Abschlusspräsentation Smallworld

Bernd Ahues   Karsten Brand

13. Februar 2006

Was ist Smallworld?

Ein Smallworld-Graph ist ein Graph mit

- n Knoten
- k Kanten pro Knoten

Smallworld

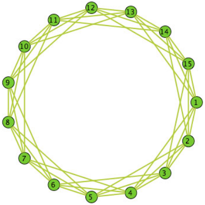
Was macht Smallworld interessant?

- Analogien zu Sozialen- und Computernetzwerken
- kurzer charakteristischer Pfadlänge
- hoher Vernetzungsgrad

Smallworld-Graph

Ausgangsgraph

- ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit $|V| = n$ und $|E| = nk/2 \quad (n, k \in \mathbb{N})$
- jeder Knoten aus G wird im Uhrzeigersinn mit den k nächsten Nachbarn verbunden

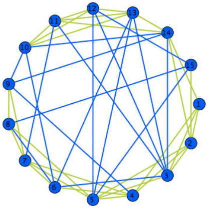


$n = 15, k = 3$

Smallworld-Graph

Transformation

- alle Kanten werden mit der Wahrscheinlichkeit p umgebogen
- reflexive oder schon bestehende Kanten sind nicht erlaubt
- für kleine p ist die Wahrscheinlichkeit echte Smallworld-Graphen zu erzeugen sehr hoch



$p = 0.4$

Darstellung des Graphen

Die bisherige Darstellung des Graphen

- ringförmig und statisch
- spiegelt nicht die Struktur des Graphen wieder
- zeigt keine Änderungen des Vernetzungsgrades

Dynamisches Spektral Layout

Was ist ein Spektrales Layout?

- verwendet „kleine“Eigenvektoren einer graph-verwandten Matrix um die Knotenpositionen zu bestimmen

Vorteile

Struktur des Graphen wird besser deutlich, da

- nach jeder Änderung im Graphen ein neues Layout berechnet wird (dynamisch)
- verbundene Knoten näher zusammengerückt werden, sodass ein „optischer Zusammenhang “entsteht
- Cliquenbildung sichtbar

Dynamisches Spektral Layout

Erzeugung

- wir nutzen als graph-verwandte Matrix eine modifizierte Laplace-Matrix
- Eigenvektoren werden mit Potenziteration aus dieser Matrix gewonnen

Beispiel für ein 2D Layout $p = (x_1, x_2)$ mit n Knoten:

$$p = \left(\underbrace{\begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ \vdots \\ x_{1n} \end{pmatrix}}_{1.\mathrm{EV}} \underbrace{\begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ \vdots \\ x_{2n} \end{pmatrix}}_{2.\mathrm{EV}} \right)$$

Potenziteration

- ausgehend von einem Startvektor $\vec{q}_0$ und einer Matrix A liefert diese Iteration den Eigenvektor zum betragsgrößten Eigenwert

for $j = 0$ *To* m **do**
    $\vec{q}_{j+1} = A \cdot \vec{q}_j$
    $\vec{q}_{j+1} = \vec{q}_{j+1} / ||\vec{q}_{j+1}||$
end

Dynamisches Spektral Layout

Modifikation

- um mehrere verschiedene Eigenvektoren zu erhalten, orthogonalisieren wir in jedem Iterationsschritt mit allen bereits gewonnenen Eigenvektoren und $(1 \cdots 1)^T$.

for $j = 0$ *To* m **do**
$\vec{q}_{j+1} = A \cdot \vec{q}_j$
$\vec{q}_{j+1} = \vec{q}_{j+1} / ||\vec{q}_{j+1}||$
orthogonalisiere($\vec{q}_{j+1}$)
end

Dynamisches Spektral Layout

Laplace-Matrix

Definition:

$$l_{v,w} = \begin{cases} \sum_{u \in V} \omega(u, v) & , v = w \\ -\omega(v, w) & , v \neq w \end{cases}$$

- quadratisch ($|V|$ x $|V|$)
- symmetrisch und semi-positiv definit
- reelle Eigenwerte
- trivialer Eigenvektor 1 mit Eigenwert 0
- wir haben $\omega = 1$ verwendet

Dynamisches Spektral Layout

modifizierte Laplace-Matrix

$L^* = g \cdot I - L$

- g ist der größte Eigenwert von L

Eigenschaften:

- hat die gleichen Eigenvektoren wie L
- aber umgekehrte Reihenfolge

Darstellung

2D mit yFiles

+ Darstellungs- und Animationsalgorithmus vorhanden
- Verdeckung von Knoten durch andere Knoten beim Spektral Layout
- Größe der Knoten nicht änderbar

Darstellung

3D mit Java3D

+ Räumliche Darstellung
+ Betrachtungswinkel ist änderbar
- Darstellung ist rechenintensiver
- Geeignete Animationsmethode nicht vorhanden