Algorithmische Methoden der Netzwerkanalyse

Marco Gaertler

Algorithmic Group
Faculty of Informatics
Universität Karlsruhe (TH)
Research University · founded 1825

2. Dezember, 2008

≫ Abstandszentralitäten

Breitensuche

- *Baumkante*, falls w nicht markiert ist
- *Rückwärtskante*, falls w markiert ist und $\mathrm{BFS}(w) < \mathrm{BFS}(v)$ gilt
- *Querkante*, falls w markiert ist und $\mathrm{BFS}(w) = \mathrm{BFS}(v)$ gilt
- *Vorwärtskante*, falls w markiert ist und $\mathrm{BFS}(w) > \mathrm{BFS}(v)$ gilt

Breitensuche zur Distanzbestimmung

Lemma

Sei $G = (V, E)$ ein Multigraph und $s \in V$. Nach Breitesuche mit Wurzel s gilt:

$$d_G(s, v) = \mathrm{BFS}(v)$$

für alle $v \in V$.

Closeness

Satz

Die Closeness-Zentralitäten der Knoten eines stark zusammenhängenden Multigraphen können in $\mathcal{O}(n \cdot m)$ Zeit berechnet werden.

Betweenness

Fragen:

- ≫ Kann man die Doppelsumme bei Betweenness vereinfachen?
- ≫ Kann man auch Breitensuchen für Betweennessberechnungen benutzen?

Betweenness auf Bäumen

Lemma

Zwischen je zwei Knoten eines ungerichteten Baumes gibt es genau einen einfachen Weg.

Lemma

Nach Ausführung des Algorithmus ist n_v^+ die Zahl der Knoten im Wurzelteilbaum $T_s(v)$.

Betweenness auf Bäumen

Lemma

Zwischen je zwei Knoten eines ungerichteten Baumes gibt es genau einen einfachen Weg.

Lemma

Nach Ausführung des Algorithmus ist n_v^+ die Zahl der Knoten im Wurzelteilbaum $T_s(v)$.

Betweenness auf Bäumen

Lemma

Sei $T = (V, E)$ ein ungerichteter Baum und $T_s = (V_S, E_s)$ der zugehörige Wurzelbaum mit Wurzel s. Ist $T_s(v) = (V_s(v), E_s(v))$ der Wurzelteilbaum von $v \in V$, dann gilt:

$$\sum_{t \in V} d_T(s,t) = \sum_{t \in V} d_{T_s}(s,t) = \sum_{v \in N^+_{T_s}(s)} \sum_{t \in V_s(v)} (1 + d_{T_s}(v,t)) \ .$$