Algorithmische Methoden der Netzwerkanalyse

Marco Gaertler

Algorithmic Group
Faculty of Informatics
Universität Karlsruhe (TH)
Research University · founded 1825

04. November, 2008

≫ Teilgraphen, Wege und Zusammenhang

Zusammenhang

Definition: Zusammenhang

Ein Multigraph $G = (V, E)$ heißt *stark zusammenhängend*, falls er für jedes Paar $u, v \in V$ sowohl einen (v, w)-Weg als auch einen (w, v)-Weg enthält. G heißt *(schwach) zusammenhängend*, wenn der symmetrische Multigraph stark zusammenhängend ist.

Mehrfacher Zusammenhang

Definition: Mehrfacher Zusammenhang

Ein ungerichteter Multigraph heißt *k-fach (knoten)zusammenhängend*, falls jeder durch Entfernung von höchstens $k-1$ beliebigen Knoten (und aller inzidenten Kanten) entstehender Multigraph zusammenhängend ist. Der Multigraph heißt *k-fach kantenzusammenhängend*, falls jeder durch Entfernung von höchstens k-1 beliebigen Kanten entstehender Multigraph zusammenhängend ist.

Komponenten

Definition: Komponenten

Zu einem schlichten Multigraphen heißt ein inklusionsmaximaler zusammenhängender (stark, zushgd., k-fach zushgd., k-fach kantenzushgd.) Teilgraph (stark, zushgd., k-fach zushgd., k-fach kantenzushgd.) *Zusammenhangskomponente*.

Fragen

- Wie findet man (effizient) Zusammenhangskomponenten?
- Gibt es alternative Beschreibungen für Zusammenhangskomponenten?

Tiefensuche

Definition

Ist $v_1, \ldots, v_n$ die Reihenfolge, in der die Knoten markiert werden, so heißt $DFS(v_i)$ die *DFS-Nummer* von v_i. Die DFS-Nummer $DFS((v, w)) = DFS(v)$ einer Kante sei die DFS-Nummer des Knotens, von dem aus sie durchlaufen wird. Wir definieren eine *Tiefensuch(halb)ordnung* auf $V \cup E$ durch:

$$\begin{aligned} DFS(p) \leq DFS(q) \quad &\Longleftrightarrow \quad p \preceq q \qquad \text{für alle } p, q \in V \cup E \\ DFS(p) < DFS(q) \quad &\Longleftrightarrow \quad p \prec q \qquad \text{für alle } p, q \in V \cup E \quad . \end{aligned}$$

Tiefensuche

Definition

Ist $v_1, \ldots, v_n$ die Reihenfolge, in der die Knoten markiert werden, so heißt $DFS(v_i)$ die *DFS-Nummer* von v_i. Die DFS-Nummer $DFS((v, w)) = DFS(v)$ einer Kante sei die DFS-Nummer des Knotens, von dem aus sie durchlaufen wird. Wir definieren eine *Tiefensuch(halb)ordnung* auf $V \cup E$ durch:

$$
\begin{aligned}
DFS(p) \leq DFS(q) \quad &\Longleftrightarrow \quad p \preceq q \qquad \text{für alle } p, q \in V \cup E \\
DFS(p) < DFS(q) \quad &\Longleftrightarrow \quad p \prec q \qquad \text{für alle } p, q \in V \cup E \;.
\end{aligned}
$$

Tiefensuche: Kantenklassifikation

Definition

Die Kanten werden während der Tiefensuche wie folge klassifiziert. Zum Zeitpunkt, da die Kante (v, w) markiert wird, wird sie zu einer

- *Baumkante*, falls w noch nicht markiert ist,
- *Rückswärtskante*, falls w markiert ist, $w \preceq v$ und $w \in S$,
- *Querkante*, falls w markiert ist, $w \preceq v$ und $w \notin S$, und
- *Vorwärtskänte*, falls w markiert ist und $v \prec w$.