UNIVERSITÄT KARLSRUHE
FAKULTÄT FÜR INFORMATIK
INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK

3. Übungsblatt

Abgabe: Montag, 28. November 2005, *zu Beginn* der Vorlesung

Besprechung: Donnerstag, 1. Dezember 2005, Raum 301, 14:00 Uhr

Aufgabe 1

Es seien $p_1, \ldots, p_n \in \mathbb{R}^2$ Punkte in allgemeiner Lage, so dass für alle $1 \leq i < j < k \leq r$ das Dreieck $p_i p_j p_k$ im Uhrzeigersinn orientiert ist.

Zeigen Sie, dass dann die Punkte $p_1, \ldots, p_n$ in konvexer Lage sind.

Aufgabe 2

In der Vorlesung wurde die *konvexe Hülle* $\mathrm{KH}(P)$ einer endlichen Punktemenge $P \subset \mathbb{R}^2$ definiert als Schnitt aller konvexen Obermengen von P.

(a) Zeigen Sie

$$\mathrm{KH}(P) = \bigcap_{H \text{ Halbebene, } P \subseteq H} H.$$

(b) Zeigen Sie weiterhin, dass der Rand $\partial\mathrm{KH}(P)$ von $\mathrm{KH}(P)$ ein Polygon ist, dessen Eckpunkte sämtlich in P liegen.

(c) Zeigen Sie, dass für eine Punktemenge in konvexer Lage alle Punkte in $\partial\mathrm{KH}(P)$ liegen.

Aufgabe 3

Beweisen Sie, dass ein Graph G mit n Knoten und $m \geq \lfloor n^2/4 \rfloor$ Kanten, der einen Kreis ungerader Länge enthält, auch ein Dreieck enthalten muss.

Hinweis: Es hilft ein Satz der Vorlesung.

Aufgabe 4

Es sei G ein Graph mit n Knoten und m Kanten.

(a) Zeigen Sie, dass G einen bipartiten Teilgraph H mit $|E(H)| \geq m/2$ Kanten hat.

(b) Zeigen Sie, dass die beiden Knotenmengen von H sogar so gewählt werden können, dass sich ihre Kardinalitäten um höchstens 1 unterschieden.

Hinweis: Wählen Sie eine zufällige Teilmenge mit $\lfloor n/2 \rfloor$ Elementen.