

2. Übungsblatt

Abgabe: Mittwoch, 12. November 2003, zu *Beginn* der Vorlesung

Aufgabe 1

Gegeben $(D(V, E); s, t; c)$ ein Netzwerk mit Flüssen $f_1, f_2 : E \rightarrow \mathbb{R}_0^+$. Sei $f_1 + f_2 : E \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ die durch $e \mapsto f_1(e) + f_2(e)$ definierte Abbildung. Für $\alpha \in \mathbb{R}_0^+$ sei $\alpha f_1 : E \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ die durch $e \mapsto \alpha \cdot f_1(e)$ definierte Abbildung.

Zeigen Sie, dass für $\beta \in [0, 1]$ und zwei Flüsse g_1 und g_2 in D auch die Abbildung $\beta g_1 + (1 - \beta)g_2$ ein Fluss in D ist. (Dies zeigt, dass die Menge aller Flüsse in D konvex ist.)

Aufgabe 2

Sei $(D(V, E); s, t; c)$ ein Netzwerk und \mathcal{F} die Menge aller Flüsse in D , d.h. aller kapazitätsbeschränkten und flusserhaltenden Abbildungen $f : E \rightarrow \mathbb{R}_0^+$.

Zeigen Sie, dass die Menge $W = \{w(f) \mid f \in \mathcal{F}\}$ ein Maximum besitzt.

Aufgabe 3

- Welcher Trick würde es uns erlauben, die bisherige Definition von Fluss so abzuändern, dass wir für *jeden* Knoten Flusserhaltung fordern könnten?
- Angenommen wir würden zusätzlich zu den bisherigen Flusseigenschaften fordern, dass der Einfluss in die Quelle und der Ausfluss aus der Senke null sind. Wäre dann der Wert eines Maximalflusses nach der bisherigen Definition immer gleich dem Wert eines Maximalflusses gemäß der neuen Definition?

Aufgabe 4

Ganzzahlige lineare Programmierung bedeutet, dass man zusätzlich zu den üblichen reellwertigen Variablen auch Variable benutzen darf, deren Wertebereich ganzzahlig ist. Ansonsten müssen wie beim linearen Programmieren Zielfunktion und alle Beschränkungen linear sein.

- Verwenden Sie ganzzahlige lineare Programmierung, um in einem gerichteten, kreisfreien Graphen $D(V, E)$ mit $s, t \in V$ einen möglichst langen s - t -Weg zu finden. Modellieren Sie das Problem mithilfe von Flüssen.
- Nun fordern wir, daß jede Kante nur einmal durchlaufen werden soll und lassen Kreise in D zu. Welches Problem ergibt sich?
- Wie kann man einen möglichst langen s - t -Weg finden, falls die Kreise in D vorab bekannt sind?