Universität Karlsruhe
Fakultät für Informatik
ILKD Prof. Dr. D. Wagner

Theoretische Informatik
WS 2003/04
3. Februar 2004

Musterklausur zur Vorlesung Informatik III Wintersemester 2003/2004

Hier Aufkleber mit Name und Matrikelnr. anbringen

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

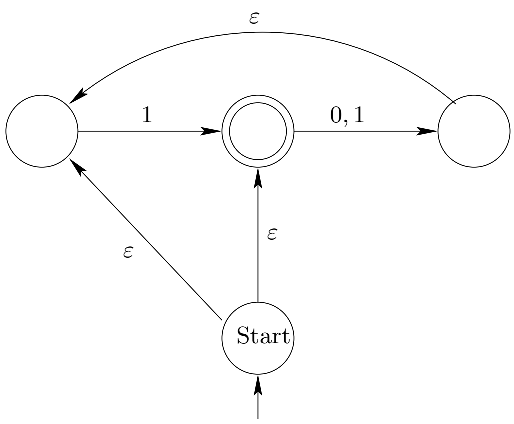
Beachten Sie:

- Bringen Sie den Aufkleber mit Ihrem Namen und Matrikelnummer auf diesem Deckblatt an und beschriften Sie jedes Aufgabenblatt mit Ihren Namen und Matrikelnummer.
- Schreiben Sie die Lösungen auf die Aufgabenblätter und Rückseiten. Zusätzliches Papier erhalten Sie bei Bedarf von der Aufsicht.
- Zum Bestehen der Klausur sind **20** der möglichen **60** Punkte hinreichend.
- Es sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Aufgabe	Mögliche Punkte					Erreichte Punkte				
	a	b	c	d	Σ	a	b	c	d	Σ
1	3	3	6	-	12				-	
2	2	2	2	6	12					
3	6	6	-	-	12			-	-	
4	2	4	4	2	12					
5	12x1				12					
Σ					60					

Aufgabe 1: (3+3+6=12 Punkte)

(a) Betrachten Sie den nichtdeterministischen endlichen Automaten (NEA), der durch folgendes Zustandsdiagramm gegeben ist:

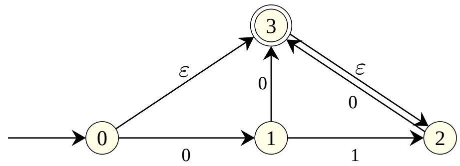


Sei L die Sprache, die von dem Automaten akzeptiert wird. Kreuzen Sie für folgende Aussagen an, ob diese wahr oder falsch sind.

Hinweis: Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen. Es wird keine negative Gesamtpunktzahl für diese Teilaufgabe geben.

$01010 \in L$	☐ Wahr	☐ Falsch
$1^n \in L$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$	☐ Wahr	☐ Falsch
Es gibt ein $m \in \mathbb{N}_0$ mit $(10)^m 01^m \in L$	☐ Wahr	☐ Falsch

(b) Konstruieren Sie mit Hilfe der Potenzmengenkonstruktion einen zu folgendem endlichen Automaten äquivalenten deterministischen endlichen Automaten. Geben Sie die Übergangsfunktion tabellarisch an.



(c) Zeigen Sie, dass folgende Sprache nicht regulär ist:

$$\{0^{k^3} \mid k \in \mathbb{N}_0\}.$$

Aufgabe 2: (2+2+2+6=12 Punkte)

Die Turingmaschine $\mathcal{M}_2$ sei definiert durch

$$
\begin{array}{rcl}
Q &=& \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \\
\Sigma &=& \{0, 1\} \\
\Gamma &=& \Sigma \cup \{\sqcup\} \\
q_1 &=& \text{Startzustand} \\
F &=& \{q_2\}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcl}
\delta(q_1, 1) &=& (q_4, \sqcup, R) \\
\delta(q_1, 0) &=& (q_3, 1, R) \\
\delta(q_2, \sqcup) &=& (q_2, \sqcup, N) \\
\delta(q_3, \sqcup) &=& (q_2, \sqcup, N) \\
\delta(q_4, 1) &=& (q_4, 1, R) \\
\delta(q_4, 0) &=& (q_4, 0, R)
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcl}
\delta(q_4, \sqcup) &=& (q_5, \sqcup, L) \\
\delta(q_5, 1) &=& (q_6, \sqcup, L) \\
\delta(q_6, 0) &=& (q_6, 0, L) \\
\delta(q_6, 1) &=& (q_6, 1, L) \\
\delta(q_6, \sqcup) &=& (q_1, \sqcup, R)
\end{array}
$$

$$\delta(q_i, a) = (q_i, a, N) \qquad \text{sonst}$$

(a) Geben Sie die Konfigurationen an, die $\mathcal{M}_2$ bei Eingabe des Wortes w =`1010` durchläuft. Wird w akzeptiert?
[Eine Konfiguration ist beispielsweise durch `01`(q_4)`0` gegeben, falls `010` auf dem Band steht, $\mathcal{M}_2$ in Zustand q_4 ist und der Schreib/Lesekopf auf dem 3. Zeichen steht.]

(b) $\mathcal{M}_2$ realisiert eine Funktion $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$. Geben Sie $f(0)$ und $f(11111011111)$ an.

(c) Beweisen Sie, dass folgende Instanz des Post'schen Korrespondenzproblems keine Lösung hat: $K = ((10, 100), (100, 10))$

(d) Zeigen Sie, dass folgende Sprache L nicht entscheidbar ist.

$$L = \{\langle \mathcal{M} \rangle \mid \text{ Turingmaschine } \mathcal{M} \text{ akzeptiert Eingabe } \langle \mathcal{M} \rangle \text{ nicht } \}$$

Aufgabe 3: (6+6=12 Punkte)

(a) Die Sprache TWO-CLIQUE ist definiert durch

$$\{\langle G, k\rangle \mid G \text{ ist ein Graph und hat (mindestens) zwei Cliquen der Größe } k\}.$$

Beweisen Sie, dass TWO-CLIQUE $\mathcal{NP}$-vollständig ist.

(b) Die Optimalwertversion von INDEPENDENT SET ist folgendes Problem:

> Gegeben ein Graph $G = (V, E)$. Wie groß ist die maximale Kardinalität einer unabhängigen Menge von Knoten $V' \subset V$ (d.h. für alle $u, v \in V'$ mit $u \neq v$ gilt $\{u, v\} \notin E$)?

Zeigen Sie: Falls $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ ist, so gibt es keinen absoluten Approximationsalgorithmus für dieses Problem.

Aufgabe 4: (2+4+4+2=12 Punkte)

(a) Geben Sie für folgende Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ die Regeln einer kontextfreien Grammatik an, die L erzeugt:

$$L = \{a^{2n}b^n | n > 0\}$$

(b) Geben Sie die Übergangsfunktion eines Kellerautomaten an, der die Sprache L aus Teilaufgabe (a) mit leerem Stack akzeptiert.

(c) Gegeben sei die folgende Grammatik:

$$G = \{\{a, b, c, d\}, \{S, A\}, R, S\}$$

mit der Regelmenge

$$R = \{S \to aSd \mid aAd,\ A \to bAc \mid bc \mid \varepsilon\}$$

Bringen Sie die Regeln mittels des Verfahrens aus der Vorlesung auf Chomsky-Normalform.

(d) Geben Sie anhand der in Teilaufgabe c) angegebenen Regelmenge einen Syntaxbaum für die Ableitung des Wortes *aaabbccddd* an.

Aufgabe 5: (12 Punkte)

Kreuzen Sie für folgende Aussagen an, ob diese wahr oder falsch sind.
Hinweis: Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen. Es wird keine negative Gesamtpunktzahl für diese Aufgabe geben.

Aussage	Wahr	Falsch
Jede endliche Sprache ist regulär.	☐	☐
Falls $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$, so ist 2SAT $\mathcal{NP}$-vollständig.	☐	☐
Jedes $\mathcal{NP}$-vollständige Problem ist entscheidbar.	☐	☐
Der Index der Nerode-Relation einer endlichen Sprache L ist echt kleiner als die Anzahl der Wörter in L.	☐	☐
Alle Sprachen sind semientscheidbar.	☐	☐
Die regulären Ausdrücke $b^*(ab^*)^*$ und $(a^* \cup b)^*$ sind äquivalent.	☐	☐
Es gibt eine Sprache, die entscheidbar und semientscheidbar ist.	☐	☐
Zu jeder regulären Sprache gibt es einen PDA, der sie erkennt.	☐	☐
Das Wortproblem für kontextfreie Sprachen ist entscheidbar.	☐	☐
Das Komplement jeder semientscheidbaren Sprache ist semientscheidbar.	☐	☐
MAX3SAT ist $\mathcal{N}P$-vollständig.	☐	☐
Um zu zeigen, dass eine Sprache nicht regulär ist, genügt es zu zeigen, dass sie nicht kontextfrei ist.	☐	☐