Algorithmentechnik — Übung 7

http://i11www.ira.uka.de/teaching/WS_0607/algotech

Robert Görke (rgoerke@ira.uka.de)
Daniel Delling (delling@ira.uka.de)

WS 0607

Übungsblätter, Termine, Klausurbonus, etc.

1. **Algorithmentechnik (Hauptklausur): 01.03.07**
2. (Algorithmentechnik (Wiederholerklausur): 12.04.07)

3. Übungspunkte hängen zur Kontrolle aus
   (Neben dem Briefkasten gegenüber Sekretariat Prof. Wagner)

Heute zweigeteilte Übung

- Aufgaben 2 - 3
- Klausurinfo + Fragestunde

Approximation der Größe einer Clique

Gegeben: Graph (unger., zsh., einfach)
Gesucht: Größe der maximalen Clique
($\mathcal{NP}$-schwer)

Hilfskonstruktion $G^{(k)} = (V^{(k)}, E^{(k)})$:

- $V^{(k)} = \{\vec{v} \mid$ geordnete k-Tupel aus Knoten in $V\}$
- $E^{(k)}$: $\vec{v} \sim \vec{w} \Leftrightarrow$ für jede Koordinate gilt $v_i \sim w_i$ oder $v_i = w_i$

(a) $|\text{MaxClique}(G^{(k)})| = |\text{MaxClique}(G)|^k$

(b) $\exists$ Approx.-Algorithmus mit relativer Güte für Problem
$\Rightarrow \exists$ PAS für Problem

$|\mathrm{MaxClique}(G^{(k)})| = |\mathrm{MaxClique}(G)|^k$

Sei $|\mathrm{MaxClique}(G^{(k)})| = \widehat{c}$ und $|\mathrm{MaxClique}(G)| = c$

(i) "$\geq$":
$|\mathrm{Clique}(G)| = c$
$\Rightarrow \quad \exists$ Clique in $G^{(k)}$ mit $|\mathrm{Clique}| = c^k$

(ii) "$\leq$":
$|\mathrm{Clique}(G^{(k)})| = \widehat{c}$
$\Rightarrow \quad \exists$ Clique in G mit $|\mathrm{Clique}| \geq \sqrt[k]{\widehat{c}}$

R-Approx. $\Rightarrow \exists$ PAS

- Gefordert: Güte $1+\varepsilon$
- Bekannt: Algorithmus $\mathcal{A}$ mit Güte $a \geq \frac{\mathrm{OPT}(G)}{\mathcal{A}(G)}$
- Wende $\mathcal{A}$ an auf $G^{(k)}$: $\Rightarrow \frac{\mathrm{OPT}(G^{(k)})}{\mathcal{A}(G^{(k)})} \leq a$
- $\underbrace{\Longrightarrow}_{(a)} \quad \exists$ Clique C in G mit $|C| \geq \sqrt[k]{\mathcal{A}(G^{(k)})}$
- und aus (a): $|\mathrm{OPT}(G^{(k)})| = |\mathrm{OPT}(G)|^k$
- Also: $\frac{|\mathrm{OPT}(G)|}{|C|} \leq \frac{\sqrt[k]{|\mathrm{OPT}^{(k)}|}}{\sqrt[k]{|\mathcal{A}(G^{(k)})|}} \leq \sqrt[k]{a} = a^{\frac{1}{k}}$
- Wähle $k := \left\lceil \frac{\log a}{\log(1+\varepsilon)} \right\rceil$
- Dann $\frac{|\mathrm{OPT}(G)|}{|C|} \leq a^{\frac{\log(1+\varepsilon)}{\log a}} = a^{\log_a(1+\varepsilon)} = 1+\varepsilon$.

Schema polynomiell?

- Konstruktion von $G^{(k)}$ polynomiell denn:
- $|V^{(k)}| = n^k$, also polynomiell
- $\Rightarrow |E^{(k)}|$ polynomiell
- und: $\mathcal{A}$ ist (polynomieller) Approximationsalgorithmus auf $G^{(k)}$.

$\Rightarrow$ Schema polynomiell in n

Vertex-Cover

Idee: füge für jede Kante beide Endknoten zum VC. Entferne inzidente Kanten.

Algorithmus 1 : Exakter Algorithmus für Vertex Cover

Eingabe: Graph $G = (V, E)$, Optimallösung C^*
Ausgabe: C (Minimales Vertex Cover von G)

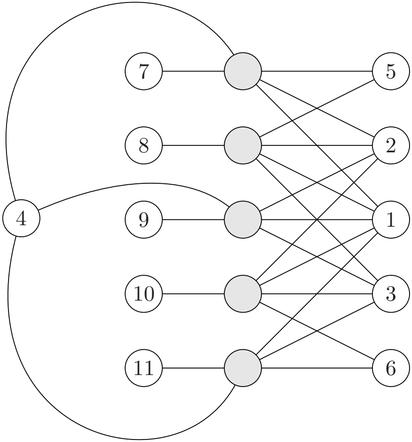
$C \leftarrow \emptyset$

für alle $\{v_i, w_i\} \in E$ **tue**
  wenn $\{v_i, w_i\}$ *nicht durch C überdeckt ist* **dann**
    wenn $v_i \in C^*$ **dann**
      $C \leftarrow v_i$
    wenn $w_i \in C^*$ **dann**
      $C \leftarrow w_i$

return C

Approximationsalgorithmus Nr. 2

Idee: füge Knoten mit höchstem Grad zum VC. Entferne inzidente Kanten.



Klausurhinweise

- Ähnlich wie letztes Jahr

Klausurhinweise

- Ähnlich wie letztes Jahr
- 1 Stunde

Klausurhinweise

- Ähnlich wie letztes Jahr
- 1 Stunde
- Alle Themen $\Rightarrow$ Viel

Klausurhinweise

- Ähnlich wie letztes Jahr
- 1 Stunde
- Alle Themen ⇒ Viel
- ...trotzdem ruhig bleiben

Klausurhinweise

- Ähnlich wie letztes Jahr
- 1 Stunde
- Alle Themen $\Rightarrow$ Viel
- ...trotzdem ruhig bleiben
- 20 Punkte (von 60) hinreichend zum Bestehen

Klausurhinweise

- Ähnlich wie letztes Jahr
- 1 Stunde
- Alle Themen $\Rightarrow$ Viel
- ...trotzdem ruhig bleiben
- 20 Punkte (von 60) hinreichend zum Bestehen
- Manche Aufgaben ähnlich den Übungsaufgaben

Klausurhinweise

- Ähnlich wie letztes Jahr
- 1 Stunde
- Alle Themen ⇒ Viel
- ...trotzdem ruhig bleiben
- 20 Punkte (von 60) hinreichend zum Bestehen
- Manche Aufgaben ähnlich den Übungsaufgaben
- Keine Hilfsmittel

Klausurhinweise

- Ähnlich wie letztes Jahr
- 1 Stunde
- Alle Themen $\Rightarrow$ Viel
- ...trotzdem ruhig bleiben
- 20 Punkte (von 60) hinreichend zum Bestehen
- Manche Aufgaben ähnlich den Übungsaufgaben
- Keine Hilfsmittel

- Fragen?

Termine

Bis zur Klausur!

1. März, 9 Uhr, HMU / HMO