KIT
Karlsruher Institut für Technologie

Proseminar: Schwere Probleme und die Kunst der Reduktion

Thomas Bläsius

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

LIST COLORING

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \dot\cup V_2 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k$

LIST COLORING

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \dot\cup V_2 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \,\dot\cup\, V_2 \,\dot\cup \cdots \dot\cup\, V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \dot\cup V_2 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cupdot V_2 \cupdot \cdots \cupdot V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \dot\cup V_2 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$

How to Presentation: Beispielreduktion

Karlsruher Institut für Technologie

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \uplus V_2 \uplus \cdots \uplus V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \uplus \cdots \uplus V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How not to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

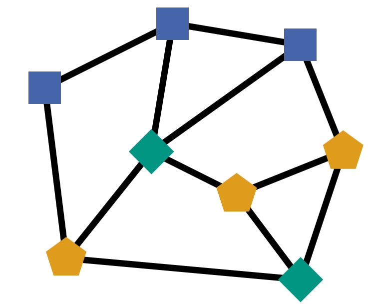
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)

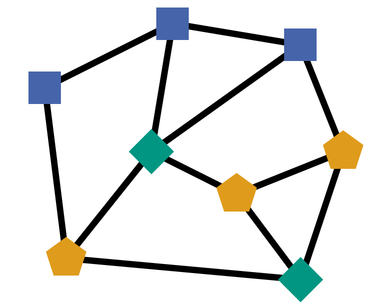
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass



How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

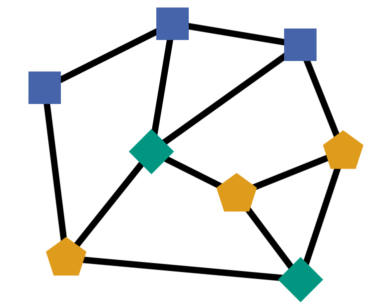
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S



How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

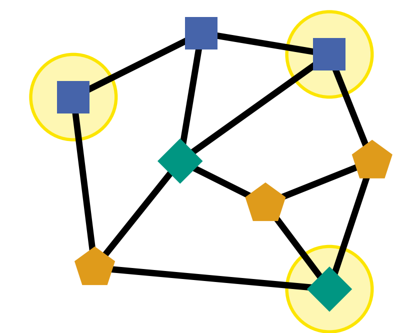
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

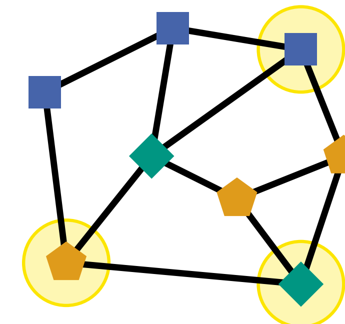
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

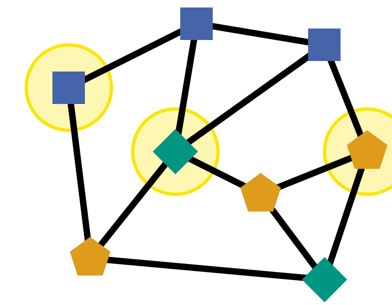
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✗
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)

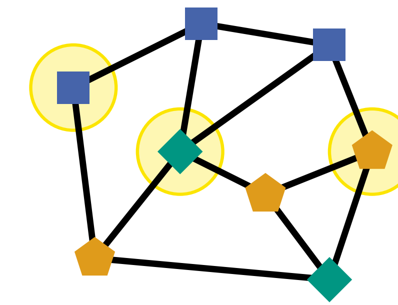
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



How to Presentation: zweiter Versuch

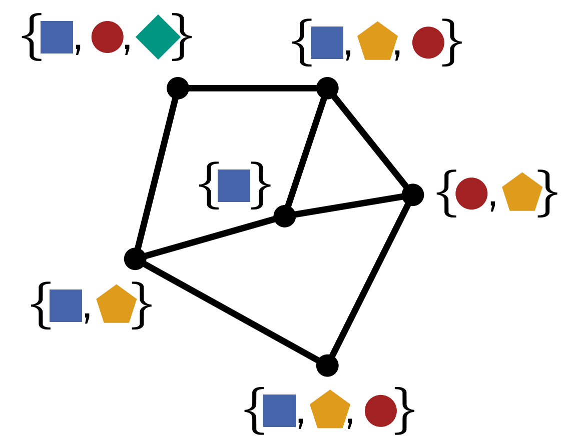
MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



LIST COLORING (LC)

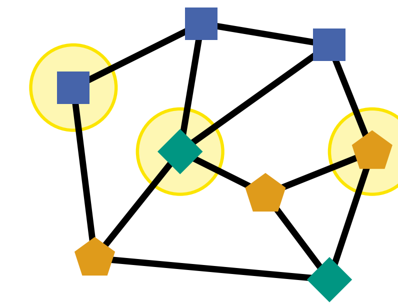
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v



How to Presentation: zweiter Versuch

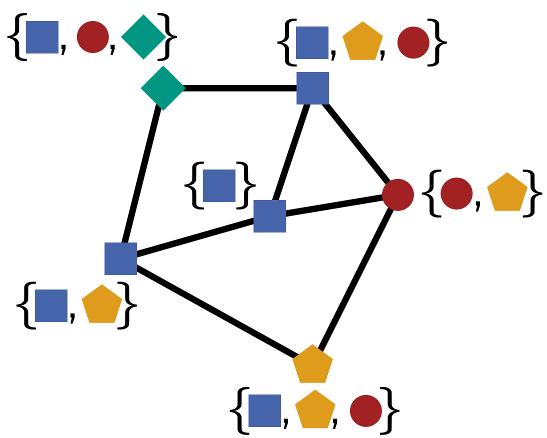
MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



LIST COLORING (LC)

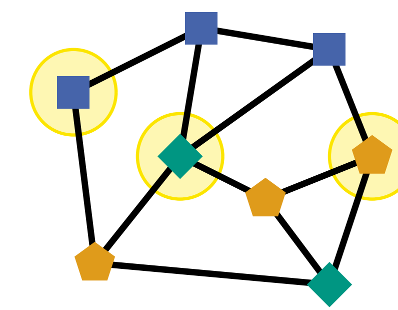
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓



How to Presentation: zweiter Versuch

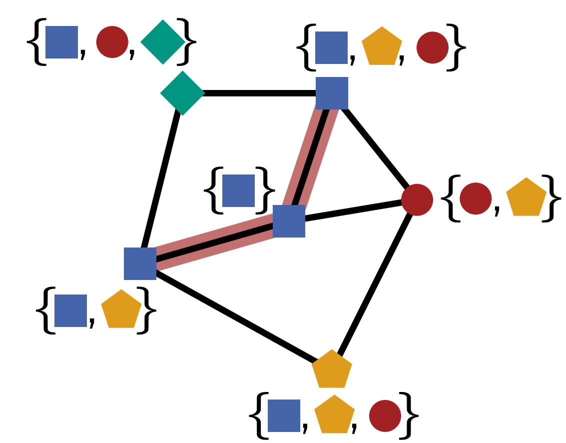
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

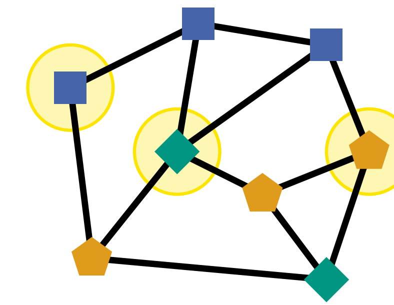
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



How to Presentation: zweiter Versuch

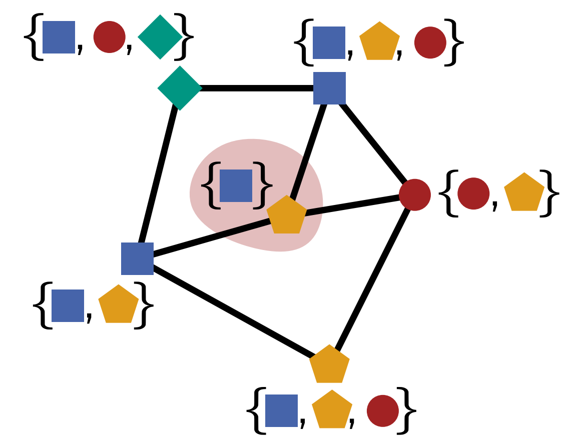
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

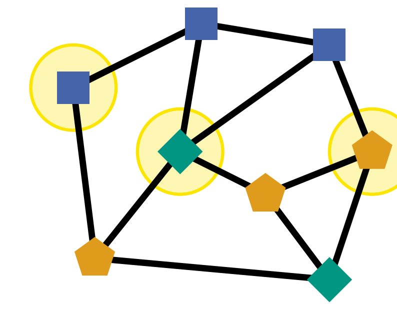
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



How to Presentation: zweiter Versuch

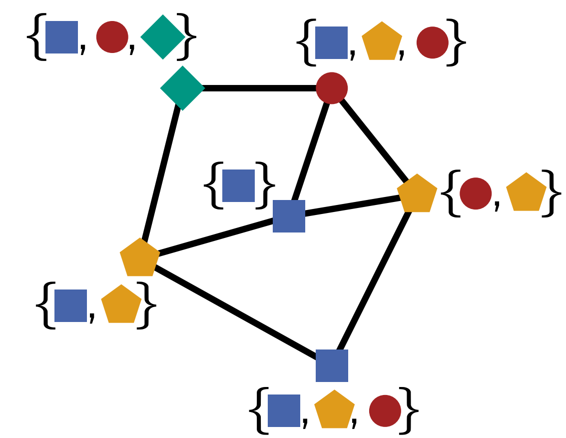
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

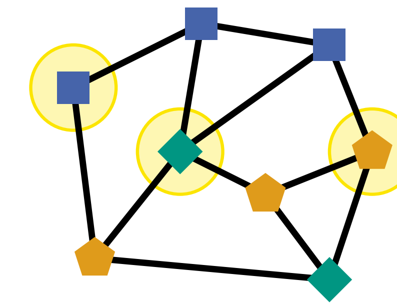
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



How to Presentation: zweiter Versuch

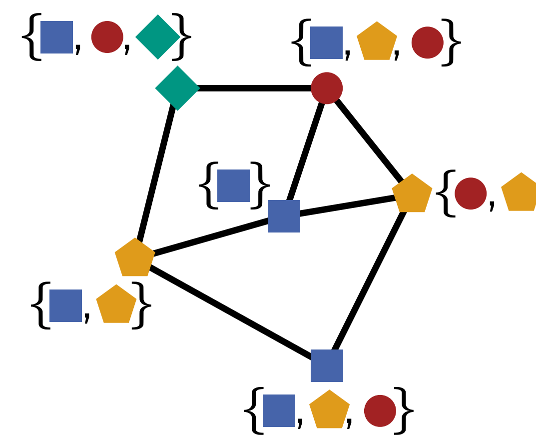
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



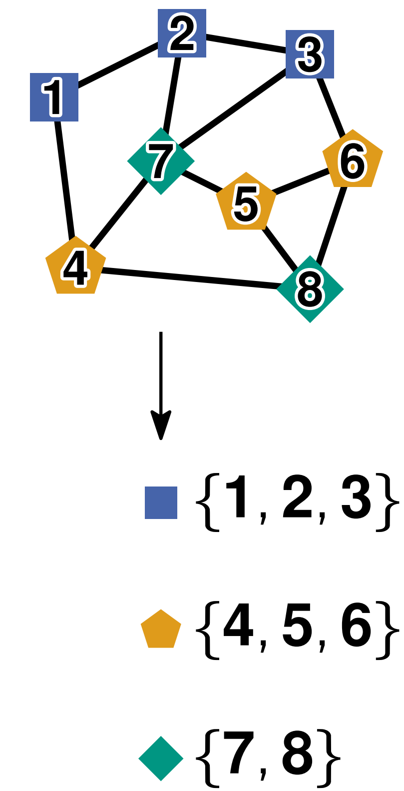
Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



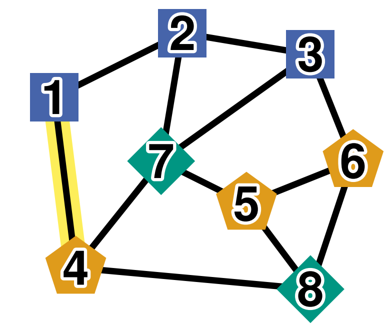
MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)



↓

$\{1, 2, 3\}$

$\{4, 5, 6\}$

$\{7, 8\}$

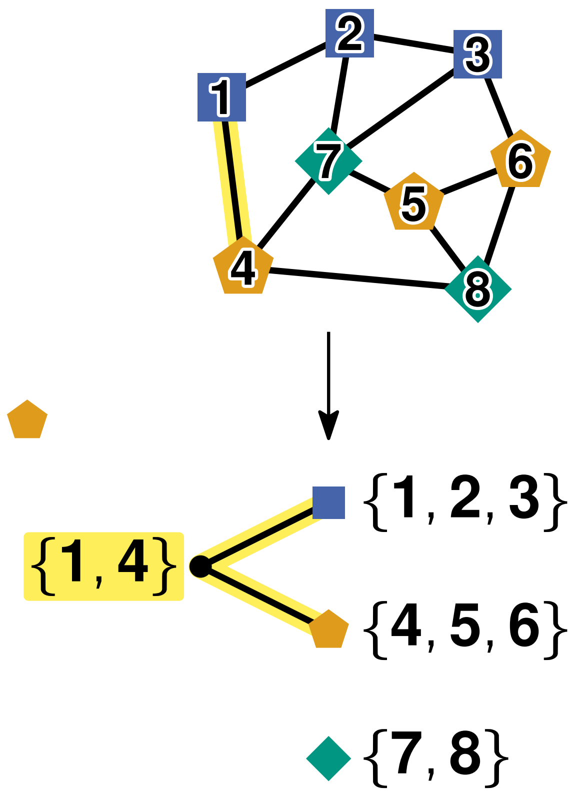
MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {**1**, **4**} in MIS ⇒ nicht (**1** und **4**)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{\mathbf{1}, \mathbf{4}\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



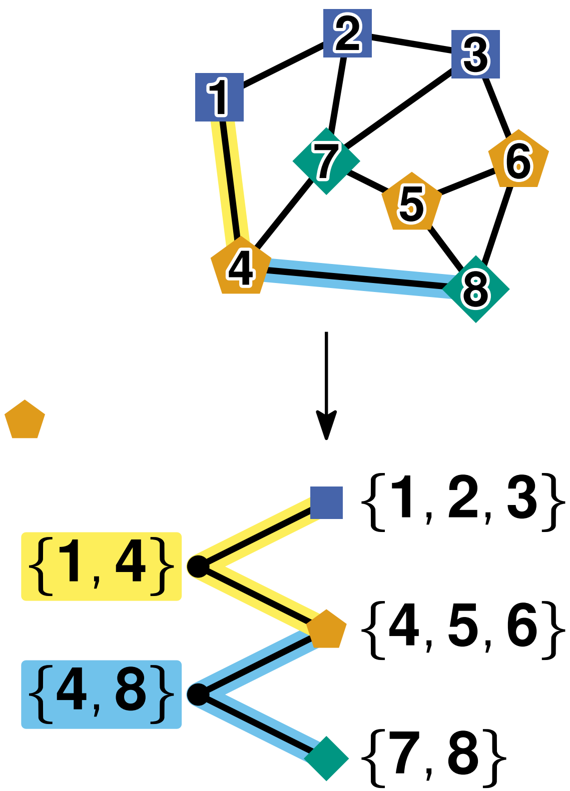
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben {**1**, **4**} und Nachbarn ■ und ⬟



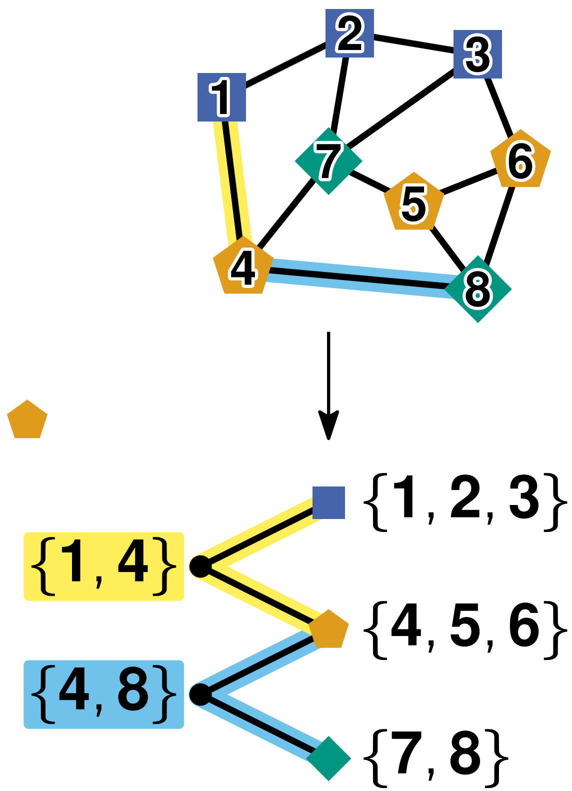
Multicolored Independent Set $\rightarrow$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

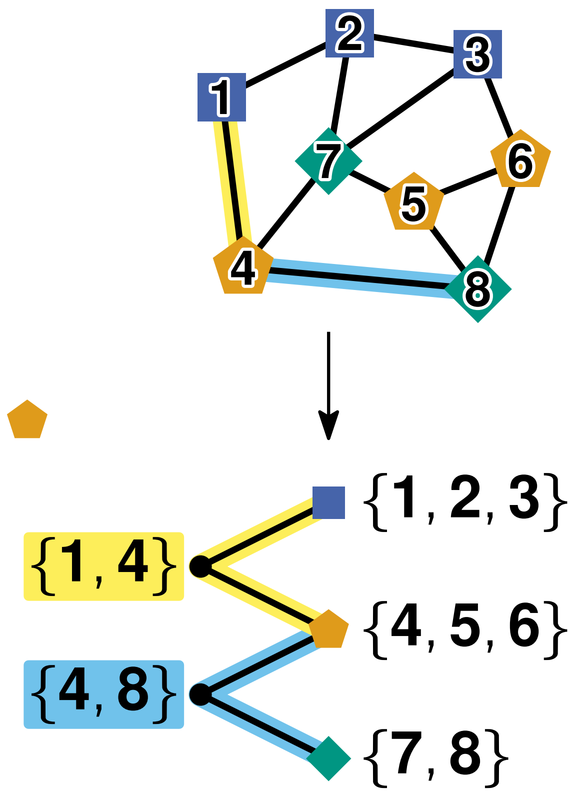


Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

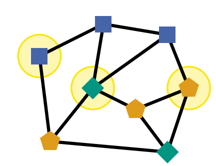
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

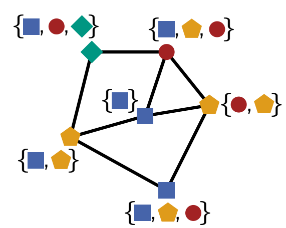
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

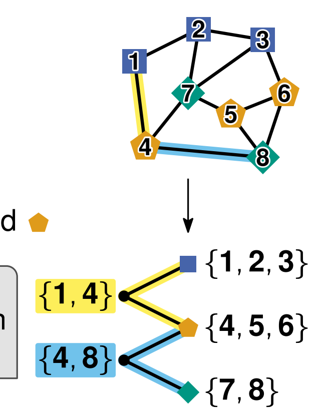
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Disclaimer

- keine einfache Anleitung für gute Präsentation
- das ist immer problemspezifisch
- hier: grundsätzliche Denkanstöße am Beispiel

How $\overbrace{}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cupdot V_2 \cupdot \cdots \cupdot V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

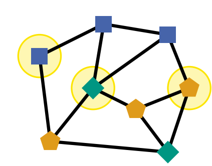
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cupdot \cdots \cupdot V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

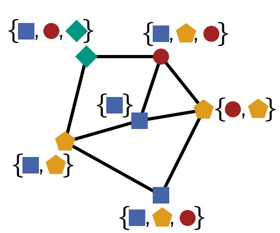
MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



LIST COLORING (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

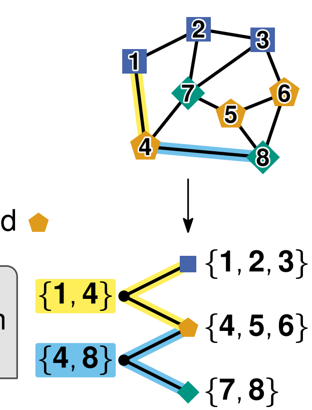
MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



> **Theorem**
> LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cupdot V_2 \cupdot \cdots \cupdot V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

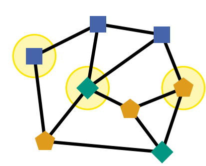
LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cupdot \cdots \cupdot V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

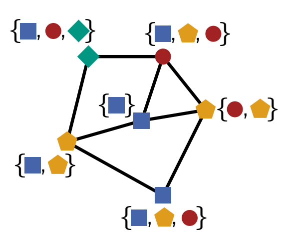
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

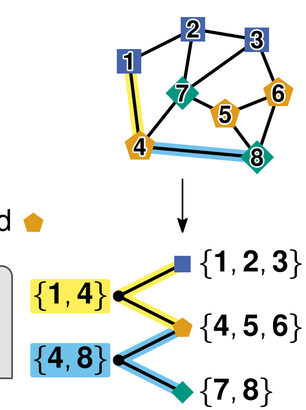


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispiel

unnötige Info

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E: |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]: |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V: C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c: V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V: c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E: c(u) \neq c(v)$

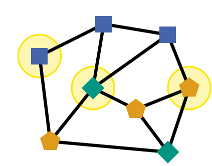
Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]: C_i = V_i$
  - $\forall e \in E: C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

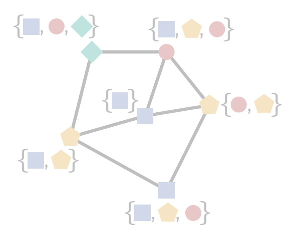
How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

passt zum Namen



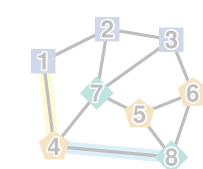
List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



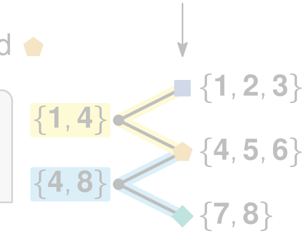
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispiel

unnötige Info

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

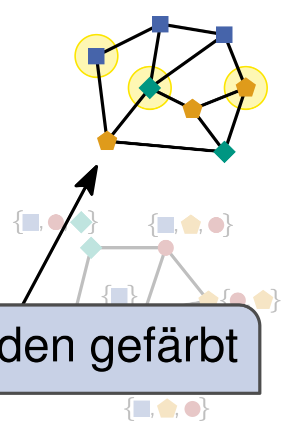
How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

passt zum Namen

List Coloring
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich

Knoten werden gefärbt

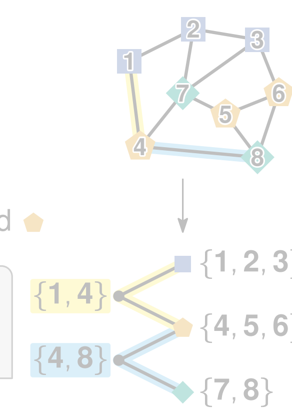


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispiel

unnötige Info

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

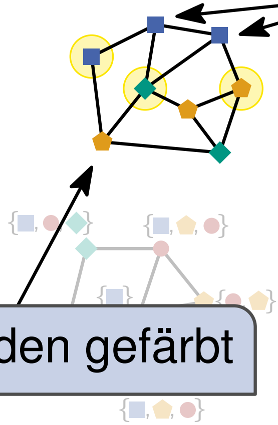
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: ... al

passt zum Namen

LIST CO...
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschi...



Knoten werden gefärbt

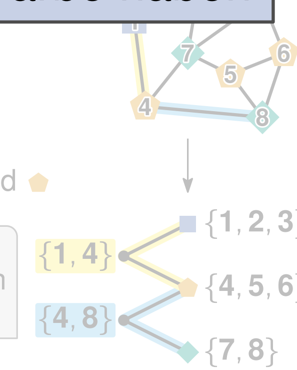
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

MULTICOLORED INDEPENDENT SET $\to$ LIST COLORING

benachbarte Knoten dürfen die selbe Farbe haben

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispiel

unnötige Info

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

mehr Notation, wann brauchen wir die?

LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

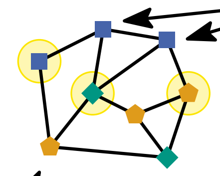
Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

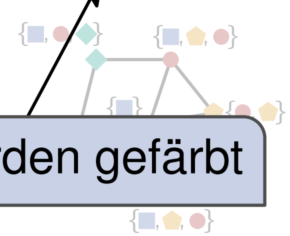
MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: ... [illegible] ...mal

passt zum Namen



LIST COLORING
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschi...

Knoten werden gefärbt

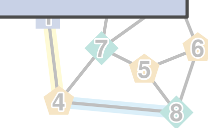


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

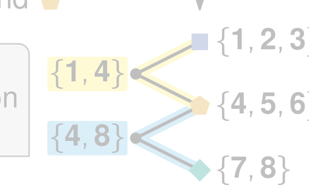
MULTICOLORED INDEPENDENT SET $\to$ LIST COLORING

benachbarte Knoten dürfen die selbe Farbe haben

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispie

unnötige Info

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

mehr Notation, wann brauchen wir die?

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

alternative Formalisierung: $c \colon V \to [k]$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Insta
- konstruiere LC
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

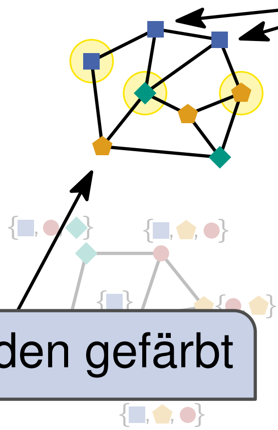
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt:

passt zum Namen

List Co
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschi



Knoten werden gefärbt

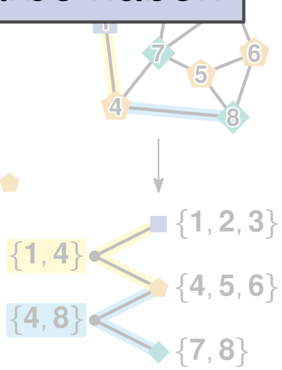
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

benachbarte Knoten dürfen die selbe Farbe haben

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispie

unnötige Info

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

mehr Notation, wann brauchen wir die?

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Insta
- konstruiere LC
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e$
  - $E' =$

alternative Formalisierung: $c \colon V \to [k]$

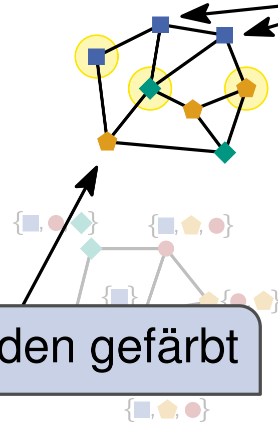
Wahl der genauen Formalisierung relevant?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt:

passt zum Namen

List Co
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschi



Knoten werden gefärbt

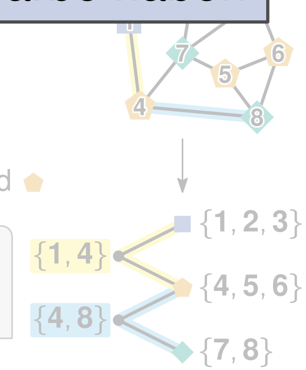
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

benachbarte Knoten dürfen die selbe Farbe haben

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

independent set hat man ggf. schon mal gehört und passt zum Problemnamen

$\overbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- ... $\to [\ell]$ sodass
  - ... $) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

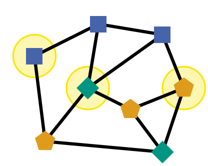
eher indirekt

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

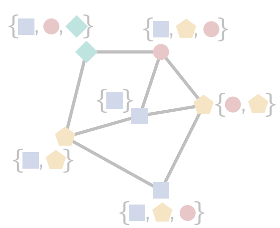
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

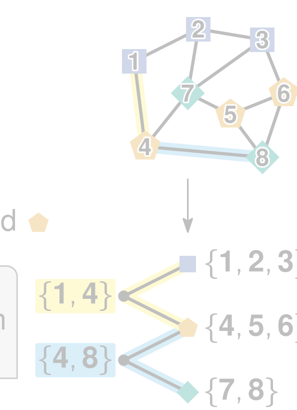
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC



How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

independent set hat man ggf. schon mal gehört und passt zum Problemnamen

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

eher indirekt

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- $\to [\ell]$ sodass
  - $) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- K... ph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$ wie folgt

implizit: $|S| = k$

- $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
- $\forall e \in E\colon C_e = e$
- $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

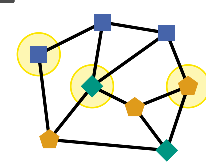
War das verständlich?

How to Presentatio...

redundant, aber nützlich

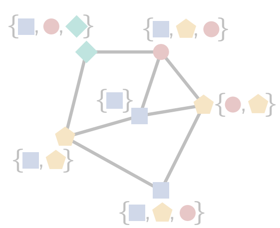
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

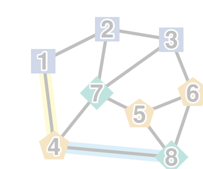
Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

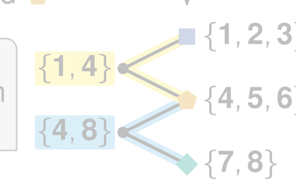
Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem

List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).



Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

independent set hat man ggf. schon mal gehört und passt zum Problemnamen

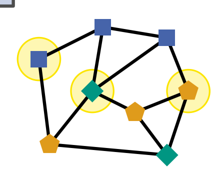
redundant, aber nützlich

sprechender Begriff hilft beim merken

How to Presentation

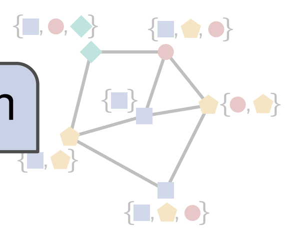
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

How $\underbrace{\text{to}}_{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

eher indirekt

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$ wie folgt
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

implizit: $|S| = k$

War das verständlich?

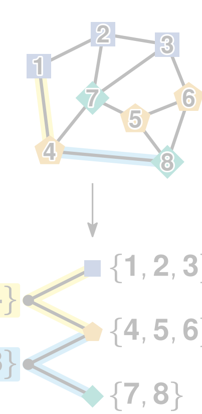
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- … $\to [\ell]$ sodass
  - … $) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

eher indirekt

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- … ph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$ wie folgt
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

implizit: $|S| = k$

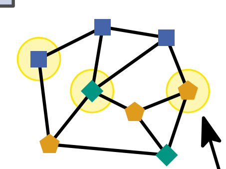
War das verständlich?

independent set hat man ggf. schon mal gehört und passt zum Problemnamen

How to Presentatio…

redundant, aber nützlich

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

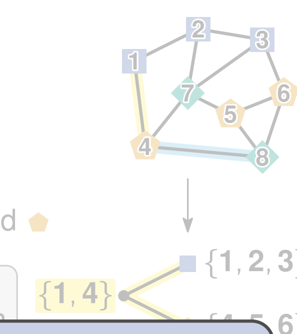
sprechender Begriff hilft beim merken

Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von …

redundante Info / andere Perspektive:
Beispiele (positiv + negativ) $\to$ keine Missverständnisse

- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

How $\overbrace{\text{to}}^{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

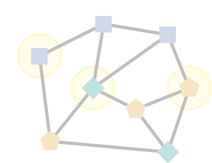
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

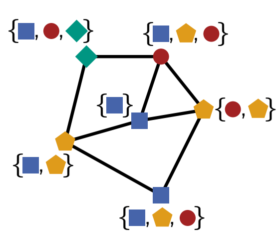
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

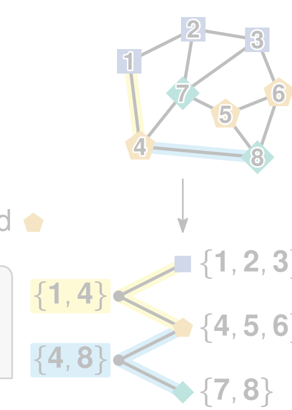
Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

not

How to Presentation: Beispielreduktion

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

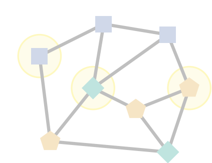
War das verständlich?

How to Presentation: zwe…

passt zum Namen

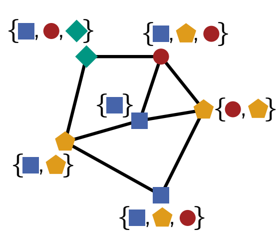
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



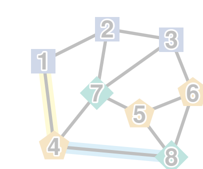
Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

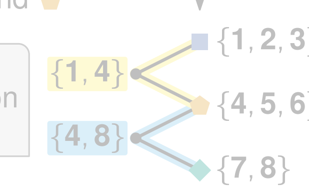
Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

Formalisierung nah an der Interpretation
$\rightarrow$ in Ordnung falls:
- Interpretation auf der Tonspur
- Publikum hört gerade zu

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

gegeben:
- ungerichteter Graph $G = (V, E)$
- Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$

gesucht: $S \subseteq V$ sodass
- $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
- $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

Reduktion MIS $\rightarrow$ LC

) von MIS

(V', E') und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$ wie folgt

$_i \neq \emptyset\}$

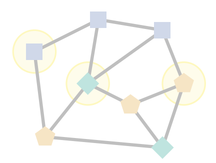
List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \rightarrow [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

War das verständlich?

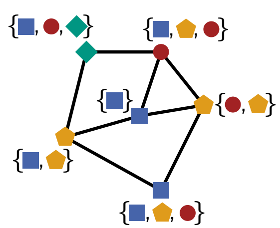
How to Presentation: zwe

passt zum Namen

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



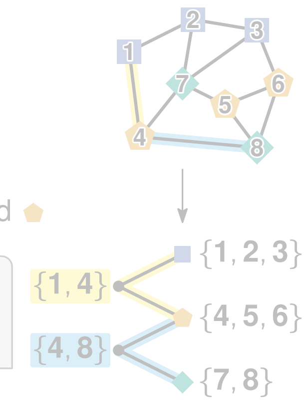
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\rightarrow$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).



Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\rightarrow$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\rightarrow$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

Formalisierung nah an der Interpretation
$\rightarrow$ in Ordnung falls:
- Interpretation auf der Tonspur
- Publikum hört gerade zu

---

not
How to Presentation: Beispielreduktion

gegeben:
- ungerichteter Graph $G = (V, E)$
- Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$

gesucht: $S \subseteq V$ sodass
- $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
- $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

Reduktion MIS $\rightarrow$ LC

...) von MIS

(V', E') und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt

$\neq \emptyset\}$

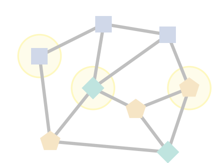
List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \rightarrow [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

War das verständlich?

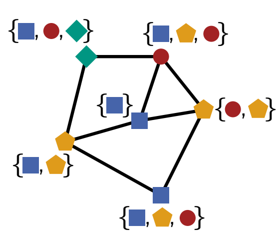
How to Presentation: zwe...

passt zum Namen

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



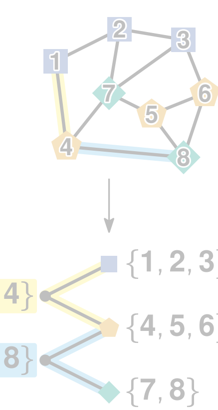
Beobachtung
- MIS wählt einen Knoten pro Farbe

sprechende Benennung

Multicolored Independent Set $\rightarrow$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\rightarrow$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\rightarrow$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

$E)$ von MIS

(V', E') und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt

Formalisierung nah an der Interpretation
→ in Ordnung falls:
- Interpretation auf der Tonspur
- Publikum hört gerade zu

War das verständlich?

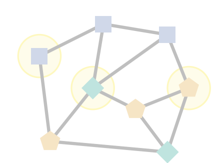
$_i \neq \emptyset\}$

How to Presentation: zwe

passt zum Namen

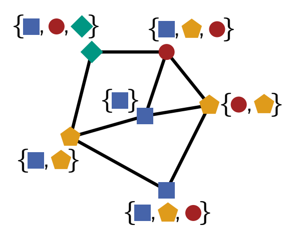
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS wähle einen Knoten pro Farbe

sprechende Benennung

keine Formel, aber trotzdem präzise

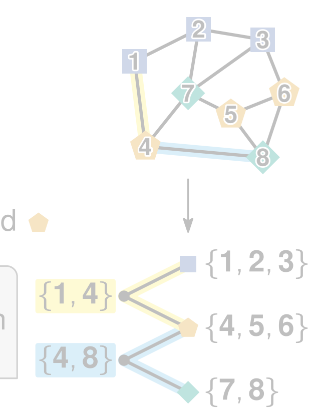
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem

List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

Formalisierung nah an der Interpretation
$\rightarrow$ in Ordnung falls:
- Interpretation auf der Tonspur
- Publikum hört gerade zu

not

How to Presentation: Beispielreduktion

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V : C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c : V \rightarrow [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V : c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E : c(u) \neq c(v)$

- ungerichteter Graph $G = (V, E)$
- Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E : |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] : |V_i \cap S| = 1$

) von MIS
(V', E') und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt

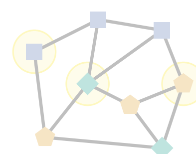
War das verständlich?

$_i \neq \emptyset\}$

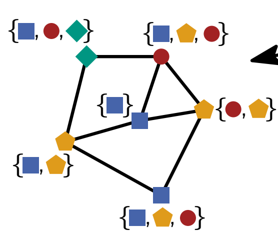
How to Presentation: zwe

passt zum Namen

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

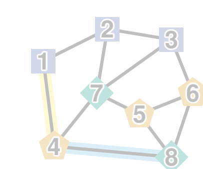
sprechende Benennung

keine Formel, aber trotzdem präzise

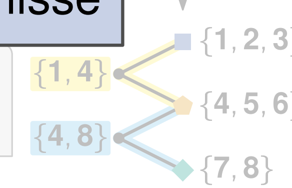
Multicolored Independent Set $\rightarrow$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen



Beispiele vermeiden Missverständnisse



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\rightarrow$ Lösung für MIS
- MIS $\rightarrow$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

not How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V : C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c : V \to [\ell]$ sodass

Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] : C_i = V_i$
  - $\forall e \in E : C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

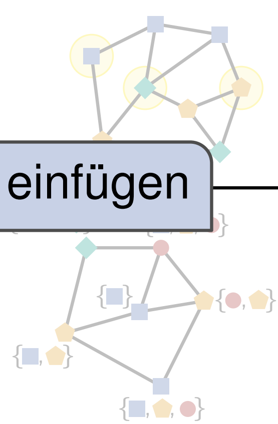
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S

können später zusätzliche Knoten einfügen

List Coloring
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

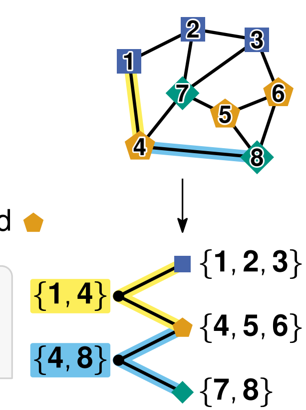


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

schwer zu parsen, ohne Interpretation

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass

Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

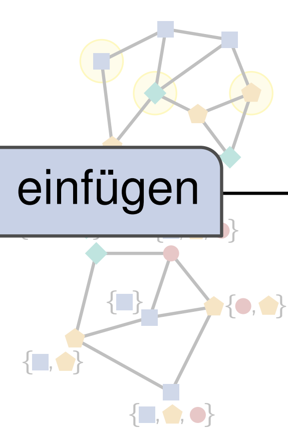
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S

können später zusätzliche Knoten einfügen

List Coloring
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

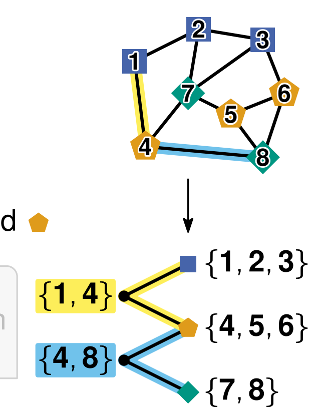


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

schwer zu parsen, ohne Interpretation

$\overset{\text{not}}{\text{How}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V : C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c : V \to [\ell]$ sodass

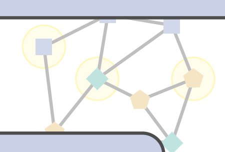
Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] : C_i = V_i$
  - $\forall e \in E : C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

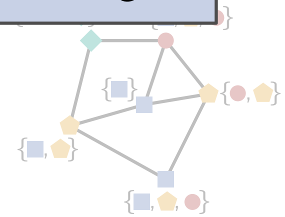
Unterscheidung zwischen Knoten/Farben in MIS/LC (ohne Formel)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S



können später zusätzliche Knoten einfügen

List
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

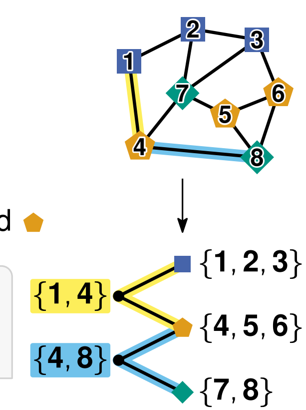


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

schwer zu parsen, ohne Interpretation

How ~~to~~ not Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass

Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

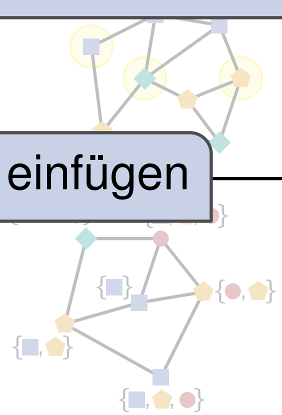
War das verständlich?

Unterscheidung zwischen Knoten/Farben in MIS/LC (ohne Formel)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓

können später zusätzliche Knoten einfügen

List Coloring
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



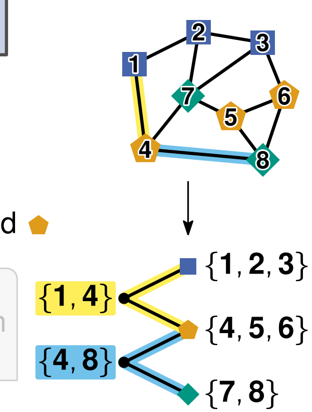
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

unpräzise

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

schwer zu parsen, ohne Interpretation

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass

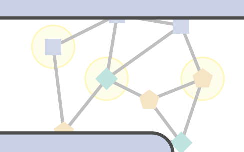
Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

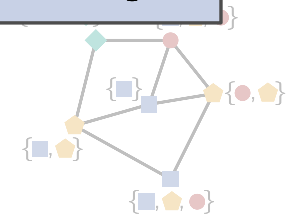
Unterscheidung zwischen Knoten/Farben in MIS/LC (ohne Formel)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S



können später zusätzliche Knoten einfügen

List Coloring
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

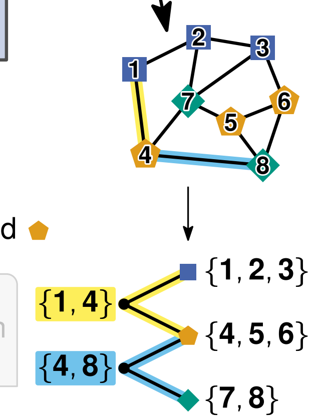
Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

aber mit Bild klar

unpräzise

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?
- kein exklusives oder: *nicht als Formel* $\neq$ *informell*
- Faustregel: präzise aber nicht mehr technische Notation als notwendig

---

$\overbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

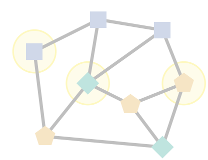
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

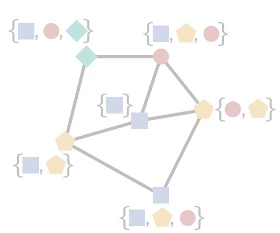
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

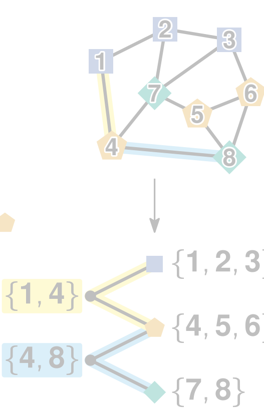
Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

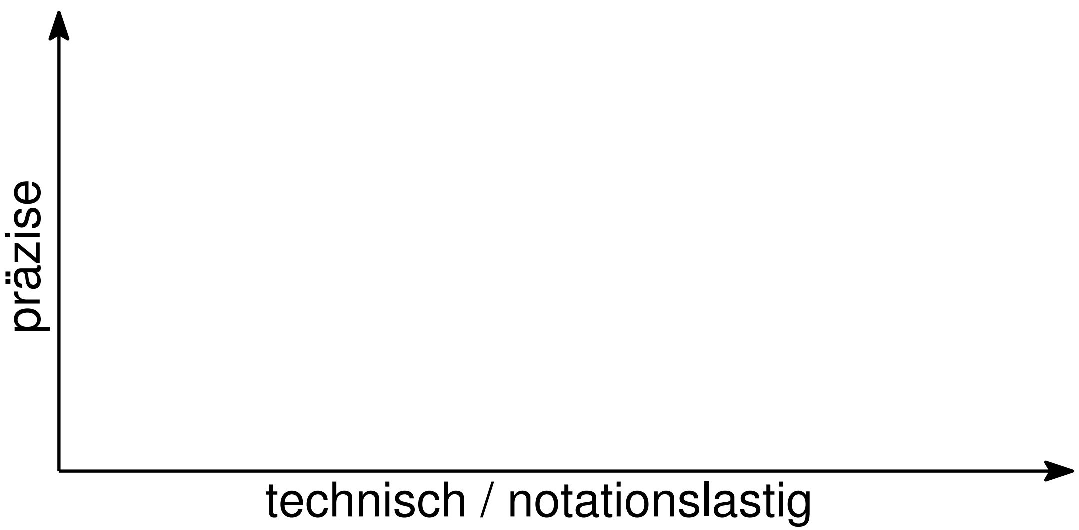
> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC



How to Presentation



How $\overbrace{\text{to}}^{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

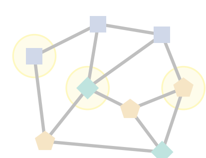
List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

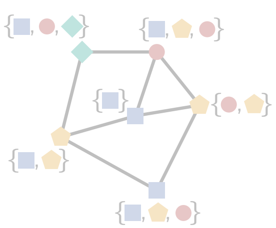
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

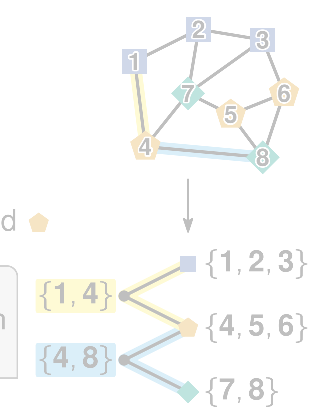


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

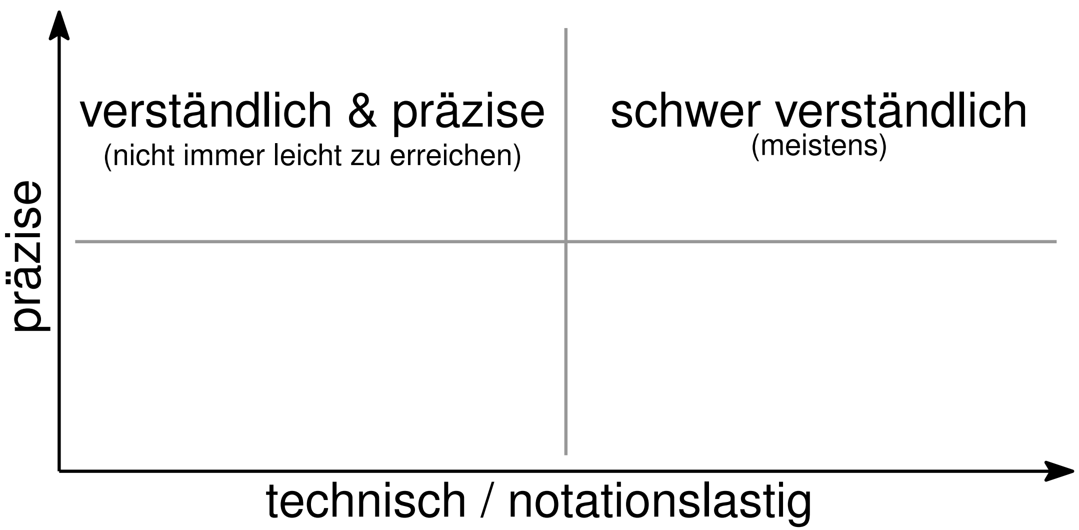
Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation



How not to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

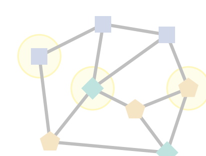
List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

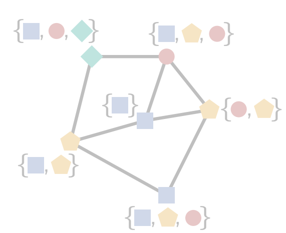
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

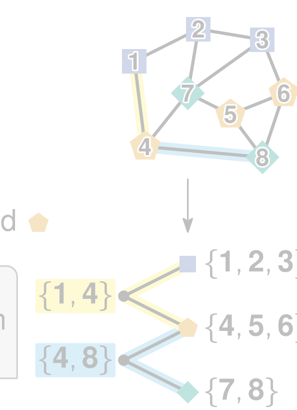


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

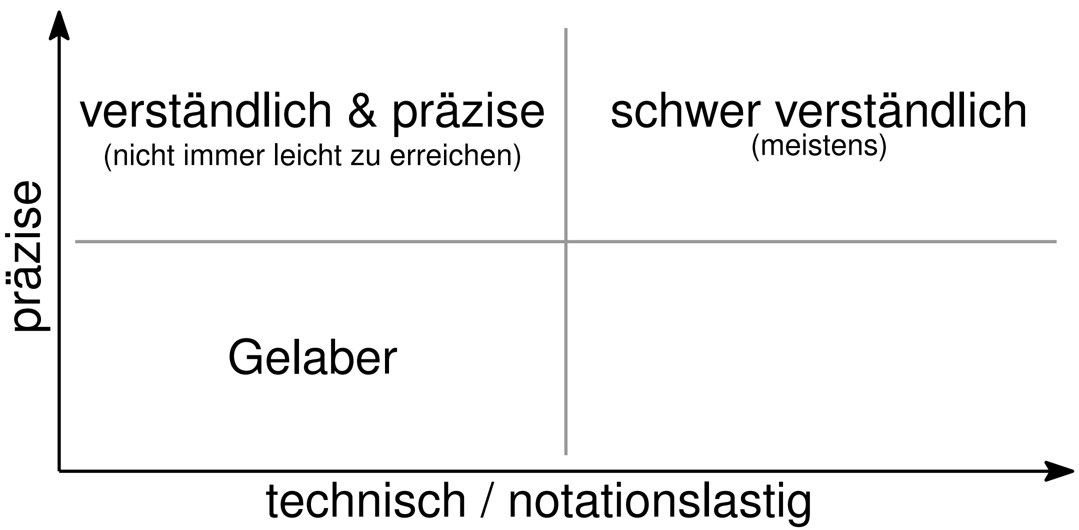
Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation



How to Presentation: Beispielreduktion

not

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

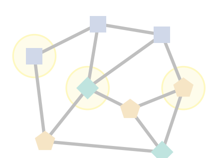
List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

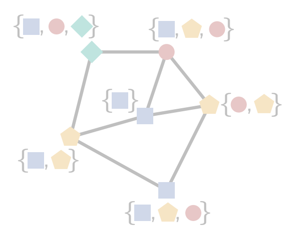
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

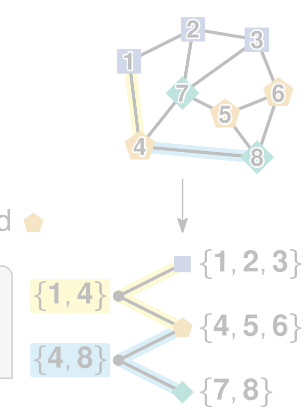


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

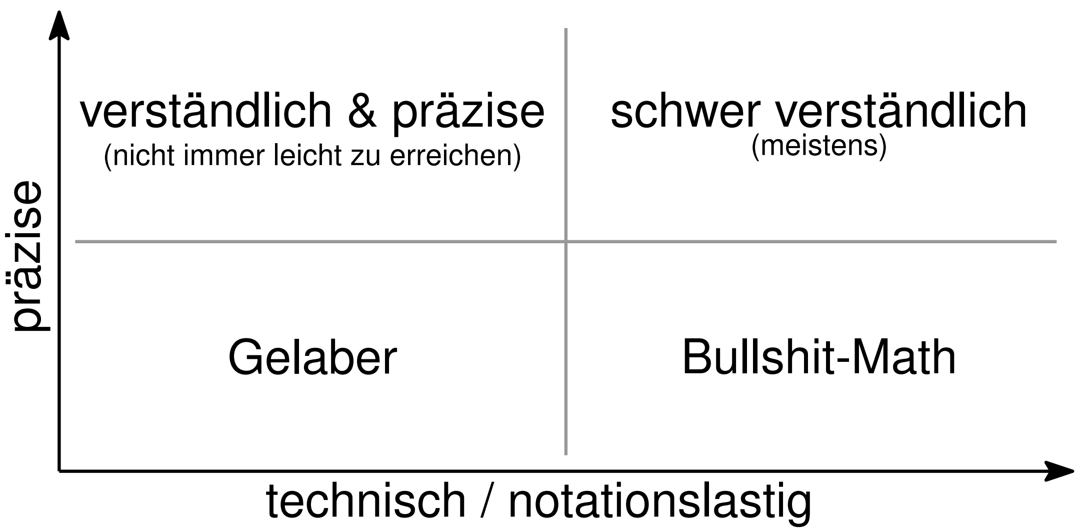
Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation



How to Presentation: Beispielreduktion

not

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

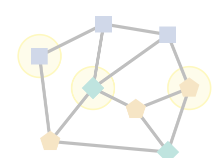
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

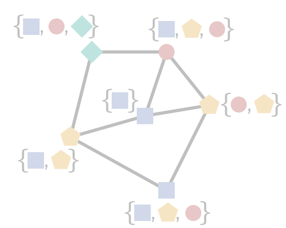
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

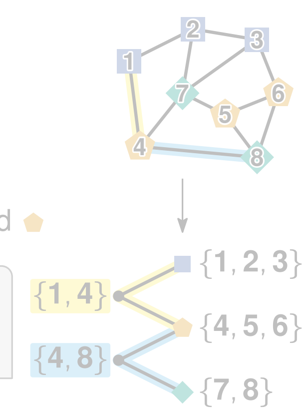
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

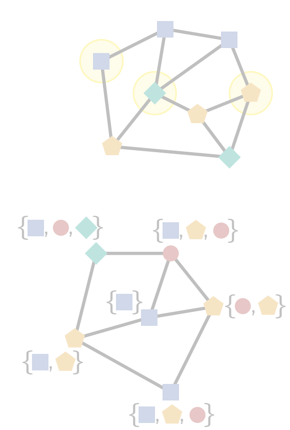
How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

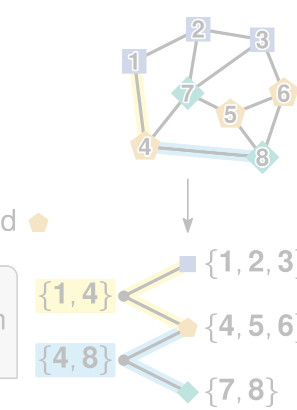
Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?

How $\underbrace{\text{to}}_{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

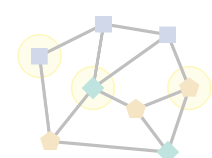
List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

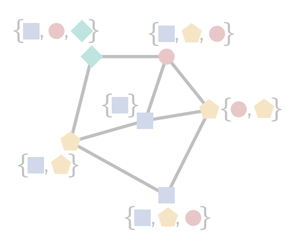
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

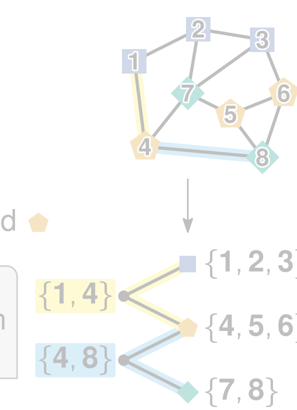


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

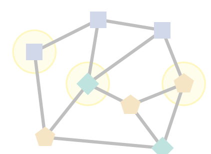
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

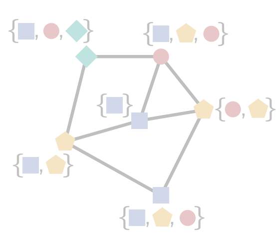
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

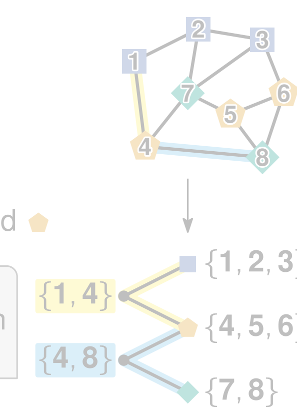
Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

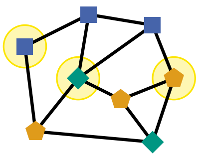
Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

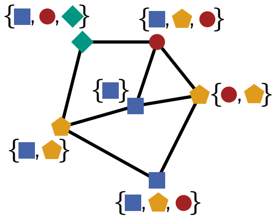
Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

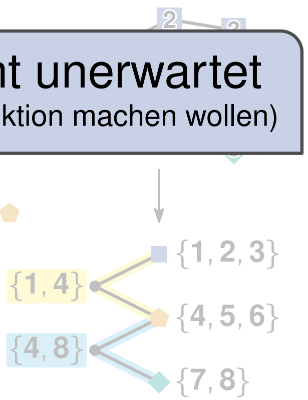


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Übersetzung der Entscheidungen

gut: Definition zweier Probleme nicht unerwartet
(Annahme: es ist aus dem Kontext klar, dass wir eine Reduktion machen wollen)

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

gut: nochmal sagen, was das bedeutet

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

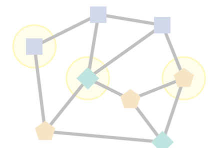
gut: wir starten jetzt mit der Reduktion MIS $\to$ LC

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

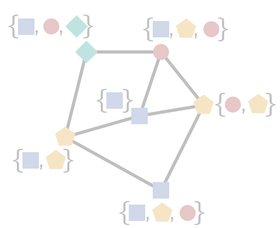
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

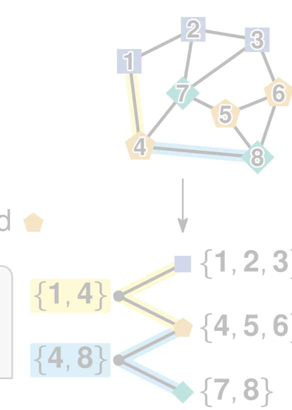
Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC



How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\overbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:

List Coloring
- gegeben: … (V, E)

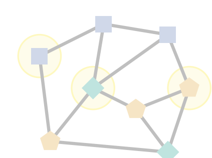
schlecht: unklar, warum ein Knoten pro Farbe
(ein „friss erstmal die Definition, wir sehen später, dass sie funktioniert“ möglichst vermeiden)

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

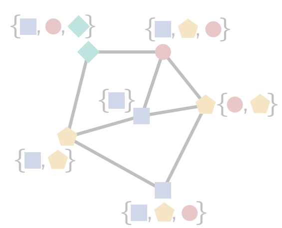
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

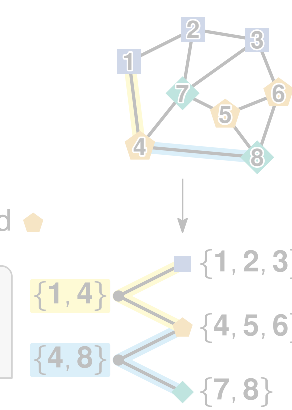


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\overbrace{\text{How to}}^{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:

LIST COLORING
- gegeben:

schlecht: unklar, warum ein Knoten pro Farbe
(ein „friss erstmal die Definition, wir sehen später, dass sie funktioniert“ möglichst vermeiden)

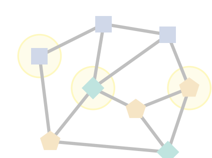
Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]: C_i = V_i$
  - $\forall e \in E: C_e = e$

War das verständlich?

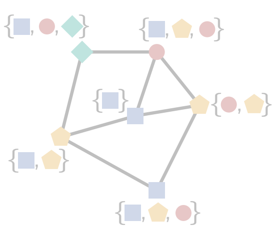
noch schlechter: warum ein Knoten pro Kante wird erst viel später klar

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

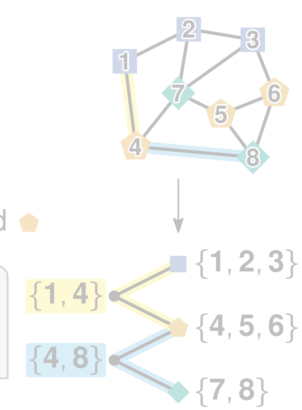


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen

(Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\overset{\text{not}}{\text{How}}$ to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:

LIST COLORING
- gegeben:

schlecht: unklar, warum ein Knoten pro Farbe

(ein „friss erstmal die Definition, wir sehen später, dass sie funktioniert“ möglichst vermeiden)

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]: C_i = V_i$
  - $\forall e \in E: C_e = e$

War das verständlich?

noch schlechter: warum ein Knoten pro Kante wird erst viel später klar

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S

einfache Beobachtung zu den treffenden Entscheidungen

LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

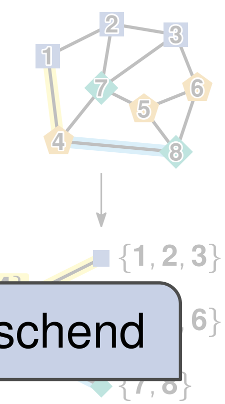
MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und

Theorem

gut: Übersetzung Knoten ↔ Kanten wenig überraschend



Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

---

not How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz G
- konstruiere LC-Instanz:
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

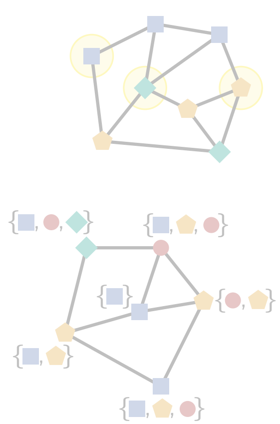
schlecht: sehr viel unklar
- Warum ein Knoten pro Kante?
- Warum diese Farben?
- Warum diese Verbindungen?

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓

List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V \colon$ Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

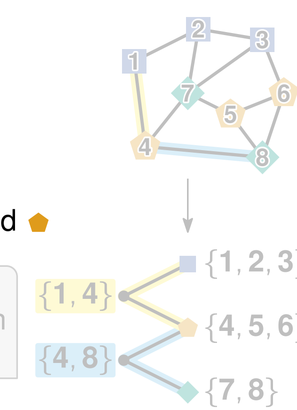


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\overbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2$ ...
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass ...
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - ...

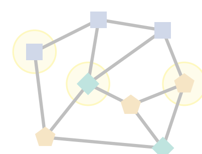
Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = $ ...
- konstruiere LC-Instanz: ...
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

schlecht: sehr viel unklar
- Warum ein Knoten pro Kante?
- Warum diese Farben?
- Warum diese Verbindungen?

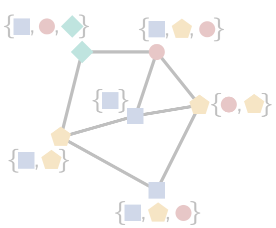
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



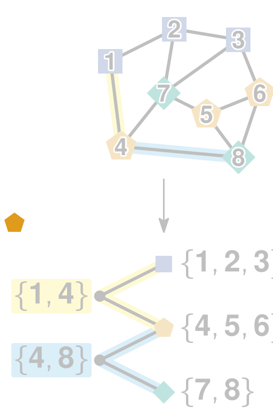
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

---

dass wir noch etwas mit den Kanten machen müssen ist nicht unerwartet

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

How $\underbrace{\text{to}}_{}$ Presentation: Beispielreduktion

not

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2$ ...
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz G ...
- konstruiere LC-Instanz:
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

schlecht: sehr viel unklar
- Warum ein Knoten pro Kante?
- Warum diese Farben?
- Warum diese Verbindungen?

War das verständlich?

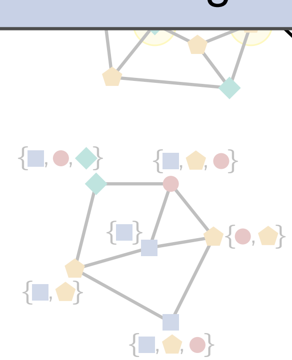
How to Presentation: zweiter Versuch

dass wir noch etwas mit den Kanten machen müssen ist nicht unerwartet

Bedienung einer einzelnen Kante an die zuvor genannte Entscheidung

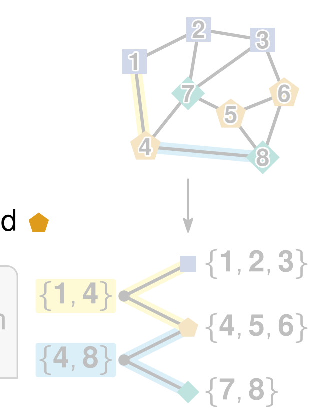
Multicolored Independent Set (MIS)
- independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
- bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Übersetzung der Entscheidungen
- ...-Farbe
- ...-Knoten



Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\underbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \dots$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = \dots$
- konstruiere LC-Instanz:
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

schlecht: sehr viel unklar
- Warum ein Knoten pro Kante?
- Warum diese Farben?
- Warum diese Verbindungen?

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)

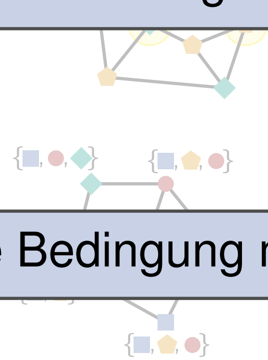
Bedienung einer einzelnen Kante an die zuvor genannte Entscheidung

- independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
- bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v

leicht einzusehen, dass das die selbe Bedingung modelliert

- gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



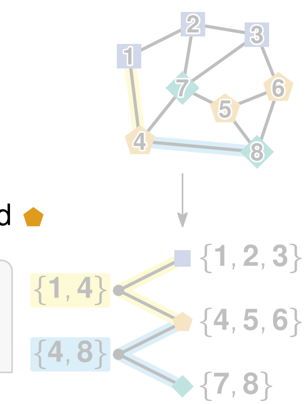
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

dass wir noch etwas mit den Kanten machen müssen ist nicht unerwartet

Übersetzung der Entscheidungen
- …-Farbe
- …-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).



Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

---

not
How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

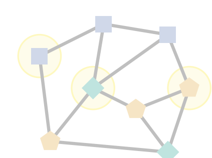
LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

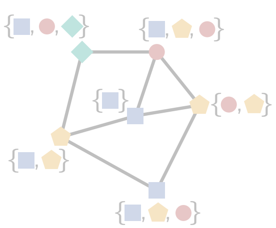
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



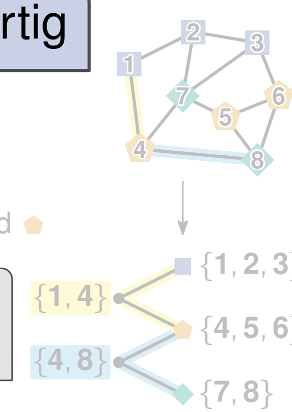
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

klarer Schnitt: Reduktion ist jetzt fertig

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben {1, 4} und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

How $\underbrace{\text{to}}_{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

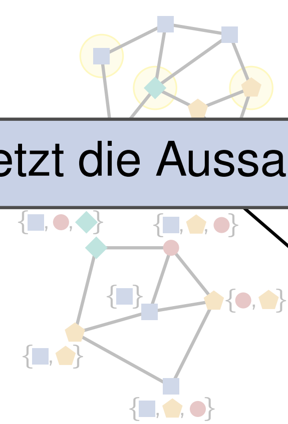
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass

nochmal sauber formulieren, was jetzt die Aussage ist



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

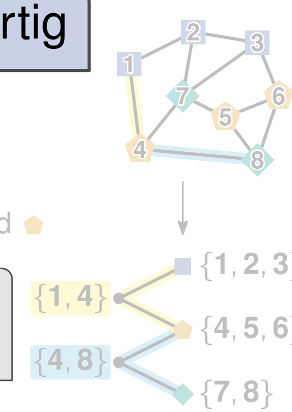
Multicolored Independent Set → List Coloring

klarer Schnitt: Reduktion ist jetzt fertig

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\underbrace{\text{How}}_{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

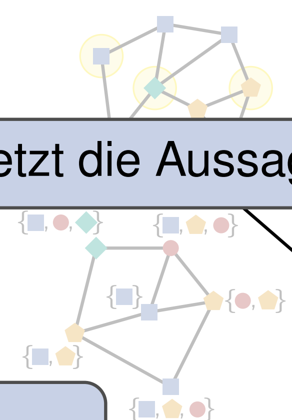
Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass

nochmal sauber formulieren, was jetzt die Aussage ist



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

Beobachtu
- MIS: wäh
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

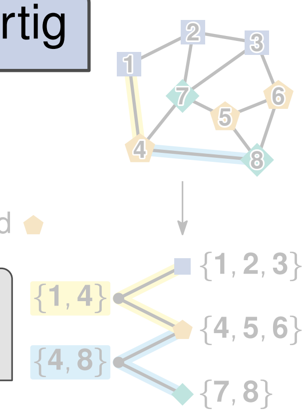
Überblick zu zeigender Aussagen

Multicolored Independent Set → List Coloring

klarer Schnitt: Reduktion ist jetzt fertig

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

dellierung der Bedingungen
- ante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC