vorlesung im Sommersemester 2009

Martin Nöllenburg

23.04.2009

Organisatorisches

Dozent

- » Martin Nöllenburg <noellenburg@iti.uka.de>
- » Raum 319
- » Sprechzeiten: jederzeit nach Vereinbarung per Mail

Termine

- » Vorlesung: donnerstags 14:00 Uhr, Raum 301
- » Übung: 14tägig dienstags 9:45 Uhr, Raum 131 (ab 05.05.)

Organisatorisches

Vorlesung homepage

» i11www.iti.uka.de/teaching/sommer2009/graphdrawing/index

- » aktuelle Informationen
- » Übungsblätter (montags in der Woche vor der Übung)
- » Folien
- » Zusatzmaterial
- » Skript

Organisatorisches

Vertiefungsfächer

- » Theoretische Grundlagen
- » Algorithmentechnik

weitere Vorlesungen am Lehrstuhl

Algorithmen für planare Graphen (2+1)

- » Di 14:00 Uhr Raum 301

Algorithmen für Routenplanung (2+1)

- » Fr 9:45 Uhr Raum 301

Algorithmen für Ad-hoc- und Sensornetze (2+0)

- » Mi 14:00 Uhr Raum 301

Nützliche Vorkenntnisse

Basiswissen Graphentheorie

- » Graph, Knoten, Kanten
- » Knotengrad, Nachbarschaft, adjazent, inzident
- » Zusammenhang, Baum, Kreis, Pfad

Basiswissen Algorithmik

- » Laufzeit, O -Kalkül
- » Komplexität, NP-Vollständigkeit
- » Netzwerkflüsse
- » Lineare Programmierung

Ansonsten: **Nachfragen!**

Vorlesungsaufbau

Medien

- » Tafel & Folien
- » Übungsblätter zur Vertiefung des Stoffs
- » (vorläufiges) Skript

Inhalte

- » Reduzierung der Visualisierung auf **algorithmischen** Kern
- » Modellierung, Algorithmen, Beweise
 - » kräftebasierte Verfahren
 - » kombinatorische Optimierung (Flüsse, ILPs)
 - » Algorithmen für spezielle Graphen (z.B. Bäume)

Einführung Graphenvisualisierung

Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel $G = (V, E)$

Knotenmenge $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel $G = (V, E)$

Knotenmenge $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

Darstellungsformen?

Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel $G = (V, E)$

Knotenmenge $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

Darstellungsformen?

Mengenschreibweise

$$\begin{aligned} V &= \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}\} \\ E &= \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_8\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_5\}, \{v_3, v_9\}, \\ &\quad \{v_3, v_{10}\}, \{v_4, v_5\}, \{v_4, v_6\}, \{v_4, v_9\}, \{v_5, v_8\}, \\ &\quad \{v_6, v_8\}, \{v_6, v_9\}, \{v_7, v_8\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_{10}\}, \\ &\quad \{v_9, v_{10}\}\} \end{aligned}$$

Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel $G = (V, E)$

Knotenmenge $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

Darstellungsformen?

Mengenschreibweise

Adjazenzliste

$v_1 :$	v_2, v_8
$v_2 :$	v_1, v_3
$v_3 :$	v_2, v_5, v_9, v_{10}
$v_4 :$	v_5, v_6, v_9
$v_5 :$	v_3, v_4, v_8
$v_6 :$	v_4, v_8, v_9
$v_7 :$	v_8, v_9
$v_8 :$	$v_1, v_5, v_6, v_7, v_9, v_{10}$
$v_9 :$	$v_3, v_4, v_6, v_7, v_8, v_{10}$
$v_{10} :$	v_3, v_8, v_9

Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel $G = (V, E)$

Knotenmenge $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

Darstellungsformen?

Mengenschreibweise

Adjazenzliste

Adjazenzmatrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel $G = (V, E)$

Knotenmenge $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

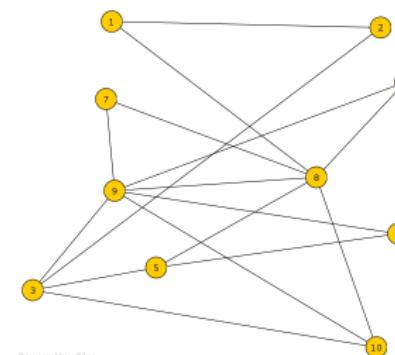
Darstellungsformen?

Mengenschreibweise

Adjazenzliste

Adjazenzmatrix

Zeichnung



Powered by yFiles

Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel $G = (V, E)$

Knotenmenge $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

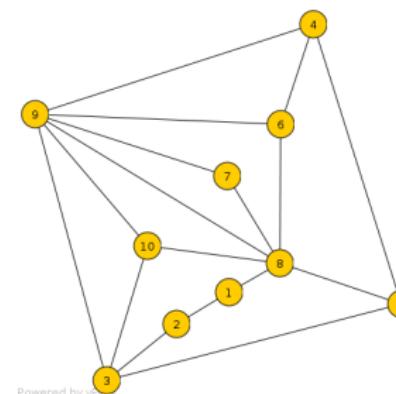
Darstellungsformen?

Mengenschreibweise

Adjazenzliste

Adjazenzmatrix

Zeichnung

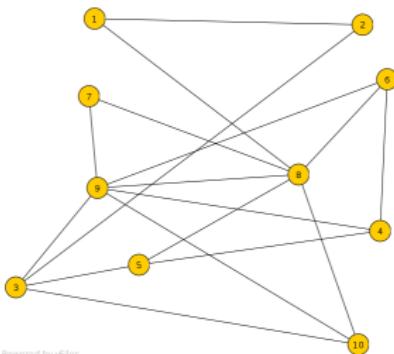


Graphen und ihre Darstellung

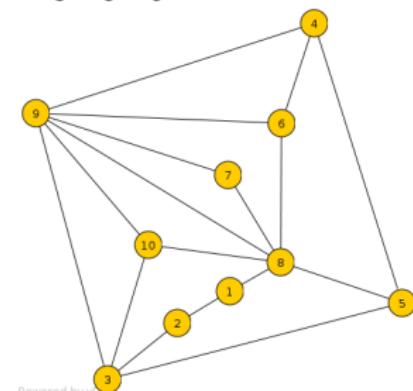
$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}\}$$

$$E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_8\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_5\}, \{v_3, v_9\}, \\ \{v_3, v_{10}\}, \{v_4, v_5\}, \{v_4, v_6\}, \{v_4, v_9\}, \{v_5, v_8\}, \\ \{v_6, v_8\}, \{v_6, v_9\}, \{v_7, v_8\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_{10}\}, \\ \{v_9, v_{10}\}\}$$

v_1 :	v_2, v_8
v_2 :	v_1, v_3
v_3 :	v_2, v_5, v_9, v_{10}
v_4 :	v_5, v_6, v_9
v_5 :	v_3, v_4, v_8
v_6 :	v_4, v_8, v_9
v_7 :	v_8, v_9
v_8 :	$v_1, v_5, v_6, v_7, v_9, v_{10}$
v_9 :	$v_3, v_4, v_6, v_7, v_8, v_{10}$
v_{10} :	v_3, v_8, v_9



$$\left(\begin{array}{ccccccccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right)$$



Wozu Graphen zeichnen?

- » Graphen sind mathematische Repräsentationen von Netzwerken
- » Netzwerke tauchen in der Realität an den verschiedensten Stellen auf

abstrakte Netzwerke

- » soziale Netze
- » Kommunikationsnetze
- » phylogenetische Netze
- » Stoffwechselnetze
- » Klassenbeziehungen (UML)
- » ...

physische Netzwerke

- » Verkehrsnetze
- » Straßennetze
- » Versorgungsnetze
- » Rechnernetze
- » integrierte Schaltkreise
- » ...

Wozu Graphen zeichnen?

- » Graphen sind mathematische Repräsentationen von Netzwerken
- » Netzwerke tauchen in der Realität an den verschiedensten Stellen auf
- » ohne geeignete Visualisierung können wir (als Menschen) Netzwerke kaum verstehen
- » Visualisierungen sind nötig zur Kommunikation von bekannten und zur Exploration von unbekannten Netzen

Wozu Graphen zeichnen?

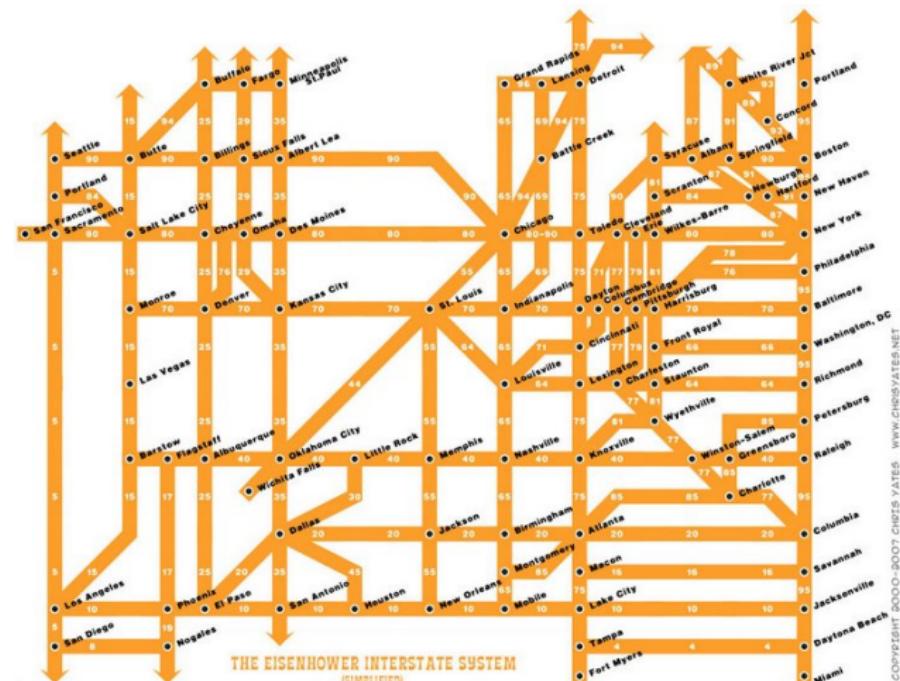
- » Graphen sind mathematische Repräsentationen von Netzwerken
- » Netzwerke tauchen in der Realität an den verschiedensten Stellen auf
- » ohne geeignete Visualisierung können wir (als Menschen) Netzwerke kaum verstehen
- » Visualisierungen sind nötig zur Kommunikation von bekannten und zur Exploration von unbekannten Netzen

Es geht also darum Algorithmen zu entwerfen um Graphen automatisch zu zeichnen. Und zwar möglichst lesbar!

Beispiele

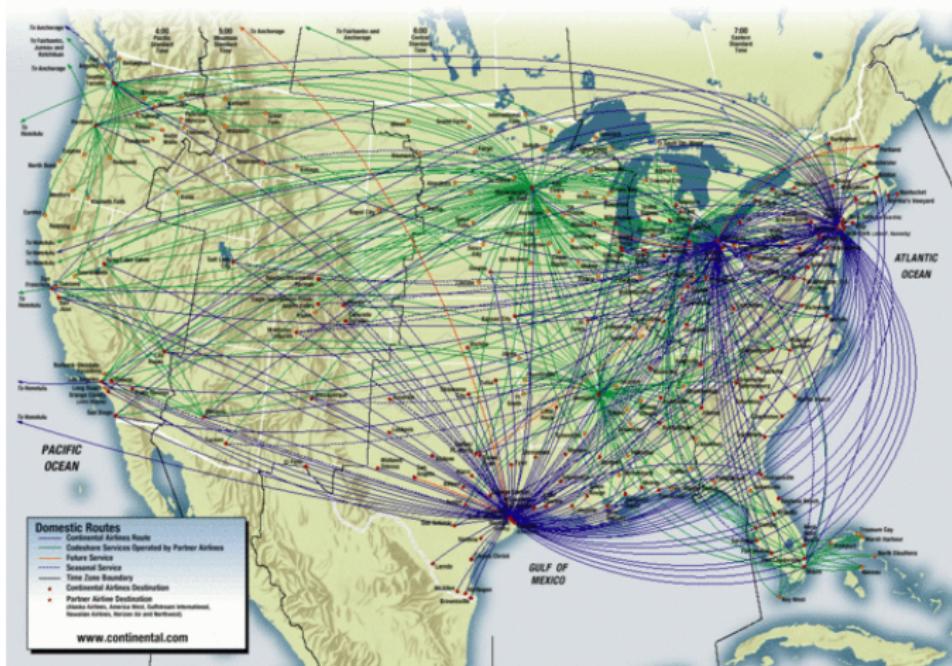
eine kleine Diaschau

Verkehrsnetze – Highways USA

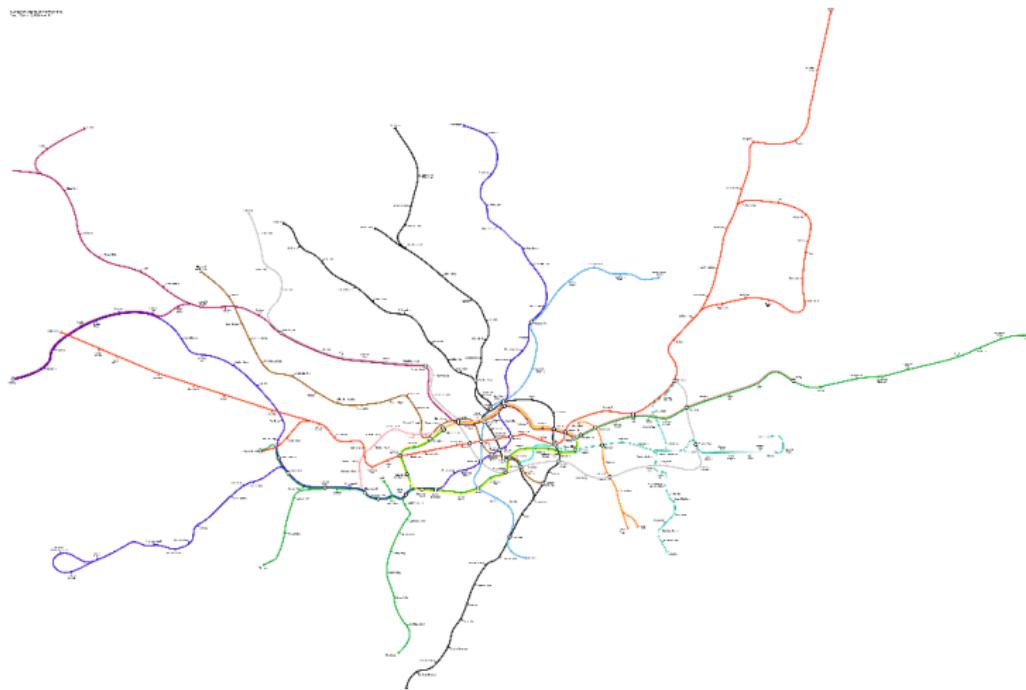


Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

Verkehrsnetze – Flugverbindungen Continental



Verkehrsnetze – U-Bahnen London



Verkehrsnetze – U-Bahnen London

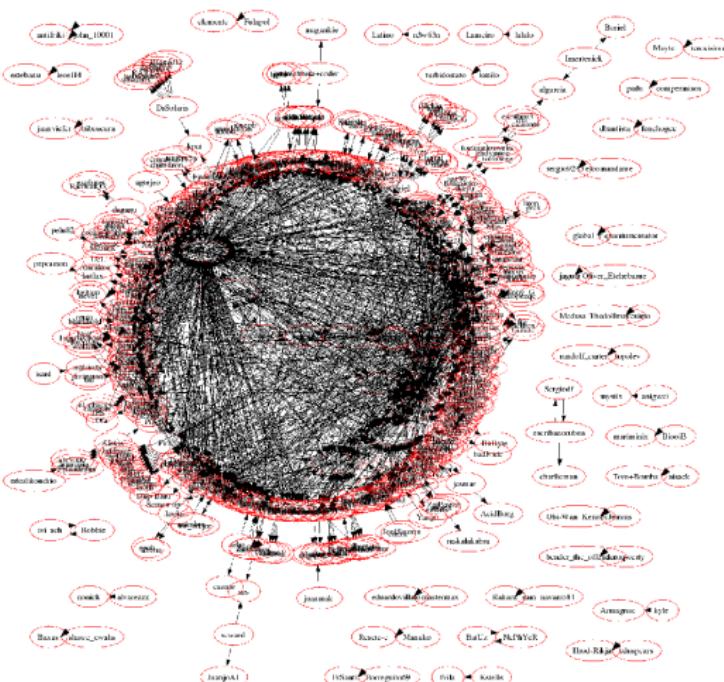


Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

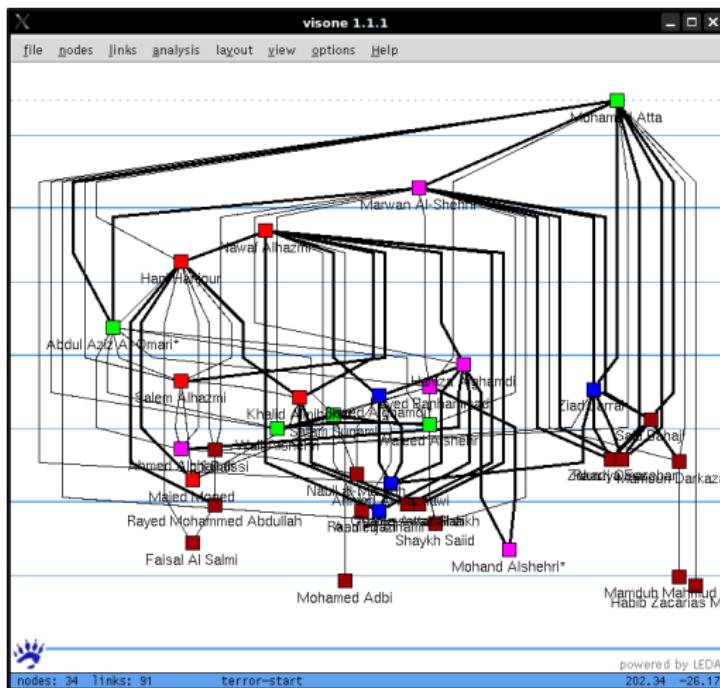
Verkehrsnetze – U-Bahnen London



Soziale Netze – Barrapunto

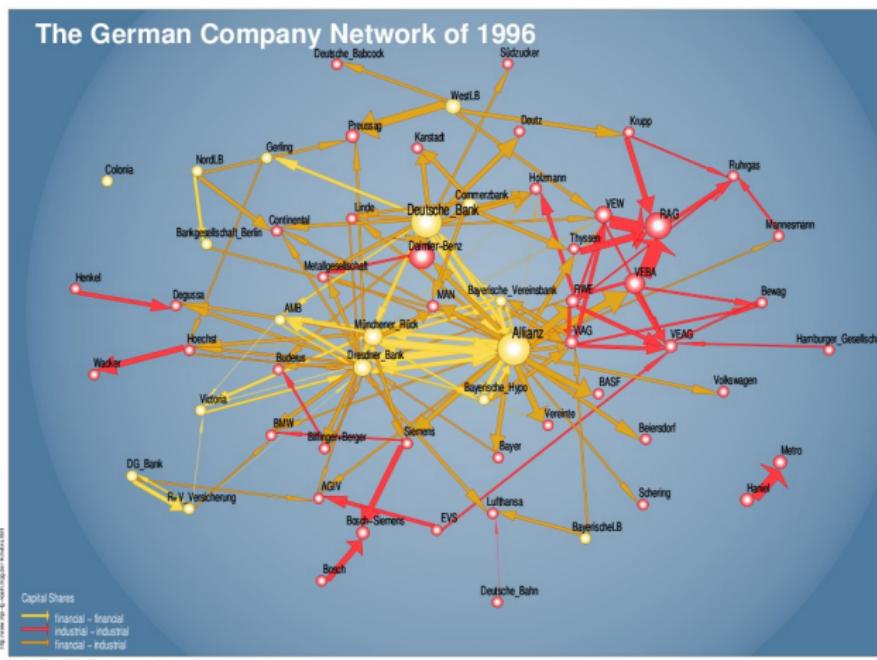


Soziale Netze – Terrorzelle

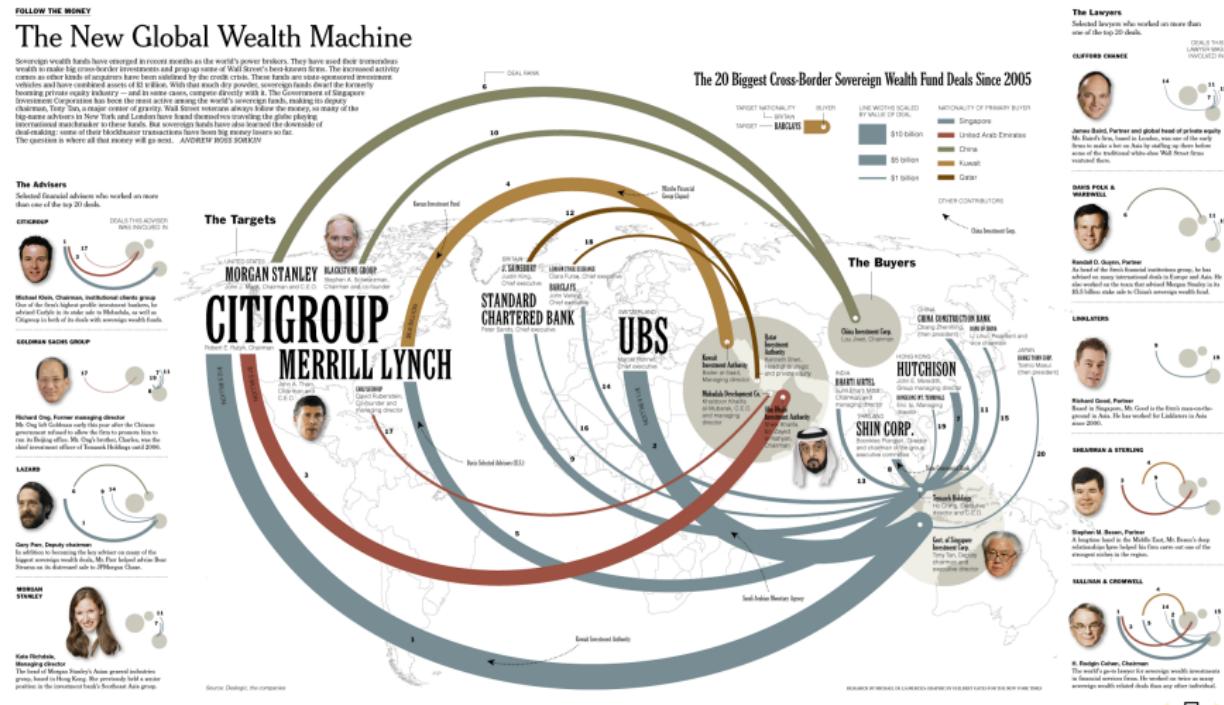


Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

Soziale Netze – Firmenbeteiligungen

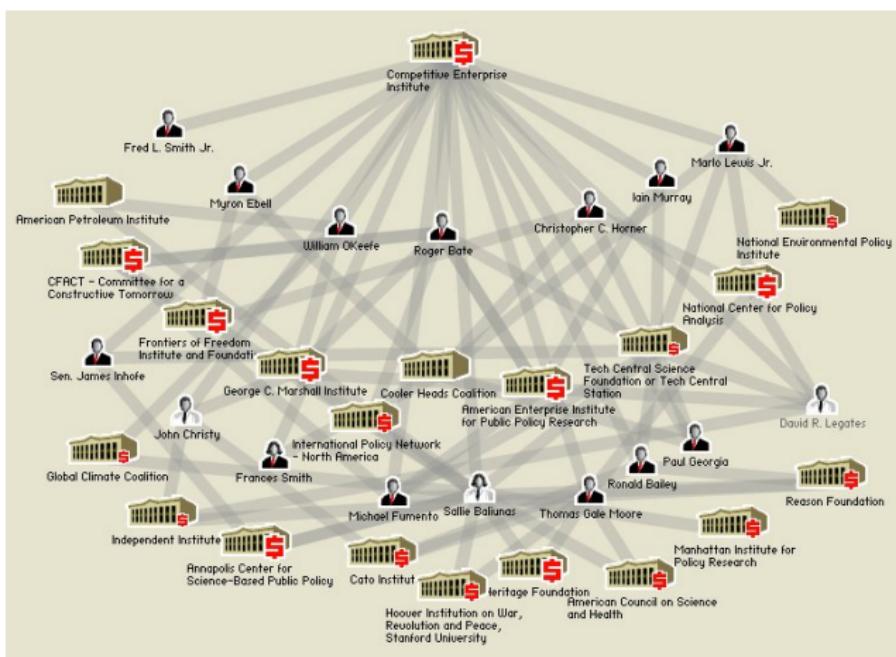


Soziale Netze – Staatsfonds

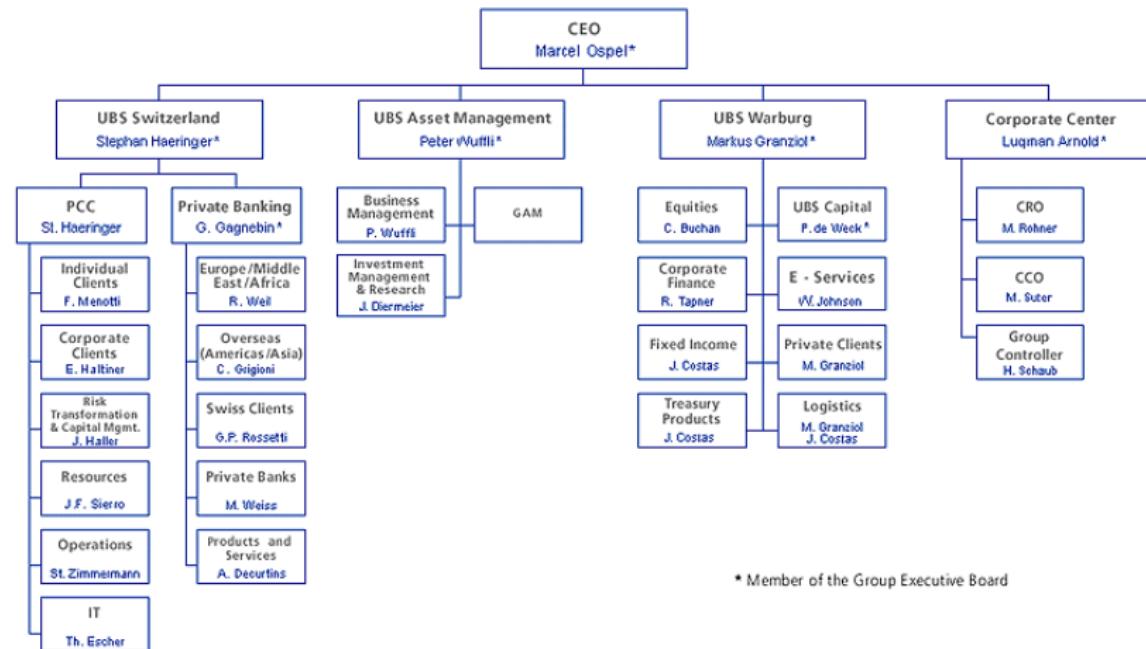


Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

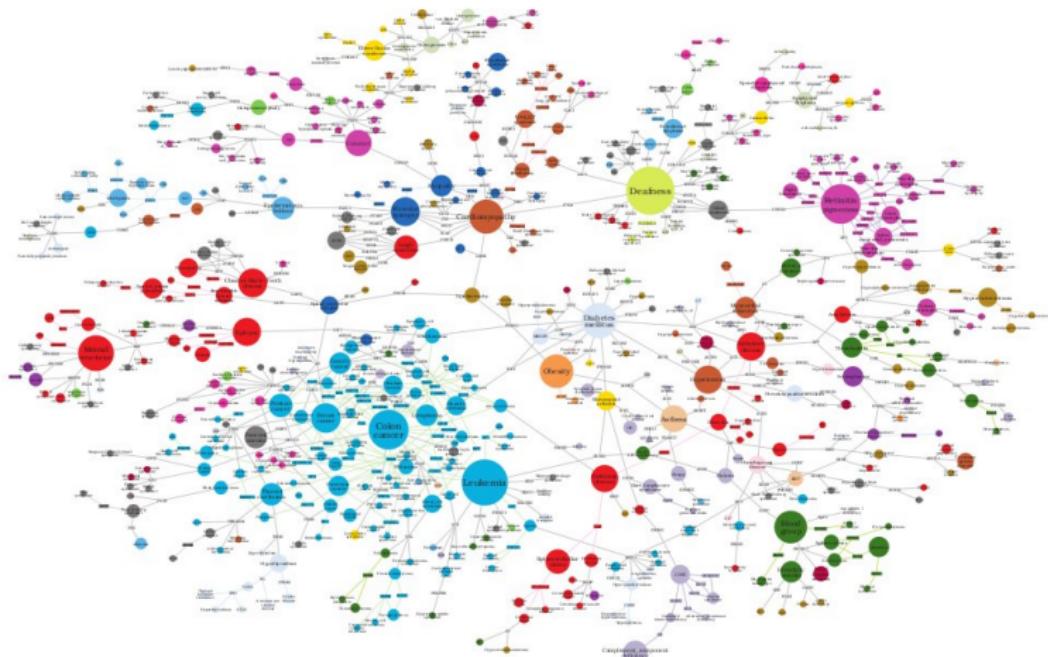
Soziale Netze – Exxon Fördergelder



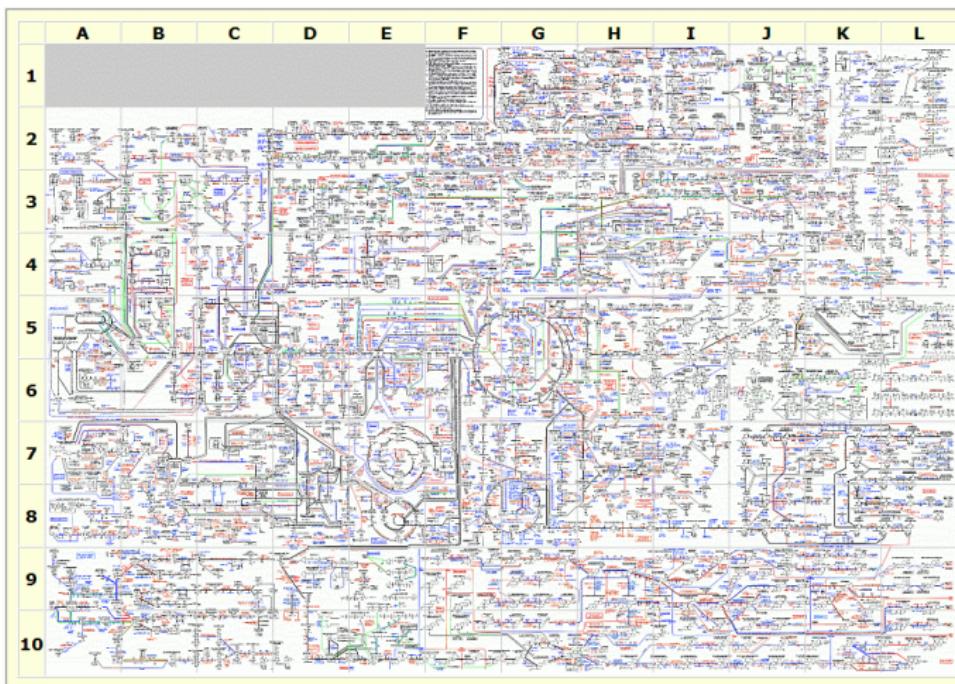
Soziale Netze – Organigramm UBS



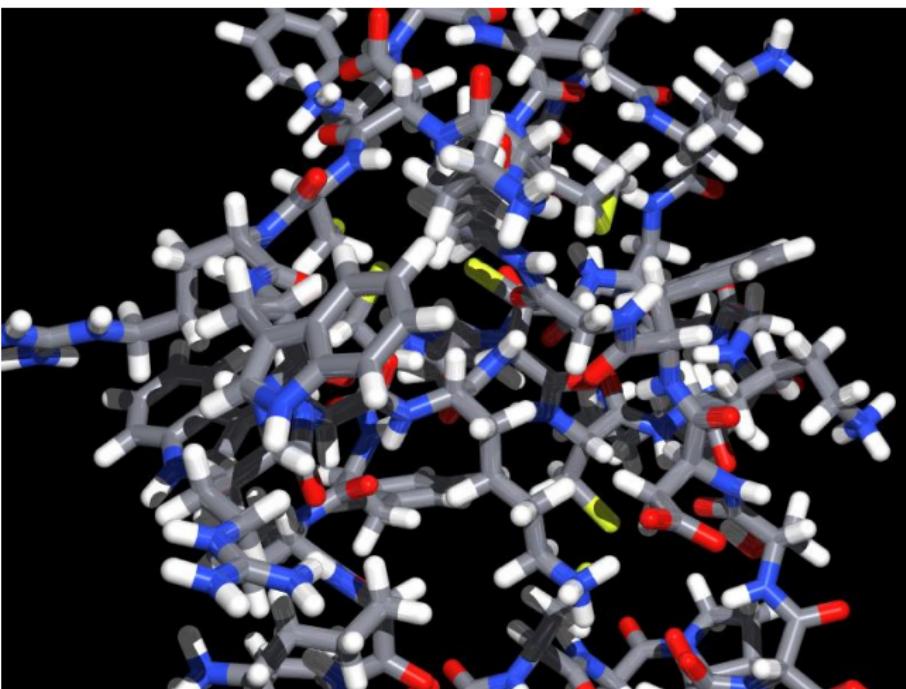
Biomedizin – Diseasesome



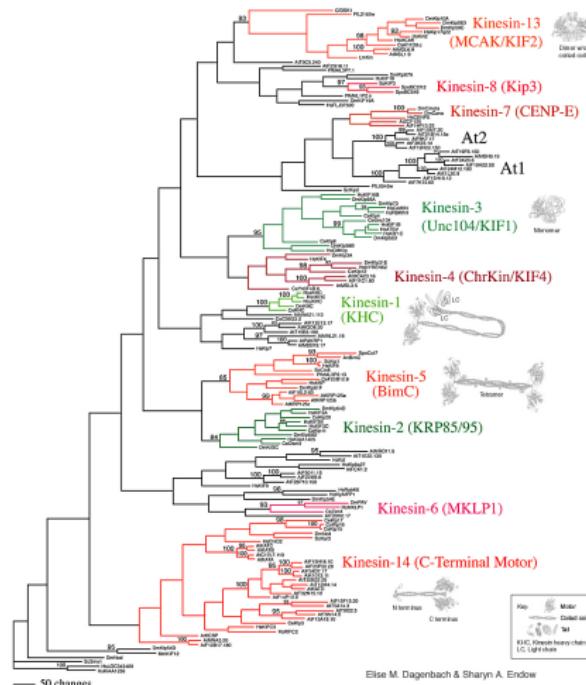
Biomedizin – molekularer Stoffwechsel



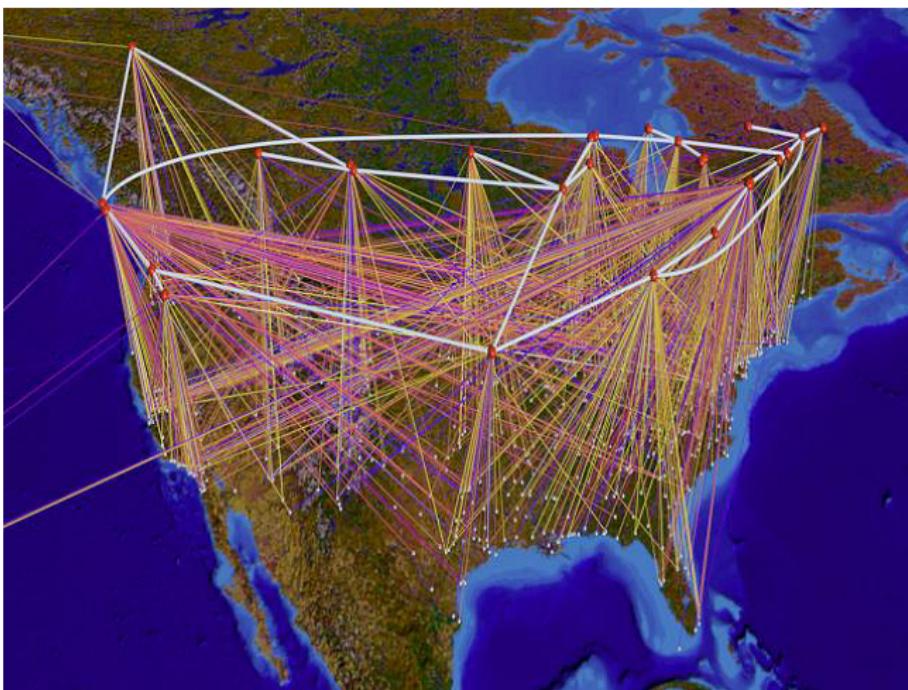
Biomedizin – Proteine



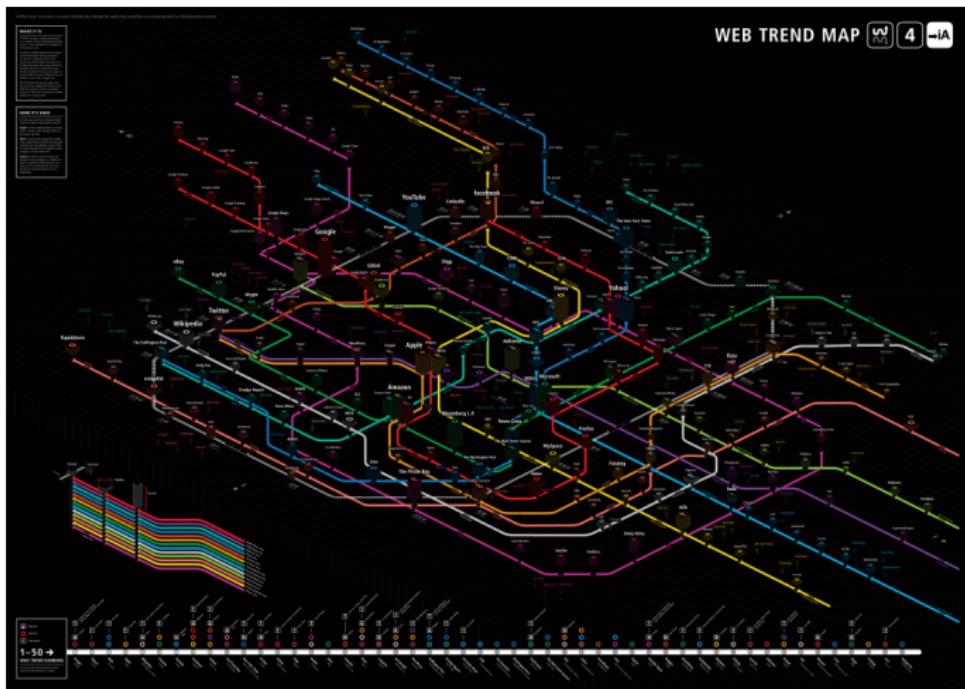
Biomedizin – phylogenetische Bäume



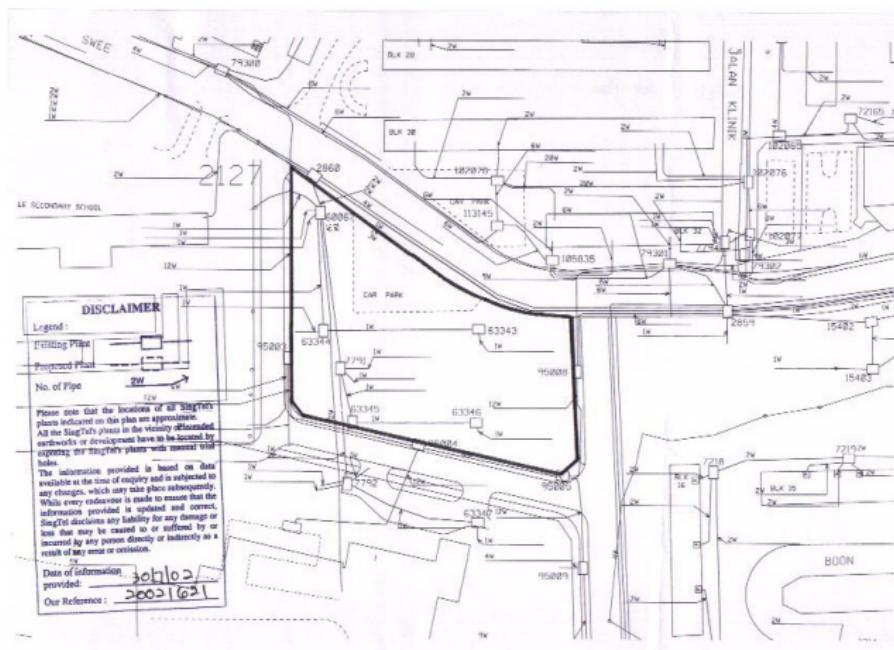
Technische Netze – Internet USA



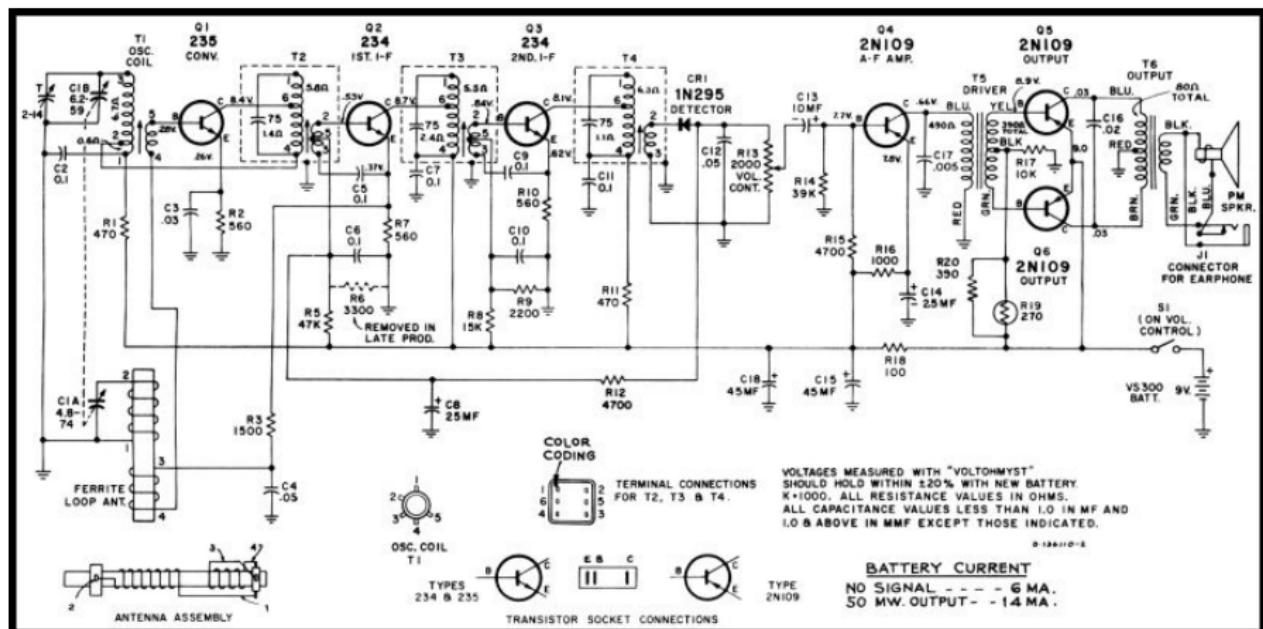
Technische Netze – Webtrends



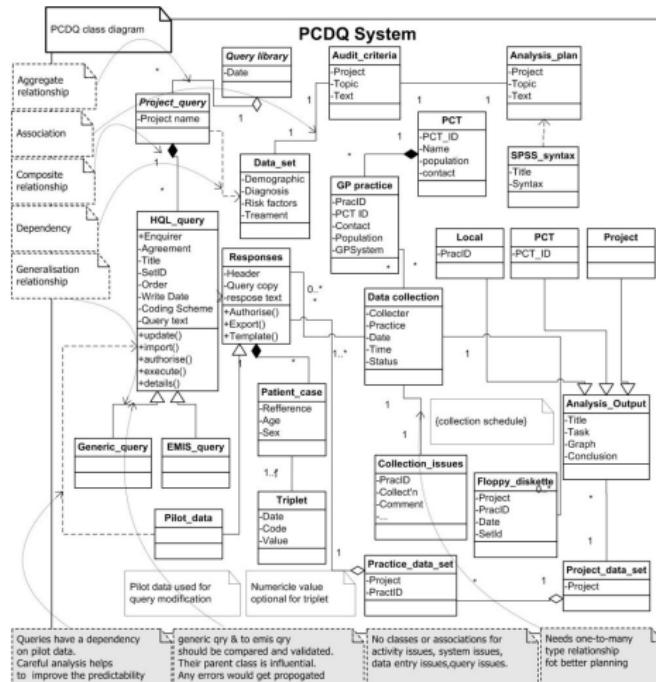
Technische Netze – Kabelpläne



Technische Netze – Schaltpläne

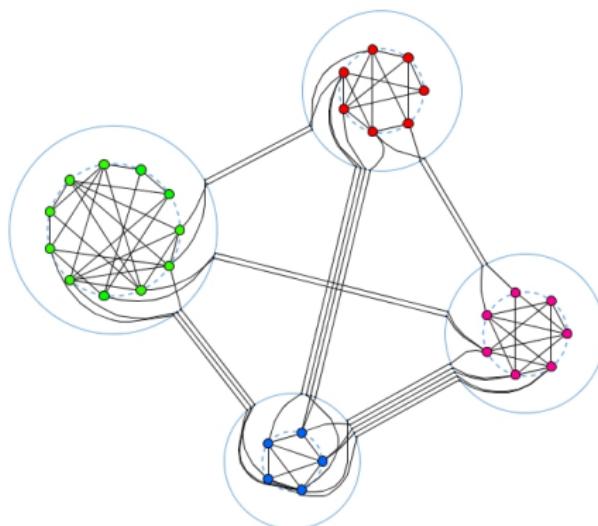


Technische Netze – UML Diagramme

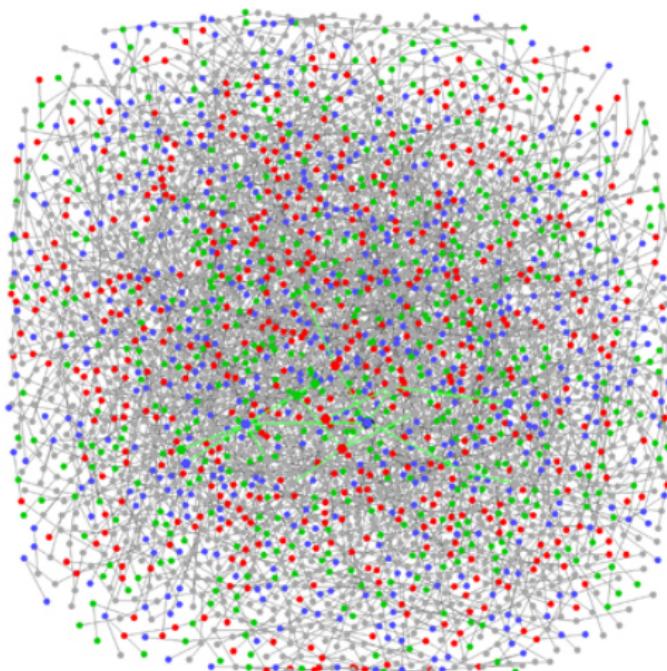


Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

Allgemeine Graphen – Mikro-Makro Layout



Allgemeine Graphen – große Graphen



Alternative Darstellungen – Inklusionsdiagramm

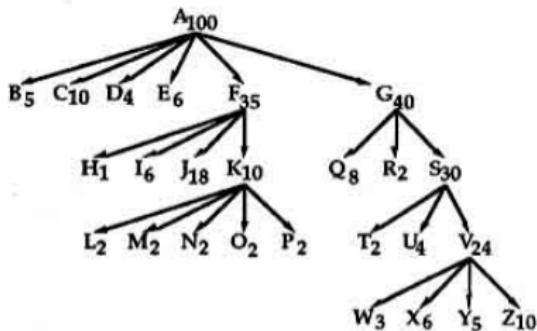


Figure 1: Traditional Tree Diagram Representation.

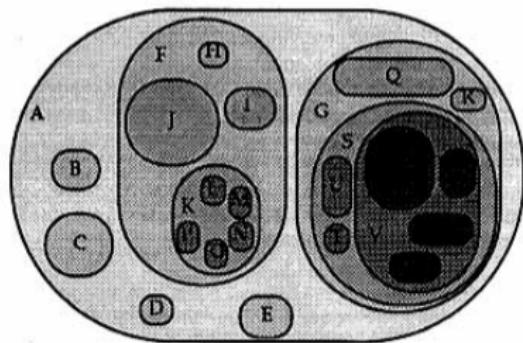
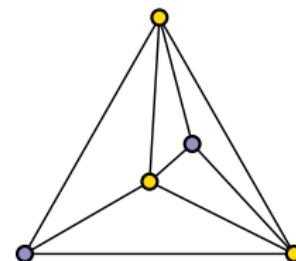
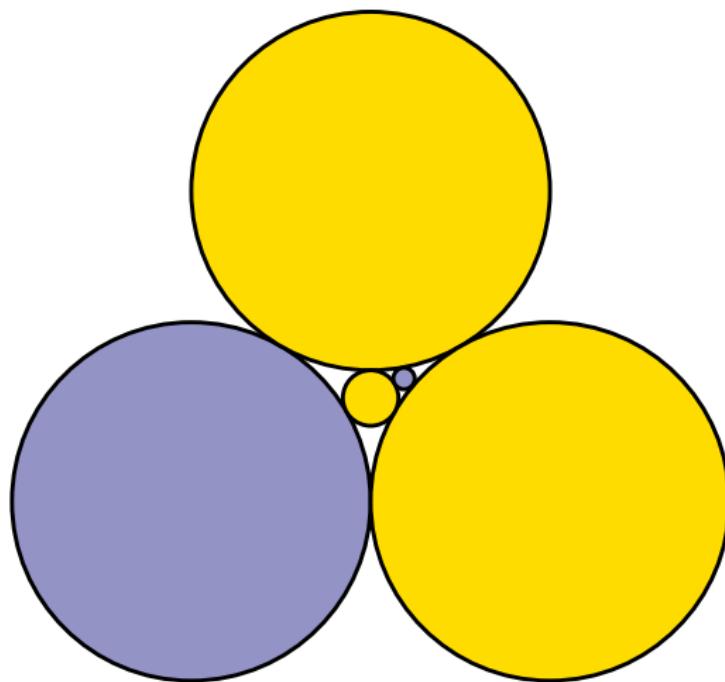


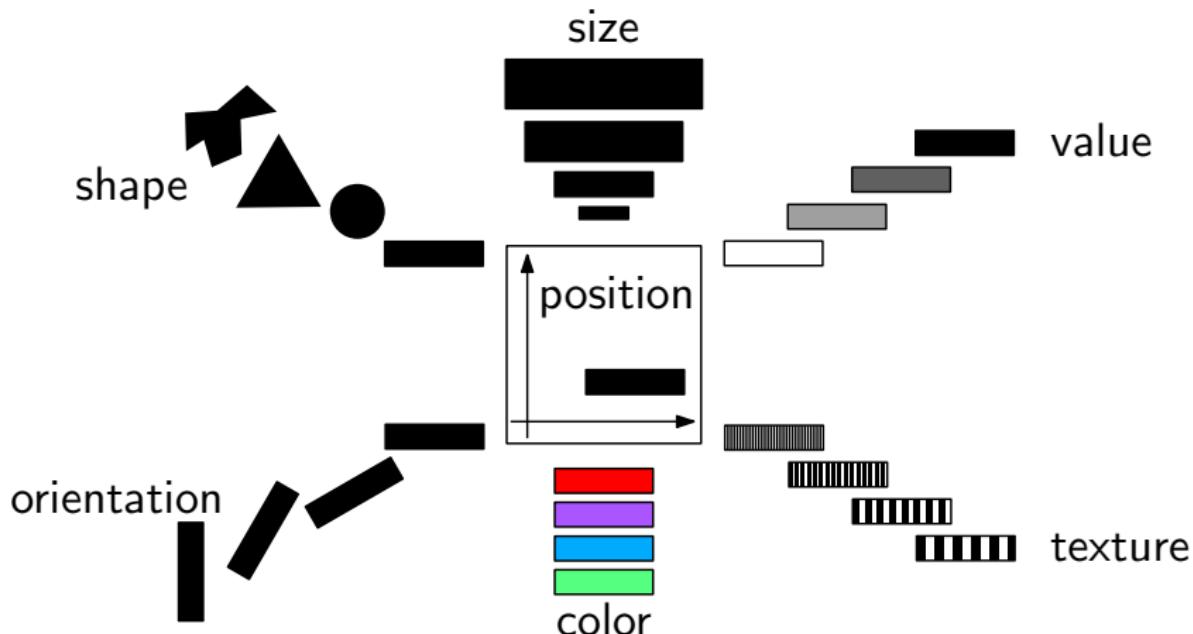
Figure 2: Venn Diagram Representation.
Node size is proportional to weight.

Alternative Darstellungen – Berührgraph

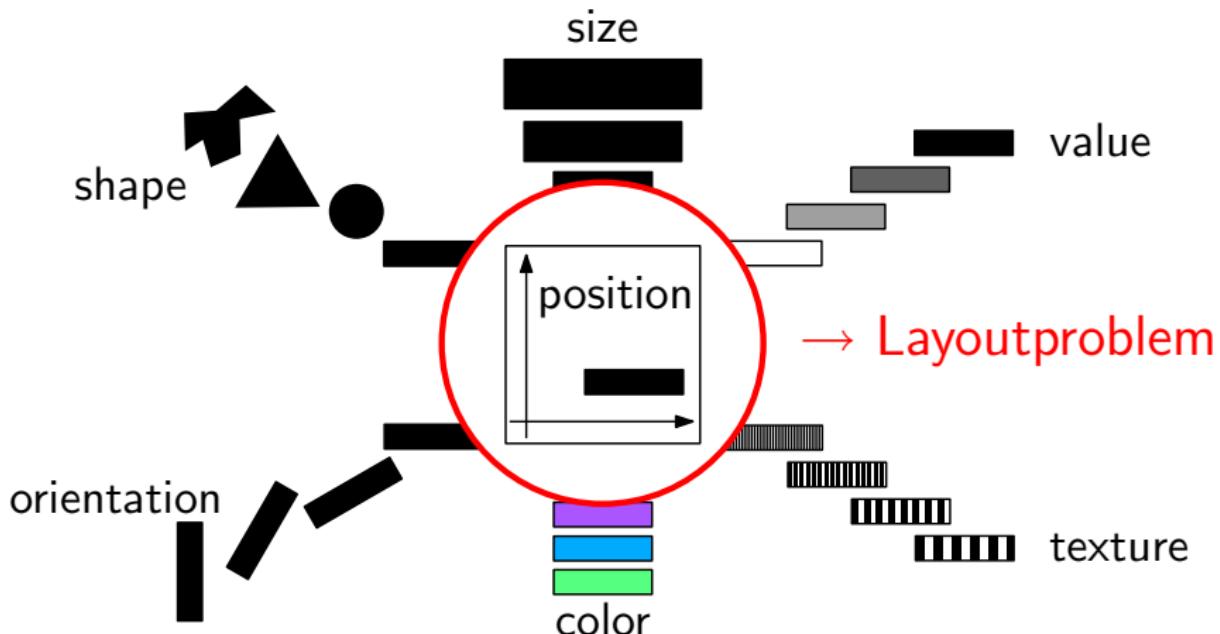


Grundlegende Definitionen

Visuelle Variablen nach Bertin (1967)



Visuelle Variablen nach Bertin (1967)



Definition Layoutproblem

Beschränkung auf sog. Punkt-Linien-Diagramme
(*Standardrepräsentation*)

Problem: Graphlayout

geg: Graph $G = (V, E)$

ges: *schöne* Zeichnung $\Gamma : V \cup E \rightarrow \mathbb{R}^2$

- » Knoten $v \mapsto$ Punkt $\Gamma(v)$
- » Kante $uv \mapsto$ einfache, offene Kurve $\Gamma(uv)$ mit Endpunkten $\Gamma(u)$ und $\Gamma(v)$

Definition Layoutproblem

Beschränkung auf sog. Punkt-Linien-Diagramme
(*Standardrepräsentation*)

Problem: Graphlayout

geg: Graph $G = (V, E)$

ges: *schöne* Zeichnung $\Gamma : V \cup E \rightarrow \mathbb{R}^2$

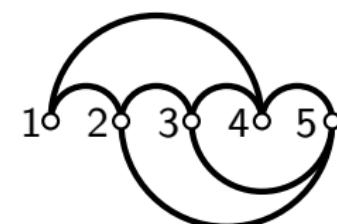
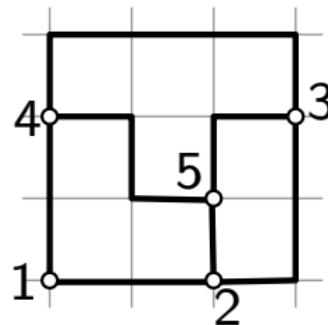
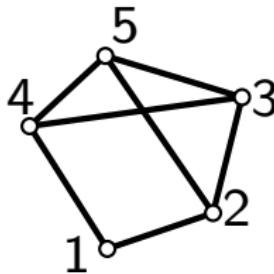
- » Knoten $v \mapsto$ Punkt $\Gamma(v)$
- » Kante $uv \mapsto$ einfache, offene Kurve $\Gamma(uv)$ mit Endpunkten $\Gamma(u)$ und $\Gamma(v)$

Aber was ist eine *schöne* Zeichnung?

Anforderungen an ein Graphlayout

1) Zeichenkonventionen, erforderliche Eigenschaften, z.B.

- » geradlinige Kanten mit $\Gamma(uv) = \overline{\Gamma(u)\Gamma(v)}$
- » orthogonale Kanten (i.A. mit Knicken)
- » Gitterzeichnungen
- » kreuzungsfrei



Anforderungen an ein Graphlayout

1) Zeichenkonventionen, erforderliche Eigenschaften

2) Ästhetikkriterien (zu optimieren), z.B.

- » Kreuzungsminimierung
- » Knickminimierung
- » gleichmäßige Kantenlängen
- » minimale Gesamtlänge/Fläche
- » Winkelauflösung

→ führen häufig zu NP-schweren Optimierungsproblemen!

→ oft mehrere konkurrierende Kriterien

Anforderungen an ein Graphlayout

- 1) Zeichenkonventionen, erforderliche Eigenschaften
- 2) Ästhetikkriterien (zu optimieren)
- 3) Lokale Nebenbedingungen, z.B.
 - » Positionseinschränkungen für Nachbarknoten
 - » Einschränkungen für Gruppen von Knoten/Kanten

Layoutproblem zweiter Versuch

Problem: Graphlayout

geg: Graph $G = (V, E)$

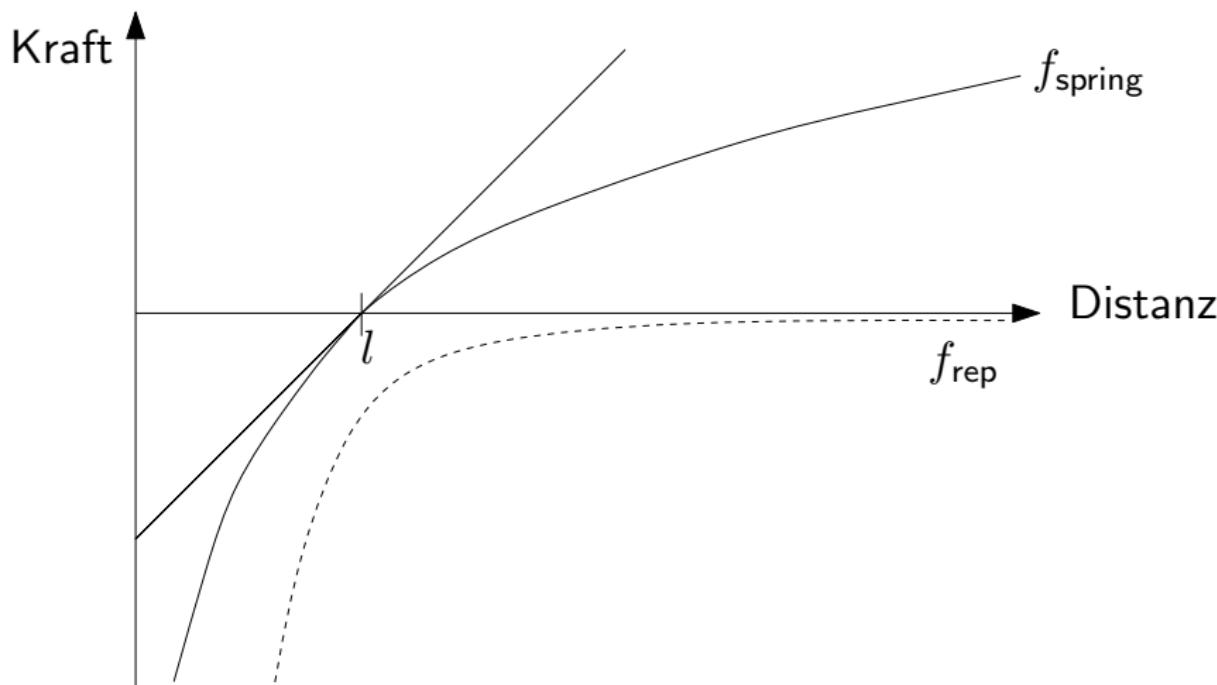
ges: Zeichnung $\Gamma : V \cup E \rightarrow \mathbb{R}^2$, die

- » die Zeichenkonventionen erfüllt
- » die Ästhetikkriterien optimiert
- » ggf. weitere Nebenbedingungen erfüllt

- » führt zu algorithmisch interessanten Fragestellungen
- » nachgelagertes Renderingproblem bleibt außen vor

Kräftebasierte Algorithmen zum Zeichnen von Graphen

Kräftediagramm Eades



Kräftediagramm Fruchterman und Reingold

