Universität Karlsruhe
Fakultät für Informatik
ITI Wagner

Algorithmentechnik
WS 05/06

Übungsblatt 6b

Ausgabe: 23. Januar 2006
Abgabe: 30. Januar, 14 Uhr im ITI Wagner (Informatik-Hauptgebäude, 3. Stock)

Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Problem 5: Basiswandel *

In der Vorlesung wird der Korrektheitsbeweis des Algorithmus von de Pina über den Beweis von SIMPLE MCB geleitet. Um zu zeigen, dass tatsächlich eine minimale Kreisbasis entsteht wird ein Widerspruchsbeweis geführt. Ein wichtiger Teil davon ist die Behauptung, dass $\mathcal{B}^* := \mathcal{B} \setminus \{D_j\} \cup \{C_{i+1}\}$ wieder eine Kreisbasis ist (siehe Vorlesungsaufschrieb).

Beweisen sie, dass $\mathcal{B}^*$ wieder eine Basis ist.

Problem 6: Goldberg-Tarjan **

Sei (D; s; t;c) ein Netzwerk, f ein Präfluss. Ein saturierter Schnitt (bzgl. f) ist ein s-t-Schnitt $(S, V \setminus S)$, so dass gilt:

$$\forall u \in S, v \in V \setminus S \colon f(u,v) = c(u,v)$$

Wir betrachten nun den Präfluss f und die Markierung dist zu irgendeinem Zeitpunkt der Ausführung des Goldberg-Tarjan-Algorithmus.

(a) Zeigen Sie: Nach jeder PUSH- und RELABEL-Operation gibt es einen saturierten Schnitt bzgl. des aktuellen Präflusses f.

(b) Folgern Sie mit Hilfe von (a), dass der Algorithmus einen maximalen Fluss berechnet, falls er terminiert.

(c) Für jede Kante (v,t) gilt: Aus $\text{dist}(v) > 1$ folgt $f(v,t) = c(v,t)$.

(d) Für jeden Knoten v gilt: Wenn es einen (bzgl. f) erhöhenden Weg von v nach t gibt, dann ist $\text{dist}(v)$ eine untere Schranke für die Länge dieses Weges.