

On rectangular cartograms

Basierend auf:

M. van Kreveld and B. Speckmann. On rectangular cartograms. In: Computational Geometry - Theory and Applications 37:175-187, 2007.

Thomas Bläsius

01.12.2009

Inhalt

Überblick

Was sind Kartogramme

Ein gutes Rechteck-Kartogramm

Von der Karte zum Rechteck-Kartogramm

Die Schritte im Einzelnen

Karte

Dualer Graph

Besonderer planarer Graph

Reguläre Kantenbeschriftung

Duale Rechteckunterteilung

Korrektes Kartogramm mit L-förmiger Zerlegung

Segment Bewegungs Heuristik

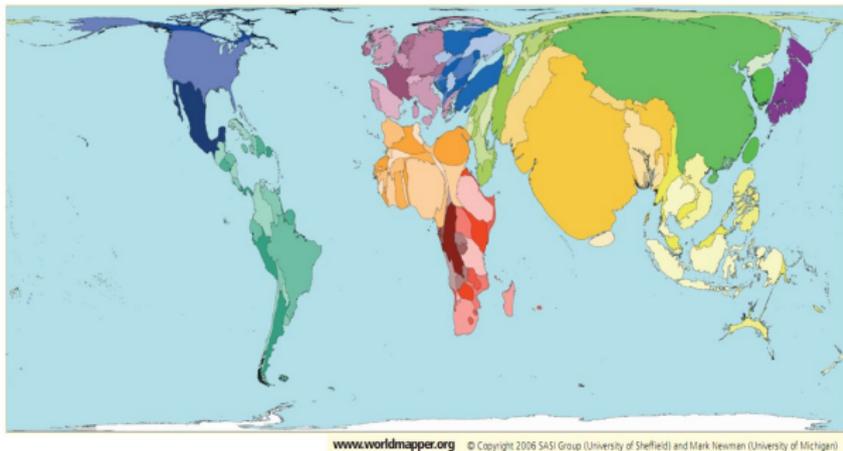
Formulierung als bilineares Programm

Zusammenfassung

Überblick

Fragen!

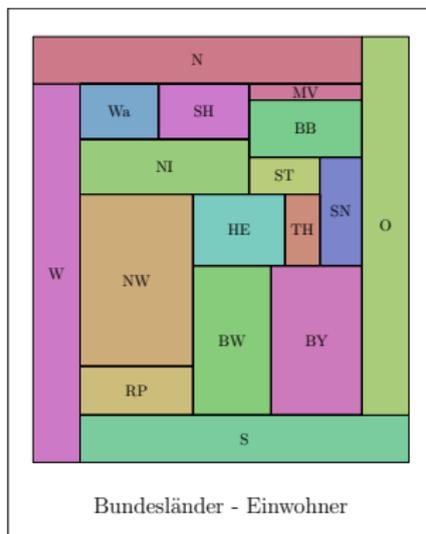
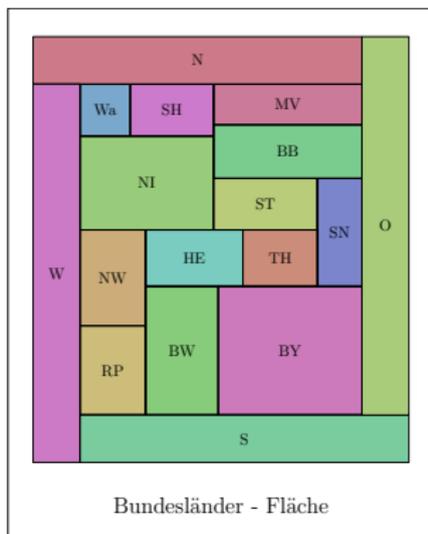
Kartogramme allgemein



www.worldmapper.org © Copyright 2006 SASI Group (University of Sheffield) and Mark Newman (University of Michigan)

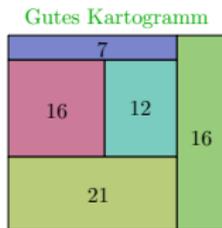
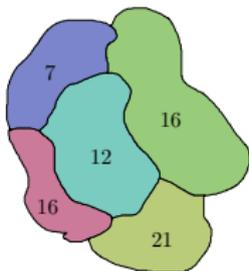
- ▶ Eigentlich Kartenanamorphote!
- ▶ Kartographische Darstellung mit variablem Maßstab.
- ▶ Fläche jeder Region entspricht vorgegebener Variable.

Rechteck-Kartogramme

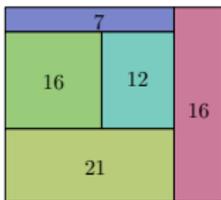


- ▶ Jede Region wird durch ein Rechteck repräsentiert.
- ▶ Fläche von Rechtecken leicht vergleichbar.
- ▶ Assoziation eines Rechtecks mit einer Region schwerer.

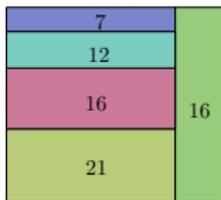
Ein gutes Rechteck-Kartogramm



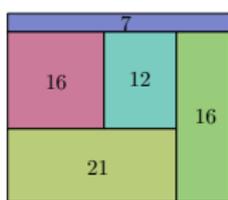
Falsche relative Position



Falsche Adjazenzen



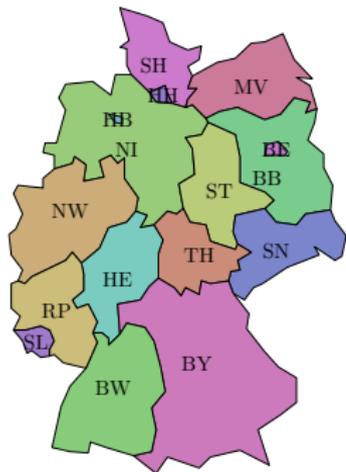
Schlechtes Seitenverhältnis



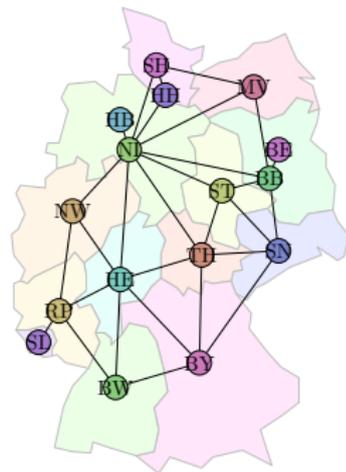
10	30
30	10

Nicht alles erreichbar!

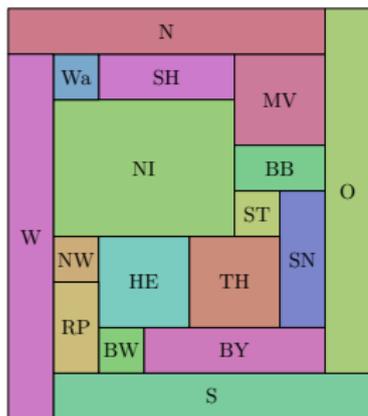
- ▶ Adjazenzen wie in der normalen Karte.
- ▶ Geringer kartographischer Fehler.
- ▶ Keine extremen Seitenverhältnisse.
- ▶ Richtige relative Positionen zwischen den Regionen.



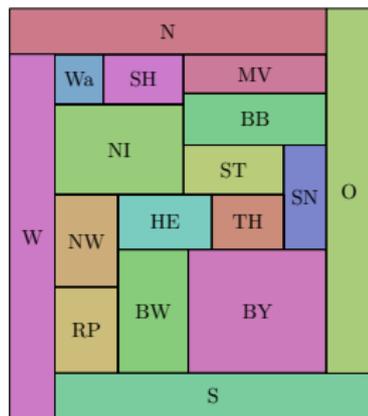
Karte



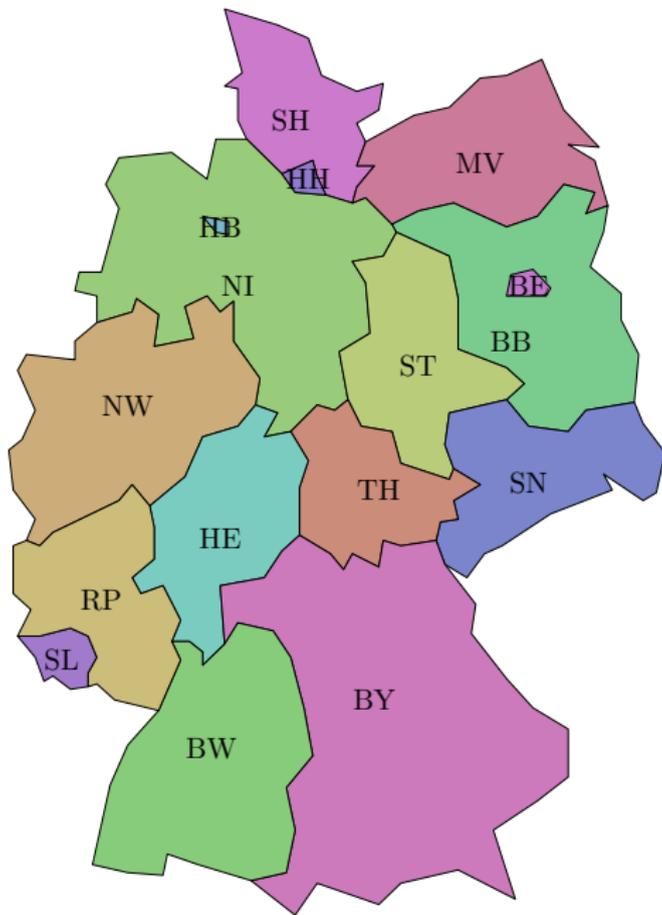
dualer Graph

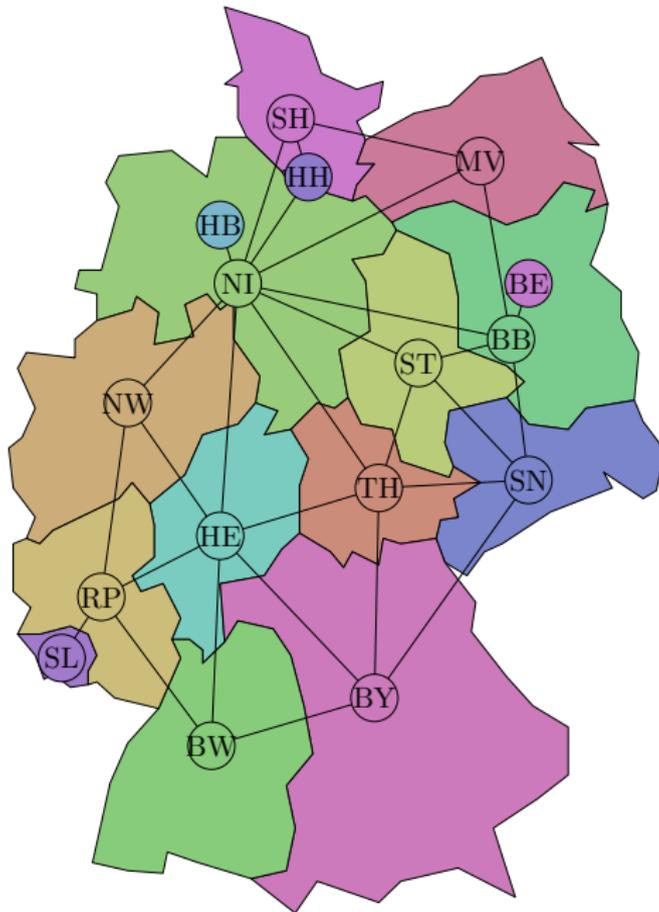


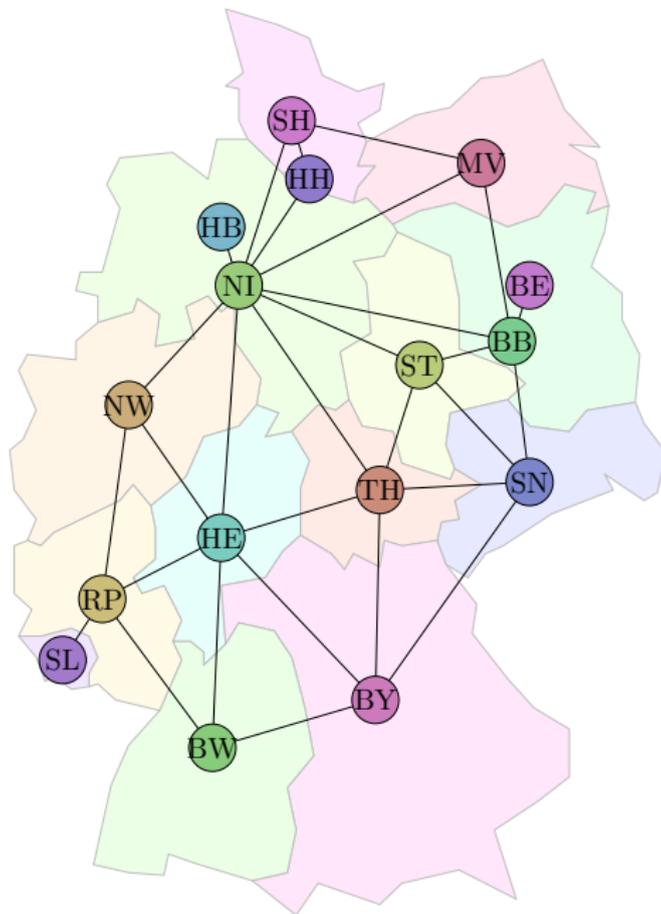
duale
Rechteckunterteilung



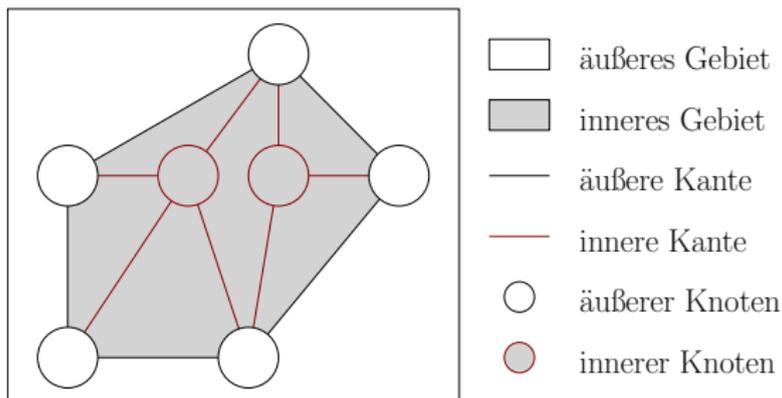
Rechteck-
Kartogramm





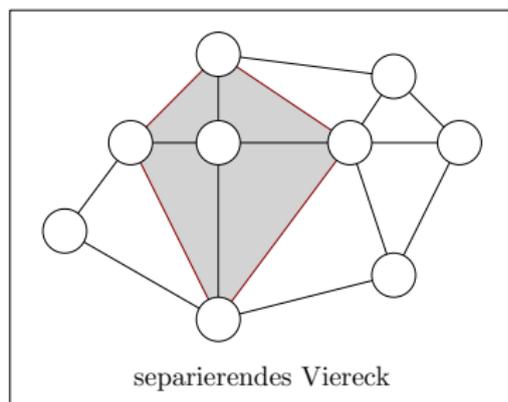
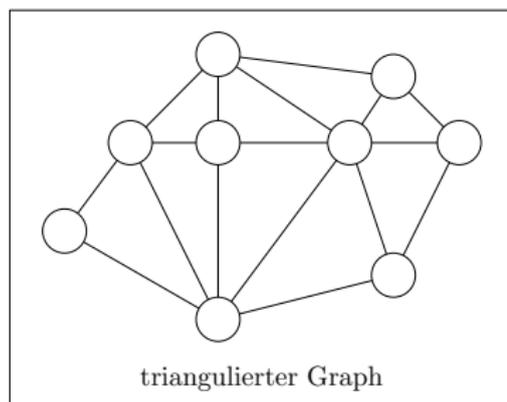


Ein paar Definitionen



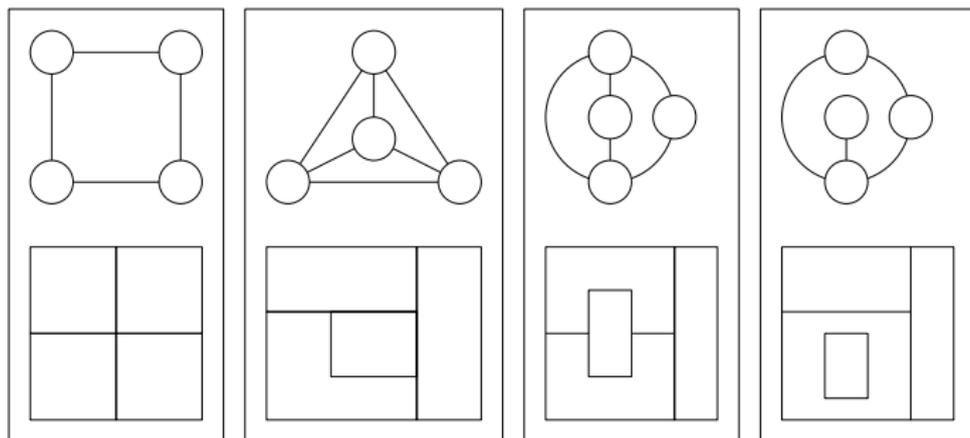
- ▶ Die Kanten des Graphs beschreiben Gebiete in der Ebene. Das unbeschränkte Gebiet heißt *äußeres Gebiet*, die anderen *innere Gebiete*.
- ▶ Die Kanten/Knoten am Rand des äußeren Gebiets heißen *äußere Kanten/Knoten*

Noch mehr Definitionen



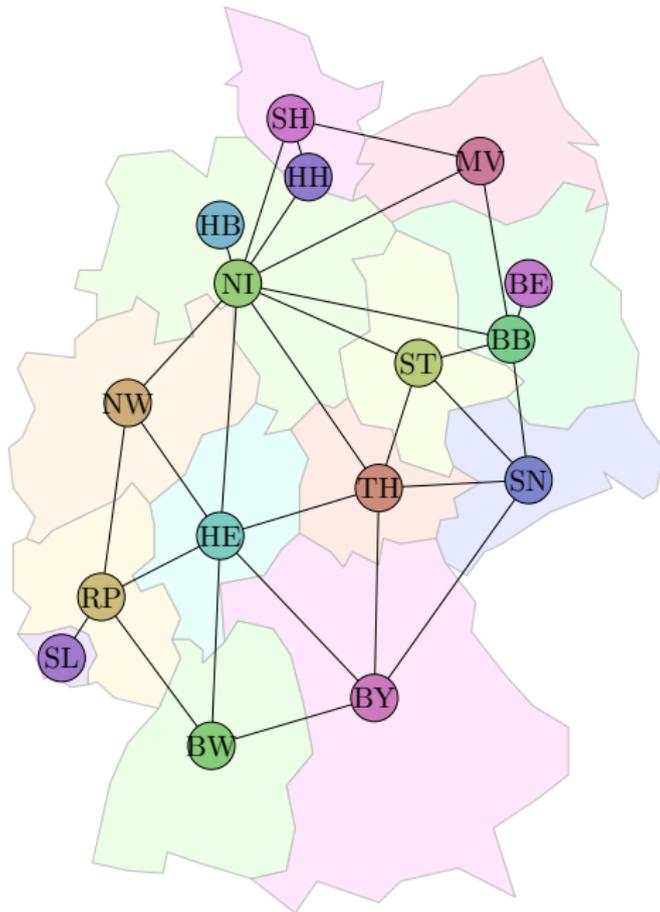
- ▶ Ein planarer Graph heißt *trianguliert* wenn jedes innere Gebiet von drei Kanten begrenzt wird.
- ▶ Ein Kreis teilt die Ebene in zwei Gebiete und heißt *separierend*, wenn im inneren Gebiet mindestens ein Knoten liegt.

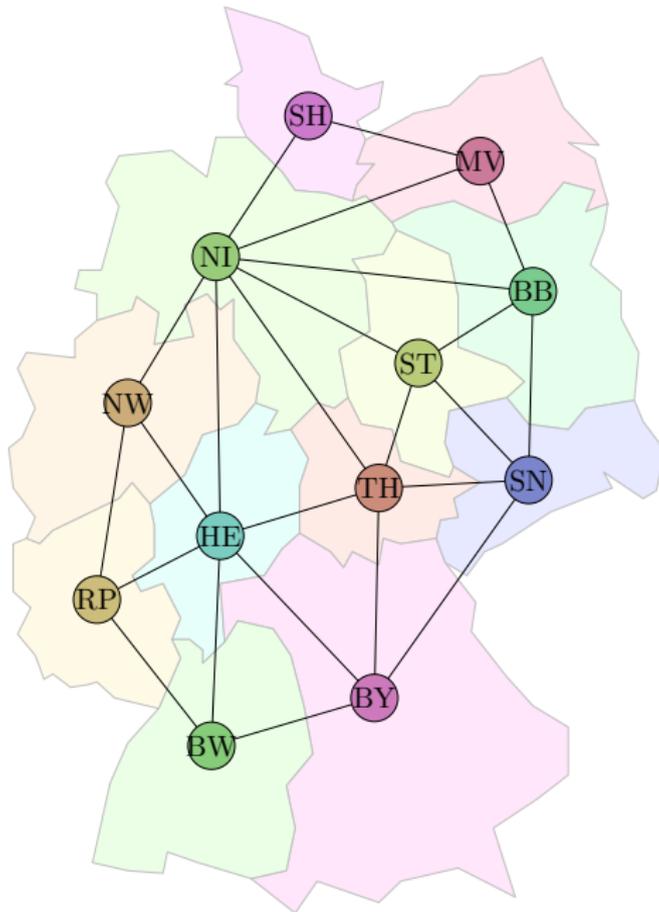
Existenz einer dualen Rechteckunterteilung

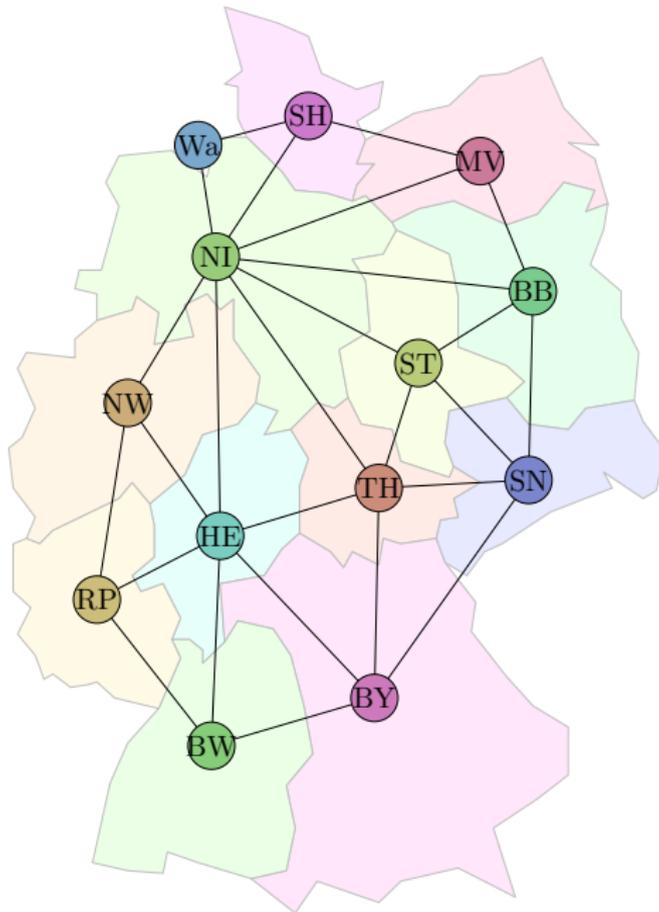


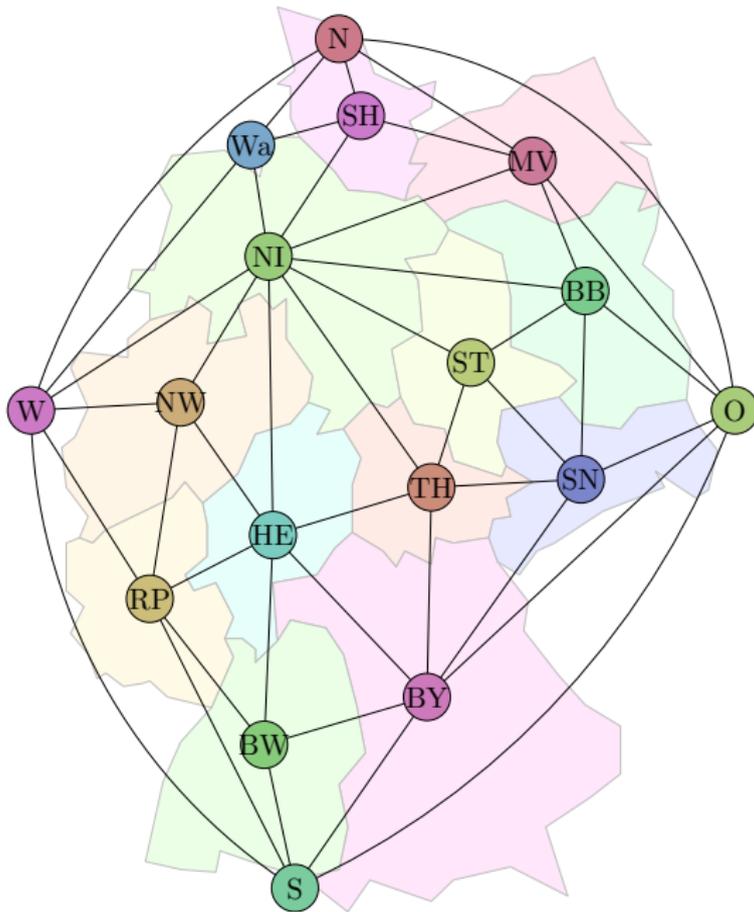
Zum Graph G existiert eine duale Rechteckunterteilung mit vier Rechtecken am Rand genau dann, wenn

- ▶ G trianguliert ist,
- ▶ G vier äußere Kanten/Knoten hat
- ▶ und es in G keine separierenden Kreise mit weniger als 4 Knoten gibt.





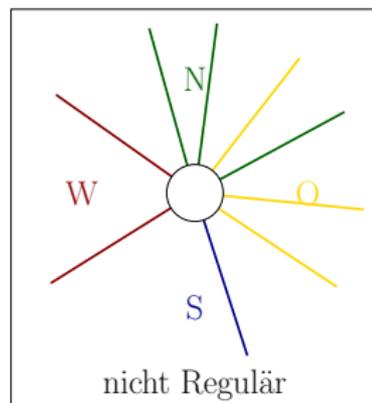
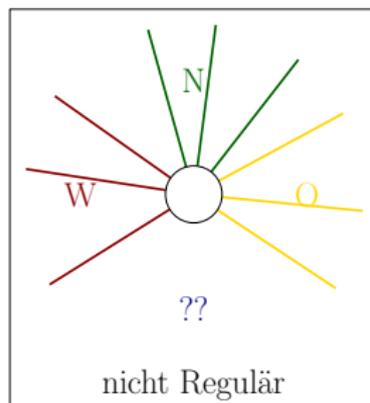
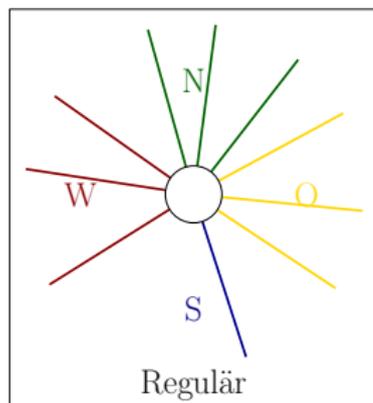




Reguläre Kantenbeschriftung

Kant, G. and He, X. 1997. Regular edge labeling of 4-connected plane graphs and its applications in graph drawing problems.

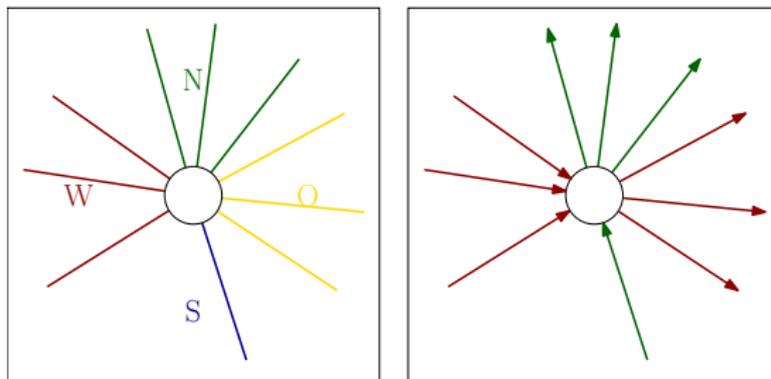
Theor. Comput. Sci. 172, 1-2 (Feb. 1997)



Beschriftung jeder inneren Kante mit „Norden“, „Westen“, „Süden“ oder „Osten“, sodass gilt:

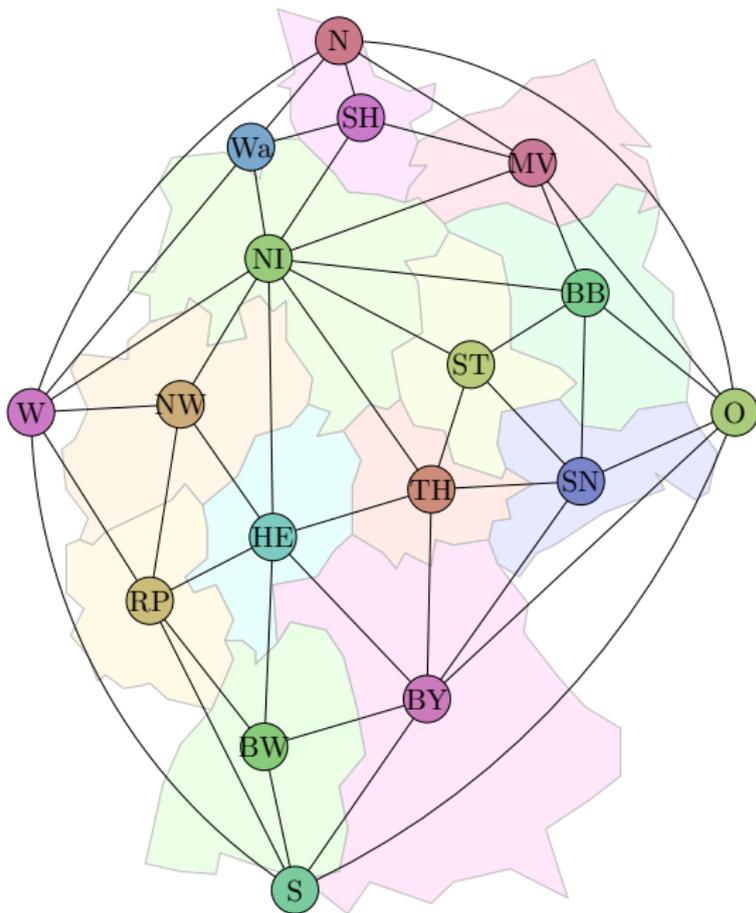
- ▶ Jeder innere Knoten hat einen Nachbarn in jeder Richtung.
- ▶ Durchläuft man alle Nachbarn eines Knotens gegen den Uhrzeigersinn, so erhält man eine Abfolge „nördlich“ → „westlich“ → „südlich“ → „östlich“.

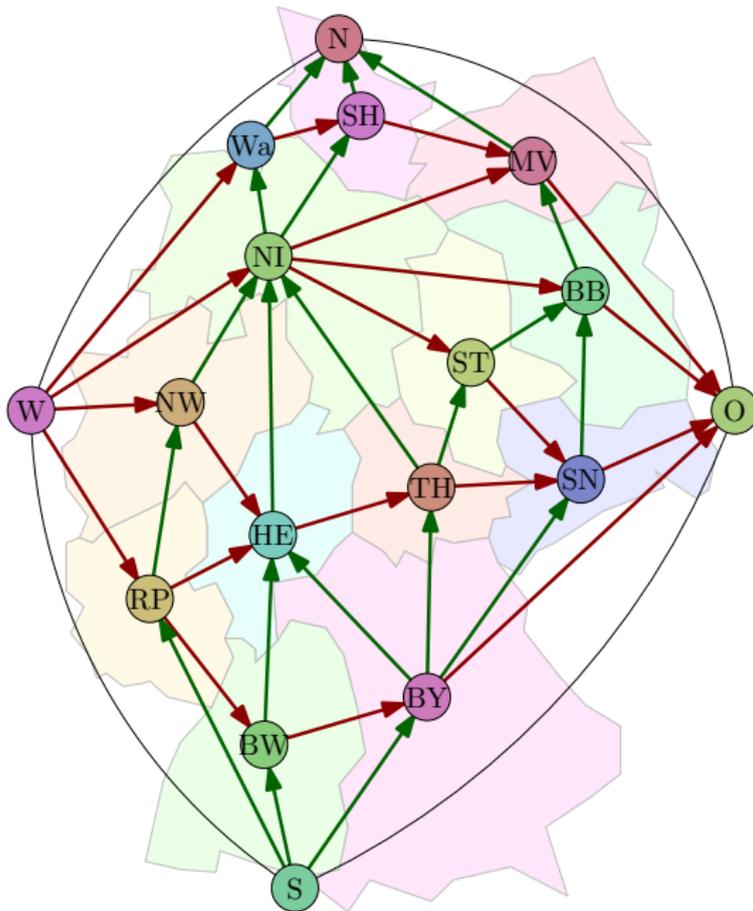
Reguläre Kantenbeschriftung

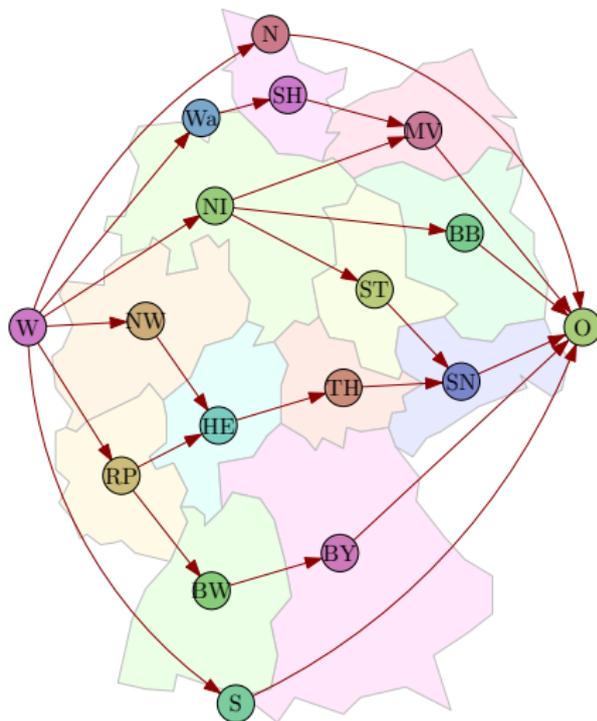
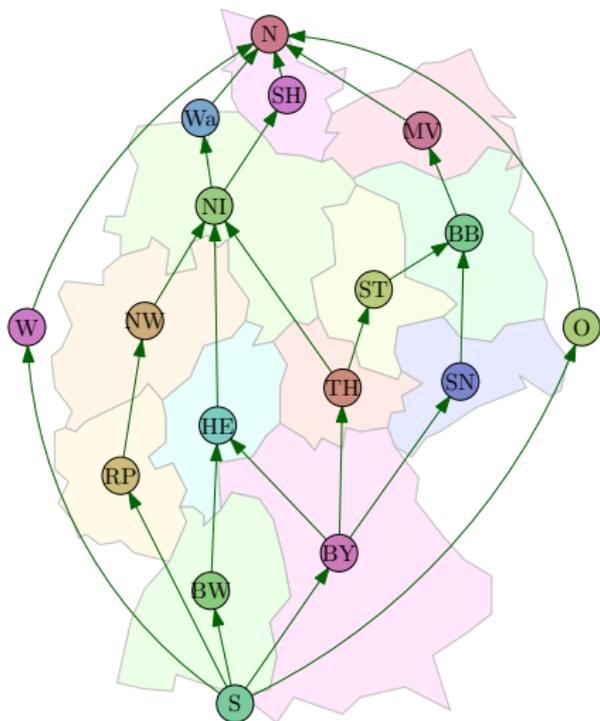


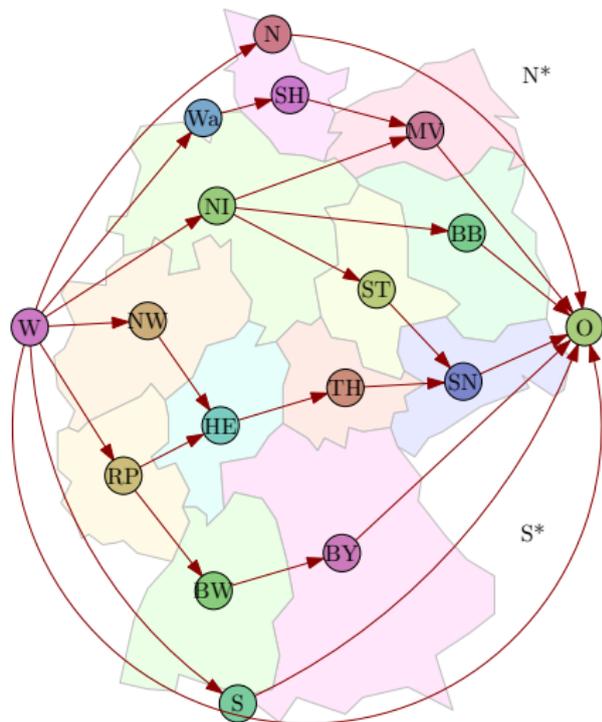
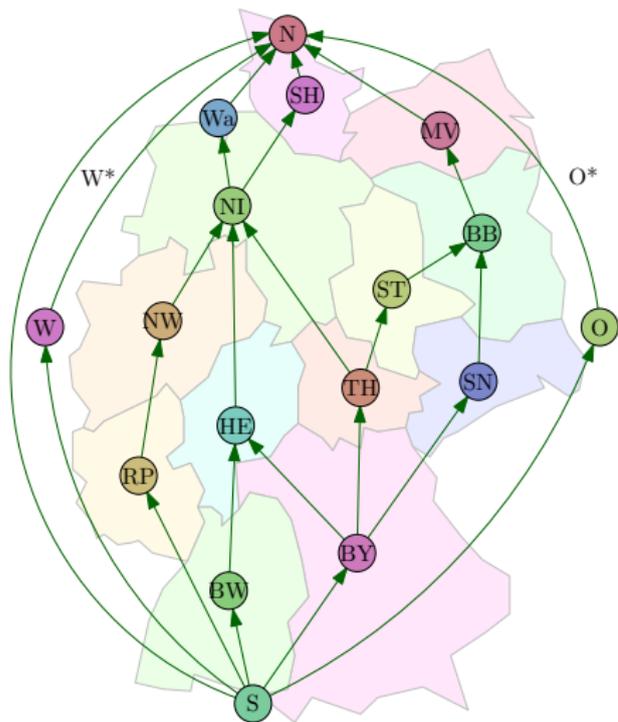
Die Kantenbeschriftung wird wie folgt repräsentiert:

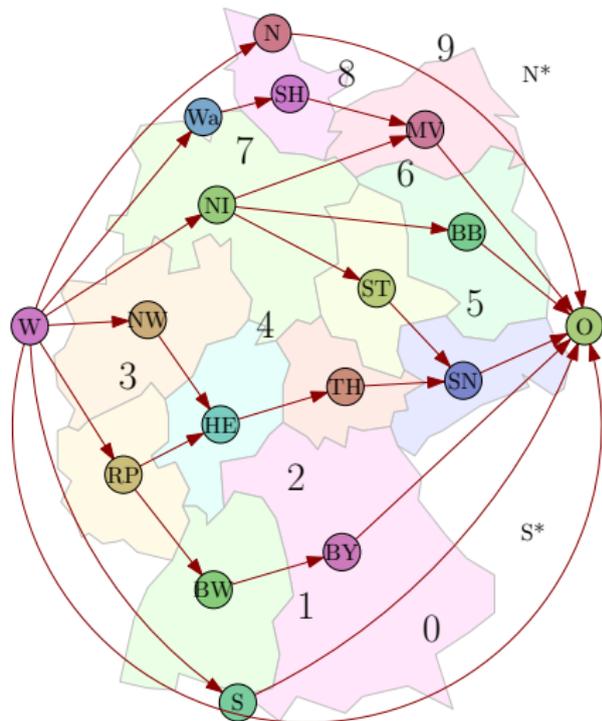
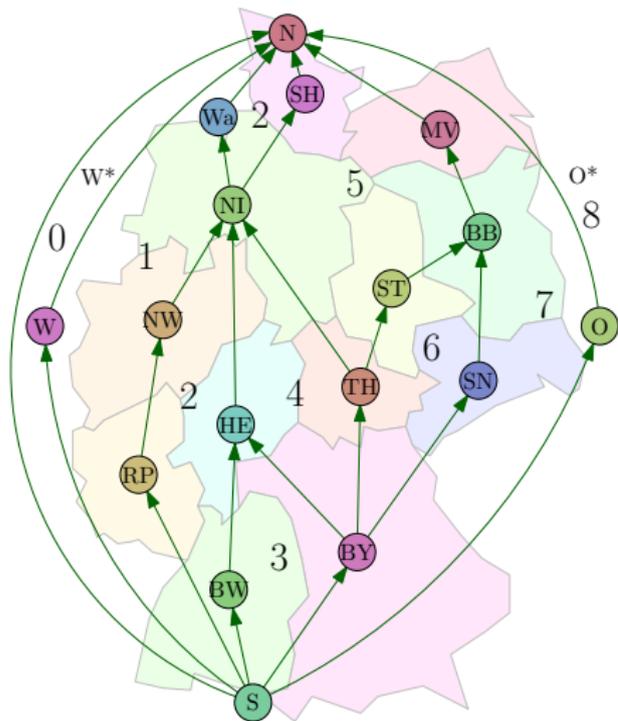
- ▶ Gerichtete Kanten: Süd \rightarrow Nord bzw. West \rightarrow Ost
- ▶ Aufteilung in zwei Mengen: Süd+Nord und West+Ost

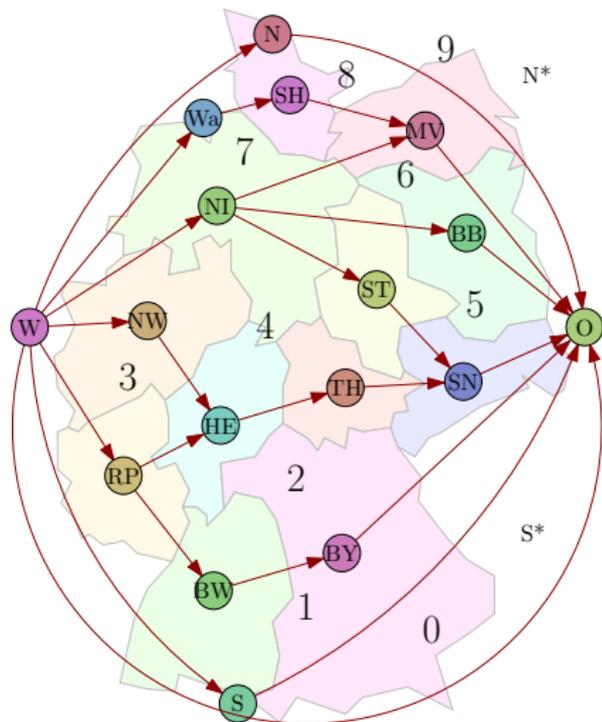
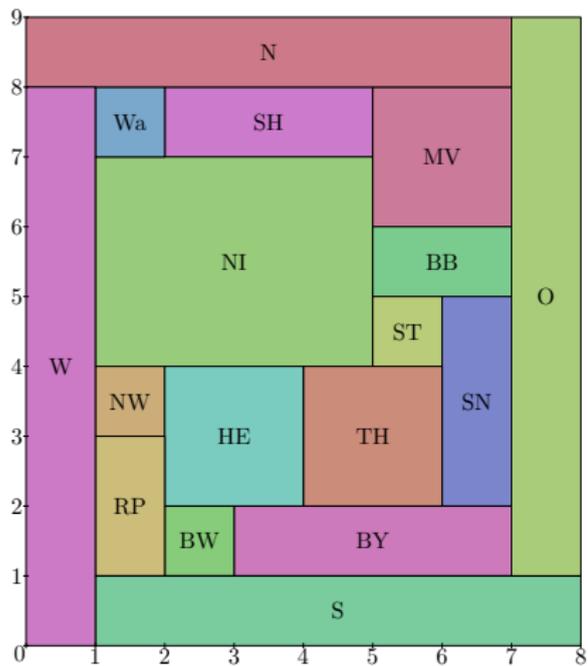


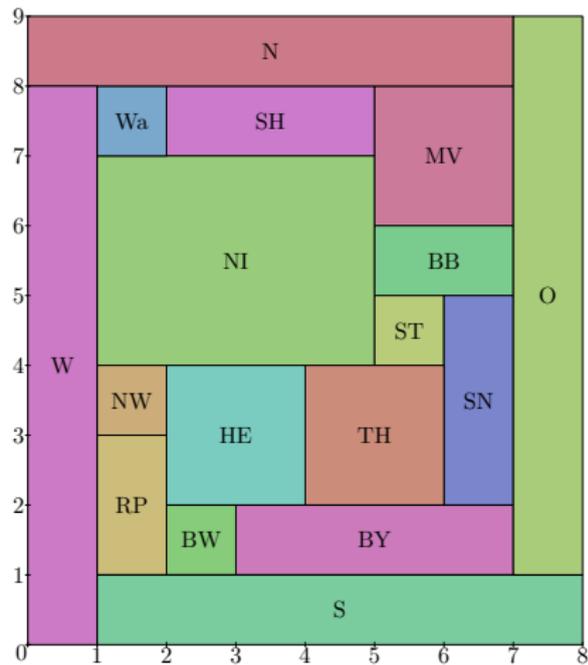
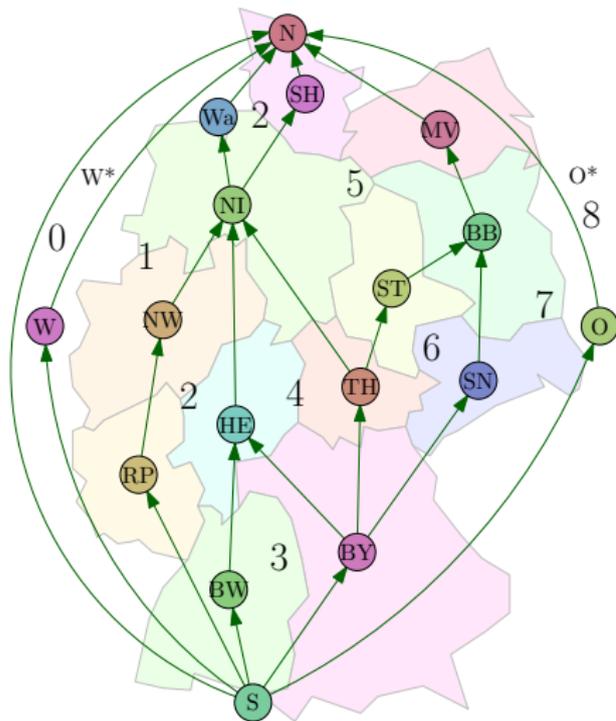




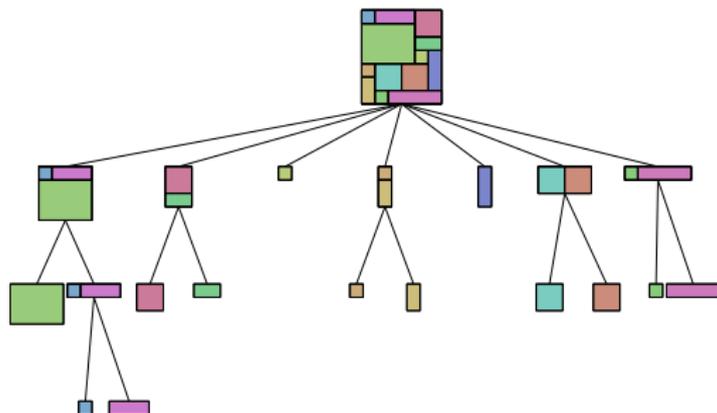
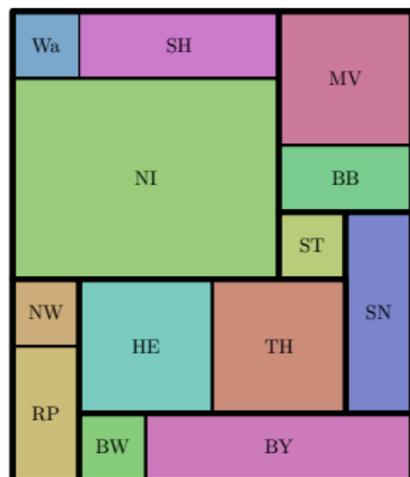








Von der Rechteckunterteilung zum Kartogramm



- ▶ Hierarchische Zerlegung → getrennte Behandlung einzelner, *irreduzibler* Teile
- ▶ In jedem Teil:
 - ▶ *verschiebbares Layout* → leicht zu behandeln
 - ▶ *L-förmig zerlegbares Layout* → eindeutige oder keine Lösung

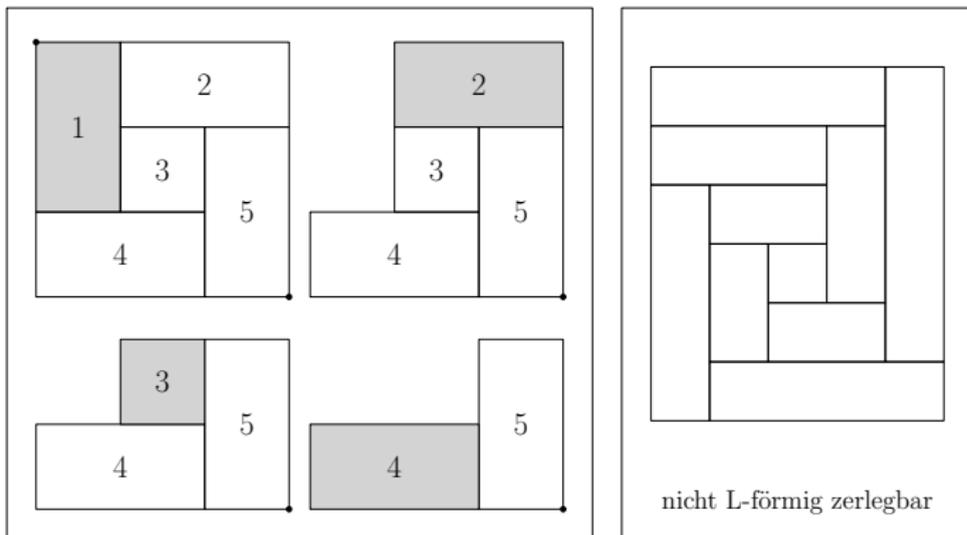
Verschiebbares Layout



Für ein verschiebbares Layout gilt:

- ▶ Es besteht nur aus zwei Teilen.
- ▶ Grenze verschieben zur Größenanpassung.
- ▶ Adjazenzen können falsch werden.

L-förmig zerlegbares Layout



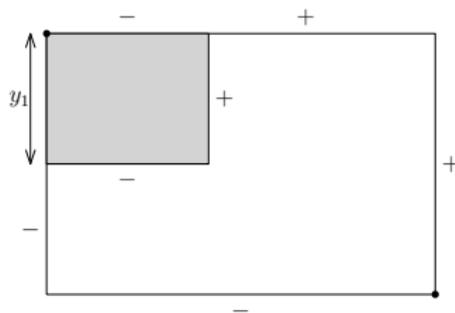
Gib Reihenfolge der einzelnen Rechtecke vor, sodass gilt:

- ▶ Das erste Rechteck liegt in der entgegengesetzten Ecke als das letzte Rechteck.
- ▶ Das Layout ohne die ersten n Rechtecke hat L-Form.

Eindeutigkeit

Theorem

Wenn es eine Lösung für ein L-förmig zerlegbares Layout gibt, so ist diese eindeutig.



Theorem

Zu jedem Zeitpunkt der Zerlegung hängen alle Kanten der L-Form monoton von y_1 ab (wobei y_1 die Höhe des ersten Rechtecks ist).

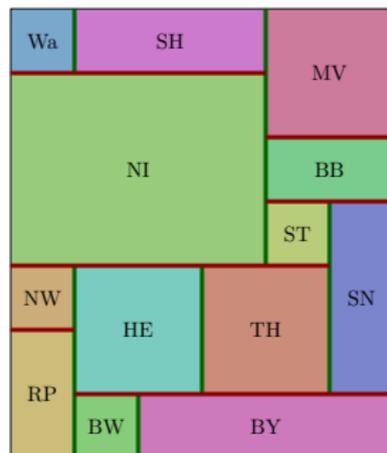


fast leere Folie

Probleme

- ▶ Nicht für jede Rechteckunterteilung möglich.
- ▶ Kein Ergebnis, falls kein korrektes Kartogramm existiert.

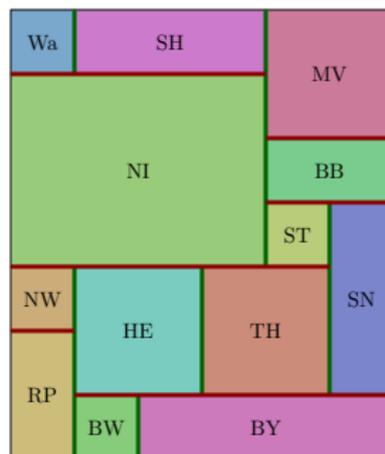
Segment Bewegungs Heuristik



Vorgehensweise:

- ▶ Iteration über alle maximalen horizontalen und vertikalen Segemente.
- ▶ Bewegung eines Segments einen kleinen Schritt in die Richtung, die den maximalen Fehler angrenzender Länder minimiert.

Segment Bewegungs Heuristik

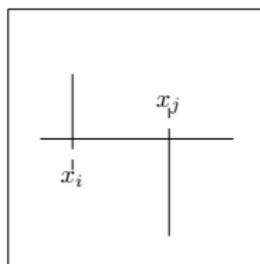
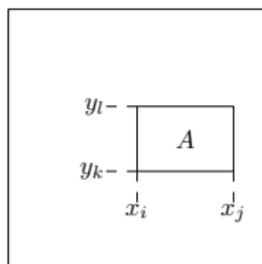


Eigenschaften:

- ▶ Funktioniert mit jeder Rechteckunterteilung.
- ▶ Adjazenzen können erhalten werden, müssen aber nicht (zur Verkleinerung des kartographischen Fehlers).
- ▶ Beschränkung des Seitenverhältnisses möglich.
- ▶ Kein Beweis für Optimalität oder Konvergenz.

fast leere Folie

Bilineares Programm



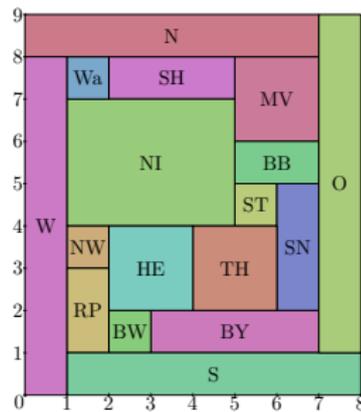
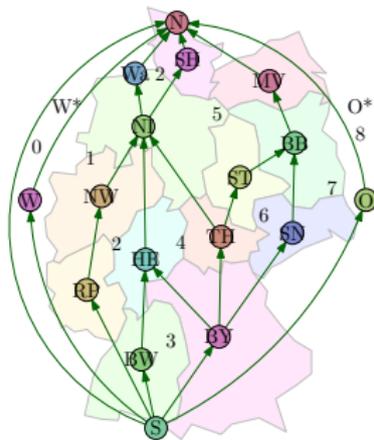
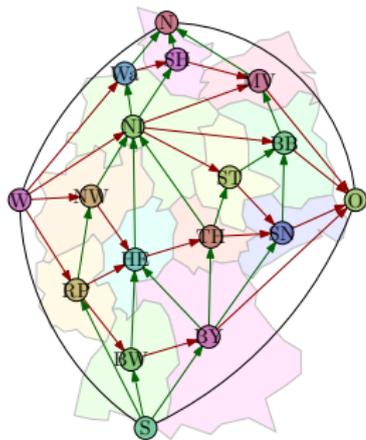
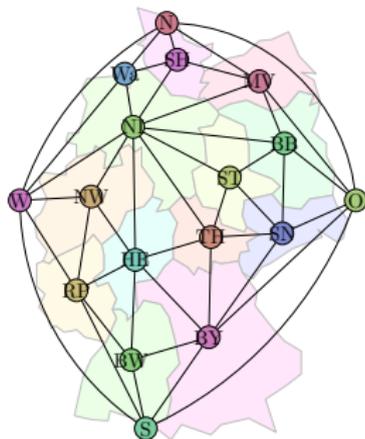
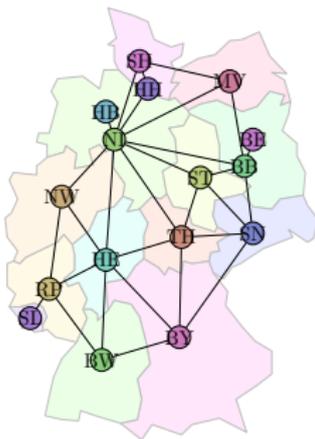
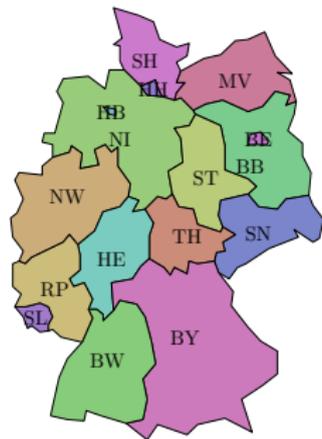
- ▶ Zwei Ungleichungen pro Rechteck für die Größe:

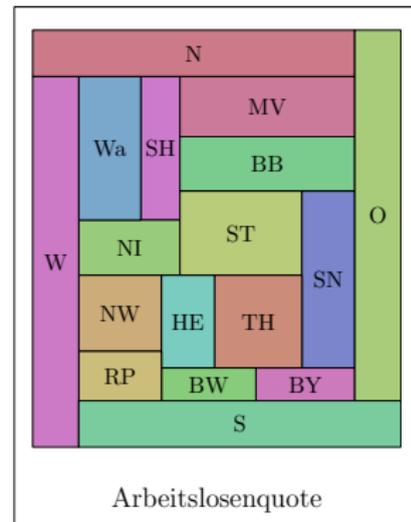
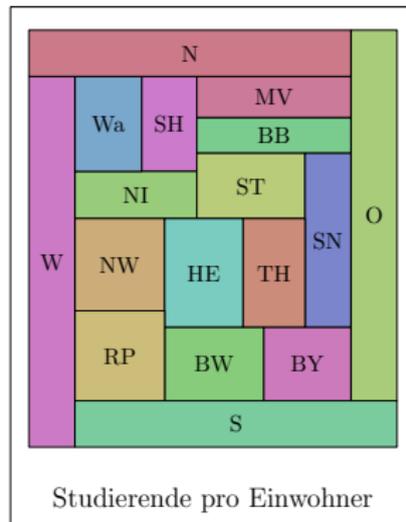
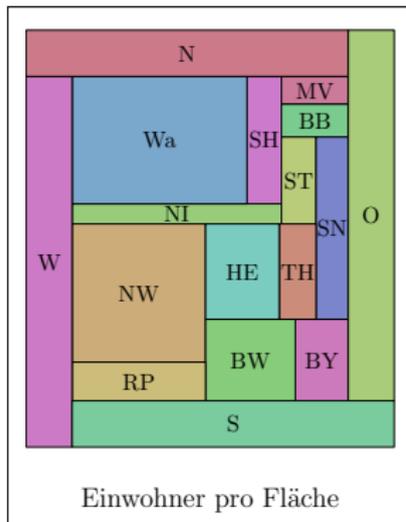
$$(1 - \epsilon) \cdot A \leq (x_j - x_i) \cdot (y_l - y_k) \leq (1 + \epsilon) \cdot A$$

- ▶ Für je zwei vertikale Segmente mit einem gemeinsamen horizontalen Segment und umgekehrt eine Ungleichung:

$$x_i \leq x_j$$

- ▶ Minimiere ϵ !





Saarland, Berlin, Bremen und Hamburg wurden hier nicht beachtet.

Fragen?