Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmen für Routenplanung

16. Vorlesung, Sommersemester 2021

Tim Zeitz | 14. Juni 2021

1. Dynamische Szenarien

Szenario:

- Unfall auf einer Straße
- Reisezeit ändert sich auf dieser Straße
- berechne schnellsten Weg bezüglich der aktualisierten Reisezeiten

Hauptproblem:

- Kantengewichte ändern sich
- Vorberechnung basiert auf ursprünglichen Kantengewichten
- komplette Vorberechnung für jeden Stau wenig sinnvoll

Lösung:

- "Customizable" Techniken (MLD, CCH)
- Anpassungen auch für ALT und "klassische" CH möglich

2. Zeitabhängiges Szenario

Motivation:

- Stau um Städte herum folgt vorhersehbaren Mustern
- Morgens geht jeder zur Arbeit $\rightarrow$ Stau
- Mittags gibt es weniger Stau
- Abends fährt jeder nach Hause $\rightarrow$ Stau in die andere Richtung
- Aber nicht Sonntags

2. Zeitabhängiges Szenario

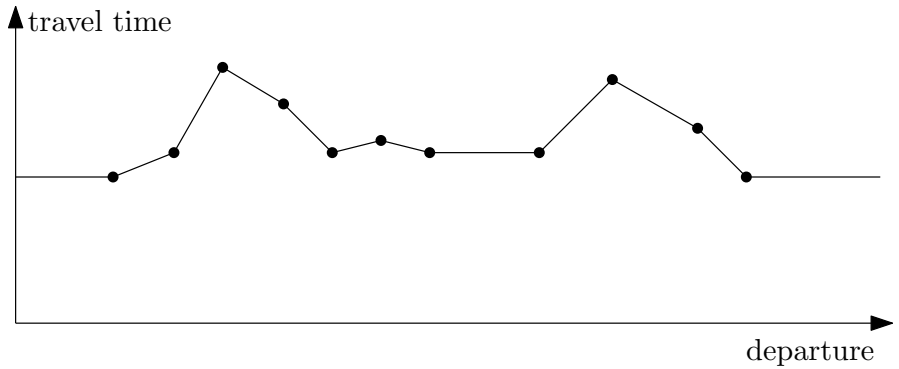
Motivation:

- Stau um Städte herum folgt vorhersehbaren Mustern
- Morgens geht jeder zur Arbeit $\rightarrow$ Stau
- Mittags gibt es weniger Stau
- Abends fährt jeder nach Hause $\rightarrow$ Stau in die andere Richtung
- Aber nicht Sonntags

- Aggregiere historische Daten um eine Vorhersage für jeden Wochentag zu machen

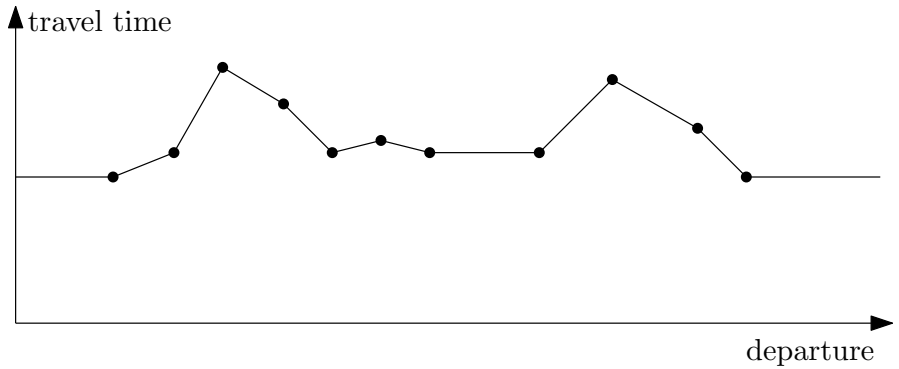
Zeitabhängige Kantengewichte

- **bisher:** An jeder Kante steht ein skalares Kantengewicht
- **neu:** An jeder Kanten steht eine Funktion
- Die Funktion bildet den Zeitpunkt an dem eine Kante betreten wird auf die Fahrzeit ab



Zeitabhängige Kantengewichte

- **bisher:** An jeder Kante steht ein skalares Kantengewicht
- **neu:** An jeder Kanten steht eine Funktion
- Die Funktion bildet den Zeitpunkt an dem eine Kante betreten wird auf die Fahrzeit ab



Problemstellung

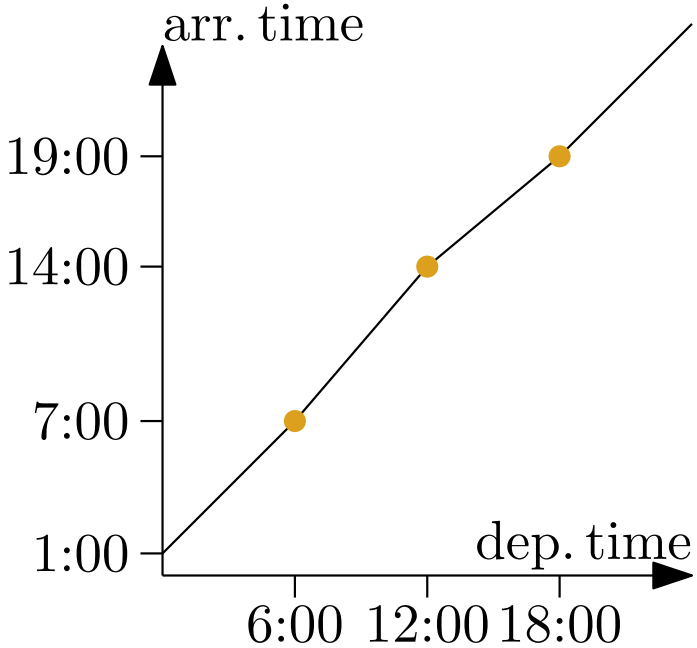
Mit zeitabhängigen Gewichten ist die Frage

- Wie komme ich von s nach t?

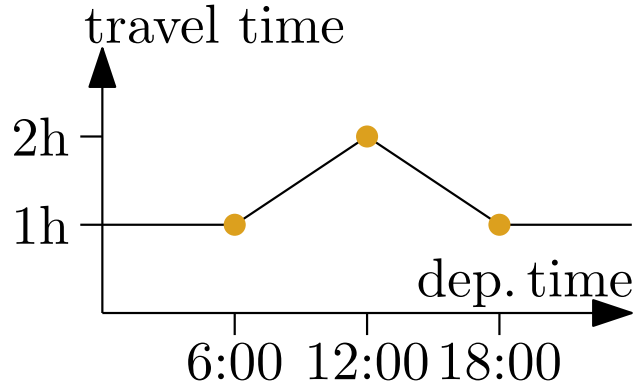
nicht mehr wohl geformt.
Wir betrachten nun das Problem der frühesten Ankunft:

- Wie komme ich von s nach t wenn ich um τ losfahre?

Zwei Sichtweisen



$f(x)$



$g(x)$

- Zwei Sichtweise auf die selbe Information
- $f(x) = g(x) + x$
- Aussagen in der einen Sichtweise lassen sich immer auf die andere übertragen
- Wir wechseln ständig zwischen beiden Sichtweisen und nehmen die, die gerade am besten passt

FIFO-Eigenschaft

Definition

Sei $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ eine Funktion. f erfüllt die *FIFO-Eigenschaft*, wenn für jedes $\varepsilon > 0$ und alle $\tau \in \mathbb{R}_0^+$ gilt, dass

$$\tau + f(\tau) \leq \tau + \varepsilon + f(\tau + \varepsilon).$$

Diskussion

- Interpretation: "Warten/Später ankommen lohnt sich nie"
- Kürzeste Wege auf Graphen mit non-FIFO Funktionen zu finden ist (schwach) NP-schwer.
  (wenn warten an Knoten nicht erlaubt ist)
- Reduktion von Partition

$\Rightarrow$ Sicherstellen, dass Funktionen FIFO-Eigenschaft erfüllen.

Weitere Darstellungsformen

- In der akademischen Forschung nimmt man oft an, dass Interpolationspunkte pro Kante gegeben sind
- Viele Probleme mit dieser Annahme:
  - Viele Interpolationspunkte pro Graph
    $\rightarrow$ Großer Speicherverbrauch
    $\rightarrow$ Sehr problematisch
  - Erhobene Daten sind stark verrauscht und Vorhersagen ungenau
    $\rightarrow$ Interpolationspunkte suggerieren eine Genauigkeit die reale Daten nicht hergeben
- **Deswegen**: in der Praxis auch andere Darstellungsformen verbreitet
- In der Vorlesung bleiben wir aber bei der akademischen Sichtweise

Weitere Darstellungsformen

Option 1

- Teile den Tag in Abschnitte ein, z.b., in 24 Stunden
  - Abschnitte müssen nicht gleich groß sein
  - Unterteilung kann pro Kante variieren
- Speichere für jeden Abschnitt eine Reisegeschwindigkeit
  - Geschwindigkeiten können gerundet sein: z.B. 5 km/h Schritte
- Alle Fahrzeuge auf einer Kanten ändern spontan ihre Reisegeschwindigkeit wenn die Tageszeit über eine Abschnittsgrenzen fortschreitet
  - Aus dieser Eigenschaft folgt FIFO

Weitere Darstellungsformen

Karlsruher Institut für Technologie

Option 2

- Speichere kleine globale Menge von Funktionskurven $\mathbb{F}$ explizit
  - Funktionen aus $\mathbb{F}$ werden meistens mittels Interpolationspunkte und linearer Interpolation dargestellt
  - Jede dieser Funktionen ist FIFO
- An jeder Kante speichert man einen fixen Satz an skalaren Attributen:
  - Funktion-ID in $\mathbb{F}$
  - Kanten-Länge
  - Diverse Strauchungs- und Streckungsfaktoren die die Funktion aus $\mathbb{F}$ transformieren

Herausforderung

Hauptprobleme:

- Kürzester Weg hängt von Abfahrtszeitpunkt ab
- Eingabegröße steigt massiv an

Herausforderung

Hauptprobleme:

- Kürzester Weg hängt von Abfahrtszeitpunkt ab
- Eingabegröße steigt massiv an

Vorgehen:

- Modellierung
- Anpassung Dijkstra
- Anpassung Beschleunigungstechniken

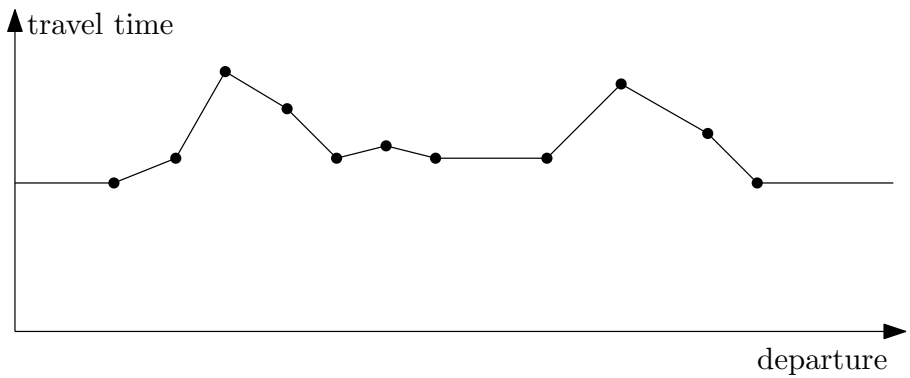
Zeitabhängige Straßennetzwerke

Eingabe:

- Durchschnittliche Reisezeit zu bestimmten Zeitpunkten
- Jeden Wochentag verschieden
- Sonderfälle: Urlaubszeit

Somit an jeder Kante:

- Periodische stückweise lineare Funktion
- Definiert durch Stützpunkte
- Interpoliere linear zwischen Stützpunkten



Diskussion

Eigenschaften “Zeitabhängigkeit”:

- Topologie ändert sich nicht
- Kanten gemischt zeitabhängig und konstant
- variable (!) Anzahl Interpolationspunkte pro Kante

Diskussion

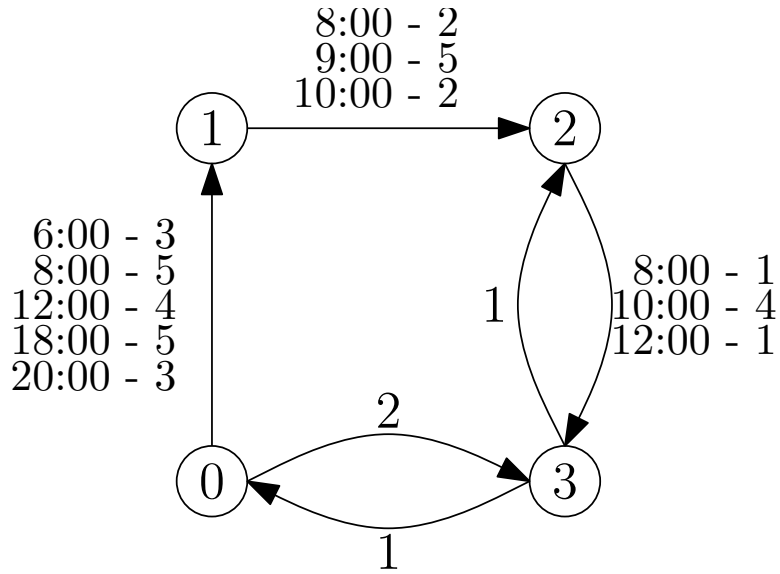
Eigenschaften “Zeitabhängigkeit”:

- Topologie ändert sich nicht
- Kanten gemischt zeitabhängig und konstant
- variable (!) Anzahl Interpolationspunkte pro Kante

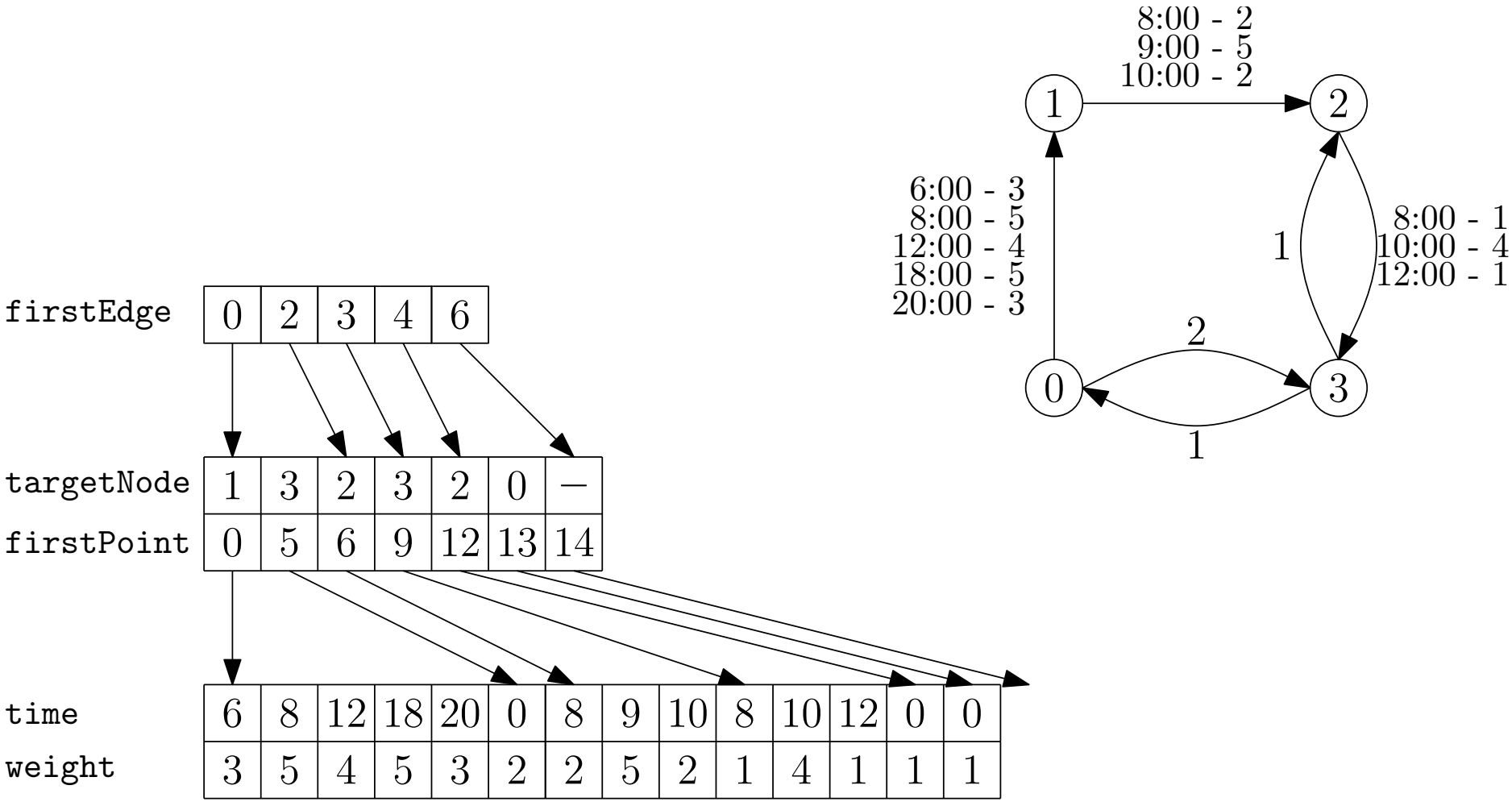
Voraussetzung:

- FIFO gilt auf allen Kanten

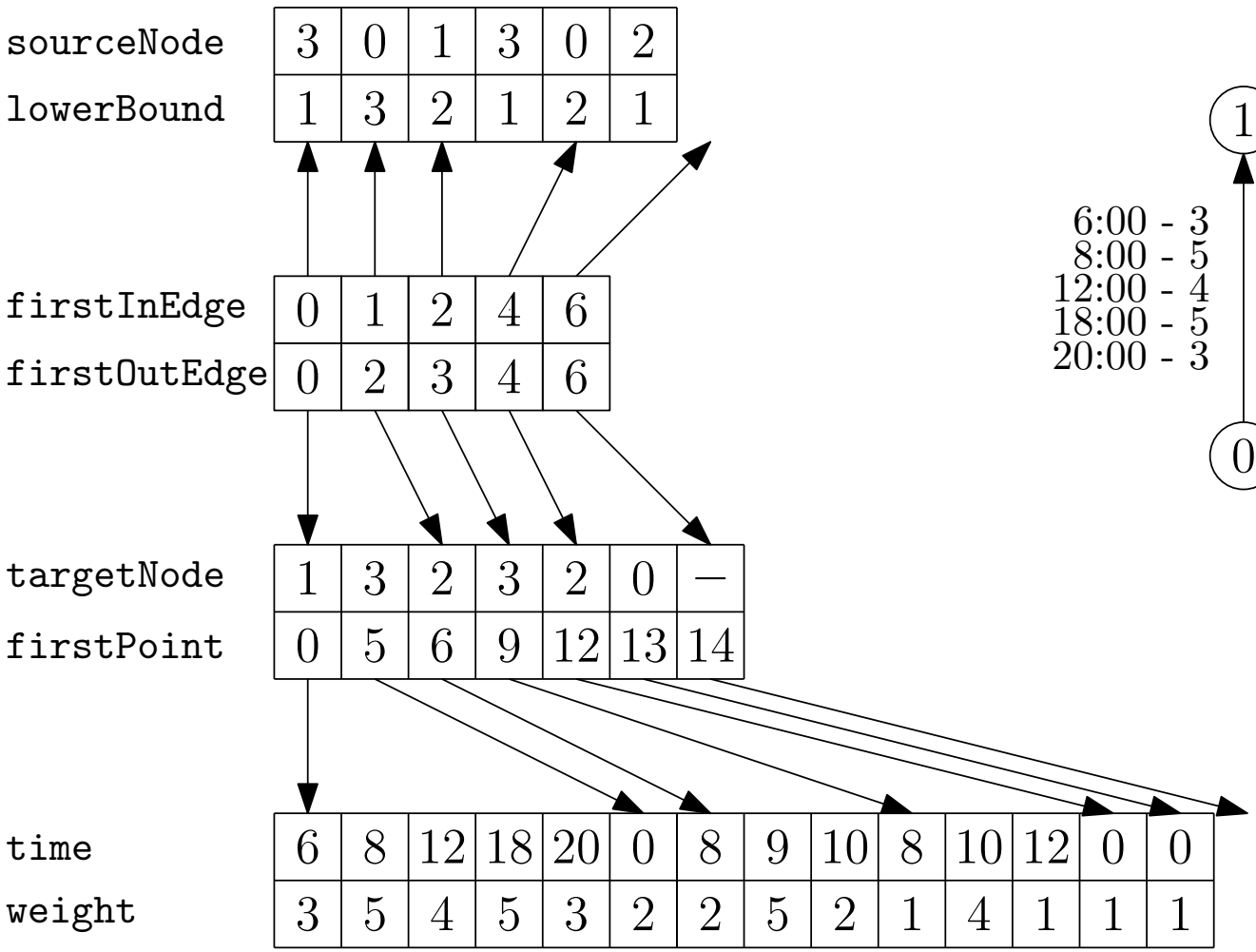
Datenstruktur

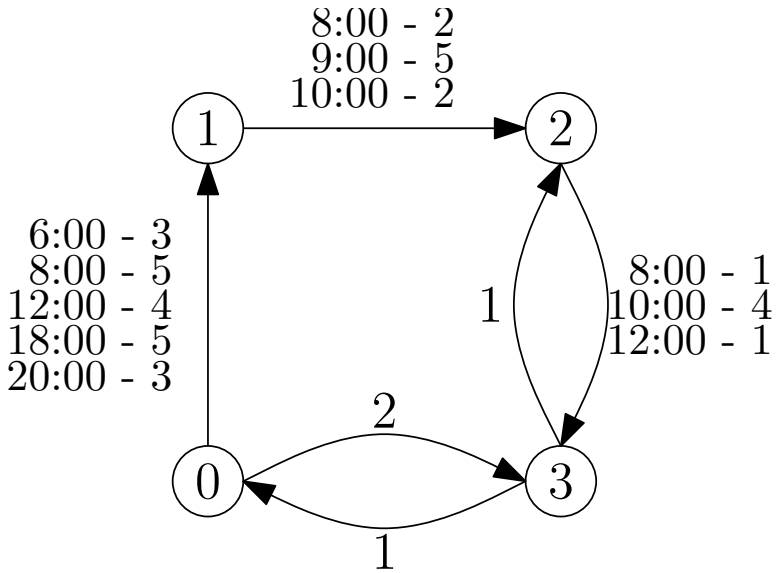


Datenstruktur



Datenstruktur





Anfrageszenarien

Zeit-Anfrage:

- finde kürzesten Weg für Abfahrtszeit τ
- analog zu Dijkstra?

Anfrageszenarien

Zeit-Anfrage:

- finde kürzesten Weg für Abfahrtszeit τ
- analog zu Dijkstra?

Profil-Anfrage:

- finde kürzeste Reisezeit für alle Abfahrtszeitpunkte
- analog zu Dijkstra?

Zeit-Anfragen

Ziel: finde kürzesten Weg für Abfahrtszeit τ

`Time-Dijkstra`$(G = (V, E), s, \tau)$

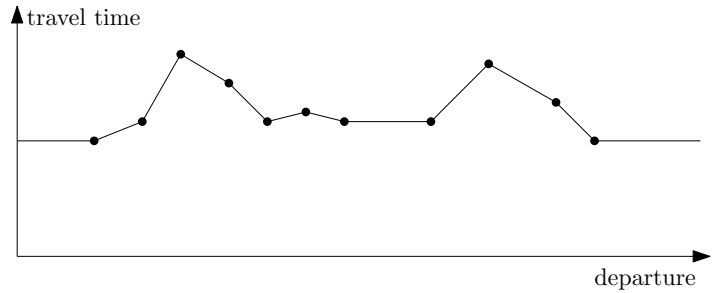
```
1  d_τ[s] = 0
2  Q.clear(), Q.add(s, 0)
3  while !Q.empty() do
4      u ← Q.deleteMin()
5      for all edges e = (u, v) ∈ E do
6          if d_τ[u] + len(e, τ + d_τ[u]) < d_τ[v] then
7              d_τ[v] ← d_τ[u] + len(e, τ + d_τ[u])
8              p_τ[v] ← u
9              if v ∈ Q then Q.decreaseKey(v, d_τ[v])
10
11             else Q.insert(v, d_τ[v])
```

Auswertung

Evaluation von $f(\tau)$:

- Suche Punkte mit $t_i \leq \tau$ und $t_{i+1} \geq \tau$
- dann Evaluation durch

$$f(\tau) = w_i + \frac{\tau - t_i}{t_{i+1} - t_i} \cdot (w_{i+1} - w_i)$$

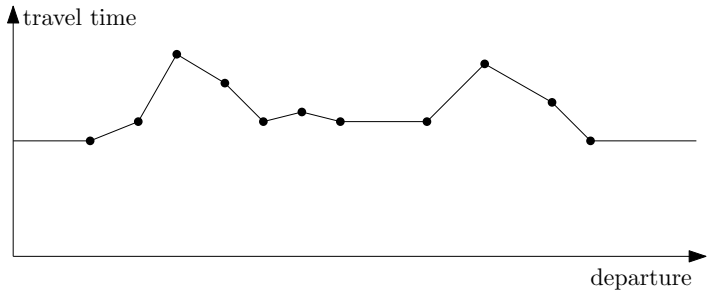


Auswertung

Evaluation von $f(\tau)$:

- Suche Punkte mit $t_i \leq \tau$ und $t_{i+1} \geq \tau$
- dann Evaluation durch

$$f(\tau) = w_i + \frac{\tau - t_i}{t_{i+1} - t_i} \cdot (w_{i+1} - w_i)$$



Problem:

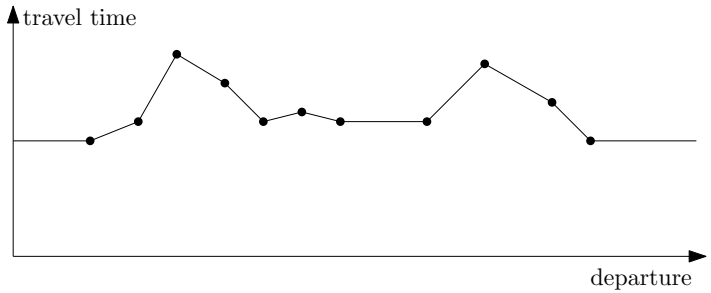
- Finden von t_i und t_{i+1}
  - Achtung: Sonderfall am Periodenrand
- Theoretisch:
  - Lineare Suche: $\mathcal{O}(|I|)$
  - Binäre Suche: $\mathcal{O}(\log_2 |I|)$

Auswertung

Evaluation von $f(\tau)$:

- Suche Punkte mit $t_i \leq \tau$ und $t_{i+1} \geq \tau$
- dann Evaluation durch

$$f(\tau) = w_i + \frac{\tau - t_i}{t_{i+1} - t_i} \cdot (w_{i+1} - w_i)$$



Problem:

- Finden von t_i und t_{i+1}
  - Achtung: Sonderfall am Periodenrand
- Praktisch:
  - Binäre Suche: $\mathcal{O}(\log_2 |I|)$ aber schlecht für Pipelining
  - Oder lineare Suche mit Startpunkt $\frac{\tau}{\Pi} \cdot |I|$
    wobei Π die Periodendauer ist
    - Gut, wenn Punkte uniform verteilt
  - Oder Startpunkte für Zeitintervalle merken
  - Kommt drauf an:
    - Maschine, Cacheeffekte, Größe der Punktearrays, Verteilung der Punkte, ...
    - Benchmarken!

Profil-Anfragen

Ziel: finde kürzesten Weg für alle Abfahrtszeitpunkte

`Profile-Search`$(G = (V, E), s)$

```
1  d_*[s] = 0
2  Q.clear(), Q.add(s, 0)
3  while !Q.empty() do
4      u ← Q.deleteMin()
5      for all edges e = (u, v) ∈ E do
6          if d_*[u] ⊕ len(e) ≱ d_*[v] then
7              d_*[v] ← min(d_*[u] ⊕ len(e), d_*[v])
8              if v ∈ Q then Q.decreaseKey(v, d[v])
9
10             else Q.insert(v, d[v])
```

Diskussion Profil-Anfragen

Beobachtungen:

- Operationen auf Funktionen
- Priorität im Prinzip frei wählbar
  ($\underline{d}[u]$ ist das Minimum der Funktion $d_*[u]$)
- Knoten können mehrfach besucht werden $\Rightarrow$ label-correcting

Herausforderungen:

- Wie effizient $\oplus$ berechnen (Linken)?
- Wie effizient Minimum bilden?

Operationen

Funktion gegeben durch:

- Menge von Interpolationspunkten
- $I^f := \{(t_1^f, w_1^f), \ldots, (t_k^f, w_k^f)\}$

3 Operationen notwendig:

- Auswertung
- Linken $\oplus$
- Minimumsbildung
- Vergleich $\not\geq$
  (ist analog zu Minimumsbildung)

Linken - Reisezeitfunktionen

Definition

Seien $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ und $g : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ zwei Reisezeitfunktionen die die FIFO-Eigenschaft erfüllen. Die Linkoperation $f \oplus g$ ist dann definiert durch

$$f \oplus g := f + g \circ (\mathrm{id} + f)$$

Oder

$$(f \oplus g)(\tau) := f(\tau) + g(\tau + f(\tau))$$

Linken - Ankunftszeitfunktionen

Definition

Seien $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ und $g : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ zwei Ankunftszeitfunktionen die die FIFO-Eigenschaft erfüllen. Die Linkoperation $f \oplus g$ ist dann definiert durch

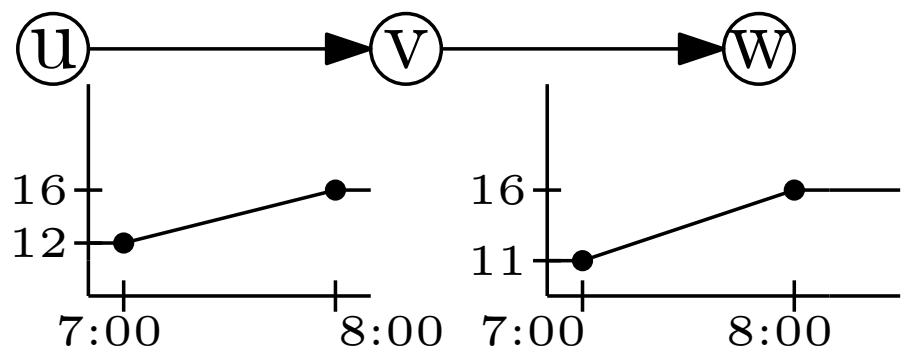
$$f \oplus g := g \circ f$$

Oder

$$(f \oplus g)(\tau) := g(f(\tau))$$

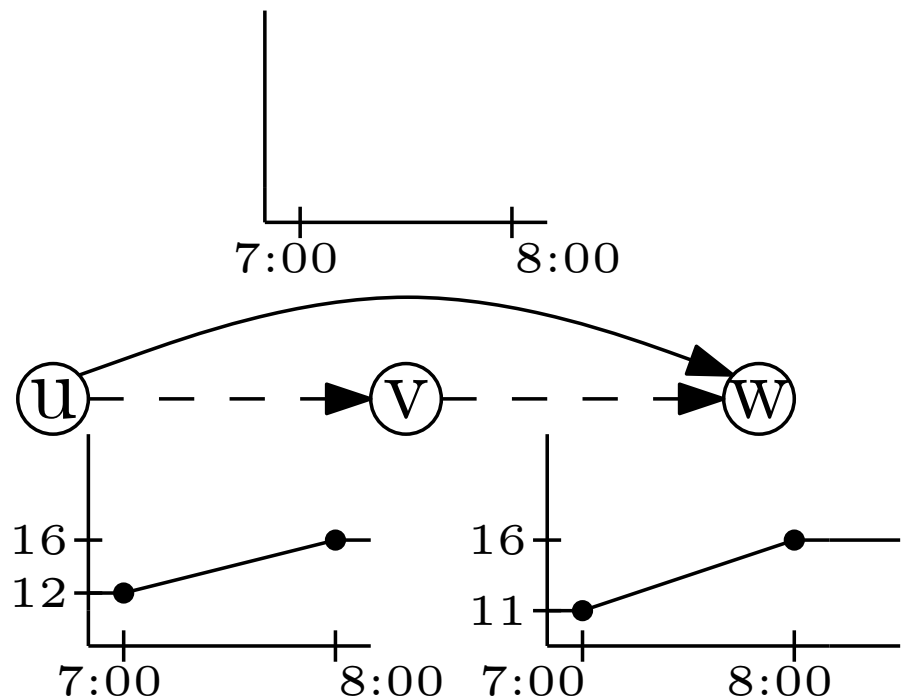
Linken

Linken zweier Funktionen f und g



Linken

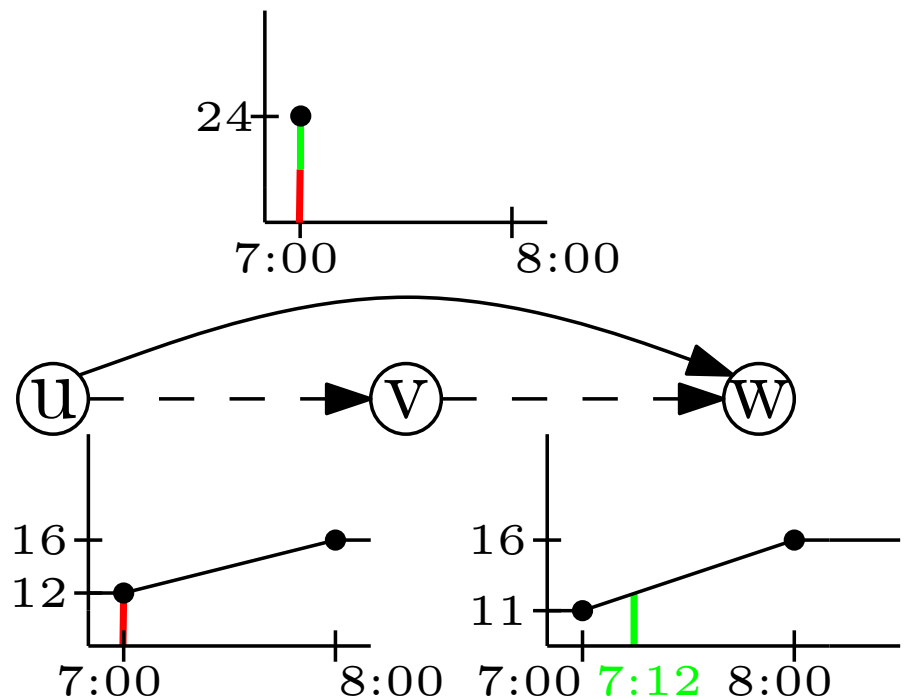
Linken zweier Funktionen f und g



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

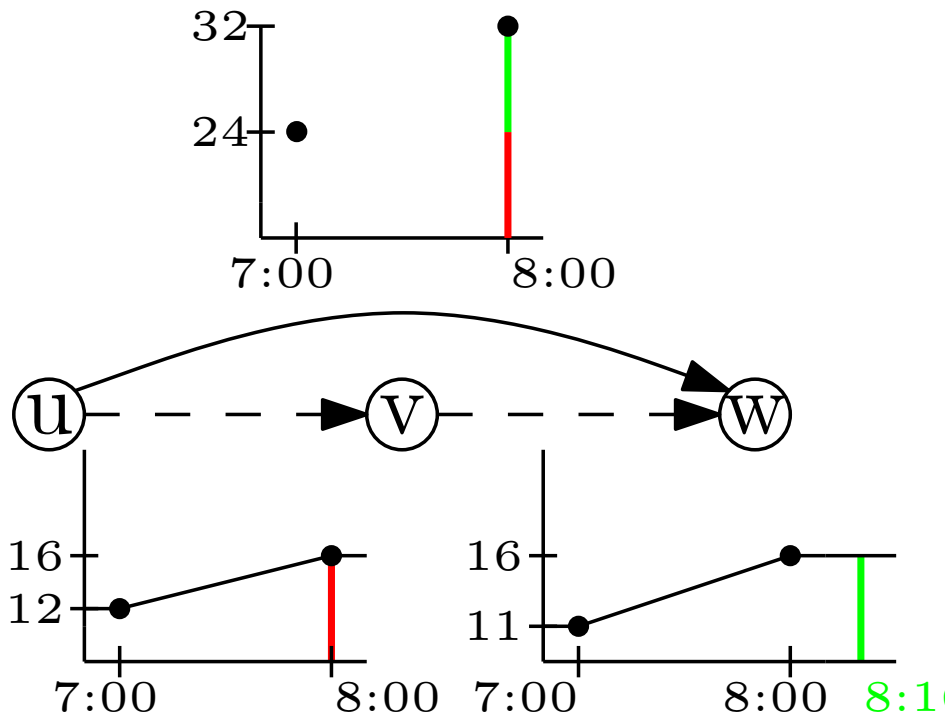
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

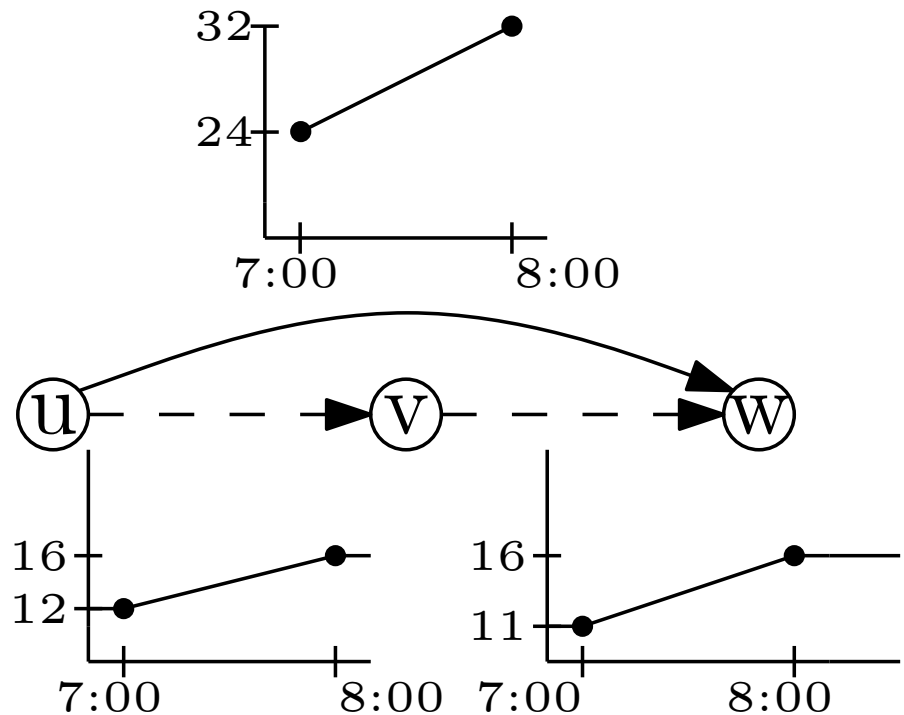
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

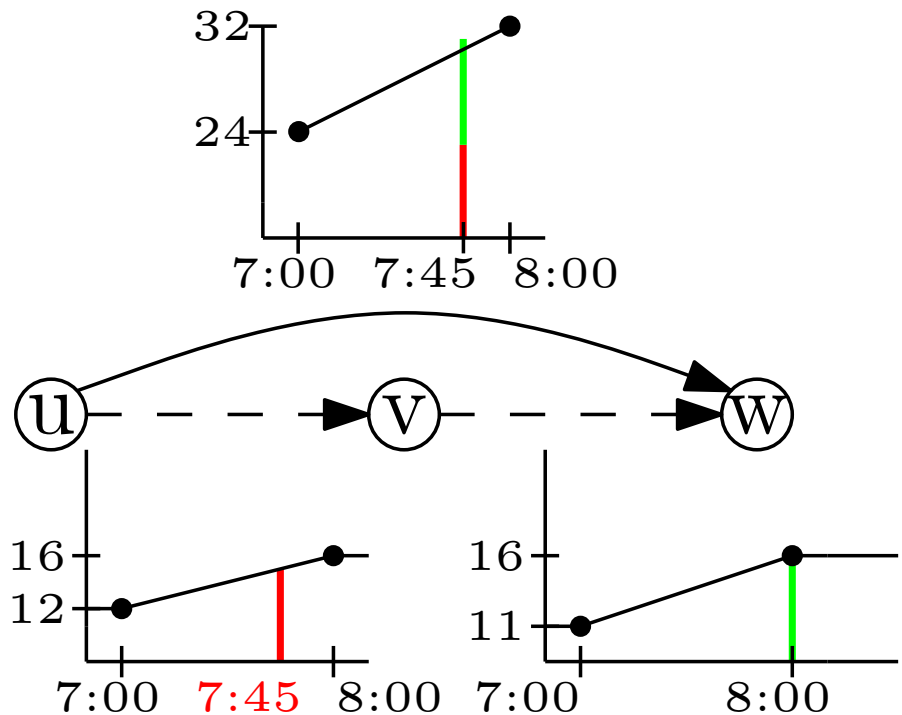
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall
  $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

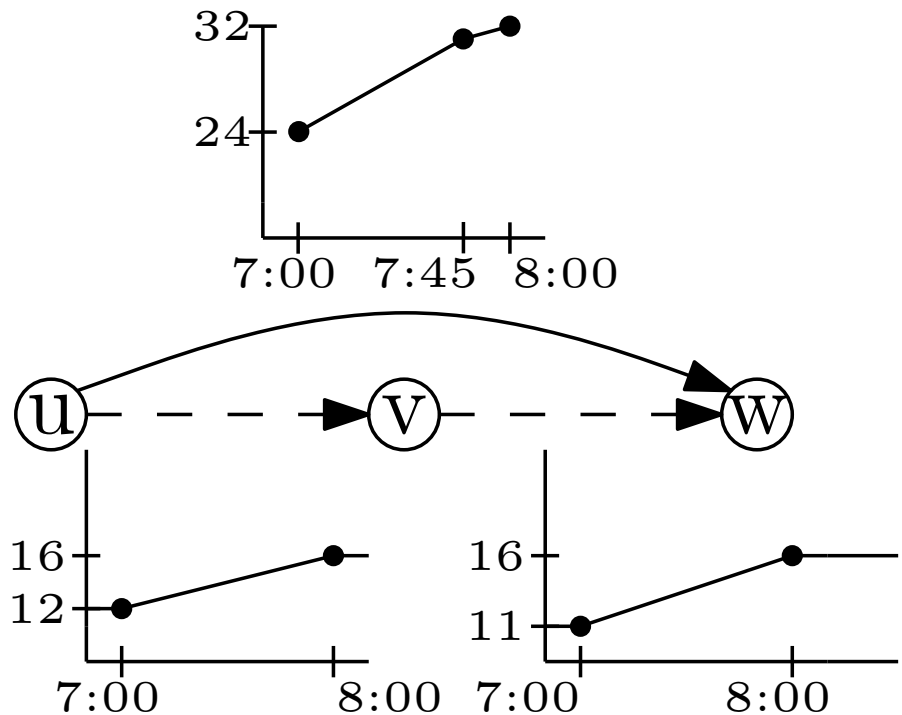
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

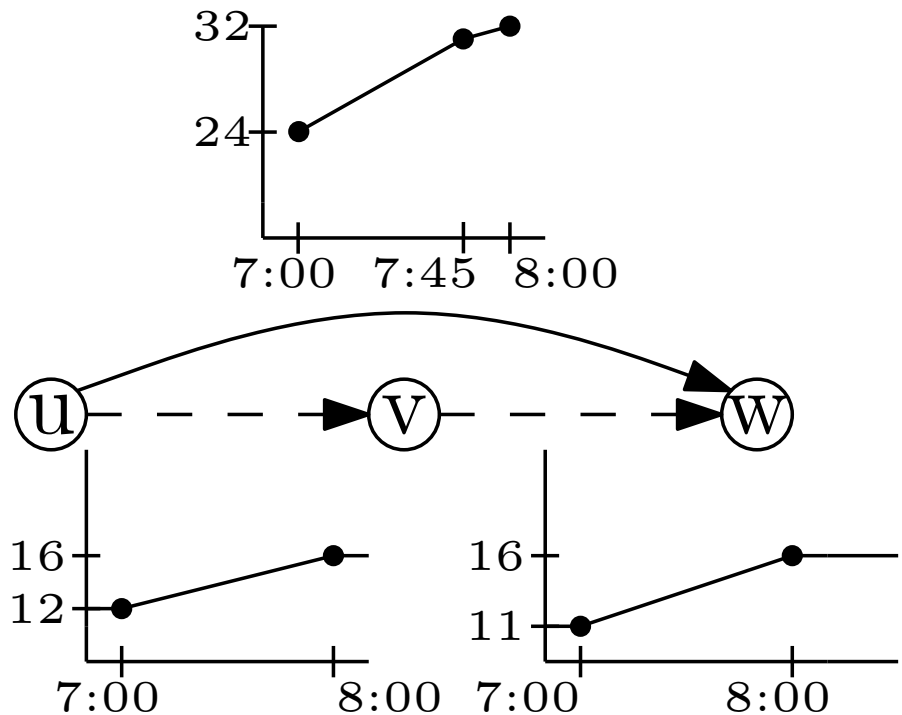
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$
- Zusätzliche Interpolationspunkte an t_j^{-1} mit $f(t_j^{-1}) + t_j^{-1} = t_j^g$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

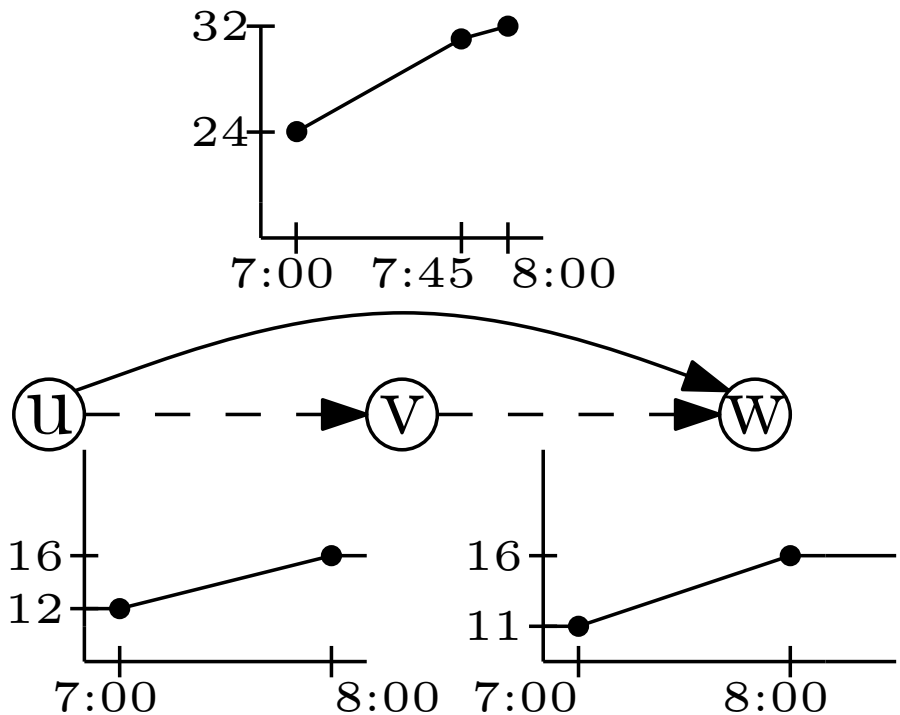
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$
- Zusätzliche Interpolationspunkte an t_j^{-1} mit $f(t_j^{-1}) + t_j^{-1} = t_j^g$
- Füge $(t_j^{-1}, f(t_j^{-1}) + w_j^g)$ für alle Punkte von g zu $f \oplus g$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$
- Zusätzliche Interpolationspunkte an t_j^{-1} mit $f(t_j^{-1}) + t_j^{-1} = t_j^g$
- Füge $(t_j^{-1}, f(t_j^{-1}) + w_j^g)$ für alle Punkte von g zu $f \oplus g$
- Durch linearen Sweeping-Algorithmus implementierbar



Funktionsinvertierung

Ankunftszeit-Funktion $f^{-}1$ an Stelle x auswerten:

- Seien (x_i, y_i) die Interpolationspunkte von f
- Die Interpolationspunkte von $f^{-}1$ sind (y_i, x_i)

Funktionsinvertierung

Ankunftszeit-Funktion $f^{-}1$ an Stelle x auswerten:

- Seien (x_i, y_i) die Interpolationspunkte von f
- Die Interpolationspunkte von $f^{-}1$ sind (y_i, x_i)
- Funktionsevaluation analog zu der von f
- Die Interpolationspunkte von f^{-1} müssen nicht explizit gespeichert werden

Diskussion Linken

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig $\mathcal{O}(1)$

Diskussion Linken

Karlsruher Institut für Technologie

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Gelinkte Funktion hat $\approx |I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte

Diskussion Linken

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Gelinkte Funktion hat $\approx |I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte

Problem:

- In Profilsuchen können Pfade aus tausenden Kanten bestehen

Diskussion Linken

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Gelinkte Funktion hat $\approx |I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte

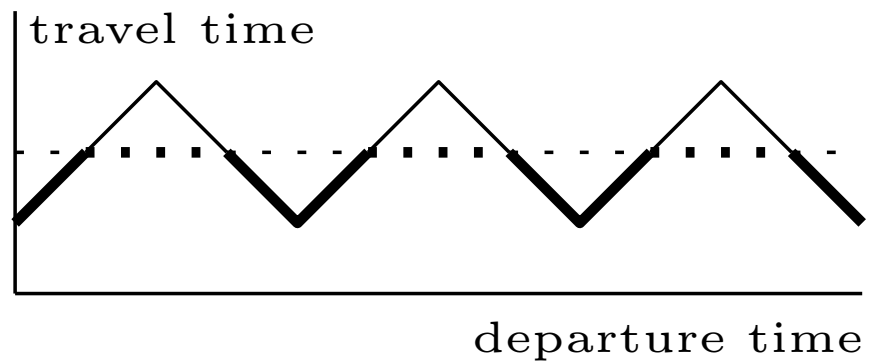
Problem:

- In Profilsuchen können Pfade aus tausenden Kanten bestehen
- Shortcuts...

Merge von Funktionen

Minimum zweier Funktionen f und g

- Für alle (t_i^f, w_i^f): behalte Punkt, wenn $w_i^f < g(t_i^f)$
- Für alle (t_j^g, w_j^g): behalte Punkt, wenn $w_j^g < f(t_j^g)$
- Schnittpunkte müssen ebenfalls eingefügt werden



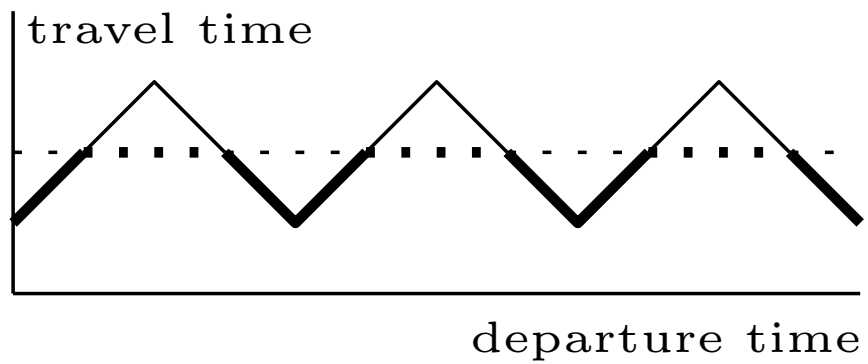
Merge von Funktionen

Minimum zweier Funktionen f und g

- Für alle (t_i^f, w_i^f): behalte Punkt, wenn $w_i^f < g(t_i^f)$
- Für alle (t_j^g, w_j^g): behalte Punkt, wenn $w_j^g < f(t_j^g)$
- Schnittpunkte müssen ebenfalls eingefügt werden

Vorgehen:

- Linearer sweep über die Stützstellen
- Evaluiere, welcher Abschnitt oben
- Checke ob Schnittpunkt existiert
- Vorsicht bei der Numerik



Diskussion Merge

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Diskussion Merge

Karlsruher Institut für Technologie

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Minimum-Funktion kann mehr als $|I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte enthalten

Diskussion Merge

Karlsruher Institut für Technologie

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Minimum-Funktion kann mehr als $|I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte enthalten

Problem:

- Während Profilsuche werden Funktionen gemergt
- Laufzeit der Profilsuchen wird durch diese Operationen (link + merge) dominiert

Linken & Mergen: Probleme

Problem 1: Anzahl Interpolationspunkte

- Je länger ein Shortcut desto mehr Interpolationspunkte
- Kleiner Suchraum bezüglich Anzahl Knoten und Kanten
- Aber trotzdem viele Interpolationspunkte
- Teure Vorberechnungen

Linken & Mergen: Probleme

Problem 2: Numerische Instabilität

- Linken und Mergen nicht genau falls mit Gleitkommazahlen implementiert
- Fehler akkumulieren sich falls man Linken und Mergen verkettet

Linken & Mergen: Probleme

Problem 2: Numerische Instabilität

- Linken und Mergen nicht genau falls mit Gleitkommazahlen implementiert
- Fehler akkumulieren sich falls man Linken und Mergen verkettet
- Aber: Alle Operation bleiben in den rationalen Zahlen.

Linken & Mergen: Probleme

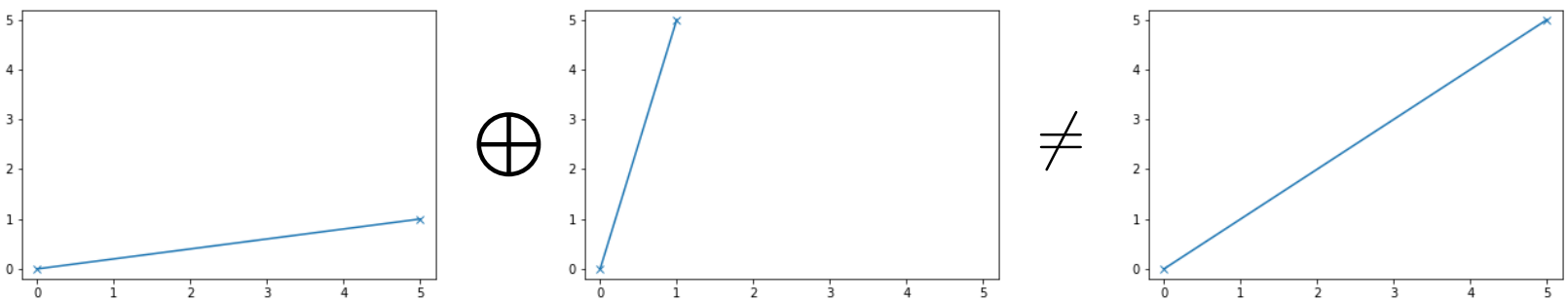
Problem 2: Numerische Instabilität

- Linken und Mergen nicht genau falls mit Gleitkommazahlen implementiert
- Fehler akkumulieren sich falls man Linken und Mergen verkettet
- Aber: Alle Operation bleiben in den rationalen Zahlen.
  - Mit Brüchen arbeiten?
  - Vorläufige Experimente zeigen, dass Teiler und Nenner unkontrolliert wachsen
  - Offene Frage: Kann man diese Divergenz zeigen?

Linken & Mergen: Probleme

Problem 2: Numerische Instabilität

- Linken und Mergen nicht genau falls mit Gleitkommazahlen implementiert
- Fehler akkumulieren sich falls man Linken und Mergen verkettet
- Aber: Alle Operation bleiben in den rationalen Zahlen.
  - Mit Brüchen arbeiten?
  - Vorläufige Experimente zeigen, dass Teiler und Nenner unkontrolliert wachsen
  - Offene Frage: Kann man diese Divergenz zeigen?
- Integer auch kaputt



Linken & Mergen: Probleme

Problem 3: Implementierung :'(

Eingabe

- Netzwerk Deutschland $|V| \approx 4.7$ Mio., $|E| \approx 10.8$ Mio. von 2006
- Standard-Instanz in der Forschung
- Basierend auf realen Verkehrsdaten
- 5 Verkehrszenarien:
  - Montag: $\approx 8\%$ Kanten zeitabhängig
  - Dienstag - Donnerstag: $\approx 8\%$
  - Freitag: $\approx 7\%$
  - Samstag: $\approx 5\%$
  - Sonntag: $\approx 3\%$

"Grad" der Zeitabhängigkeit

	#delete mins	slow-down	time [ms]	slow-down
kein	2,239,500	0.00%	1219.4	0.00%
Montag	2,377,830	6.18%	1553.5	27.40%
DiDo	2,305,440	2.94%	1502.9	23.25%
Freitag	2,340,360	4.50%	1517.2	24.42%
Samstag	2,329,250	4.01%	1470.4	20.59%
Sonntag	2,348,470	4.87%	1464.4	20.09%

Beobachtung:

- kaum Veränderung in Suchraum
- Anfragen etwas langsamer durch Auswertung

Mehr Instanzen

		Nodes [$\cdot 10^6$]	Arcs [$\cdot 10^6$] (TD [%])	Avg. $\lvert f \rvert$ TD arcs	Rel. Delay [%] All	Rel. Delay [%] TD	Size [GB]
Ber	Tuesday	0.4	1.0 (27.4)	75.0	3.1	17.6	0.2
	Saturday	0.4	1.0 (20.2)	69.1	2.1	14.8	0.1
Ger06	midweek	4.7	10.8 (7.2)	19.5	1.7	33.1	0.3
	Saturday	4.7	10.8 (3.9)	15.8	0.8	28.5	0.2
SynEur	Low	18.0	42.2 (0.1)	13.2	0.3	125.2	0.8
	Medium	18.0	42.2 (1.0)	13.2	0.8	124.9	0.8
	High	18.0	42.2 (6.2)	13.2	4.6	124.8	1.0
Ger17	Tuesday	7.2	15.8 (29.2)	31.6	3.5	20.8	1.3
Eur17	Tuesday	25.8	55.5 (27.2)	29.5	2.7	19.0	4.2
Eur20	Tuesday	28.5	60.9 (76.3)	22.5	21.0	34.9	8.7

Profilsuchen

Beobachtung:

- Nicht durchführbar auf Europa-Instanz durch zu großen Speicherbedarf ($> 32\,\text{GiB}$ RAM)
- Extrapoliert:
  - Suchraum steigt um ca. 10%
  - Suchzeiten um einen Faktor von bis zu 2 500 über Dijkstra

$\Rightarrow$ impraktikabel

Zusammenfassung

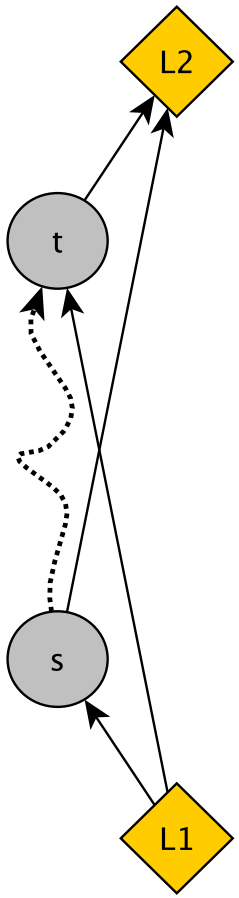
Zeitabhängige Netzwerke (Basics)

- Funktionen statt Konstanten an Kanten
- Operationen werden teurer
  - $\mathcal{O}(\log |I|)$ für Auswertung
  - $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$ für Linken und Minimum
  - Speicherverbrauch explodiert
- Zeitanfragen:
  - Normaler Dijkstra
  - Kaum langsamer (lediglich Auswertung)
- Profilanfragen
  - nicht zu handhaben

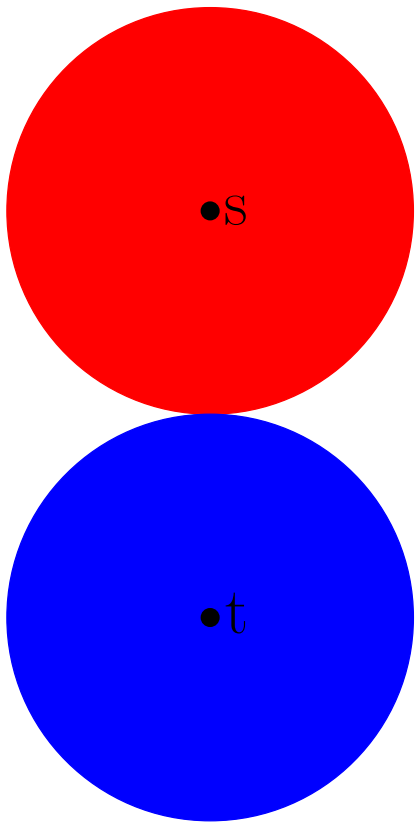
Bausteine

Beschleunigungstechniken

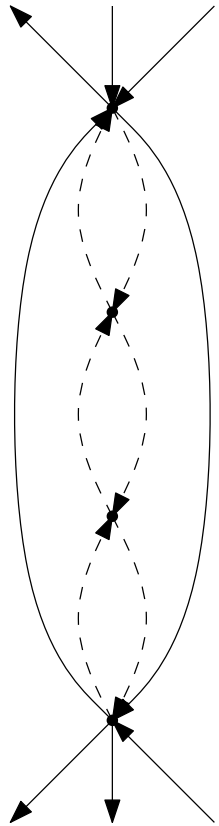
Landmarken



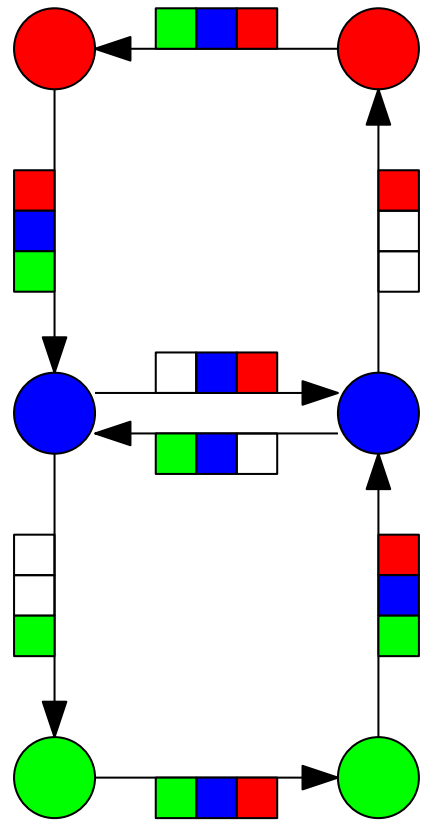
Bidirektionale Suche



Kontraktion



Arc-Flags



Landmarken

Vorberechnung:

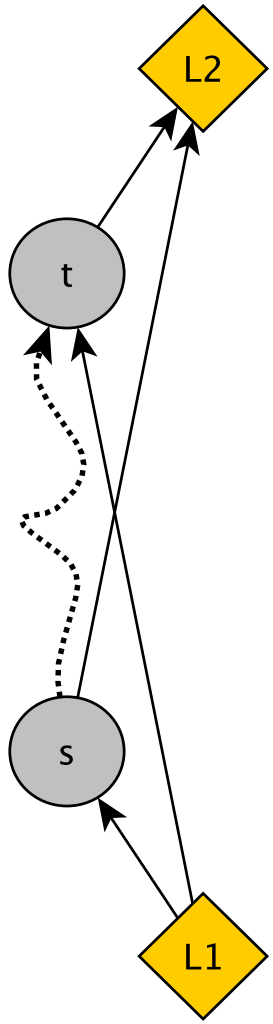
- wähle eine Hand voll (≈ 16) Knoten als Landmarken
- berechne Abstände von und zu allen Landmarken

Anfrage:

- benutze Landmarken und Dreiecksungleichung um eine untere Schranke für den Abstand zum Ziel zu bestimmen

$$\begin{aligned} d(s,t) &\geq d(L_1,t) - d(L_1,s) \\ d(s,t) &\geq d(s,L_2) - d(t,L_2) \end{aligned}$$

- verändert Reihenfolge der besuchten Knoten



Anpassung

Beobachtung:

- Korrektheit von ALT basiert darauf, dass reduzierte Kosten größer oder gleich 0 sind

$$\text{len}_\pi(u, v) = \text{len}(u, v) - \pi(u) + \pi(v) \overset{!}{\geq} 0$$

- durch Erhöhen der Kantengewichte wird dies nicht verletzt

Anpassung

Beobachtung:

- Korrektheit von ALT basiert darauf, dass reduzierte Kosten größer oder gleich 0 sind

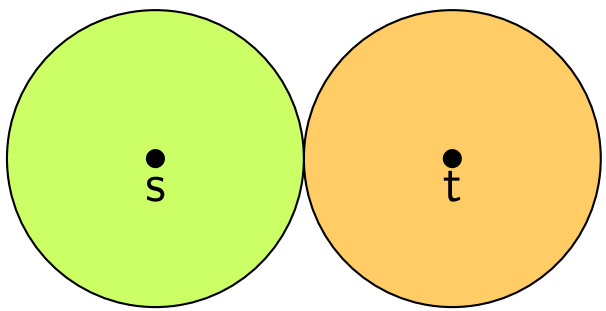
$$\text{len}_\pi(u, v) = \text{len}(u, v) - \pi(u) + \pi(v) \overset{!}{\geq} 0$$

- durch Erhöhen der Kantengewichte wird dies nicht verletzt

Somit:

- Definiere lowerbound-Graph $\underline{G} = (V, E, \underline{\text{len}})$ mit $\underline{\text{len}} := \min \text{len}$
- Vorberechnung auf lowerbound-Graph
- korrekt aber eventuell langsamere Anfragezeiten

Bidirektionale Suche



- starte zweite Suche von t
- relaxiere rückwärts nur eingehende Kanten
- stoppe die Suche, wenn beide Suchräume sich treffen

Anpassung

Zeitanfragen:

- Ankunft unbekannt $\Rightarrow$ Rückwärtsuche?

Anpassung

Zeitanfragen:

- Ankunft unbekannt $\Rightarrow$ Rückwärtsuche?
- Rückwärtssuche nur zur Einschränkung der Vorwärtssuche
- je nach Beschleunigungstechnik verschieden $\rightsquigarrow$ später

Anpassung

Zeitanfragen:

- Ankunft unbekannt $\Rightarrow$ Rückwärtsuche?
- Rückwärtssuche nur zur Einschränkung der Vorwärtssuche
- je nach Beschleunigungstechnik verschieden $\rightsquigarrow$ später

Profilanfragen:

- Anfrage zu allen Startzeitpunkten
- somit Rückwärtsuche kein Problem
- μ: tentative Abstandsfunktion
- breche ab, wenn $\text{minKey}(\overrightarrow{Q}) + \text{minKey}(\overleftarrow{Q}) \geq \overline{\mu}$
  Erinnere: key von v ist der lowerbound seiner Profilfunktion

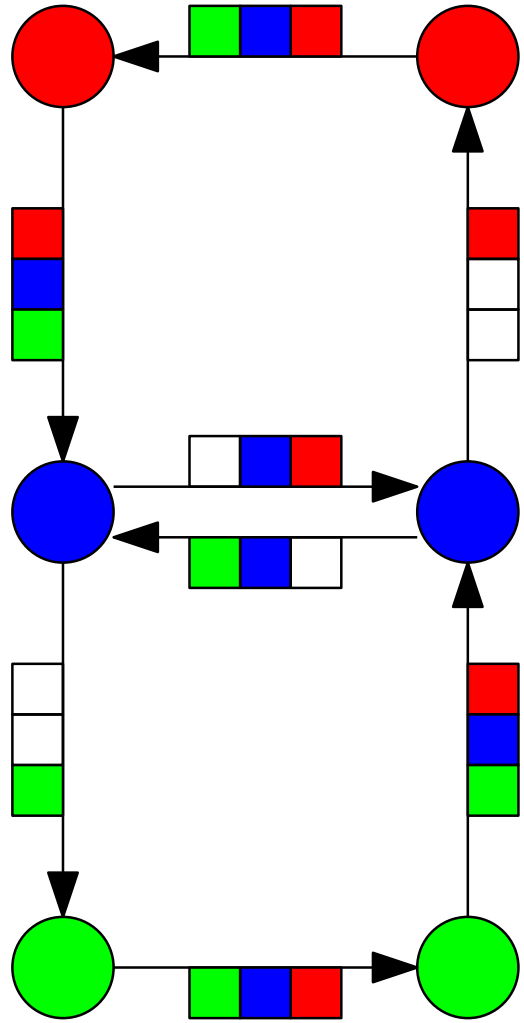
Arc-Flags

Idee:

- partitioniere den Graph in k Zellen
- hänge ein Label mit k Bits an jede Kante
- zeigt ob e wichtig für die Zielzelle ist
- modifizierter Dijkstra überspringt unwichtige Kanten

Beobachtung:

- Partition wird auf ungewichtetem Grahen durchgeführt
- Flaggen müssen allerdings angepasst werden



Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

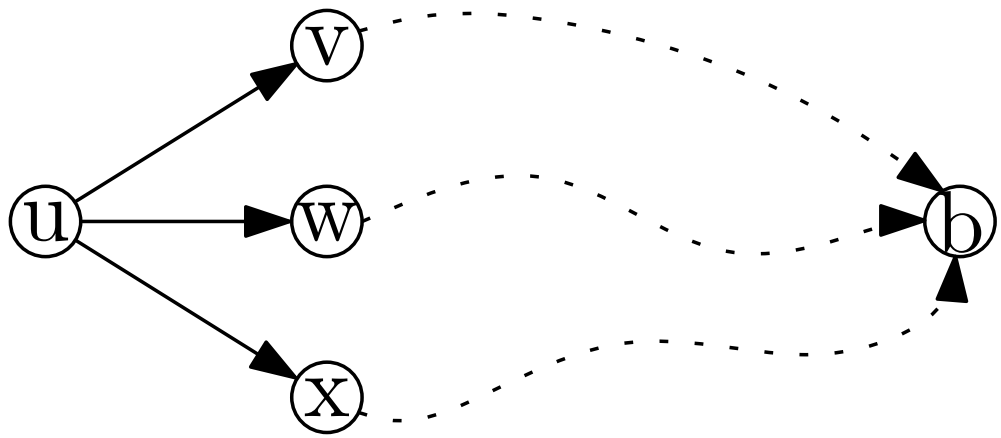
Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

Anpassung:

- für alle Randknoten b und alle Knoten u:
- Berechne Abstandsfunktion $d_*(u, b)$
- setze Flagge wenn gilt $\text{len}(u, v) \oplus d_*(v, b) \not> d_*(u, b)$



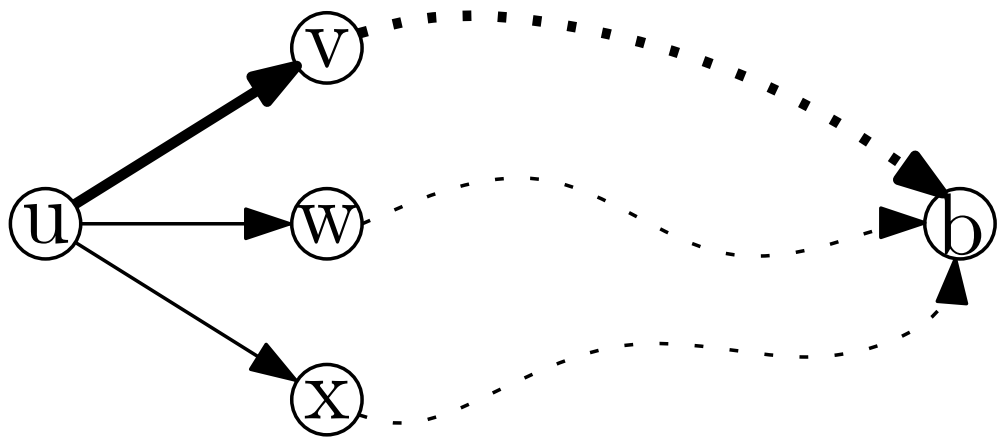
Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

Anpassung:

- für alle Randknoten b und alle Knoten u:
- Berechne Abstandsfunktion $d_*(u, b)$
- setze Flagge wenn gilt $\text{len}(u, v) \oplus d_*(v, b) \not> d_*(u, b)$



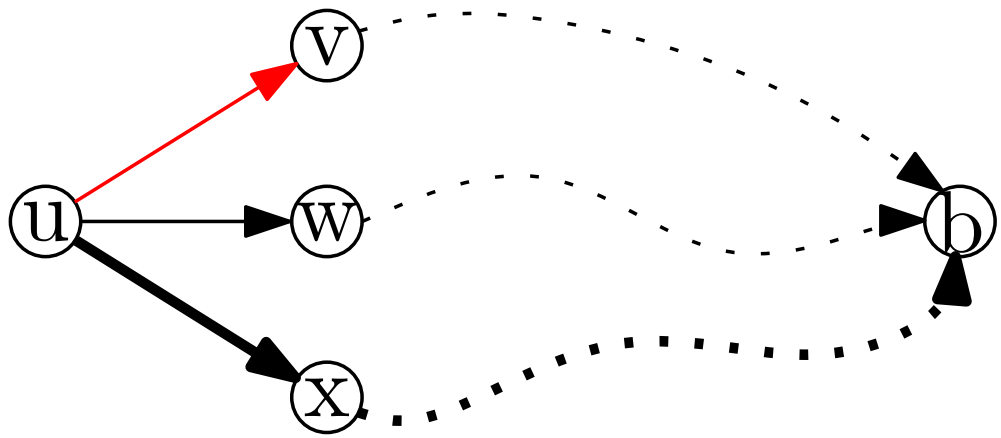
Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

Anpassung:

- für alle Randknoten b und alle Knoten u:
- Berechne Abstandsfunktion $d_*(u, b)$
- setze Flagge wenn gilt $\text{len}(u, v) \oplus d_*(v, b) \not> d_*(u, b)$



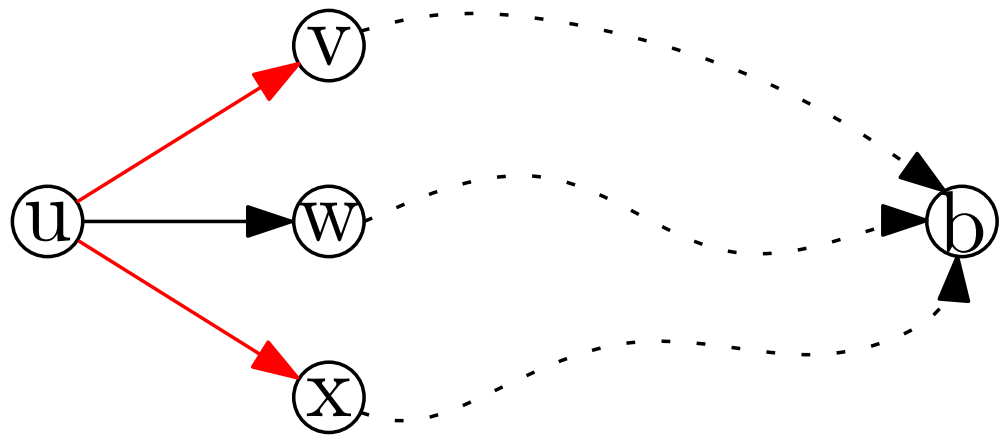
Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

Anpassung:

- für alle Randknoten b und alle Knoten u:
- Berechne Abstandsfunktion $d_*(u, b)$
- setze Flagge wenn gilt $\text{len}(u, v) \oplus d_*(v, b) \not> d_*(u, b)$

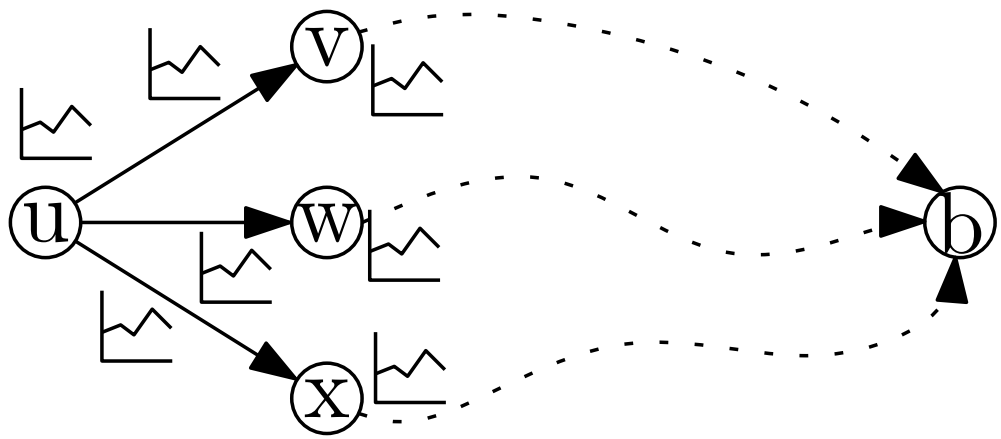


Approximation Arc-Flags

Beobachtung:

- viele Interpolationspunkte
- Berechnung der Abstandsfunktionen ist sehr zeitintensiv
- Laufzeit stark abhängig von der Komplexität der Funktionen

Idee:



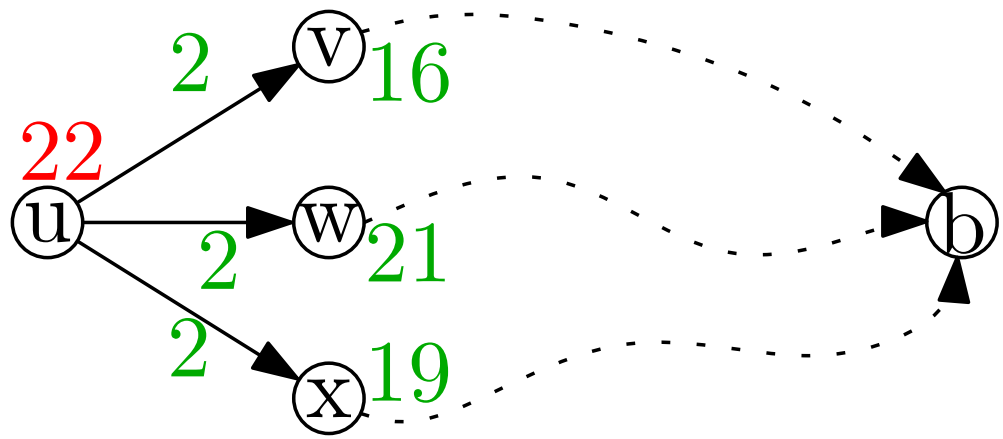
Approximation Arc-Flags

Beobachtung:

- viele Interpolationspunkte
- Berechnung der Abstandsfunktionen ist sehr zeitintensiv
- Laufzeit stark abhängig von der Komplexität der Funktionen

Idee:

- benutze über- and Unterapproximation



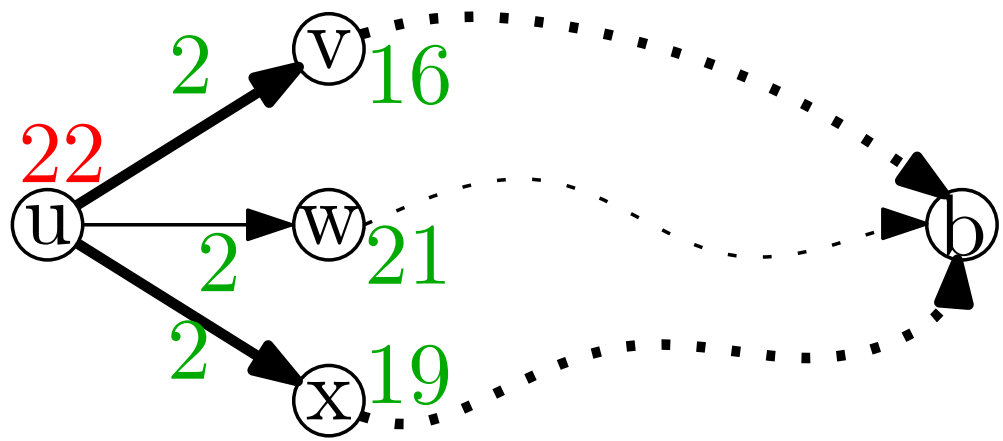
Approximation Arc-Flags

Beobachtung:

- viele Interpolationspunkte
- Berechnung der Abstandsfunktionen ist sehr zeitintensiv
- Laufzeit stark abhängig von der Komplexität der Funktionen

Idee:

- benutze über- and Unterapproximation



Approximation Arc-Flags

Beobachtung:

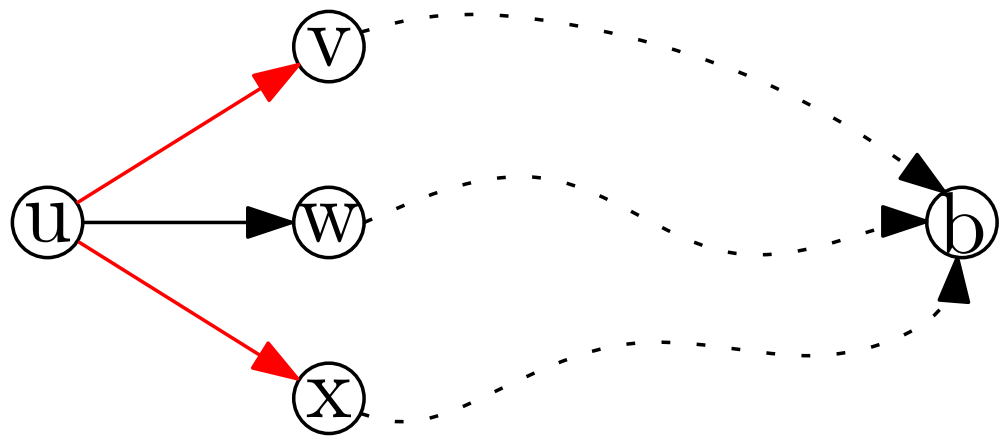
- viele Interpolationspunkte
- Berechnung der Abstandsfunktionen ist sehr zeitintensiv
- Laufzeit stark abhängig von der Komplexität der Funktionen

Idee:

- benutze über- and Unterapproximation

$\Rightarrow$ schnellere Vorberechnung, langsamere Anfragen

$\Rightarrow$ aber immer noch korrekt



Heuristische Flaggen

Idee:

- führe von jedem Randknoten K Zeitanfragen aus
- mit fester Ankunftszeit
- setze Flagge, wenn Kante auf einem dem Bäume eine Baumkante ist

Heuristische Flaggen

Idee:

- führe von jedem Randknoten K Zeitanfragen aus
- mit fester Ankunftszeit
- setze Flagge, wenn Kante auf einem dem Bäume eine Baumkante ist

Beobachtungen:

- Flaggen eventuell nicht korrekt
- ein Pfad wird aber immer gefunden
- Fehlerrate?

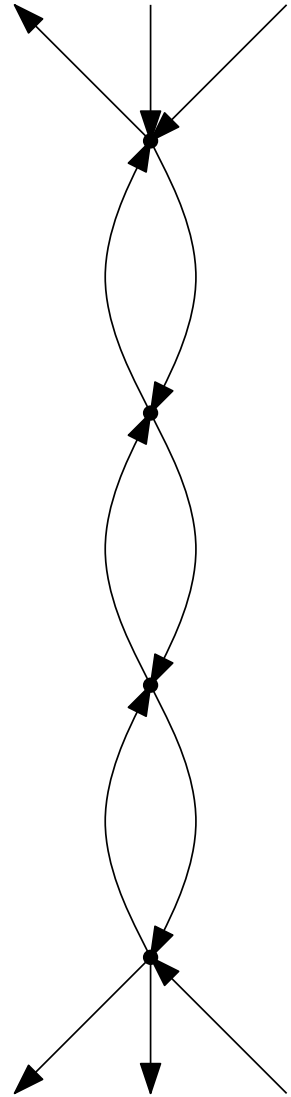
Kontraktion

Knoten-Reduktion:

- entferne Knoten
- füge neue Kanten (Shortcuts) hinzu, um die Abstände zwischen verbleibenden Knoten zu erhalten

Zeugensuche:

- behalte nur relevante Shortcuts
- lokale Suche während oder nach Knoten-Reduktion



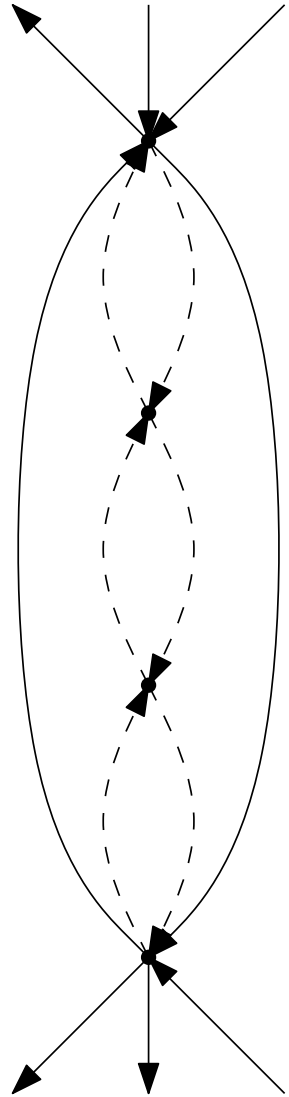
Kontraktion

Knoten-Reduktion:

- entferne Knoten
- füge neue Kanten (Shortcuts) hinzu, um die Abstände zwischen verbleibenden Knoten zu erhalten

Zeugensuche:

- behalte nur relevante Shortcuts
- lokale Suche während oder nach Knoten-Reduktion



Anpassung Zeugensuche

Zeitunabhängig:

- Kante (u, v) nicht nötig, wenn (u, v) nicht Teil des kürzesten Weges von u nach v ist, also $\text{len}(u, v) > d(u, v)$
- lokale Dijkstra-Suche von u

Zeitabhängig:

Anpassung Zeugensuche

Zeitunabhängig:

- Kante (u, v) nicht nötig, wenn (u, v) nicht Teil des kürzesten Weges von u nach v ist, also $\text{len}(u, v) > d(u, v)$
- lokale Dijkstra-Suche von u

Zeitabhängig:

- Kante (u, v) nicht nötig, wenn (u, v) nicht Teil eines kürzesten Wege von u nach v ist, also $\text{len}(u, v) > d_*(u, v)$
- lokale Profilsuche
- Problem: deutlich langsamer

Korridorsuche

Idee:

- führe zunächst zwei Dijkstra-Suchen mit $\underline{\text{len}}$ und $\overline{\text{len}}$ durch
- relaxiere dann nur solche Kanten (u, v), für die $\underline{d(s, u)} + \underline{\text{len}(u, v)} \leq \overline{d(s, v)}$ gilt
- lokale Profilsuche in diesem Korridor

Anmerkung:

- auch zur Beschleunigung von s-t Profil-Suchen

Approximation der Shortcuts

Problem:

- hoher Speicherbedarf der Shortcuts

Ideen:

- Shortcuts nur approximieren, inexakte Anfragen
- Keine Gewichte am Shortcut speichern, stattdessen on-the-fly entpacken und Pfad linken spart Speicher, kostet Laufzeit
- speichere auf Shortcuts Über- und Unterapproximation der Funktionen
  - induzieren wieder Korridor (aber genaueren als nur Min/Max!)
  - entpacke Shortcuts im Korridor, dies gibt einen Teil des Originalgraphen
  - benutze nun die nicht-approximierten Originalkanten für eine exakte Suche

Anpassung der Basismodule

Basismodule:

0 Bidirektionale Suche

\+ Landmarken

\+ Kontraktion

\+ Arc-Flags

Somit sind folgende Algorithmen gute Kandidaten

- ALT
- Core-ALT
- SHARC
- Contraction Hierarchies
- MLD (CRP)

Nächster Termin

Karlsruher Institut für Technologie

Mittwoch, 16. Juni 2021

Literatur I

- Daniel Delling:
  Enginering and Augmenting Route Planning Algorithms
  Ph.D. Thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- Gernot Veit Batz, Robert Geisberger, Peter Sanders, Christian Vetter:
  Minimum Time-Dependent Travel Times with Contraction Hierarchies
  In: *Journal of Experimental Algorithmics*, 2013.
- Moritz Baum, Julian Dibbelt, Thomas Pajor, Dorothea Wagner:
  Dynamic Time-Dependent Route Planning in Road Networks with User Preferences
  In: *Proceedings of the 9th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA'16)*, 2016.

Literatur II

- Ben Strasser: **Dynamic Time-Dependent Routing in Road Networks Through Sampling**
  In: *17th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems (ATMOS'17)*, 2017.
- Ben Strasser, Dorothea Wagner, Tim Zeitz: **Space-efficient, Fast and Exact Routing in Time-dependent Road Networks**
  In: *Proceedings of the 28th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'20)*