Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmen für Routenplanung

15. Vorlesung, Sommersemester 2021

Jonas Sauer | 9. Juni 2021

Elektromobilität

Elektrofahrzeuge (EVs):

- Transportmittel der Zukunft
- Emissionsfreie Mobilität

Aber:

- Akkukapazität eingeschränkt (und damit Reichweite)
- Lange Ladezeiten, wenig öffentliche Ladestationen
- „Reichweitenangst"

$\Rightarrow$ Berücksichtigung von Energieverbrauch bei der Routenplanung

Ladefunktionen

Formal:

- Eine Funktion $\text{cf}\colon [0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow [0, M]$, bildet
  - initialen SoC b_s und
  - gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - durch Laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden ⇒ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller ⇒ langsameres Laden)

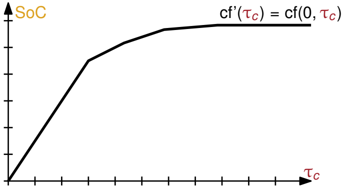
Ladefunktionen

Formal:

- Eine Funktion $\mathrm{cf}\colon [0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - initialen SoC b_s und
  - gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - durch Laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden $\Rightarrow$ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller $\Rightarrow$ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion $\mathrm{cf}'\colon \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$
  $\mathrm{cf}(b, \tau_c) := \mathrm{cf}'(\tau_c + \mathrm{cf}'^{-1}(b))$



Ladefunktionen

Formal:

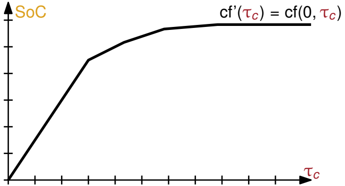
- Eine Funktion $\mathrm{cf}\colon [0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - initialen SoC b_s und
  - gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - durch Laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden $\Rightarrow$ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller $\Rightarrow$ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion $\mathrm{cf}'\colon \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$

$\mathrm{cf}(b, \tau_c) := \mathrm{cf}'(\tau_c + \mathrm{cf}'^{-1}(b))$

$\mathrm{cf}(3, 2)$



Ladefunktionen

Formal:

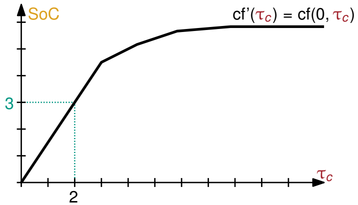
- Eine Funktion $\mathrm{cf}\colon [0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - initialen SoC b_s und
  - gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - durch Laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden $\Rightarrow$ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller $\Rightarrow$ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion $\mathrm{cf}'\colon \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$

$$\mathrm{cf}(b, \tau_c) := \mathrm{cf}'(\tau_c + \mathrm{cf}'^{-1}(b))$$

$$\mathrm{cf}(3, 2) = \mathrm{cf}'(2 + \mathrm{cf}'^{-1}(3))$$



Ladefunktionen

Formal:

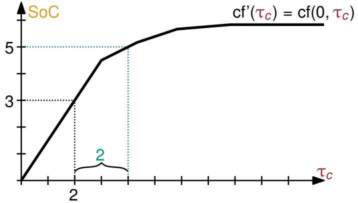
- Eine Funktion $\mathrm{cf}\colon [0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - initialen SoC b_s und
  - gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - durch Laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden ⇒ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller ⇒ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion $\mathrm{cf}'\colon \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$

$$\mathrm{cf}(b, \tau_c) := \mathrm{cf}'(\tau_c + \mathrm{cf}'^{-1}(b))$$

$$\mathrm{cf}(3, 2) = \mathrm{cf}'(2 + \mathrm{cf}'^{-1}(3)) = \mathrm{cf}'(2 + 2)$$



Ladefunktionen

Formal:

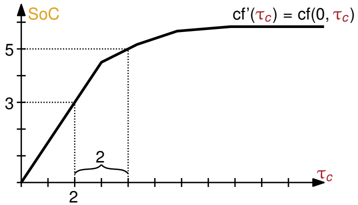
- Eine Funktion $\mathrm{cf} : [0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - initialen SoC b_s und
  - gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - durch Laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden ⇒ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller ⇒ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion $\mathrm{cf}' : \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$

$$\mathrm{cf}(b, \tau_c) := \mathrm{cf}'(\tau_c + \mathrm{cf}'^{-1}(b))$$

$$\begin{aligned}\mathrm{cf}(3, 2) &= \mathrm{cf}'(2 + \mathrm{cf}'^{-1}(3)) \\ &= \mathrm{cf}'(2 + 2) \\ &= 5\end{aligned}$$



Charging Function Propagation (CFP)

Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmus:

- Basiert auf Dijkstras Algorithmus bzw. MCD
- Solange keine Ladestation besucht: Label = Tupel (Reisezeit, SoC)
- Battery Constraints, Pareto-Optimierung wie bisher

Charging Function Propagation (CFP)

Algorithmus:

- Basiert auf Dijkstras Algorithmus bzw. MCD
- Solange keine Ladestation besucht: Label = Tupel (Reisezeit, SoC)
- Battery Constraints, Pareto-Optimierung wie bisher

Problem: Wenn Ladestation erreicht: Wie lange laden?

- Hängt vom gewähltem Pfad zu t ab
- Optimaler SoC zum Weiterfahren unbekannt

Charging Function Propagation (CFP)

Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmus:

- Basiert auf Dijkstras Algorithmus bzw. MCD
- Solange keine Ladestation besucht: Label = Tupel (Reisezeit, SoC)
- Battery Constraints, Pareto-Optimierung wie bisher

Problem: Wenn Ladestation erreicht: Wie lange laden?

- Hängt vom gewähltem Pfad zu t ab
- Optimaler SoC zum Weiterfahren unbekannt

Lösung:

- Verschiebe die Entscheidung auf später!
- Merke zuletzt gesehene Ladestation

Charging Function Propagation (CFP)

Label: Ein Label ℓ am Knoten v ist ein Tupel $(\tau_t, b_u, u, c_{(u,\dots,v)})$ mit:

- Reisezeit τ_t von s nach v (Inklusive Ladezeiten außer an u)
- SoC b_u, mit dem die letzte Ladestation (u) erreicht wurde
- Zuletzt passierte Ladestation u (Initial $\perp$)
- Verbrauchsfunktion $c_{(u,\dots,v)}$ für den Pfad von u nach v (Initial $\perp$)

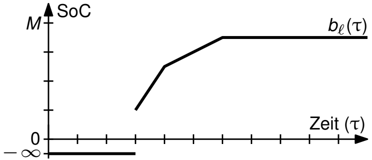
Charging Function Propagation (CFP)

Label: Ein Label ℓ am Knoten v ist ein Tupel $(\tau_t, b_u, u, c_{(u,\dots,v)})$ mit:

- Reisezeit τ_t von s nach v (Inklusive Ladezeiten außer an u)
- SoC b_u, mit dem die letzte Ladestation (u) erreicht wurde
- Zuletzt passierte Ladestation u (Initial $\perp$)
- Verbrauchsfunktion $c_{(u,\dots,v)}$ für den Pfad von u nach v (Initial $\perp$)

Interpretation:

- Label beschreibt eine *verschobene* Ladefunktion
- Bildet Reisezeit auf SoC ab (daher auch SoC-Funktion genannt)
- Funktion repräsentiert Menge von Pareto-optimalen Punkten
- Definition der SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$:
  $b_\ell(\tau) := b' - c_{(u,\dots,v)}(b')$ mit
  $b' := \mathrm{cf}_u(b_u, \tau - \tau_t)$



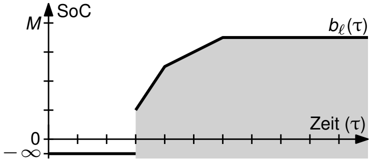
Charging Function Propagation (CFP)

Label: Ein Label ℓ am Knoten v ist ein Tupel $(\tau_t, b_u, u, c_{(u,\dots,v)})$ mit:

- Reisezeit τ_t von s nach v (Inklusive Ladezeiten außer an u)
- SoC b_u, mit dem die letzte Ladestation (u) erreicht wurde
- Zuletzt passierte Ladestation u (Initial $\perp$)
- Verbrauchsfunktion $c_{(u,\dots,v)}$ für den Pfad von u nach v (Initial $\perp$)

Interpretation:

- Label beschreibt eine *verschobene* Ladefunktion
- Bildet Reisezeit auf SoC ab (daher auch SoC-Funktion genannt)
- Funktion repräsentiert Menge von Pareto-optimalen Punkten
- Definition der SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$:
  $b_\ell(\tau) := b' - c_{(u,\dots,v)}(b')$ mit
  $b' := \mathrm{cf}_u(b_u, \tau - \tau_t)$



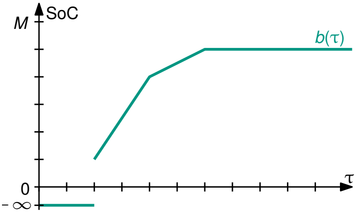
Charging Function Propagation (CFP)

Kantenrelaxierung: (Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\dots,v)})$)

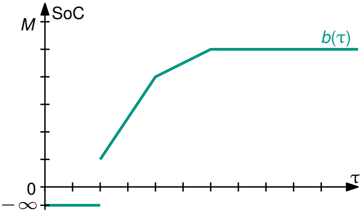
- Relaxieren der Kante $e = (v, w)$ verschiebt die SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Fahrzeit $\tau_d(e)$ nach rechts verschoben
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Verbrauch $\gamma(e)$ nach unten verschoben
- Anschließend werden Battery Constraints überprüft

Formal: $\tau_t \leftarrow \tau_t + \tau_d(e)$ und $c_{(u,\dots,w)} \leftarrow c_{(u,\dots,v)} \circ c_e$

$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = 2$



$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = -2$



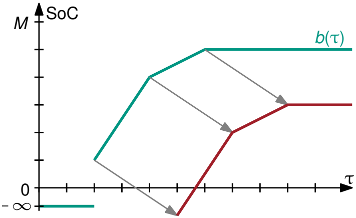
Charging Function Propagation (CFP)

Kantenrelaxierung: (Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\dots,v)})$)

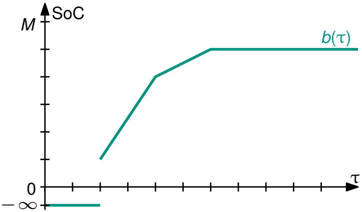
- Relaxieren der Kante $e = (v, w)$ verschiebt die SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Fahrzeit $\tau_d(e)$ nach rechts verschoben
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Verbrauch $\gamma(e)$ nach unten verschoben
- Anschließend werden Battery Constraints überprüft

Formal: $\tau_t \leftarrow \tau_t + \tau_d(e)$ und $c_{(u,\dots,w)} \leftarrow c_{(u,\dots,v)} \circ c_e$

$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = 2$



$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = -2$



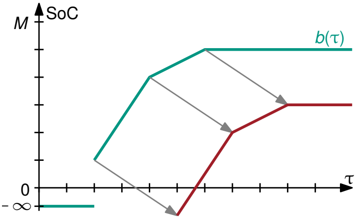
Charging Function Propagation (CFP)

Kantenrelaxierung: (Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\ldots,v)})$)

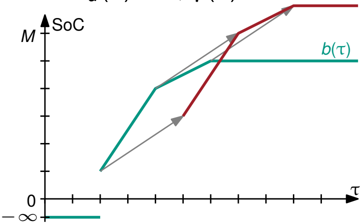
- Relaxieren der Kante $e = (v, w)$ verschiebt die SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Fahrzeit $\tau_d(e)$ nach rechts verschoben
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Verbrauch $\gamma(e)$ nach unten verschoben
- Anschließend werden Battery Constraints überprüft

Formal: $\tau_t \leftarrow \tau_t + \tau_d(e)$ und $c_{(u,\ldots,w)} \leftarrow c_{(u,\ldots,v)} \circ c_e$

$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = 2$



$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = -2$



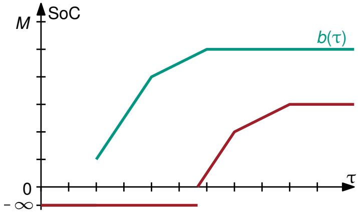
Charging Function Propagation (CFP)

Kantenrelaxierung: (Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\dots,v)})$)

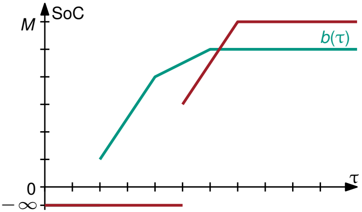
- Relaxieren der Kante $e = (v, w)$ verschiebt die SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Fahrzeit $\tau_d(e)$ nach rechts verschoben
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Verbrauch $\gamma(e)$ nach unten verschoben
- Anschließend werden Battery Constraints überprüft

Formal: $\tau_t \leftarrow \tau_t + \tau_d(e)$ und $c_{(u,\dots,w)} \leftarrow c_{(u,\dots,v)} \circ c_e$

$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = 2$



$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = -2$



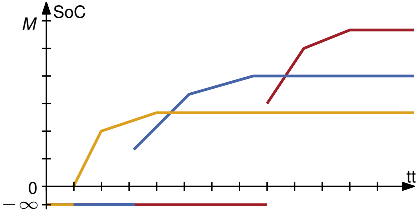
Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_{\ell'}(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_{\ell'}(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0\colon b_\ell(\tau) \geq b_{\ell'}(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Kantenrelaxierung erzeugt neues Label
  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (nur paarweise)
  Lösche dominierte Label



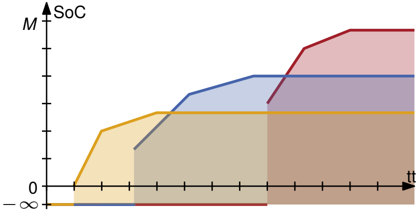
Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_{\ell'}(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_{\ell'}(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0\colon b_\ell(\tau) \geq b_{\ell'}(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Kantenrelaxierung erzeugt neues Label
  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (nur paarweise)
  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

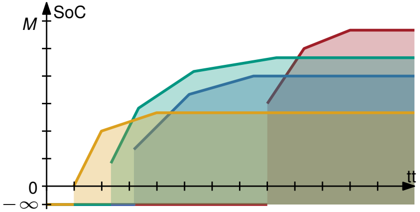
- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_{\ell'}(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_{\ell'}(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0\colon b_\ell(\tau) \geq b_{\ell'}(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Kantenrelaxierung erzeugt neues Label

  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (nur paarweise)

  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

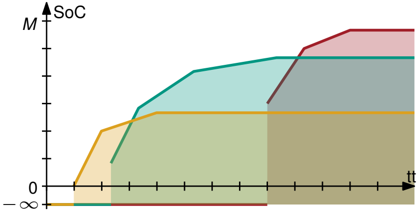
- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_{\ell'}(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_{\ell'}(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0\colon b_\ell(\tau) \geq b_{\ell'}(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Kantenrelaxierung erzeugt neues Label

  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (nur paarweise)

  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

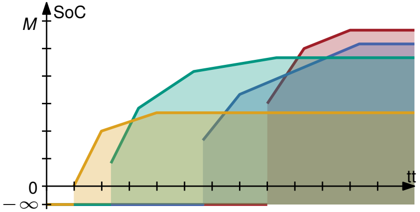
- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_{\ell'}(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_{\ell'}(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0\colon b_\ell(\tau) \geq b_{\ell'}(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Kantenrelaxierung erzeugt neues Label

  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (nur paarweise)

  Lösche dominierte Label



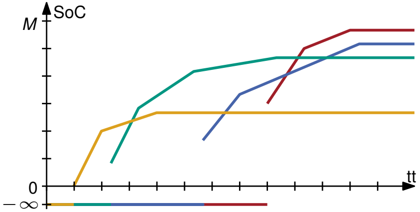
Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_{\ell'}(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_{\ell'}(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0\colon b_\ell(\tau) \geq b_{\ell'}(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Kantenrelaxierung erzeugt neues Label
  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (nur paarweise)
  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Settling von Ladestationen:

- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Charging Function Propagation (CFP)

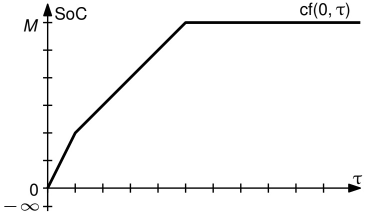
Settling von Ladestationen:

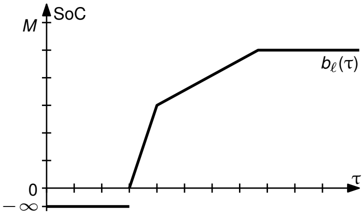
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

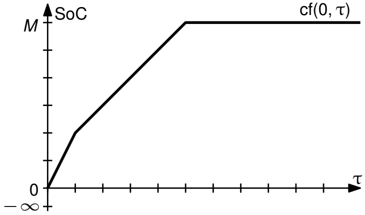
Settling von Ladestationen:

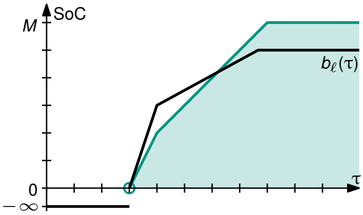
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

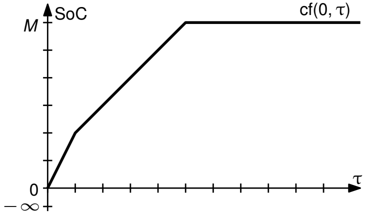
Settling von Ladestationen:

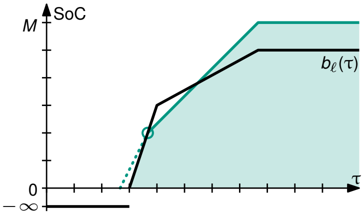
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

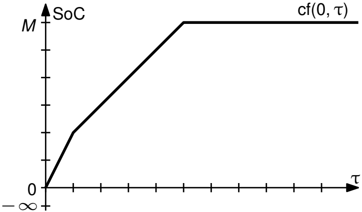
Settling von Ladestationen:

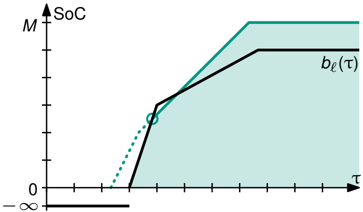
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

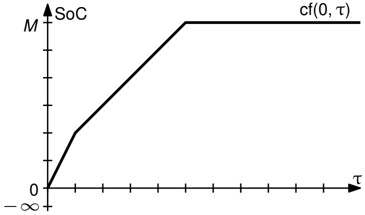
Settling von Ladestationen:

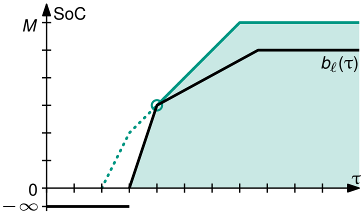
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

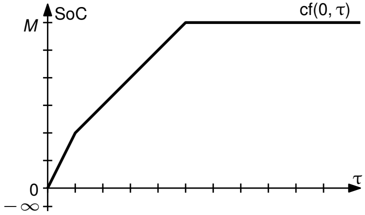
Settling von Ladestationen:

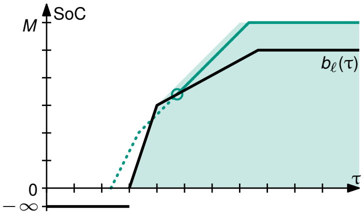
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

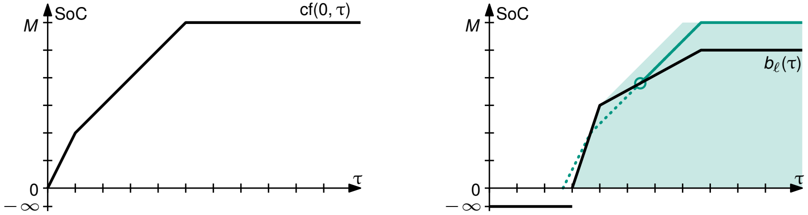
Settling von Ladestationen:

- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser



Charging Function Propagation (CFP)

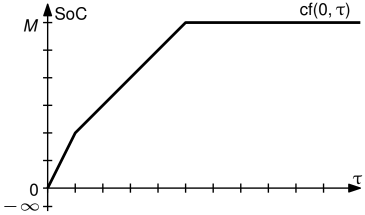
Settling von Ladestationen:

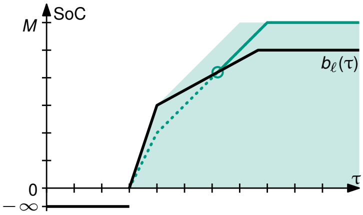
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

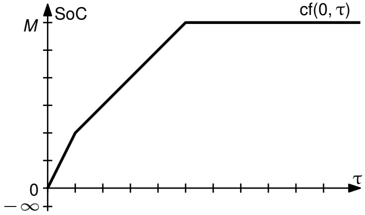
Settling von Ladestationen:

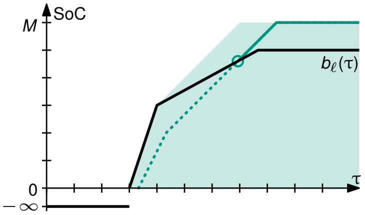
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

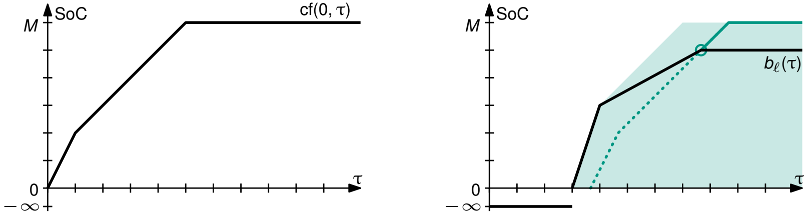
Settling von Ladestationen:

- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser



Charging Function Propagation (CFP)

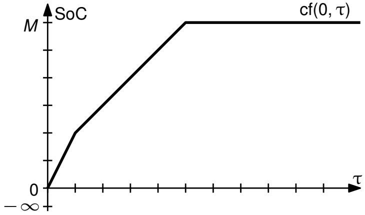
Settling von Ladestationen:

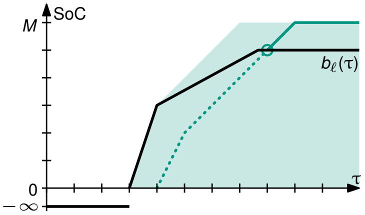
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

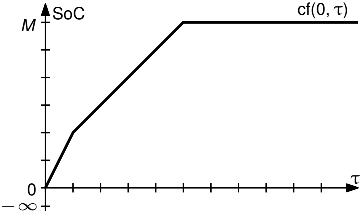
Settling von Ladestationen:

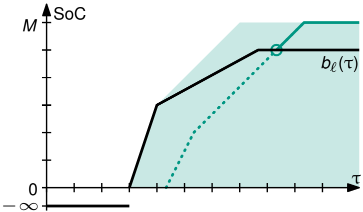
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

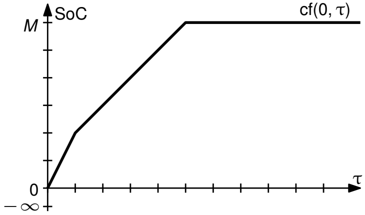
Settling von Ladestationen:

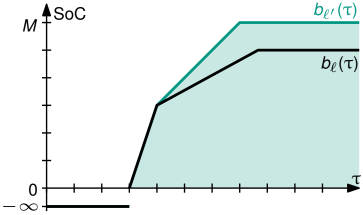
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

Settling von Ladestationen:

- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

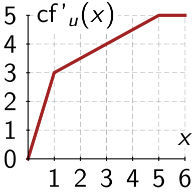
Wechsel der Ladestation lohnt sich nur an Stützpunkten von $b_\ell(\tau)$

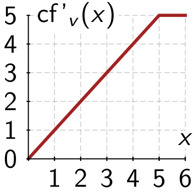
Gegeben:

- Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\dots,v)})$ an Knoten v
- v ist Ladestation
- τ ist Stützstelle von b_ℓ

$\Rightarrow$ Erzeuge neues Label $\ell' = (\tau, b_\ell(\tau), v, 0)$

Beispiel

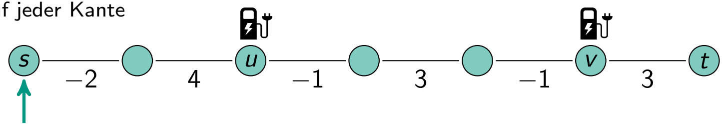


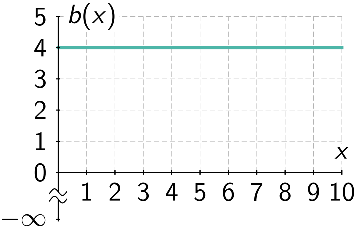


Annahme:

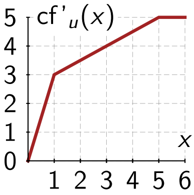
Fahrzeit 1

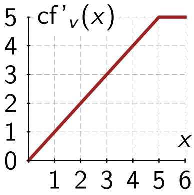
auf jeder Kante



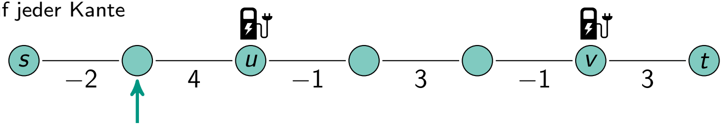


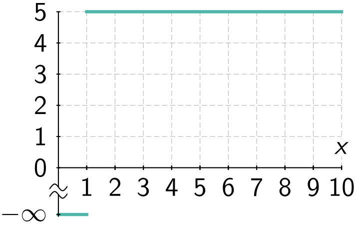
Beispiel



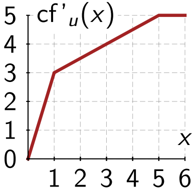


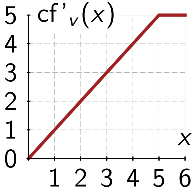
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



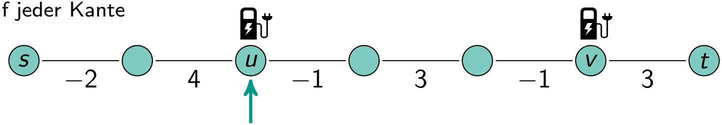


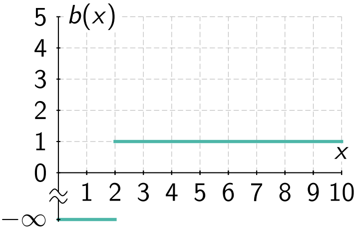
Beispiel





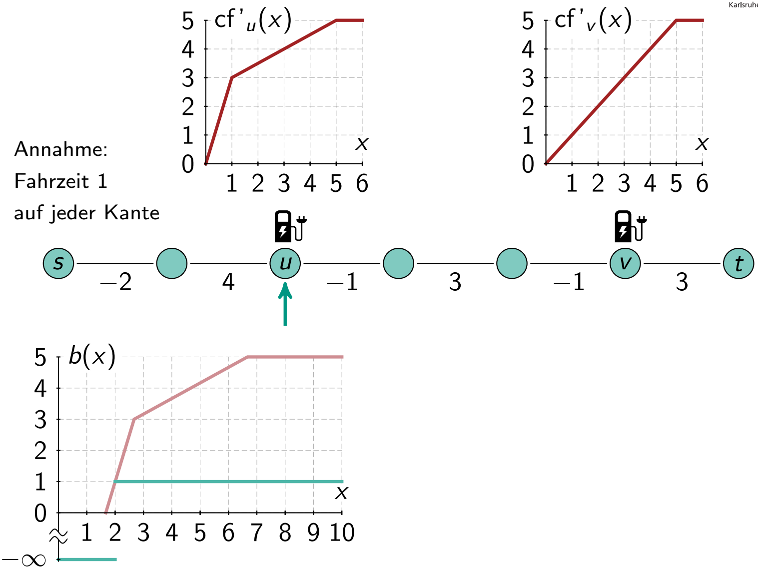
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante





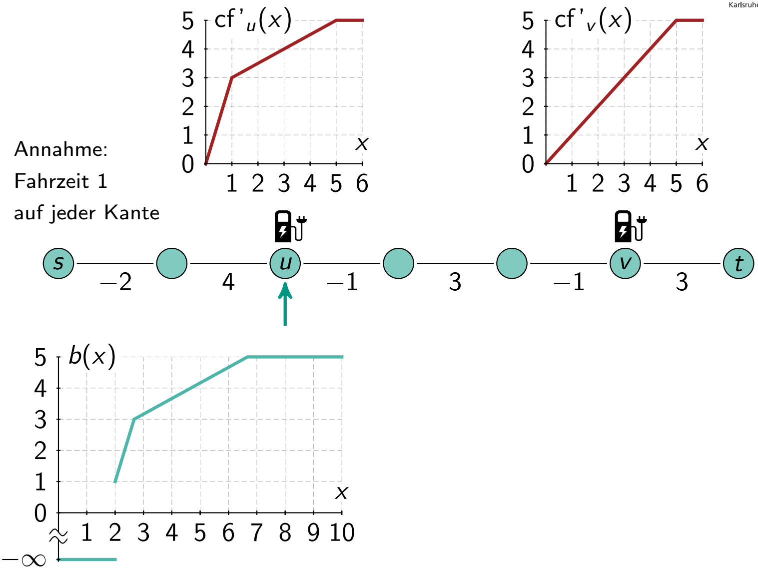
Beispiel

Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

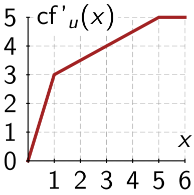


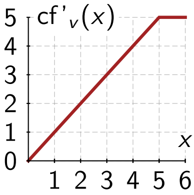
Beispiel

Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

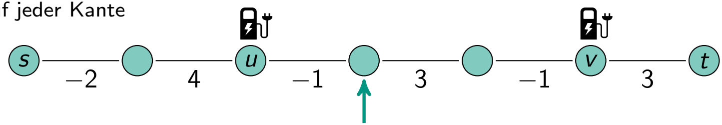


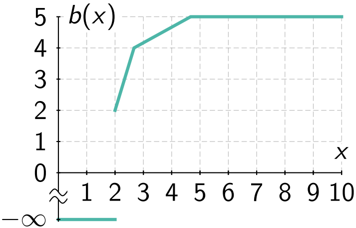
Beispiel



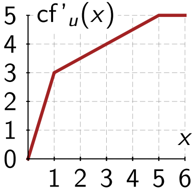


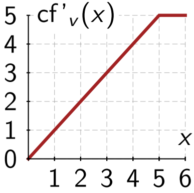
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



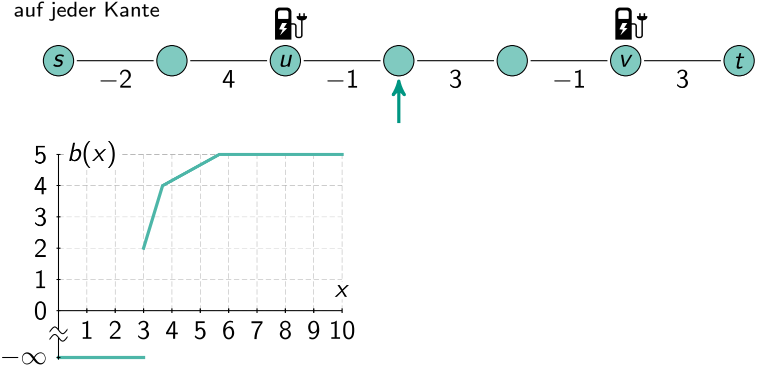


Beispiel

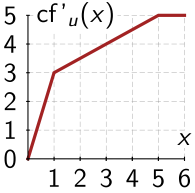


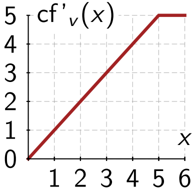


Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

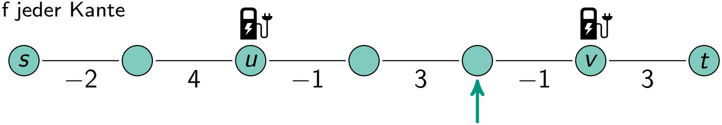


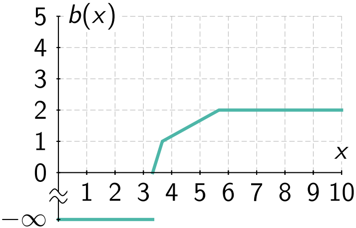
Beispiel





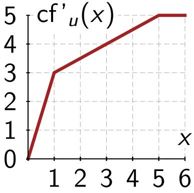
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

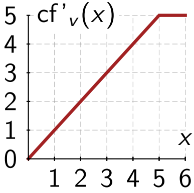


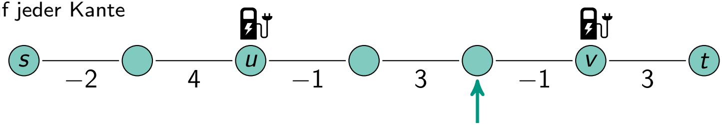


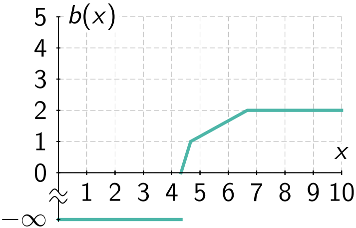
Beispiel

Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

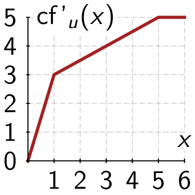


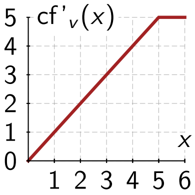




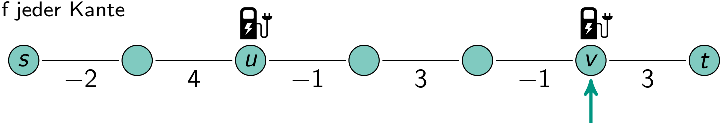


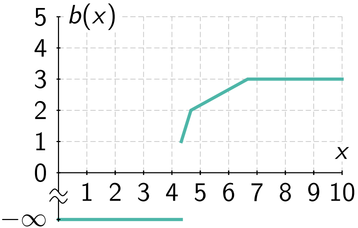
Beispiel



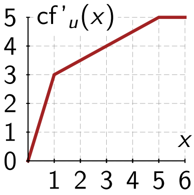


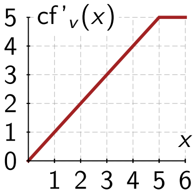
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante





Beispiel

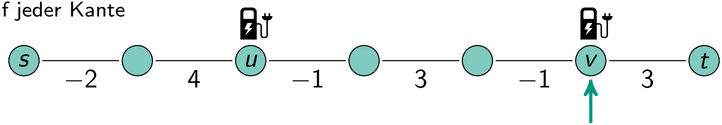


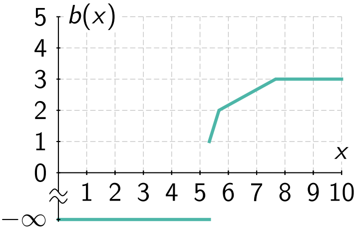


Annahme:

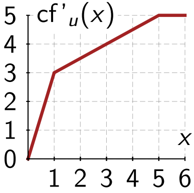
Fahrzeit 1

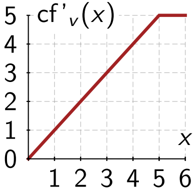
auf jeder Kante



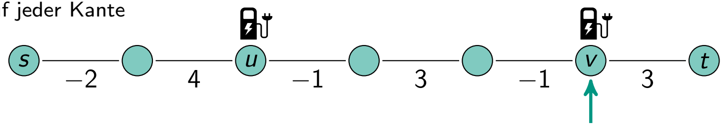


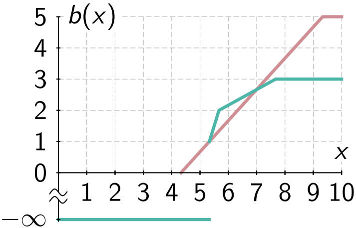
Beispiel

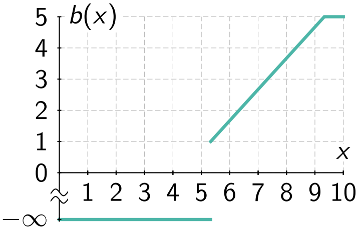




Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

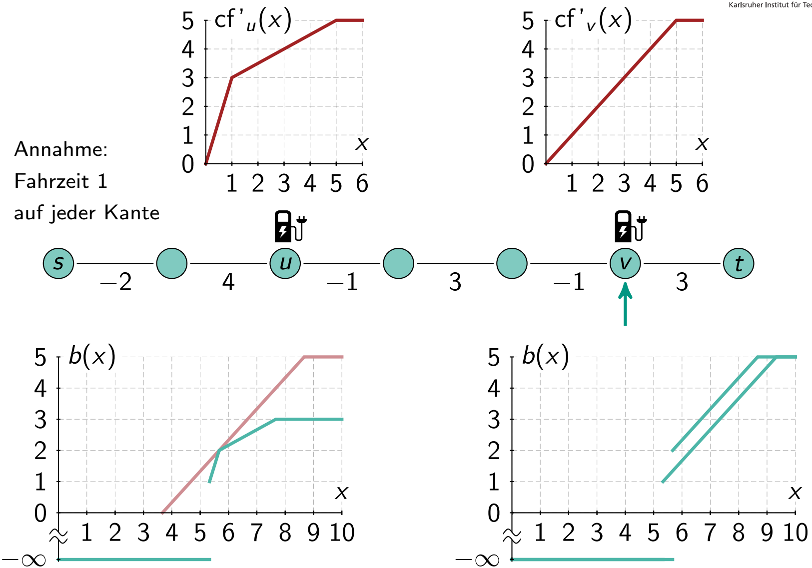






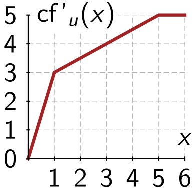
Beispiel

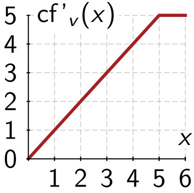
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

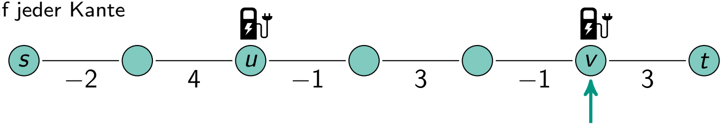


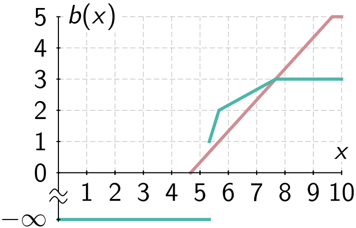
Beispiel

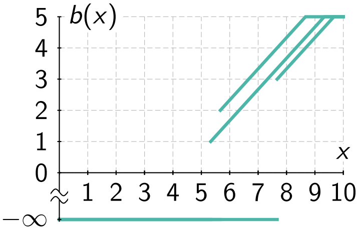
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



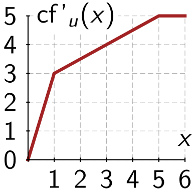


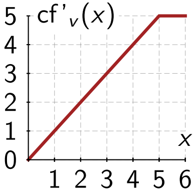




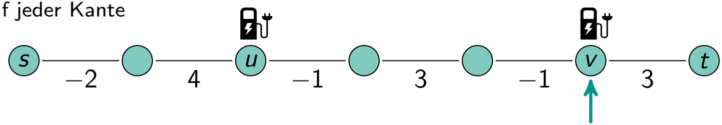


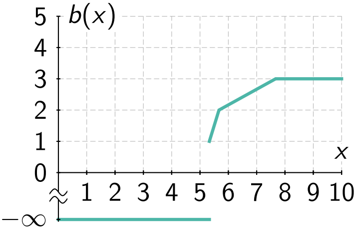
Beispiel

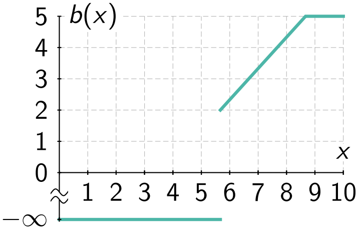




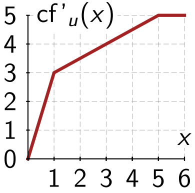
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

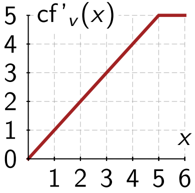




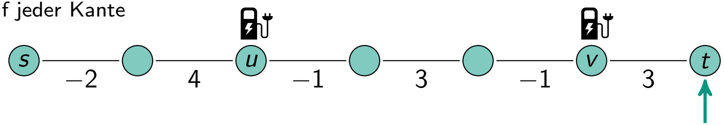


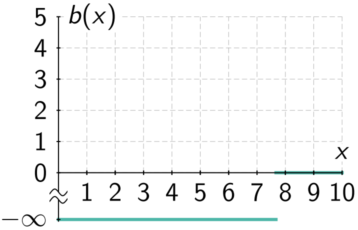
Beispiel

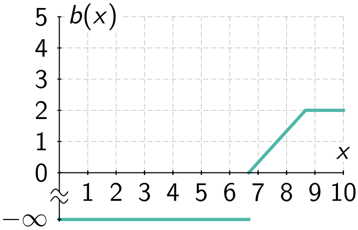




Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

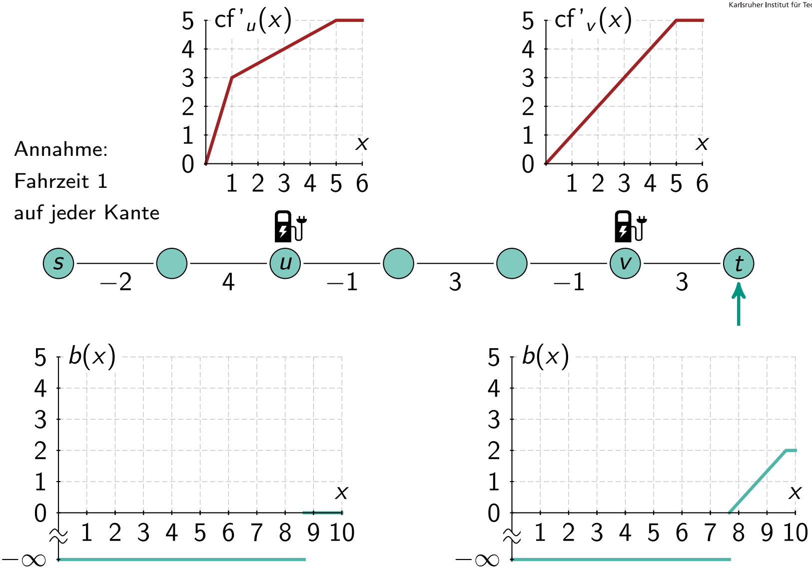






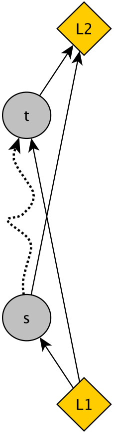
Beispiel

Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

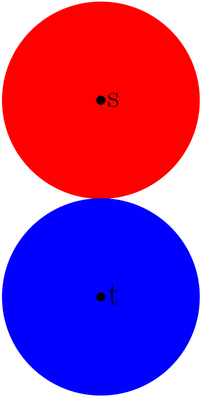


CFP – Beschleunigungstechniken

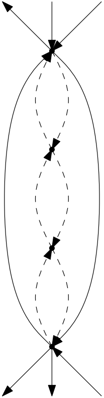
Landmarken



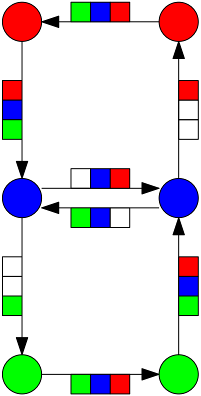
Bidirektionale Suche



Kontraktion



Arc-Flags



CFP & CH

Probleme:

- Kontraktion muss Kürzeste-Wege-Distanzen erhalten
  - SoC während Vorberechnung unbekannt
  - Battery Constraints müssen beachtet werden
  - Ladefunktionen müssen berücksichtigt werden

CFP & CH

Probleme:

- Kontraktion muss Kürzeste-Wege-Distanzen erhalten
  - SoC während Vorberechnung unbekannt
  - Battery Constraints müssen beachtet werden
  - Ladefunktionen müssen berücksichtigt werden

Lösung:

- Benutze Verbrauchsfunktionen
  (Battery Constraints in Kantengewichten enthalten)
- Ladestation per Definition wichtig
  (Oben halten, nicht kontrahieren $\Rightarrow$ Core-Graph)

CFP & CH

Probleme:

- Kontraktion muss Kürzeste-Wege-Distanzen erhalten
  - SoC während Vorberechnung unbekannt
  - Battery Constraints müssen beachtet werden
  - Ladefunktionen müssen berücksichtigt werden

Lösung:

- Benutze Verbrauchsfunktionen
  (Battery Constraints in Kantengewichten enthalten)
- Ladestation per Definition wichtig
  (Oben halten, nicht kontrahieren ⇒ Core-Graph)

Aber:

- Shortcuts repräsentieren jeweils Pareto-Mengen (Fahrzeit, Verbrauch)
- Pareto-Mengen werden exponentiell groß
- Breche Vorberechnung ab ⇒ unkontrahierter Core-Graph (~0.5%)

CFP & A*

Karlsruher Institut für Technologie

Erinnerung:

- A* benutzt Knotenpotential, um Suche zum Ziel zu leiten
- Potential gibt untere Schranke für Reisezeit zu t, pro Knoten
- Gute Technik für schwere/komplizierte Suchprobleme
- Klassischer Ansatz: Rückwärtssuche von t

Beobachtung:

- Fahrzeit zu t hängt auch vom SoC ab
- Metriken beeinflussen sich gegenseitig

CFP & A*

Erinnerung:

- A* benutzt Knotenpotential, um Suche zum Ziel zu leiten
- Potential gibt untere Schranke für Reisezeit zu t, pro Knoten
- Gute Technik für schwere/komplizierte Suchprobleme
- Klassischer Ansatz: Rückwärtssuche von t

Beobachtung:

- Fahrzeit zu t hängt auch vom SoC ab
- Metriken beeinflussen sich gegenseitig

Idee:

- Reisezeit zu t abhängig von aktueller Position und SoC
- Nutze Potential $\pi\colon V \times [0, M] \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, welches beides berücksichtigt

CFP & A*

Karlsruher Institut für Technologie

Gesucht:

- Potential $\pi\colon V \times [0, M] \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, bildet (Knoten, SoC) auf Zeit zu t ab

Beobachtung:

- Ladestationen erlauben ”Umwandlung” von Zeit in SoC

CFP & A*

Gesucht:

- Potential $\pi\colon V \times [0, M] \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, bildet (Knoten, SoC) auf Zeit zu t ab

Beobachtung:

- Ladestationen erlauben "Umwandlung" von Zeit in SoC
- Benutze dafür neue Metrik
- Sei dazu $c_{\max}$ die maximale Ladegeschwindigkeit
  (Maximum über die Steigung aller Ladefunktionen)
- Neue Metrik ω:

$$\omega(e) := \tau_d(e) + \frac{\gamma(e)}{c_{\max}}$$

- Beschreibt min. Reisezeit, falls alle Energie geladen werden muss

CFP & A*

Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmus: Läuft in 2 Phasen:

1: Rückwärtssuche von t berechnet Potential π

2: Vorwärtssuche von s nach t, beschleunigt durch π

Potential-Berechnung:

- Drei *unikriterielle* Dijkstra-Suchen von t aus:
  - Auf Metrik τ_d: Berechnet min. Fahrzeit π_τ zu t (ohne Energieverbrauch)
  - Auf Metrik γ: Berechnet min Energieverbrauch π_γ
  - Auf Metrik ω: Berechnet min. Reisezeit π_ω, falls $b_s = 0$

CFP & A*

Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmus: Läuft in 2 Phasen:

1: Rückwärtssuche von t berechnet Potential π

2: Vorwärtssuche von s nach t, beschleunigt durch π

Potential-Berechnung:

- Drei *unikriterielle* Dijkstra-Suchen von t aus:
  - Auf Metrik τ_d: Berechnet min. Fahrzeit π_τ zu t (ohne Energieverbrauch)
  - Auf Metrik γ: Berechnet min Energieverbrauch π_γ
  - Auf Metrik ω: Berechnet min. Reisezeit π_ω, falls $b_s = 0$
- Setze dann:

$$\pi(v, b) := \begin{cases} \pi_\tau(v) & \text{, falls } b \geq \pi_\gamma(v) \\ \pi_\omega(v) - \frac{b}{c_{\max}} & \text{, sonst} \end{cases}$$

CHArge – CH & A* & CFP

Algorithmus:

- Vorberechnung CH:
  - Hält Ladestationen oben
  - Lässt kleinen Core unkontrahiert
- Query:
  - CH-Aufwärtssuchen von s und t, bis Core erreicht
    (Normaler Energie-CSP-Algorithmus, da keine Ladestationen)
  - Anschließend A* eingeschränkt auf den Core-Graphen

CHArge – CH & A* & CFP

Algorithmus:

- Vorberechnung CH:
  - Hält Ladestationen oben
  - Lässt kleinen Core unkontrahiert
- Query:
  - CH-Aufwärtssuchen von s und t, bis Core erreicht
    (Normaler Energie-CSP-Algorithmus, da keine Ladestationen)
  - Anschließend A* eingeschränkt auf den Core-Graphen

Heuristiken:

- Weitere Beschleunigung durch Heuristiken möglich
- Pfade, die bezüglich ω-Metrik minimal sind, sind oft optimal
- Relaxiere pro Shortcut nur ω-minimale Pareto-Punkte

Experimente

Straßennetzwerk:

- Europa (Eur) & Deutschland (Ger)

Energieverbrauch:

- Emissionsmodel: PHEM (TU Graz) [Hausberger et al. ’09]
- SRTM-Höhendaten (Shuttle Radar Topography Mission)
- Ladestationspositionen von ChargeMap

Instanzen	# Knoten	# Kanten	# Kanten mit $\gamma < 0$		# S
Ger	4 692 091	10 805 429	1 119 710	(10.36%)	1 966
Eur	22 198 628	51 088 095	6 060 648	(11.86%)	13 810
Osg	5 588 146	11 711 088	1 142 391	(9.75%)	643

Experimente

CH-Vorberechnung:

- Auswirkung der Core-Größe auf die Vorberechnung

Core-Größe		Vorberechnung	Query [ms]	
Avg. deg.	# Knoten	[h:m:s]	CS: only BSS	CS: realistic
8	344 066 (7.33%)	2:58	1 474.1	47 979.9
16	116 917 (2.49%)	4:01	536.5	1 669.0
32	65 375 (1.39%)	5:03	436.1	1 356.8
64	43 036 (0.91%)	7:07	449.8	1 408.8
128	30 526 (0.65%)	11:16	509.6	1 585.4
256	22 592 (0.48%)	20:22	647.5	2 098.5
512	17 431 (0.37%)	37:11	880.7	2 739.9
1024	13 942 (0.29%)	1:05:51	1 264.6	3 934.2
2048	11 542 (0.24%)	2:00:27	1 822.6	5 670.1
4096	9 842 (0.20%)	4:17:36	2 706.6	8 420.1

Experimente

	Instanz	M	Preproc.	Exact Query		Heuristic Query	
				Feas.	CHArge	H_ω	H_ω^A
Only BSS	Ger-c1966	16 kWh	5:03	100	1 398	436	21
	Ger-c1966	85 kWh	4:59	100	1 013	48	28
	Eur-c13810	16 kWh	30:32	63	10 786	9943	207
	Eur-c13810	85 kWh	30:16	100	47 921	1022	41
Mixed CS	Ger-c1966	16 kWh	5:03	100	8 629	1 357	155
	Ger-c1966	85 kWh	4:59	100	2 614	342	34
	Eur-c13810	16 kWh	30:32	63	24 148	17 630	2 694
	Eur-c13810	85 kWh	30:16	100	86 193	26 867	600

Vorberechnungszeiten in Minuten:Sekunden, Query-Zeiten in Millisekunden

Erweiterte Szenarien

Variable Geschwindigkeit:

- Bisher: Kanten mit fester Geschwindigkeit
- Idee: Erlaube langsamer zu fahren
- Ermöglicht Trade-off zwischen Fahrzeit und Energieverbrauch
- Mögliche Umsetzungen:
  - Multikanten mit verschiedenen Geschwindigkeits-/Verbrauchswerten
  - Funktionen an Kanten, die Fahrzeit auf Verbrauch abbilden

Ladestationen:

- Akku-Kapazität ist stark begrenzt (~100 km, max. 400 km)
- Lange Strecken unmöglich, selbst mit verbrauchsoptimalen Routen
- Nutzung von Ladestationen nicht zu vermeiden
- Problem: Ladestationen sind langsam und wenig verbreitet

Geschwindigkeitsanpassung

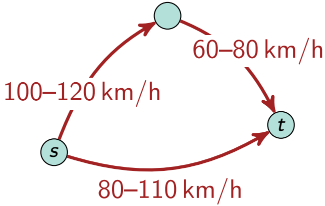
Problemstellung

Problem EV Constrained Shortest Path

Input:
- Graph $G = (V, E)$
- Min./Max. Geschwindigkeit pro Kante
- Start s, Ziel t, initialer SoC

Output: s–t Pfad + Geschwindigkeit pro Kante, so dass
- Battery Constraints eingehalten
- Fahrzeit minimiert

- Geschwindigkeit anpassen, um Energie zu sparen
- Min./Max. Geschw.: Verkehrsfluss, Geschwindigkeitsbeschränkungen ...
- $\mathcal{NP}$-schweres Problem



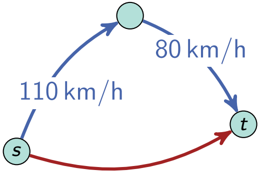
Problemstellung

Problem EV Constrained Shortest Path

Input:
- Graph $G = (V, E)$
- Min./Max. Geschwindigkeit pro Kante
- Start s, Ziel t, initialer SoC

Output: s–t Pfad + Geschwindigkeit pro Kante, so dass
- Battery Constraints eingehalten
- Fahrzeit minimiert

- Geschwindigkeit anpassen, um Energie zu sparen
- Min./Max. Geschw.: Verkehrsfluss, Geschwindigkeitsbeschränkungen ...
- $\mathcal{NP}$-schweres Problem



Einfaches Modell

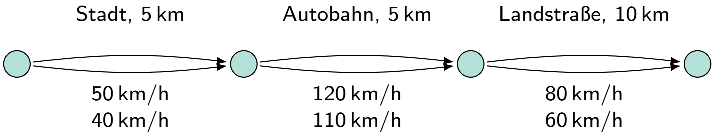
Ziel: Energie sparen durch Anpassung der Geschwindigkeit

- Pro Straßensegment: Intervall mit min./max. Geschwindigkeit

Erster Ansatz:

- Diskretisiere mögliche Geschwindigkeiten pro Segment
- Eine Kante pro Geschwindigkeit

Routing auf Multigraph:



Einfaches Modell

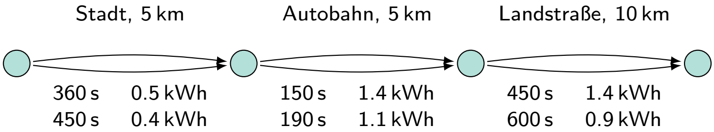
Ziel: Energie sparen durch Anpassung der Geschwindigkeit

- Pro Straßensegment: Intervall mit min./max. Geschwindigkeit

Erster Ansatz:

- Diskretisiere mögliche Geschwindigkeiten pro Segment
- Eine Kante pro Geschwindigkeit

Routing auf Multigraph:



Einfaches Modell

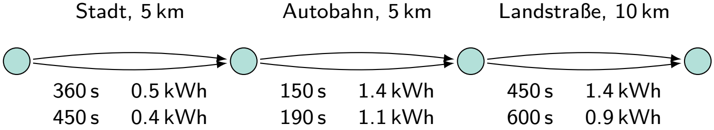
Ziel: Energie sparen durch Anpassung der Geschwindigkeit

- Pro Straßensegment: Intervall mit min./max. Geschwindigkeit

Erster Ansatz:

- Diskretisiere mögliche Geschwindigkeiten pro Segment
- Eine Kante pro Geschwindigkeit

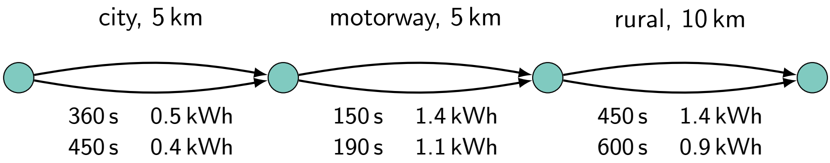
Routing auf Multigraph:



Einfache Umsetzung, aber hohe Lösungskomplexität

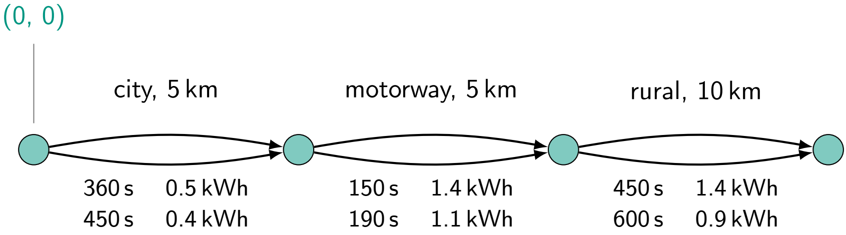
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



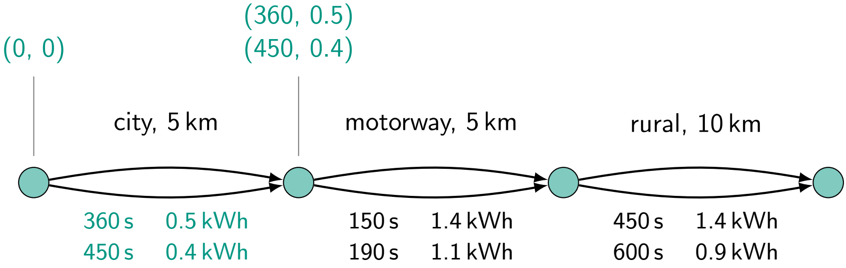
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



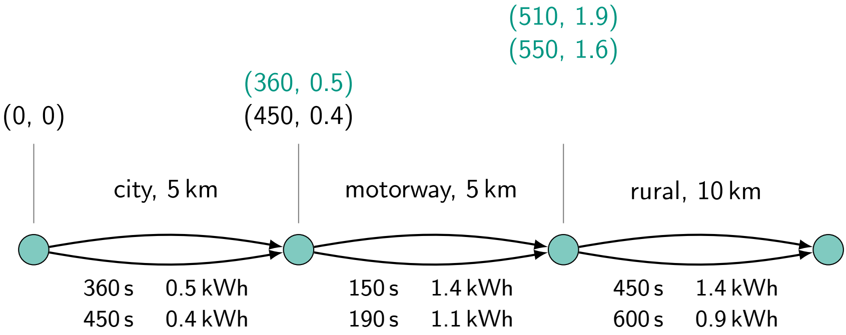
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



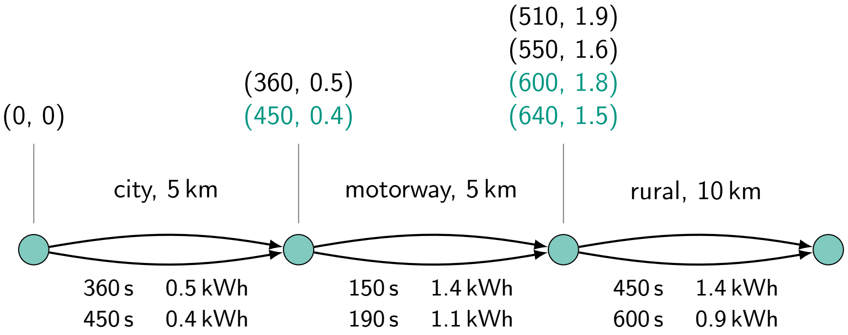
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



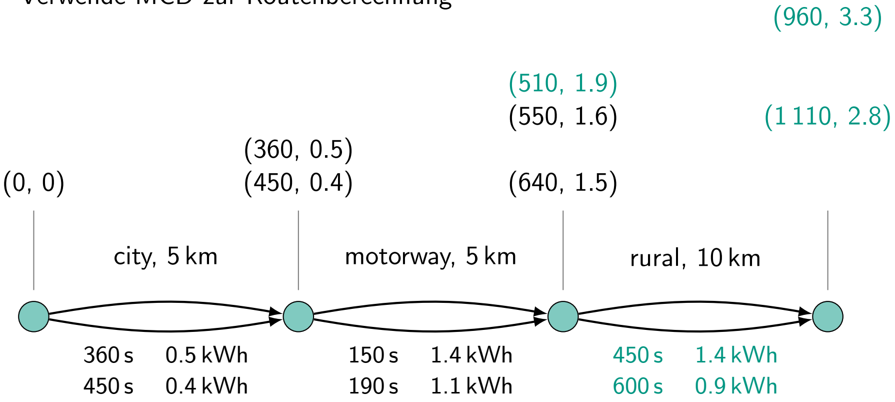
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



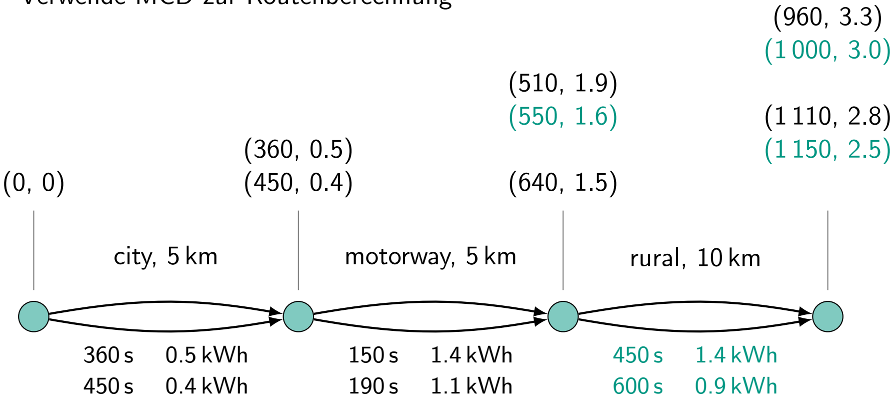
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



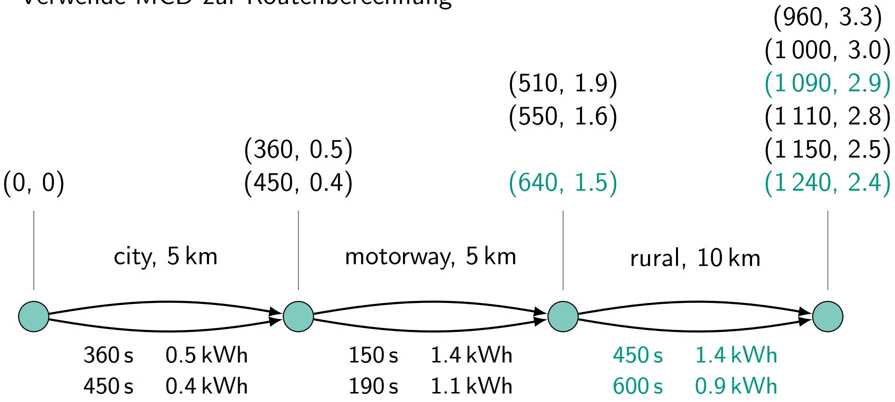
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



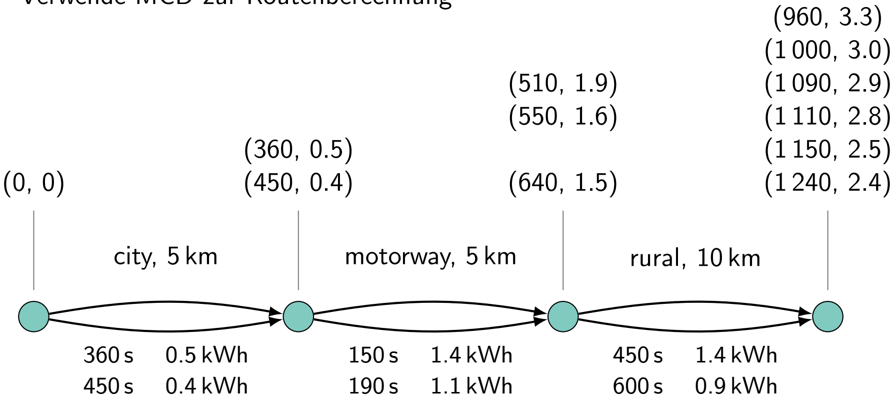
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung

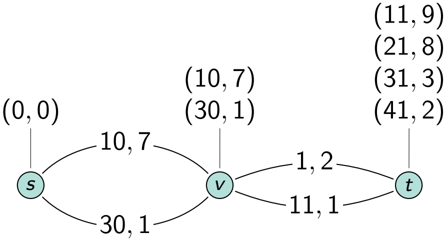


Worst Case: n Knoten mit je k parallelen Kanten $\Rightarrow \Theta(k^n)$ Labels

Diskussion

- \+ einfach zu implementieren
- – exponentiell viele Labels auf einer Route
- – nicht alle Lösungen abgebildet
- – unattraktive Lösungen
- – Entfernen/Einsetzen von Knoten beeinflusst Lösung

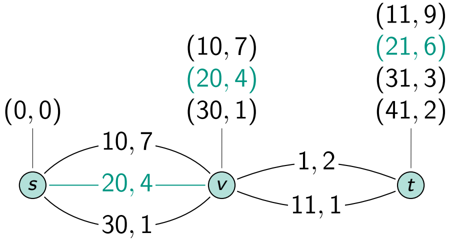
$\Rightarrow$ Genauigkeit vs. Rechenaufwand



Diskussion

+ einfach zu implementieren
– exponentiell viele Labels auf einer Route
– nicht alle Lösungen abgebildet
– unattraktive Lösungen
– Entfernen/Einsetzen von Knoten beeinflusst Lösung

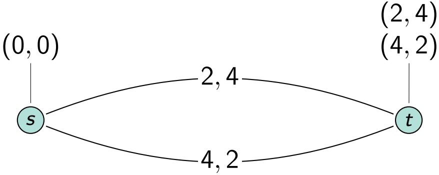
$\Rightarrow$ Genauigkeit vs. Rechenaufwand



Diskussion

- $+$ einfach zu implementieren
- $-$ exponentiell viele Labels auf einer Route
- $-$ nicht alle Lösungen abgebildet
- $-$ unattraktive Lösungen
- $-$ Entfernen/Einsetzen von Knoten beeinflusst Lösung

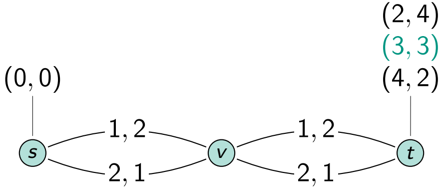
$\Rightarrow$ Genauigkeit vs. Rechenaufwand



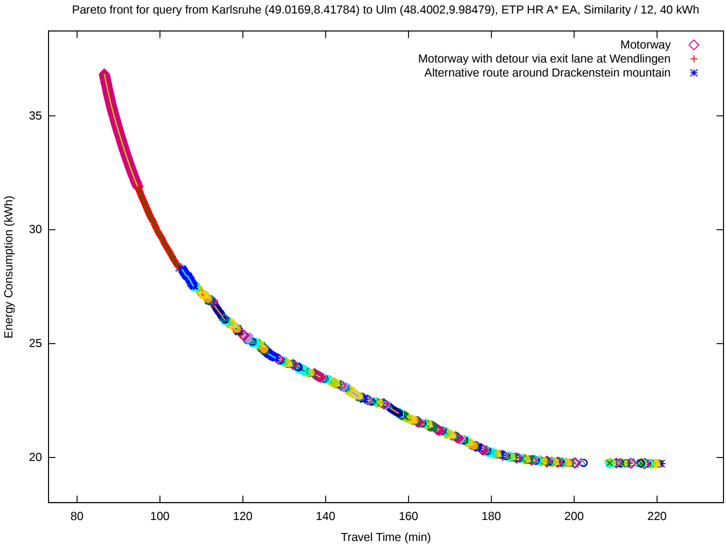
Diskussion

- $+$ einfach zu implementieren
- $-$ exponentiell viele Labels auf einer Route
- $-$ nicht alle Lösungen abgebildet
- $-$ unattraktive Lösungen
- $-$ Entfernen/Einsetzen von Knoten beeinflusst Lösung

$\Rightarrow$ Genauigkeit vs. Rechenaufwand



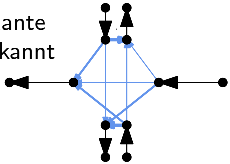
Einfaches Modell – Beispiel



Wdh: Verbräuche auf Kanten

Wie bekommen wir Verbräuche auf den Kanten im Straßengraphen?

- Nur Beschleunigung, Geschwindigkeit und Steigung von Straßensegment abhängig
- Annahme:
  - Geschwindigkeit und Steigung ist konstant auf jeder Kante
  - Andere Parameter (Masse, Nebenverbraucher) sind bekannt
- Zwischenknoten, wenn sich Steigung oder Geschwindigkeitsbegrenzung ändern
- Zusätzliche Kanten für Brems-/Beschleunigungskosten



$\Rightarrow$ Verbrauch auf Segment vereinfacht (für realistische Steigung) als

$$\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$$

v: Geschwindigkeit

s: Steigung

λ_1, λ_2, λ_3: (nichtnegative) Konstanten

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$

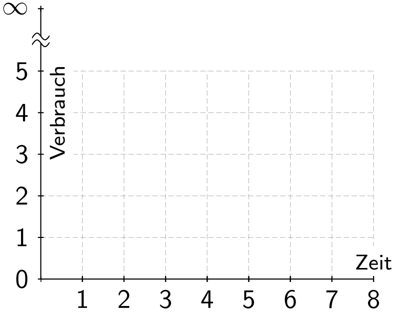
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Wir wollen Fahrzeit auf Verbrauch abbilden
- Es gilt $v = \ell / x$
  ℓ: Kantenlänge
  x: Fahrzeit
- Setze $\alpha := \lambda_1 \ell^2$
  und $\gamma := \lambda_2 s + \lambda_3$
- Löse auf nach x

$\Rightarrow$ ergibt Tradeoff-Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x - \beta)^2} + \gamma$$



- Parameter β für Verbrauchsfunktionen von Pfaden benötigt
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$ und maximale Fahrzeit $\overline{x}$ pro Kante

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$

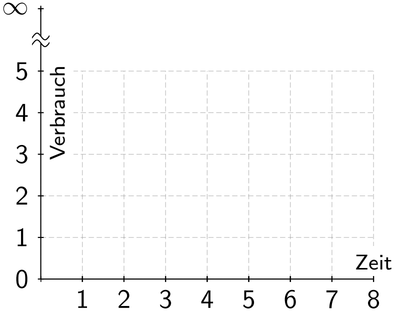
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff-Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$

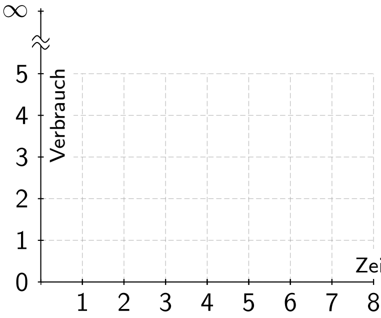
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff-Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$

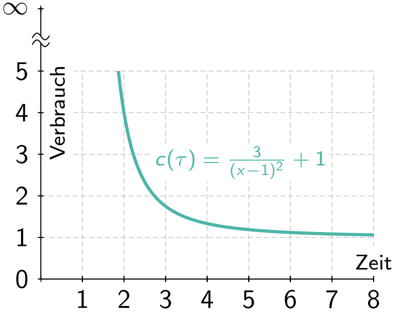
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff-Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$

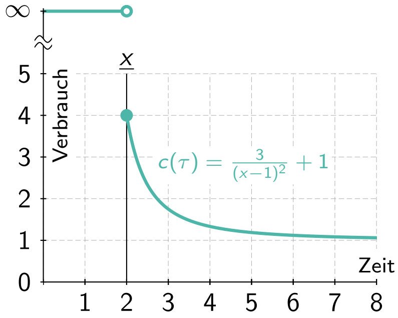
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff-Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$

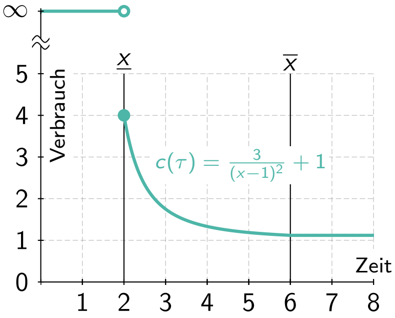
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff-Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$

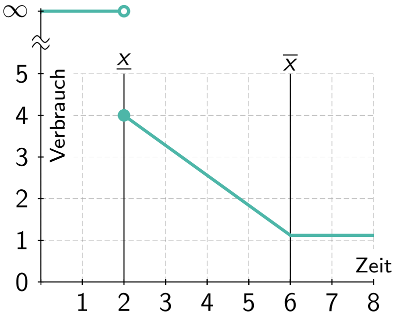
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff-Funktion

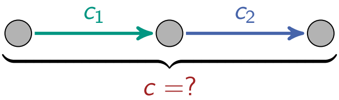
$$c(x) = \alpha x + \beta$$

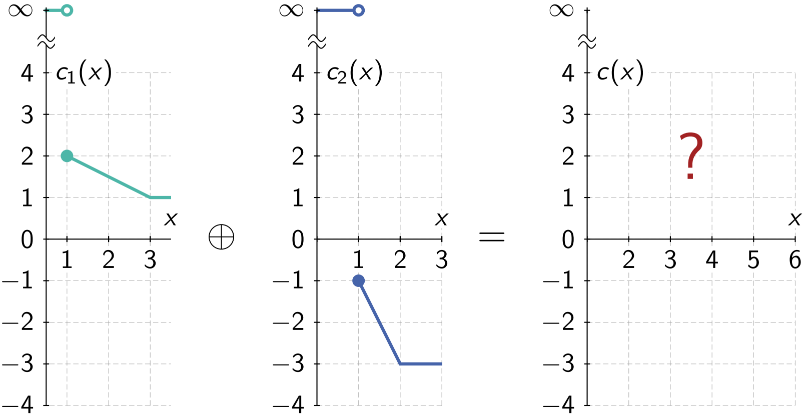
- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



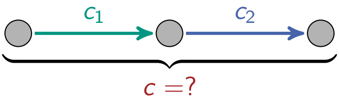
Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

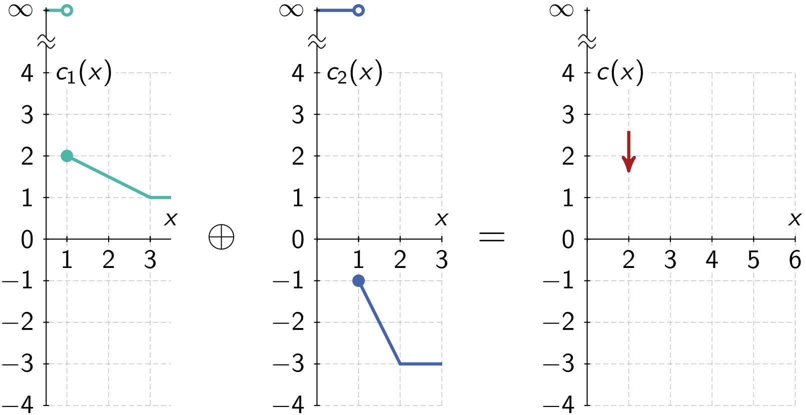
Tradeoff-Funktion eines Pfades



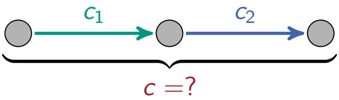


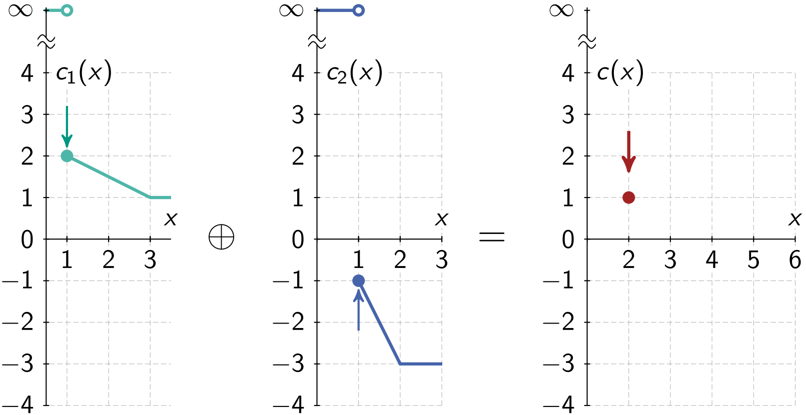
Tradeoff-Funktion eines Pfades



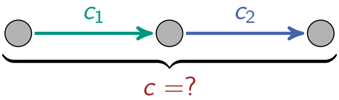


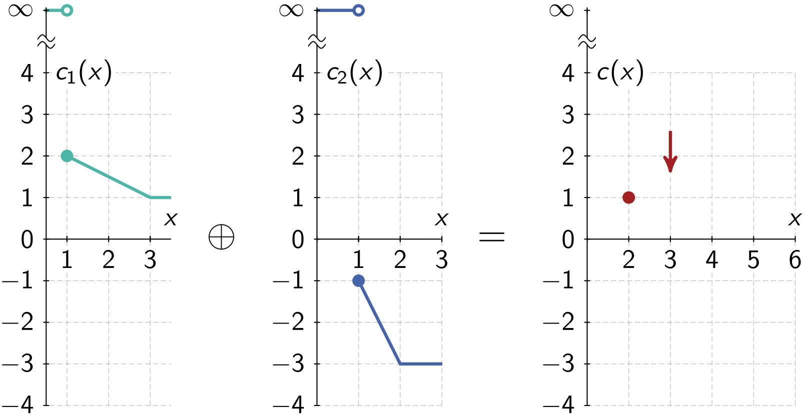
Tradeoff-Funktion eines Pfades



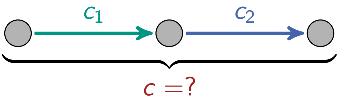


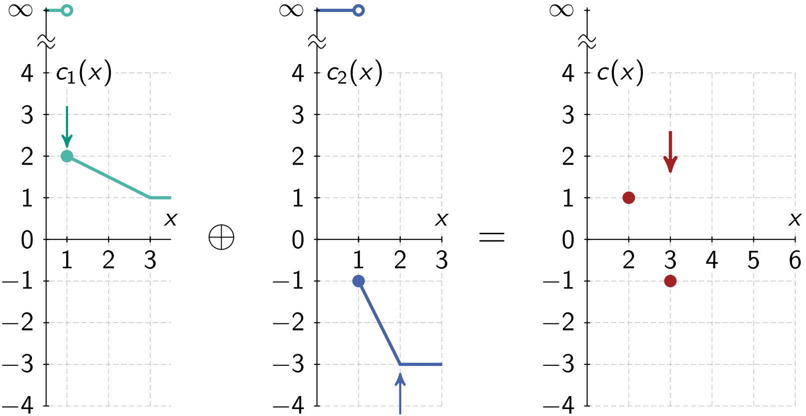
Tradeoff-Funktion eines Pfades



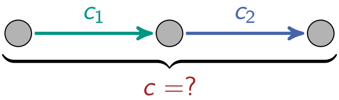


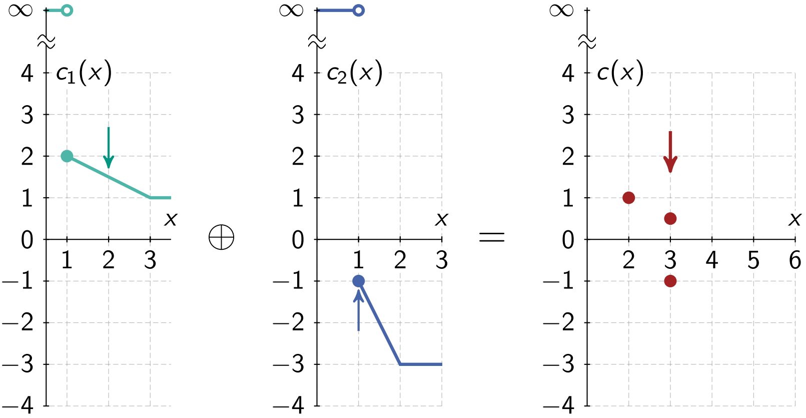
Tradeoff-Funktion eines Pfades



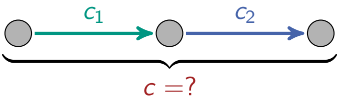


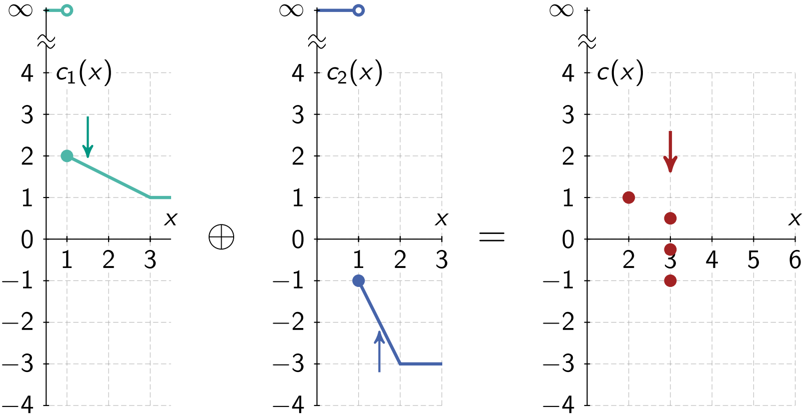
Tradeoff-Funktion eines Pfades



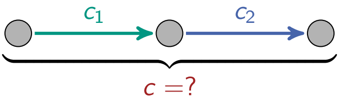


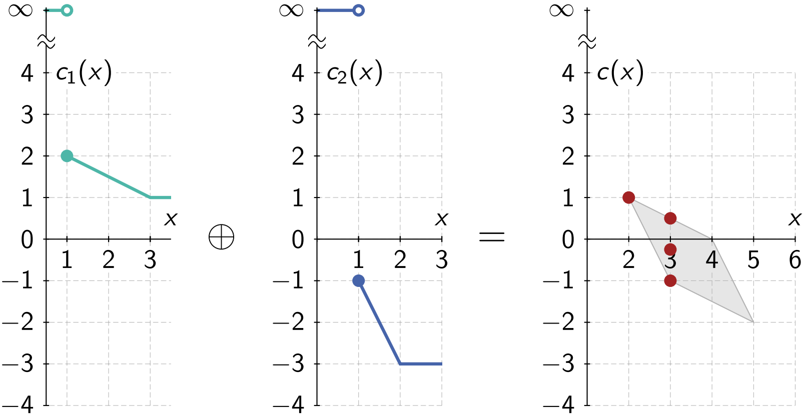
Tradeoff-Funktion eines Pfades



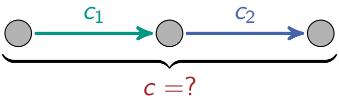


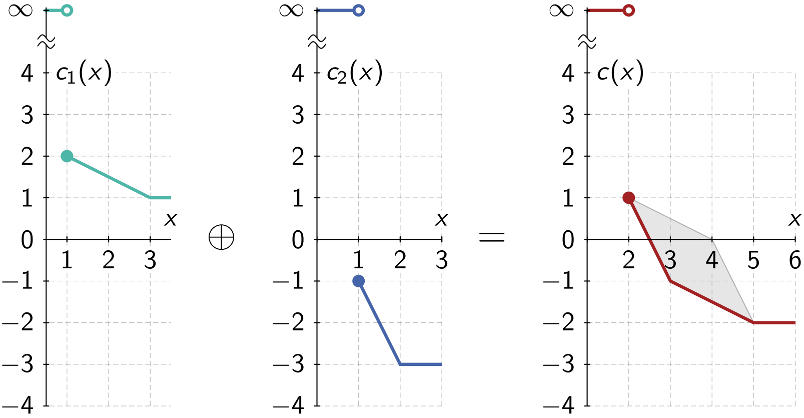
Tradeoff-Funktion eines Pfades





Tradeoff-Funktion eines Pfades





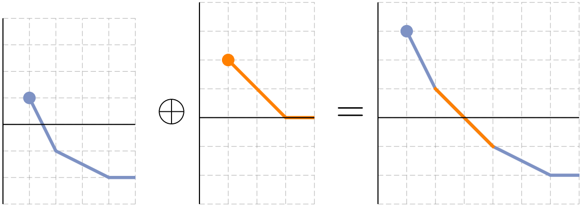
Linken von Tradeoff-Funktionen

Ziel: Minimaler Verbrauch entlang Pfad

Formal: Geg. zwei Tradeoff-Funktionen c_1 und c_2, berechne

$$(c_1 \oplus c_2)(\tau) := \min_{\Delta} c_1(\Delta) + c_2(\tau - \Delta)$$

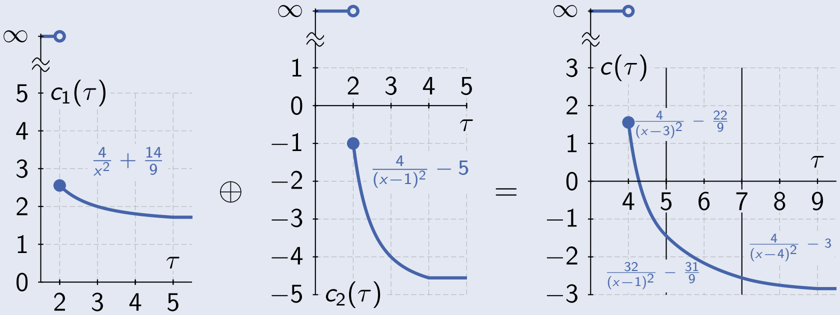
- Stückweise linear
- Konvex
- Linearzeit-Algorithmus



Ähnlich für das realistische Modell

Linken von Tradeoff-Funktionen

Ziel: Minimaler Verbrauch entlang Pfad



Ähnlich für das realistische Modell

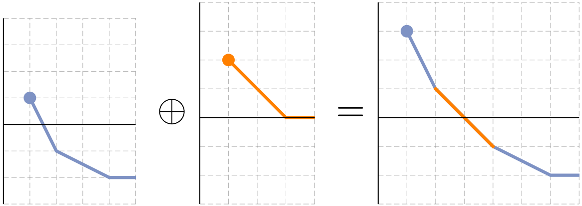
Linken von Tradeoff-Funktionen

Ziel: Minimaler Verbrauch entlang Pfad

Formal: Geg. zwei Tradeoff-Funktionen c_1 und c_2, berechne

$$(c_1 \oplus c_2)(\tau) := \min_{\Delta} c_1(\Delta) + c_2(\tau - \Delta)$$

- Stückweise linear
- Konvex
- Linearzeit-Algorithmus



Ähnlich für das realistische Modell

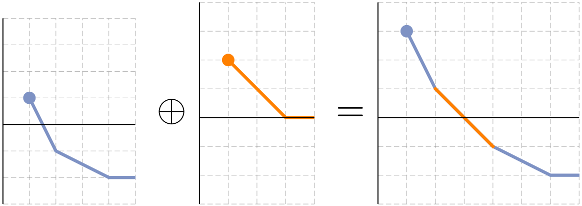
Linken von Tradeoff-Funktionen

Ziel: Minimaler Verbrauch entlang Pfad

Formal: Geg. zwei Tradeoff-Funktionen c_1 und c_2, berechne

$$(c_1 \oplus c_2)(\tau) := \min_{\Delta} c_1(\Delta) + c_2(\tau - \Delta)$$

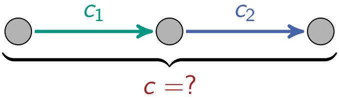
- Stückweise linear
- Konvex
- Linearzeit-Algorithmus

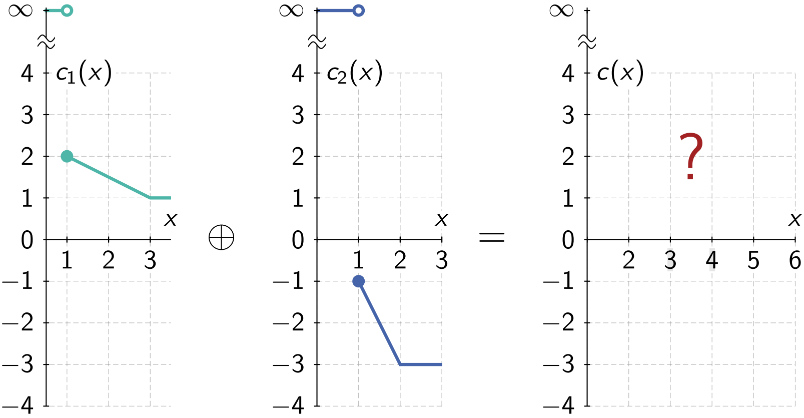


Ähnlich für das realistische Modell

Aber: Battery Constraints nicht berücksichtigt

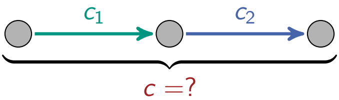
Battery Constraints

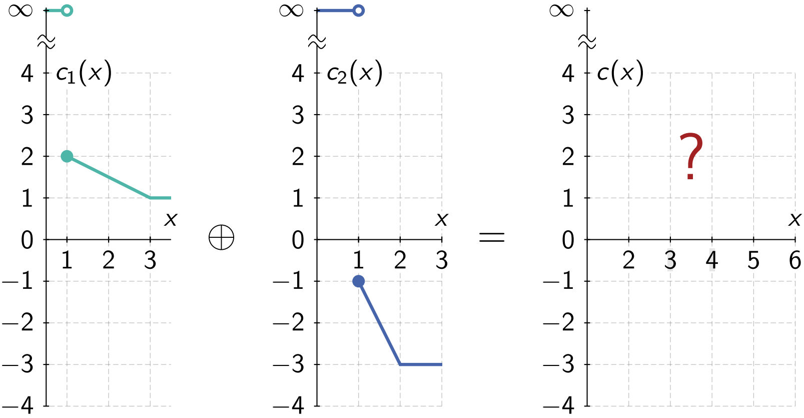




Battery Constraints

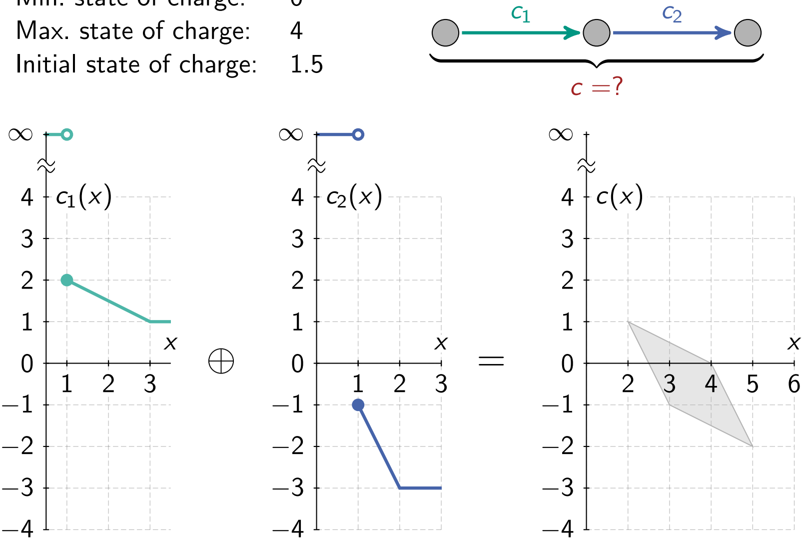
Min. state of charge:	0
Max. state of charge:	4
Initial state of charge:	1.5





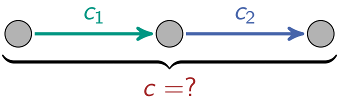
Battery Constraints

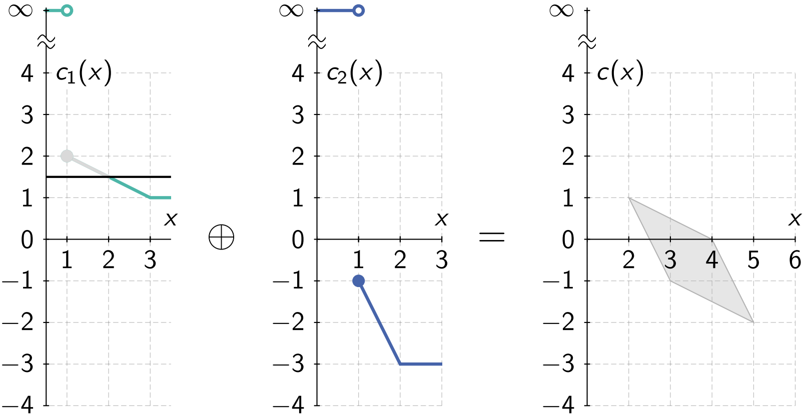
Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 1.5



Battery Constraints

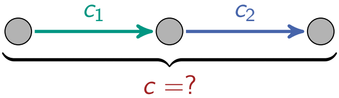
Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 1.5

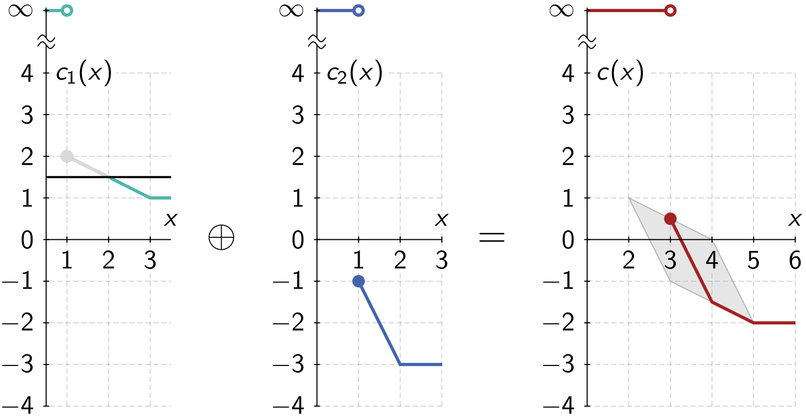




Battery Constraints

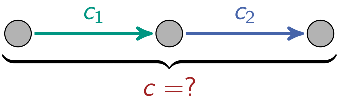
Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 1.5

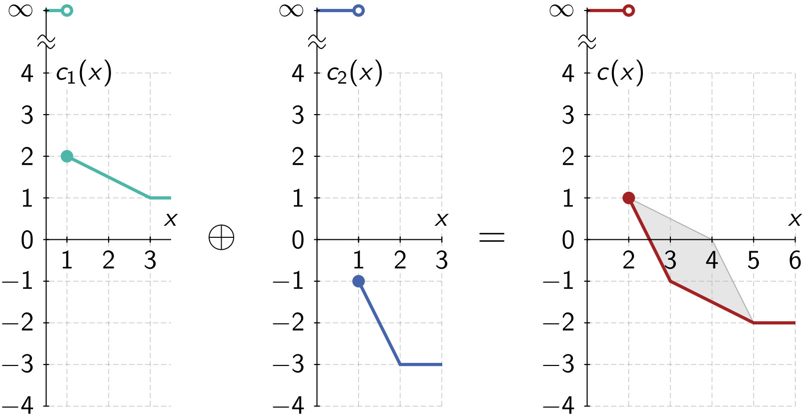




Battery Constraints

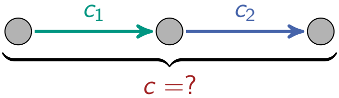
Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 4

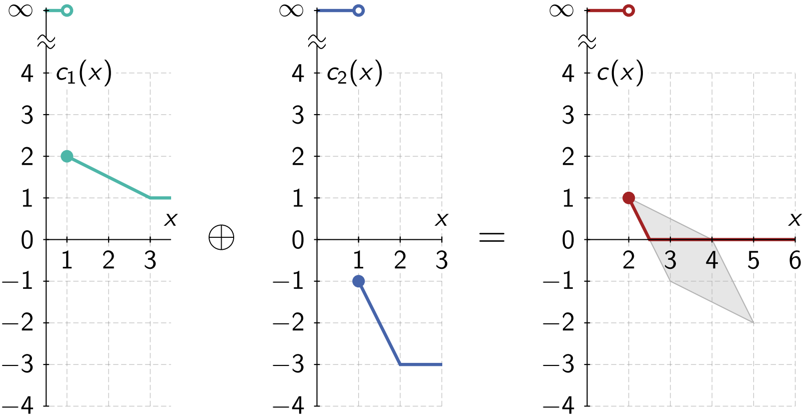




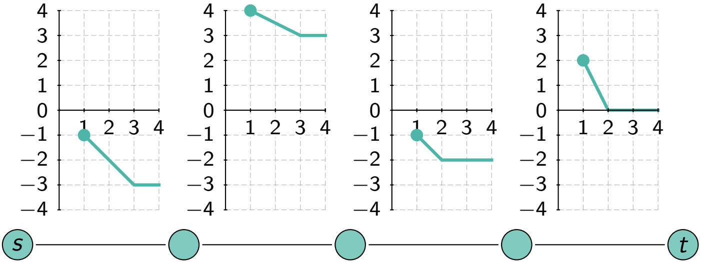
Battery Constraints

Min. state of charge:	0
Max. state of charge:	4
Initial state of charge:	4



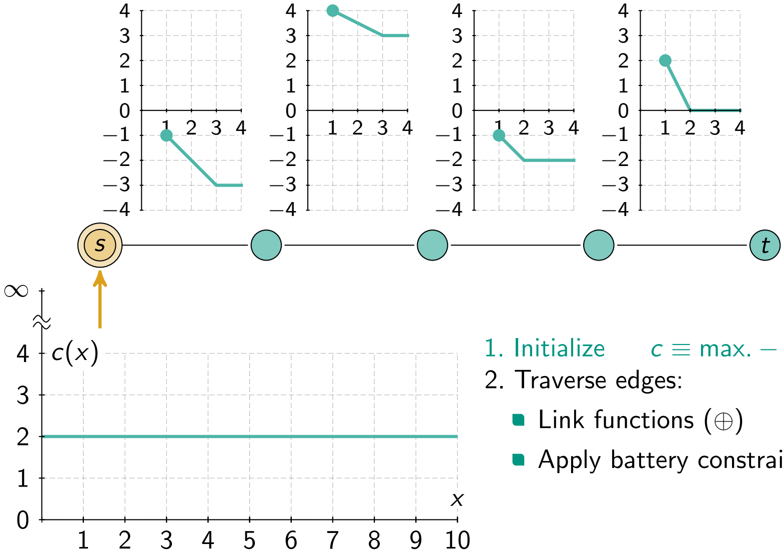


Tradeoff Function Propagation (TFP)



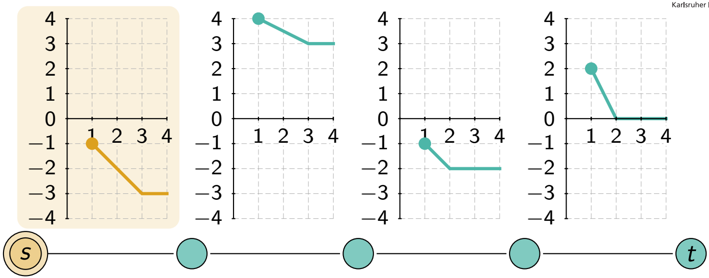
1. Initialize $c \equiv \max. - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

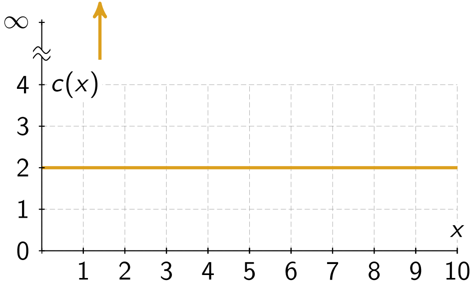
Tradeoff Function Propagation (TFP)



1. Initialize $c \equiv \text{max.} - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

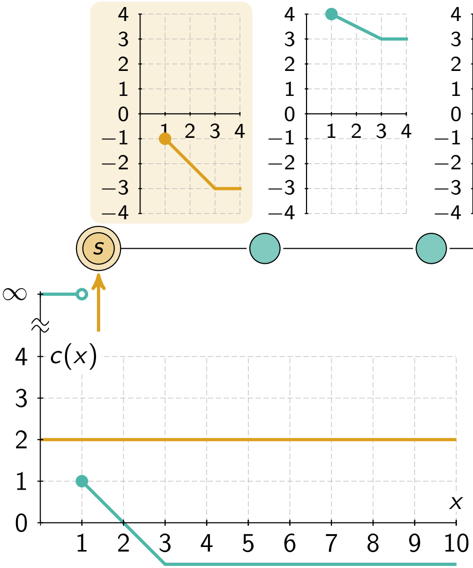
Tradeoff Function Propagation (TFP)





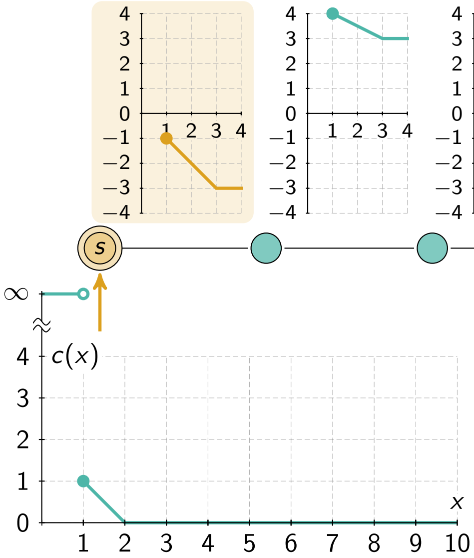
1. Initialize $c \equiv \max. - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

Tradeoff Function Propagation (TFP)



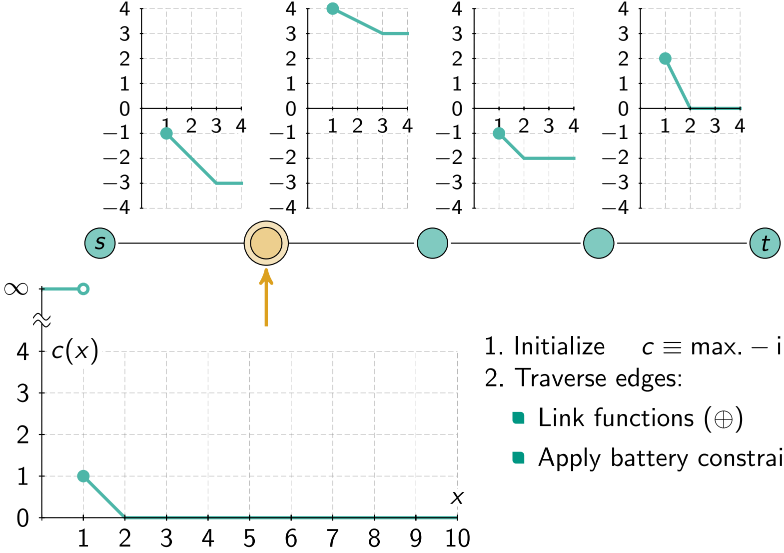
1. Initialize $c \equiv \max. - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

Tradeoff Function Propagation (TFP)



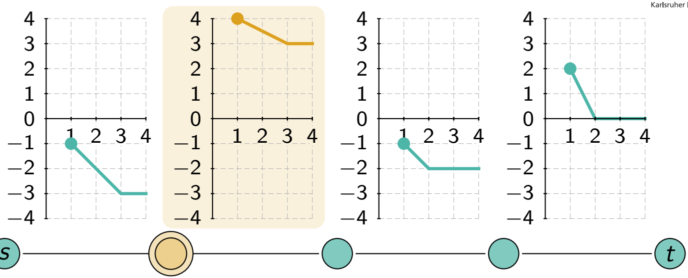
1. Initialize $c \equiv \text{max.} - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

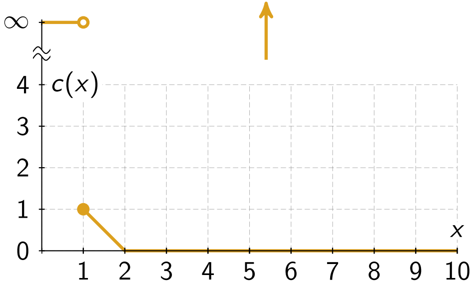
Tradeoff Function Propagation (TFP)



1. Initialize $\quad c \equiv \max. - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

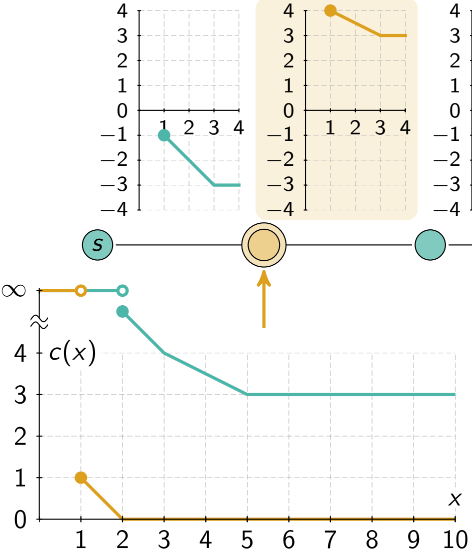
Tradeoff Function Propagation (TFP)





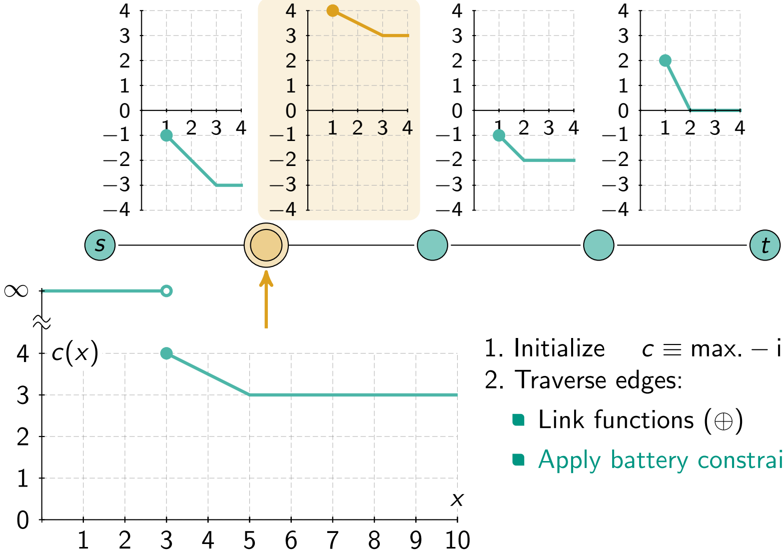
1. Initialize $c \equiv \text{max.} - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

Tradeoff Function Propagation (TFP)



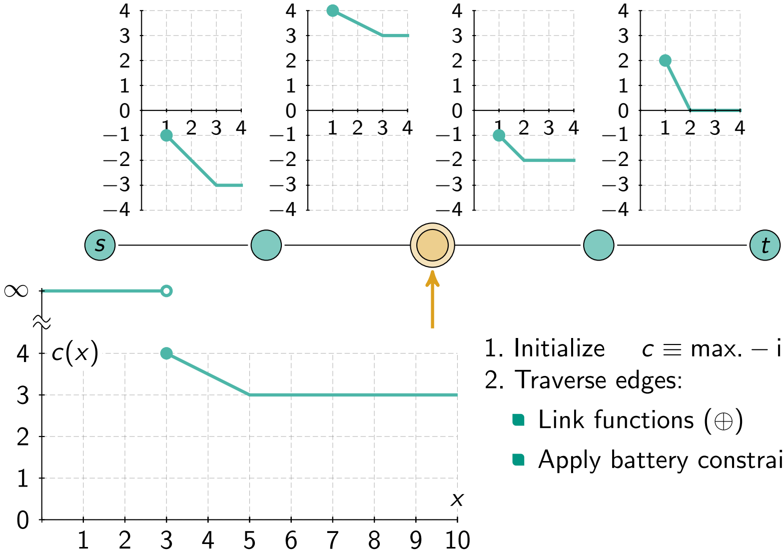
1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

Tradeoff Function Propagation (TFP)



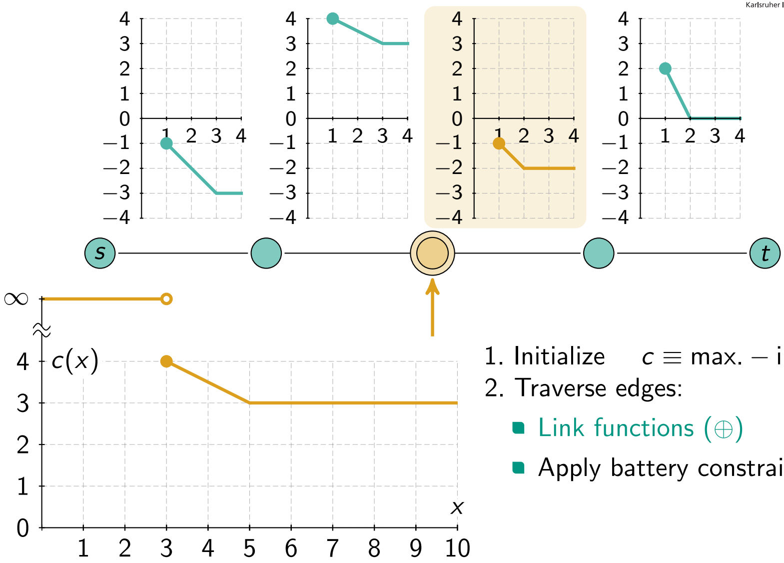
1. Initialize $c \equiv \text{max.} - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

Tradeoff Function Propagation (TFP)



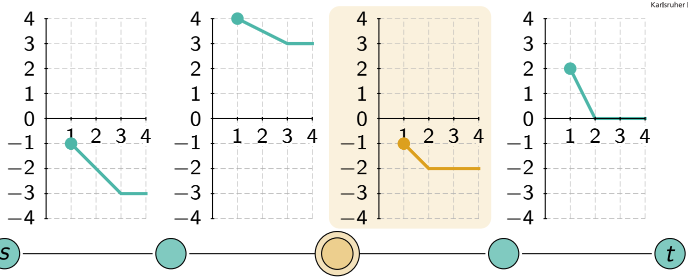
1. Initialize $c \equiv$ max. − init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

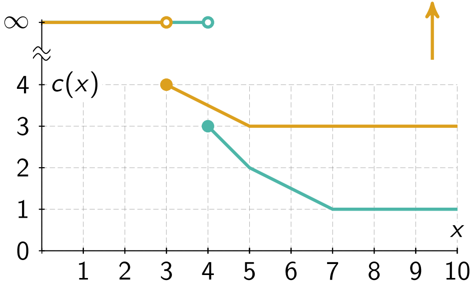
Tradeoff Function Propagation (TFP)



1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

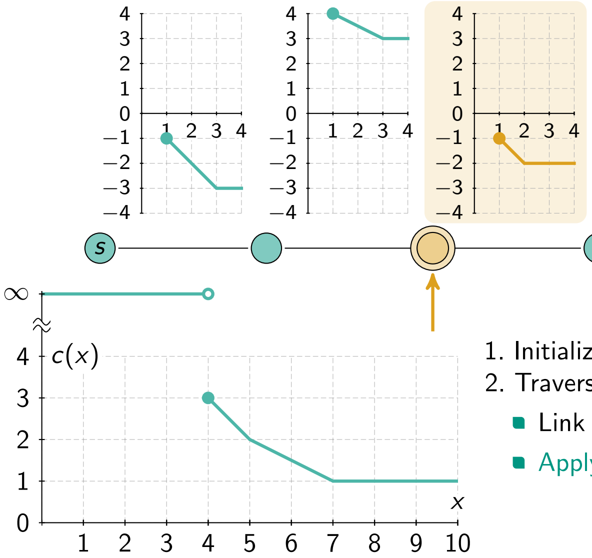
Tradeoff Function Propagation (TFP)





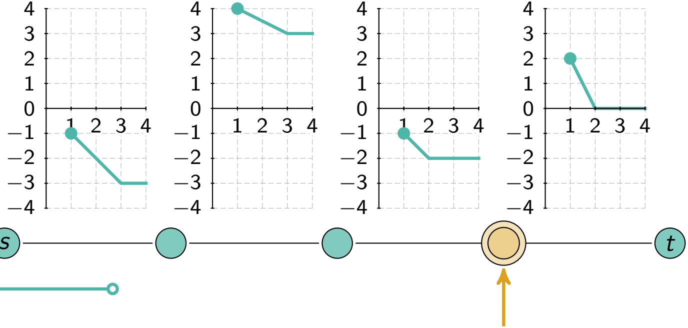
1. Initialize $\quad c \equiv$ max. − init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

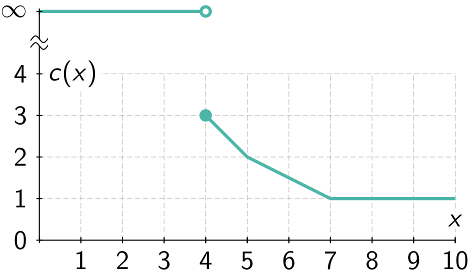
Tradeoff Function Propagation (TFP)



1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

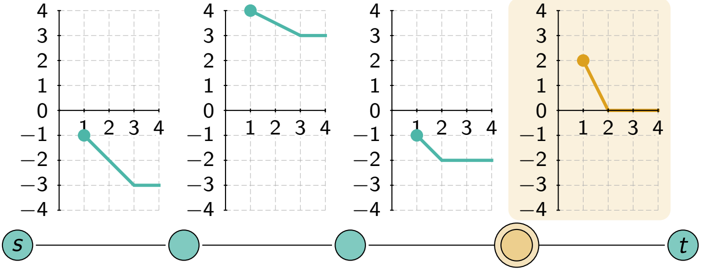
Tradeoff Function Propagation (TFP)

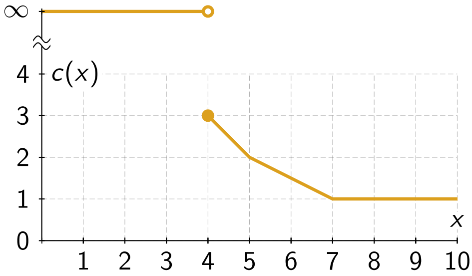




1. Initialize $\quad c \equiv \text{max.} - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

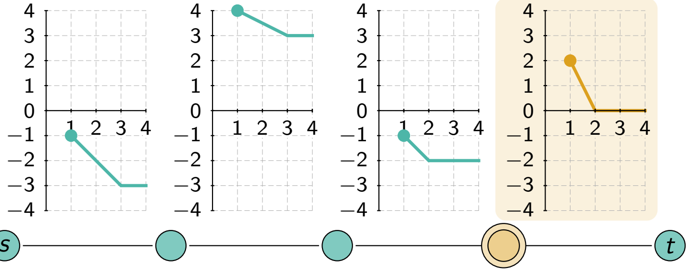
Tradeoff Function Propagation (TFP)

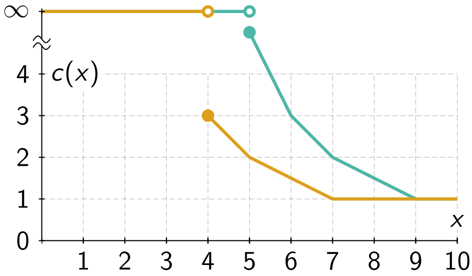




1. Initialize $c \equiv \text{max.} - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

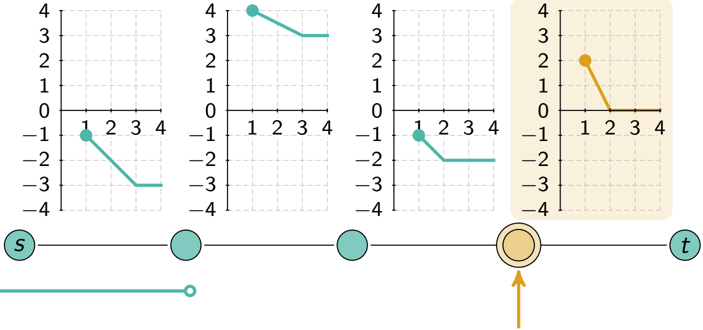
Tradeoff Function Propagation (TFP)

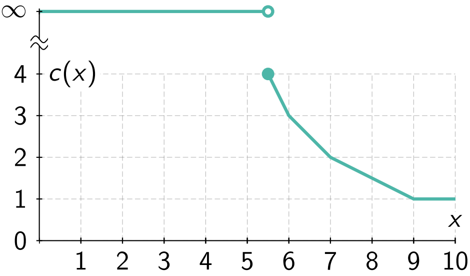




1. Initialize $c \equiv \text{max.} - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

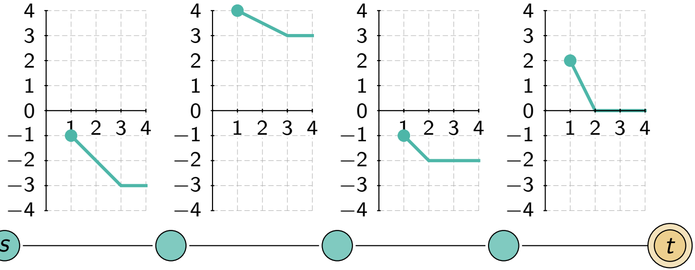
Tradeoff Function Propagation (TFP)

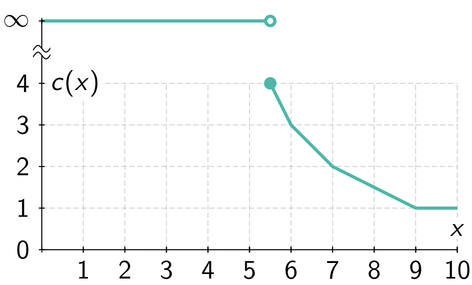




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

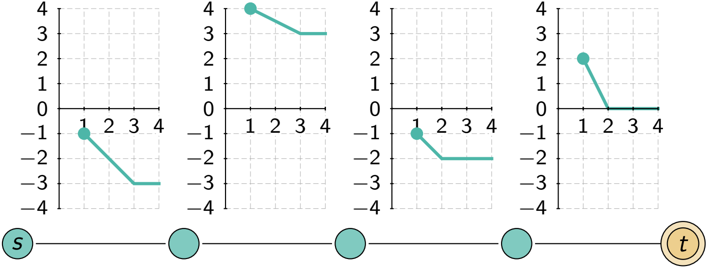
Tradeoff Function Propagation (TFP)

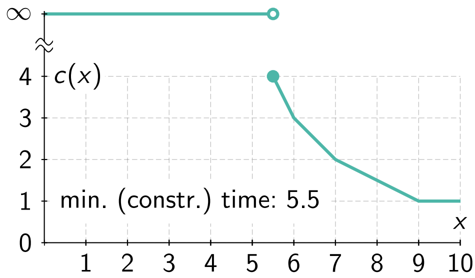




1. Initialize $c \equiv \text{max.} - \text{init. SoC}$
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

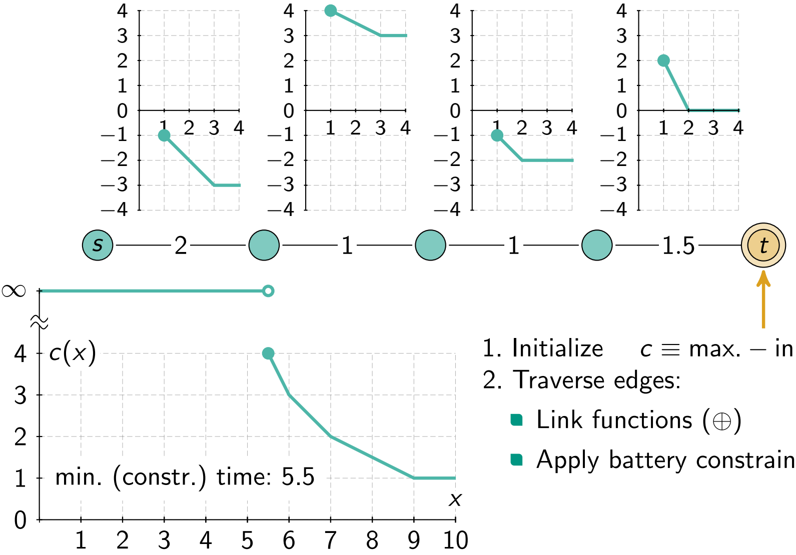
Tradeoff Function Propagation (TFP)





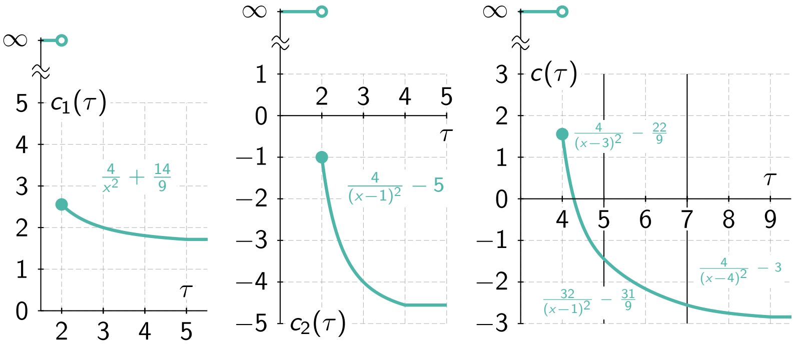
1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

Tradeoff Function Propagation (TFP)



1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

Linken im realistischen Modell

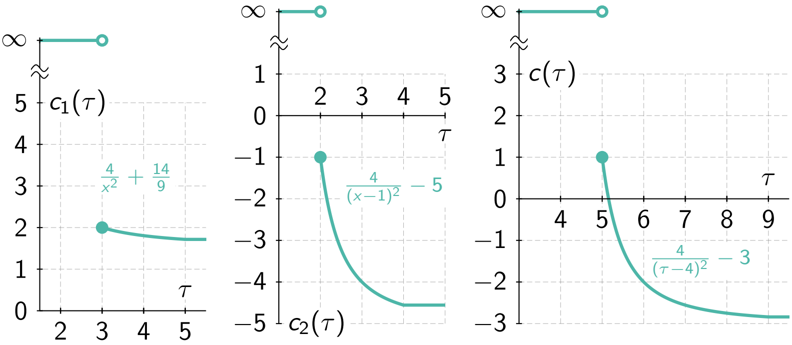


Initialer SoC (an c_1): 4, min. SoC: 0, max. SoC: 8

Battery Constraints beeinflussen Resultat zusätzlich:

- Akku fast leer: Geschwindigkeit muss auf c_1 reduziert werden
- Akku voll: Langsam fahren auf c_2 lohnt nicht

Linken im realistischen Modell

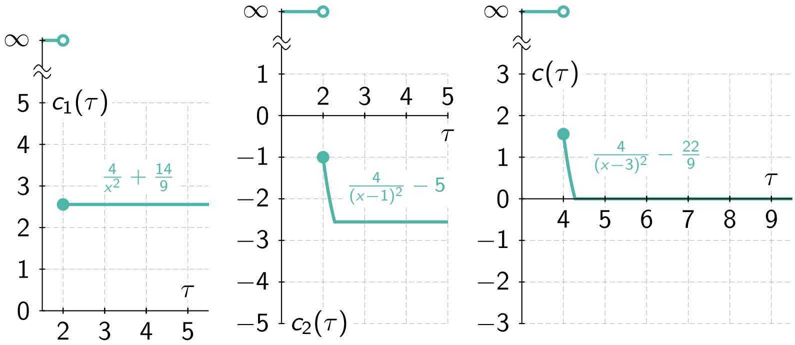


Initialer SoC (an c_1): 2, min. SoC: 0, max. SoC: 8

Battery Constraints beeinflussen Resultat zusätzlich:

- Akku fast leer: Geschwindigkeit muss auf c_1 reduziert werden
- Akku voll: Langsam fahren auf c_2 lohnt nicht

Linken im realistischen Modell



Initialer SoC (an c_1): 8, min. SoC: 0, max. SoC: 8

Battery Constraints beeinflussen Resultat zusätzlich:

- Akku fast leer: Geschwindigkeit muss auf c_1 reduziert werden
- Akku voll: Langsam fahren auf c_2 lohnt nicht

Experimente

Herausforderungen:

- Tradeoff-Functionen in Suche integrieren
- Battery Constraints "on-the-fly" anwenden
- Label Sets verwalten (mehrere Funktionen pro Knoten!)

Experimente:

Straßennetz Europa, PHEM-Verbräuche

- EV mit 2 kWh Akku (Reichweite ∼10 km)

Algorithm	# Labels	# Cmp.	Time [ms]
Multi-graph	30 990 k	21 301 M	47 755
Tradeoff fct.	103 k	4 M	444

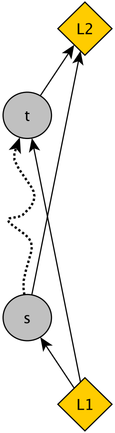
(Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM)

- Pfade auf Multigraph sind länger (diskretierte Verbräuche)!

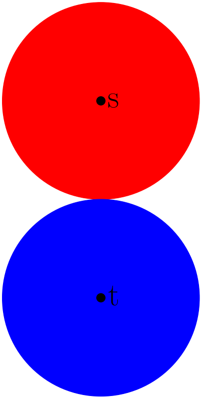
Realistisches Modell zahlt sich aus

TFP – Beschleunigungstechniken

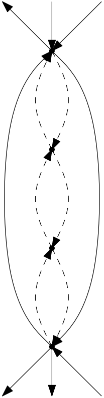
Landmarken



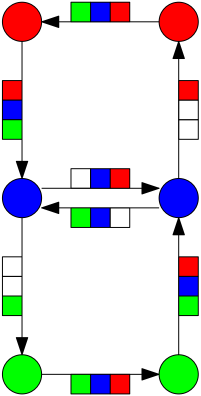
Bidirektionale Suche



Kontraktion



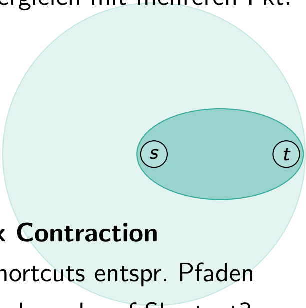
Arc-Flags



Speedup

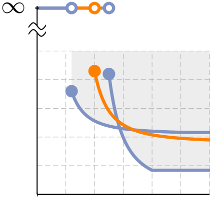
Verbesserte Dominanz-Checks

- Dominierte Subfunktionen
- Vergleich mit mehreren Fkt.



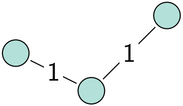
Vertex Contraction

- Shortcuts entspr. Pfaden
- Verbrauch auf Shortcut?



A*-Suche

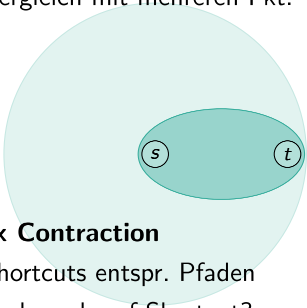
- Ähnlich wie bei CFP
- Berücksichtige SoC

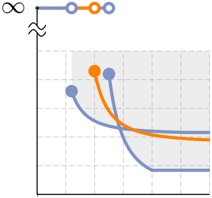


Speedup

Verbesserte Dominanz-Checks

- Dominierte Subfunktionen
- Vergleich mit mehreren Fkt.



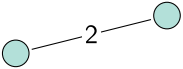


A*-Suche

- Ähnlich wie bei CFP
- Berücksichtige SoC

Vertex Contraction

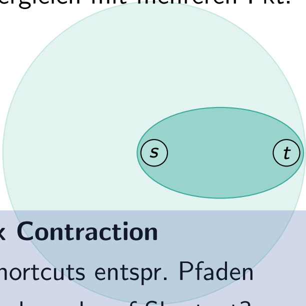
- Shortcuts entspr. Pfaden
- Verbrauch auf Shortcut?

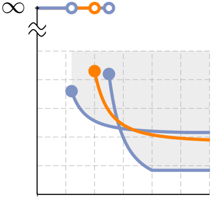


Speedup

Verbesserte Dominanz-Checks

- Dominierte Subfunktionen
- Vergleich mit mehreren Fkt.



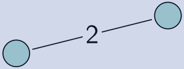


A*-Suche

- Ähnlich wie bei CFP
- Berücksichtige SoC

Vertex Contraction

- Shortcuts entspr. Pfaden
- Verbrauch auf Shortcut?



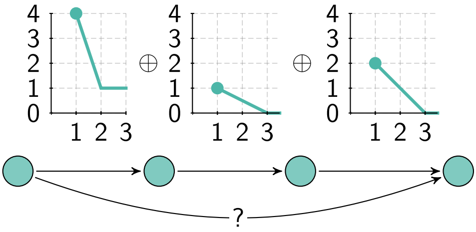
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



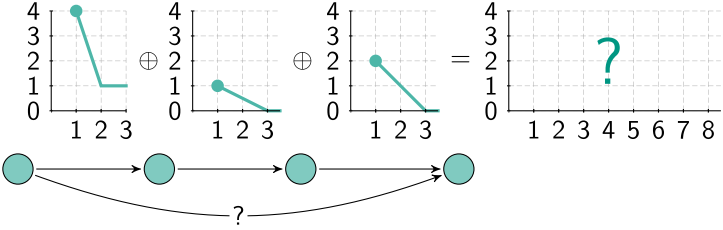
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



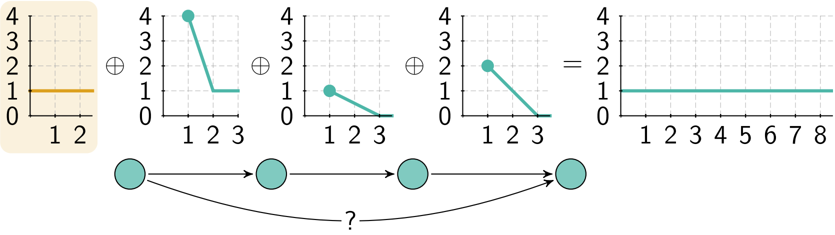
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



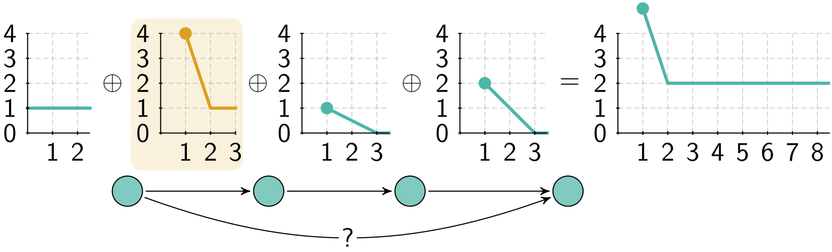
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



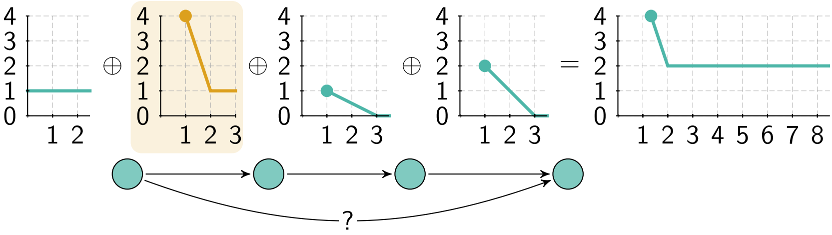
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



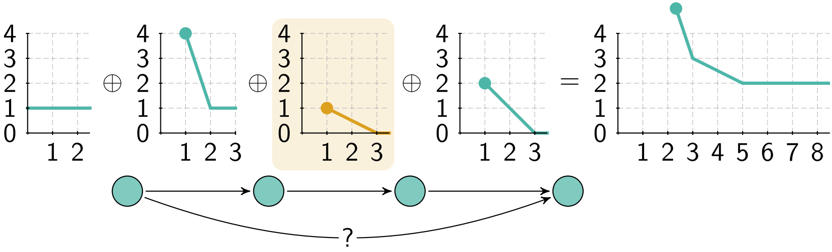
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



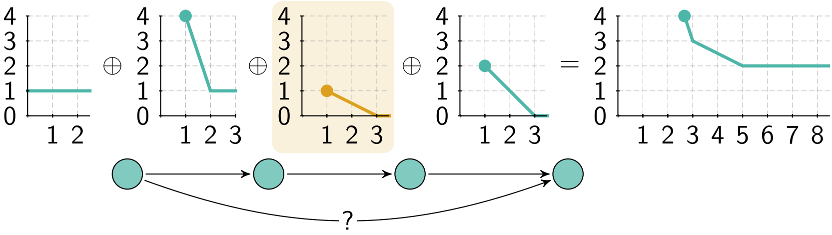
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



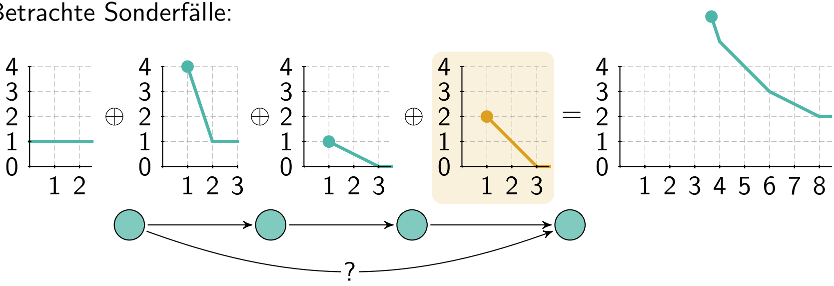
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



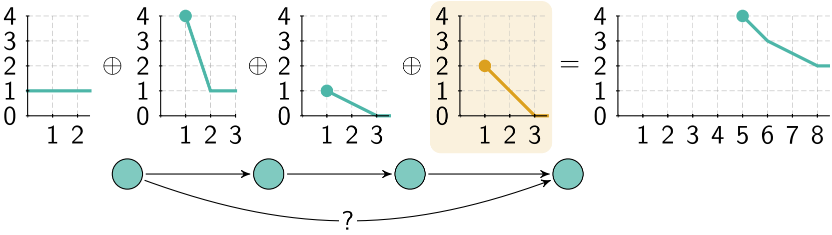
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



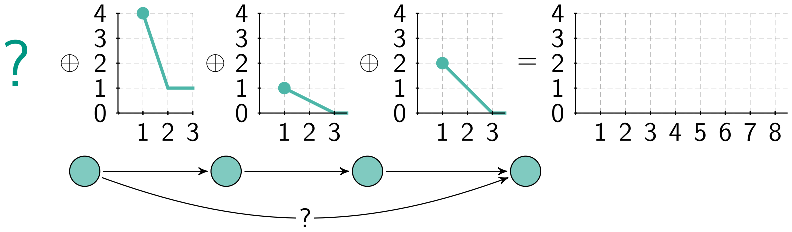
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



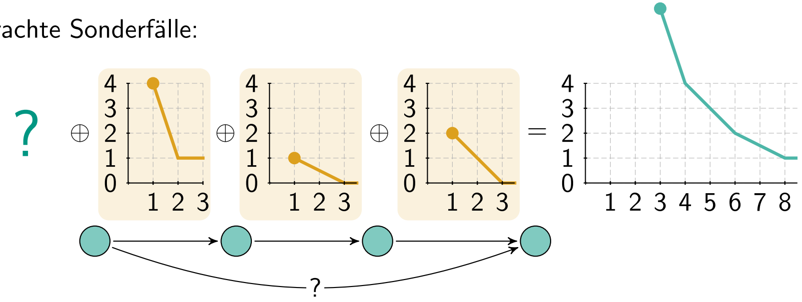
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



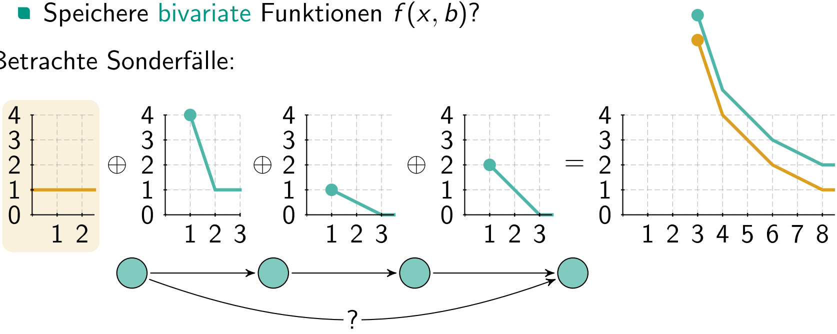
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



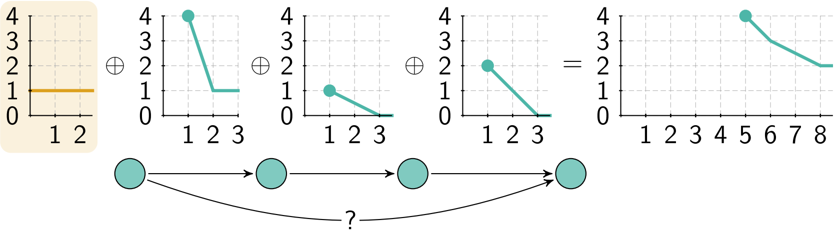
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



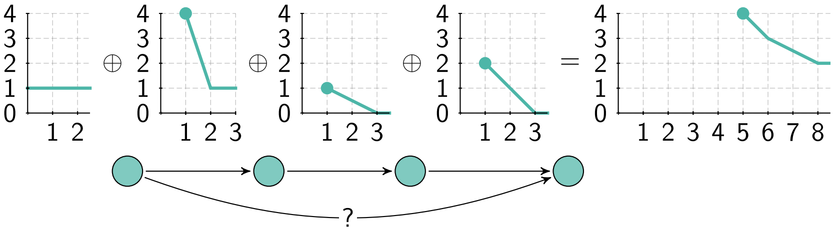
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



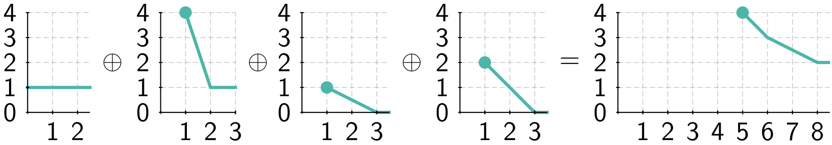
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

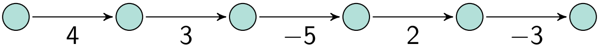
Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



$\Rightarrow$ Kontrahiere nur, falls alle Verbräuche selbes Vorzeichen haben



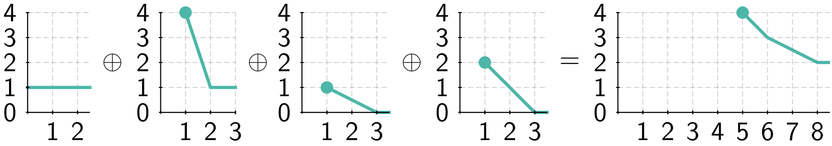
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

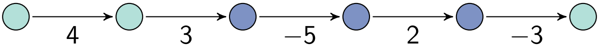
Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



$\Rightarrow$ Kontrahiere nur, falls alle Verbräuche selbes Vorzeichen haben



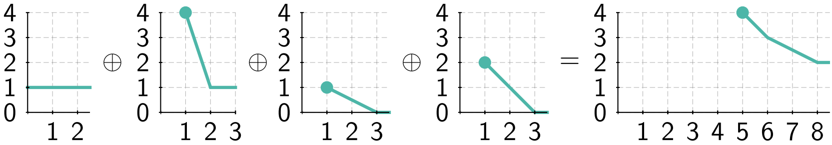
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

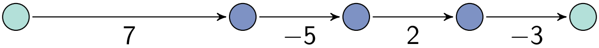
Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen explizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



$\Rightarrow$ Kontrahiere nur, falls alle Verbräuche selbes Vorzeichen haben



Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

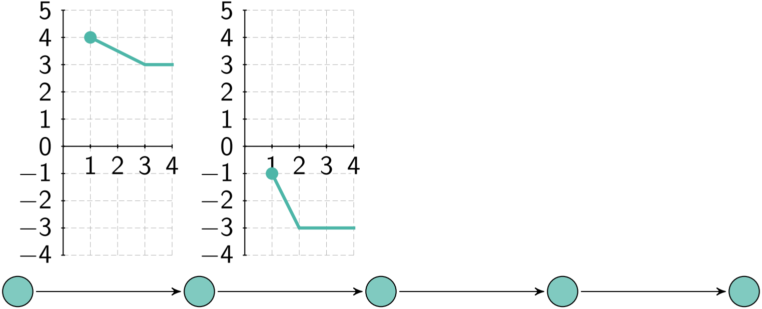
- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

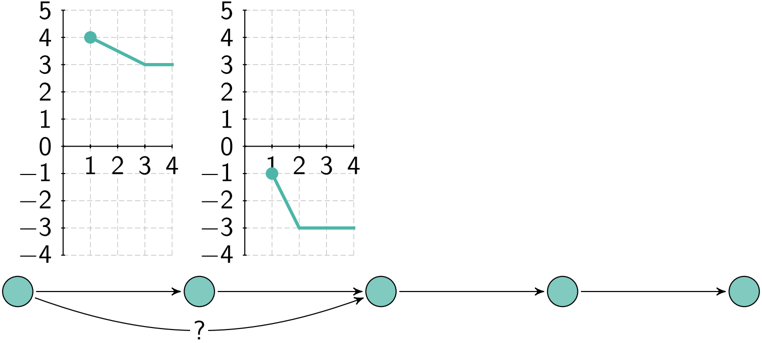


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

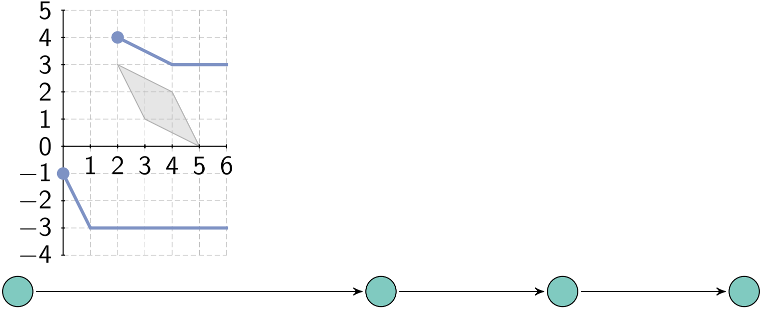


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

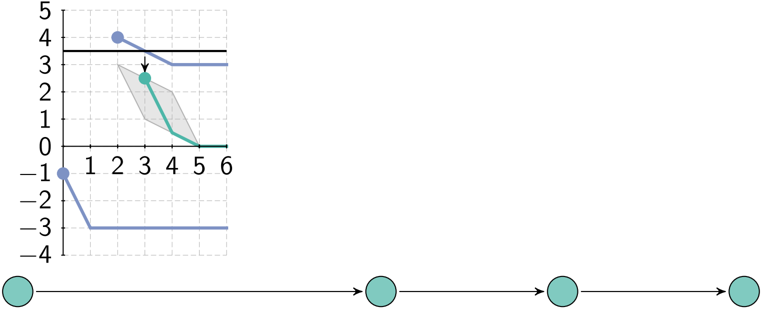


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

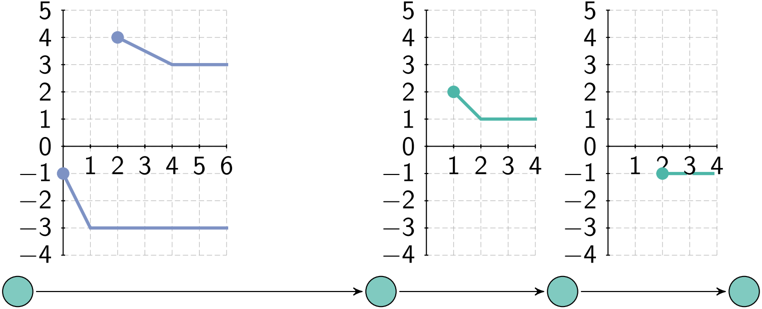


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

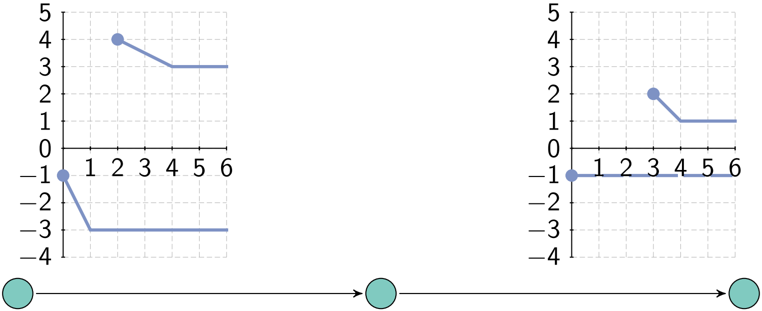


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

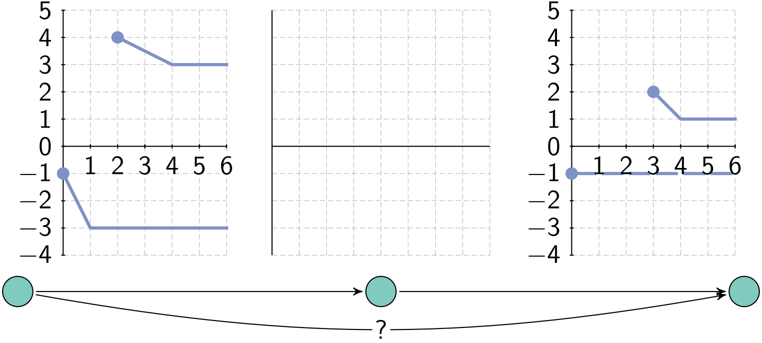


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

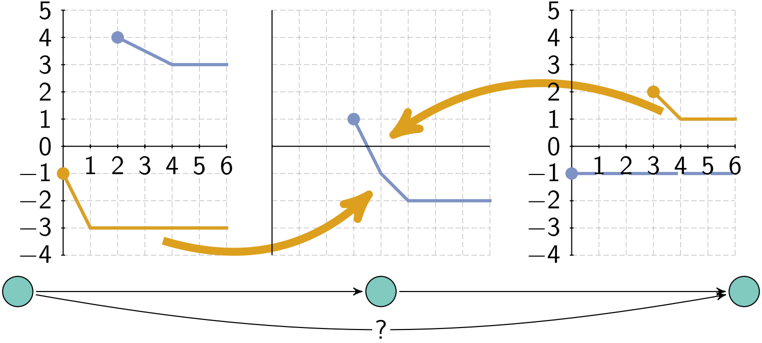


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

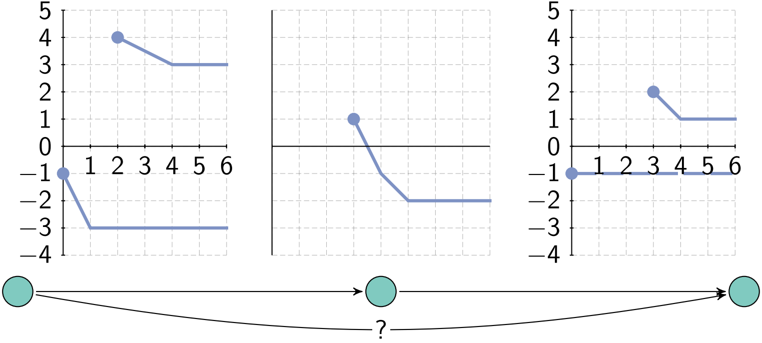


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

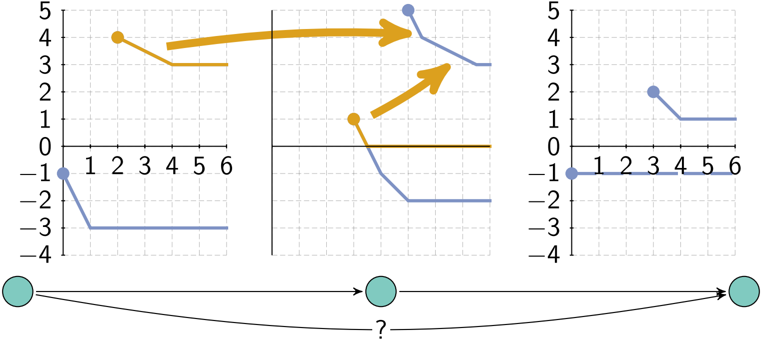


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

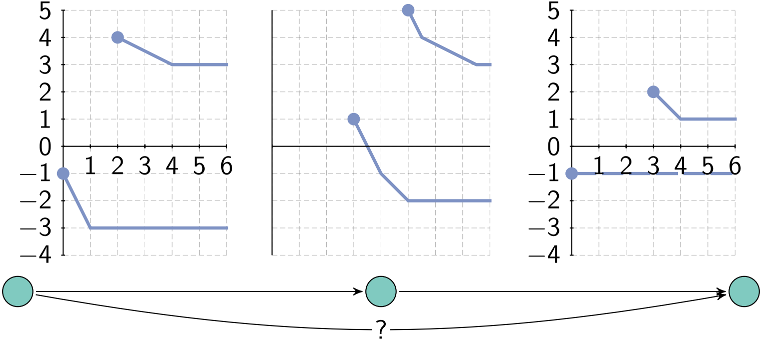


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

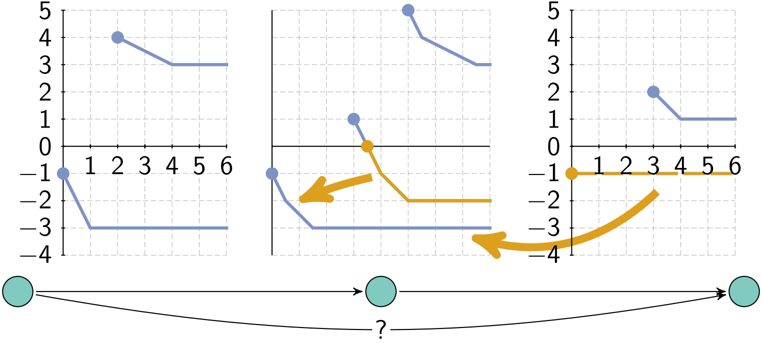


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

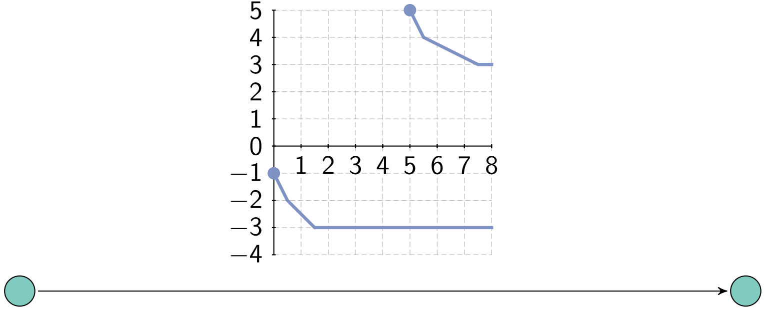


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

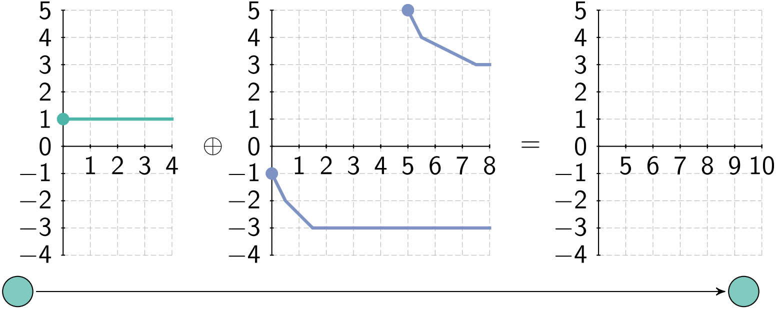


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

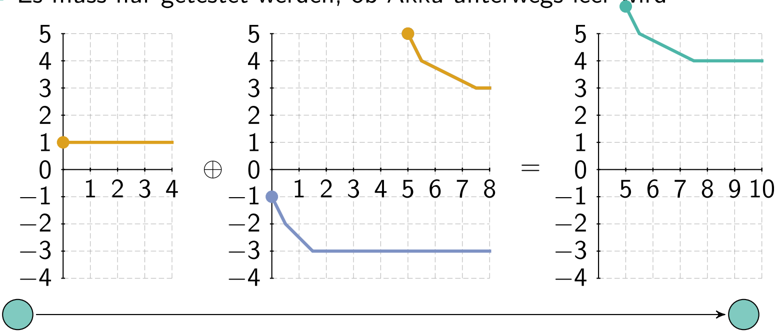


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

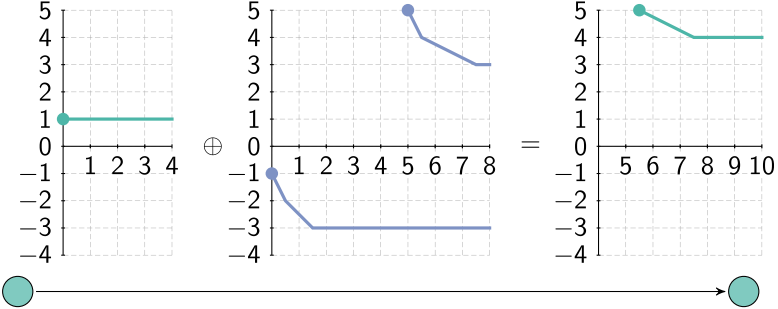


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

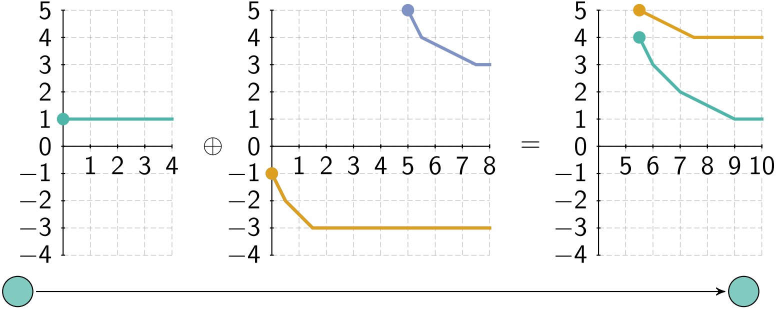


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird

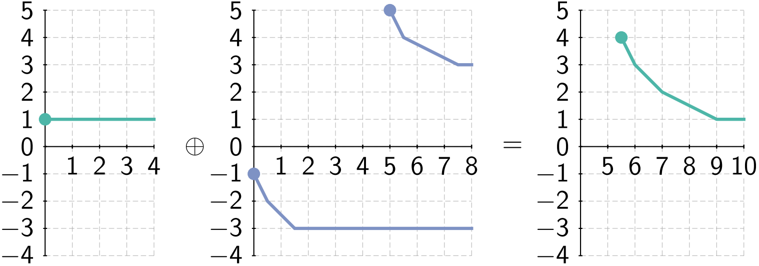


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird



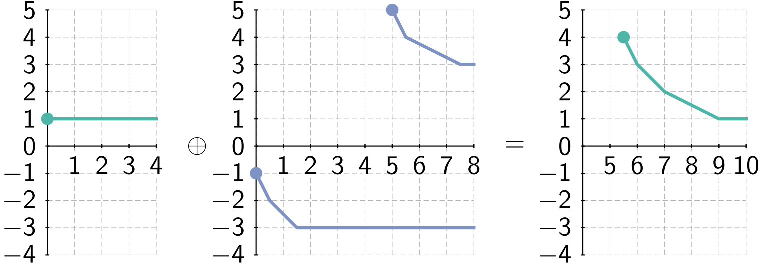
⇒ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

Entladende Pfade

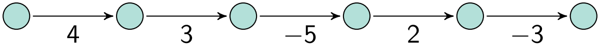
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird



$\Rightarrow$ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

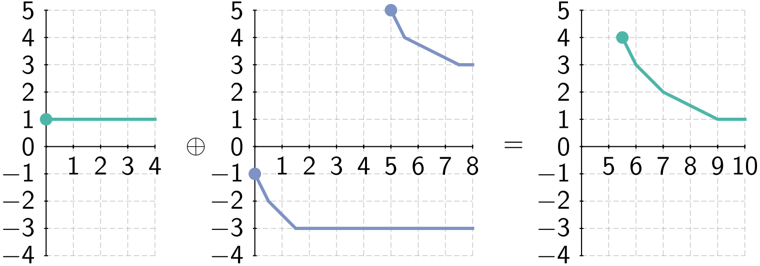


Entladende Pfade

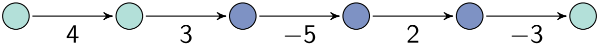
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird



⇒ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

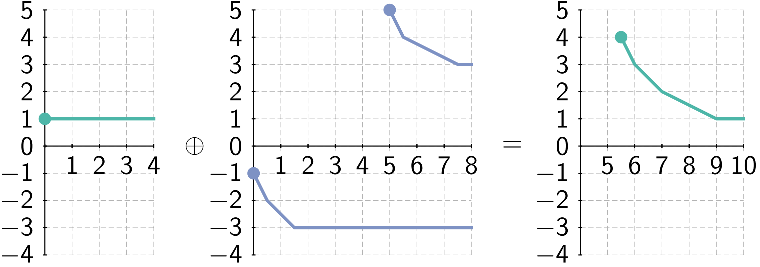


Entladende Pfade

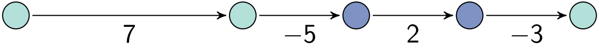
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird



⇒ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

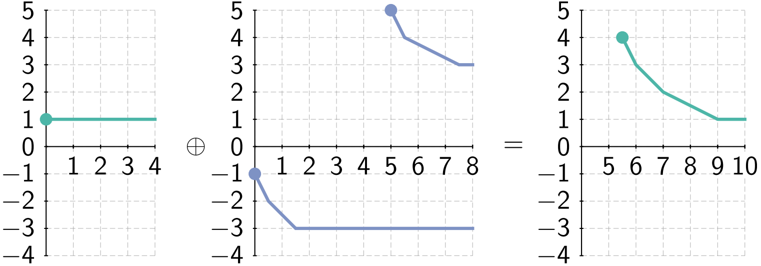


Entladende Pfade

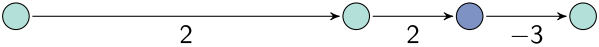
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird



$\Rightarrow$ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

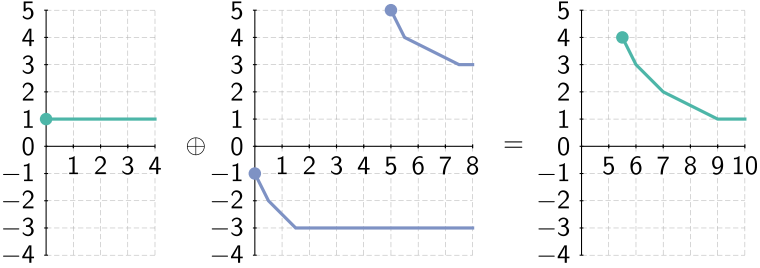


Entladende Pfade

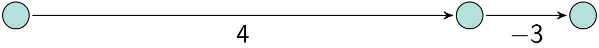
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird



$\Rightarrow$ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

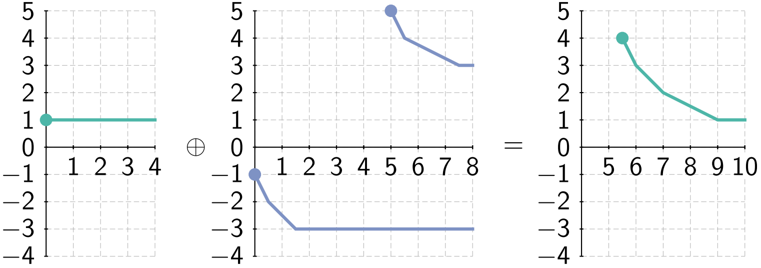


Entladende Pfade

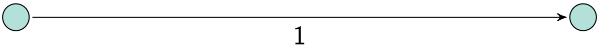
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Energie, die verbraucht wurde, kann ohne Gefahr geladen werden
- Es muss nur getestet werden, ob Akku unterwegs leer wird



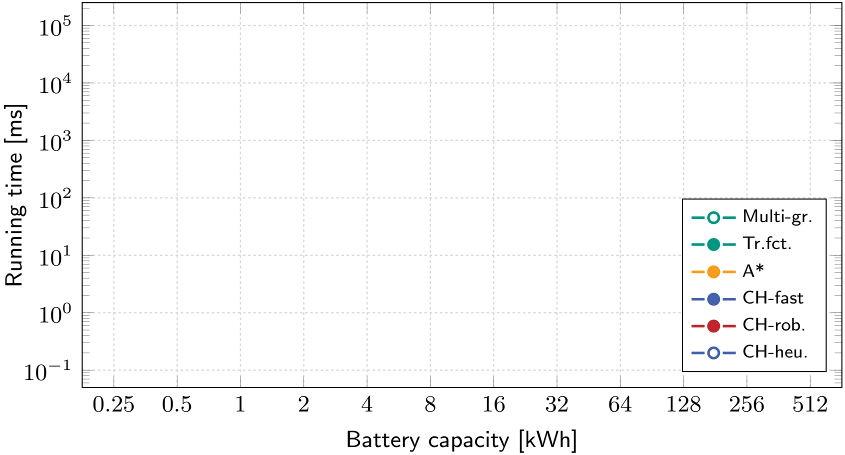
⇒ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts



Experimente

- Straßennetzwerk von Europa, max. Laufzeit: 60 min

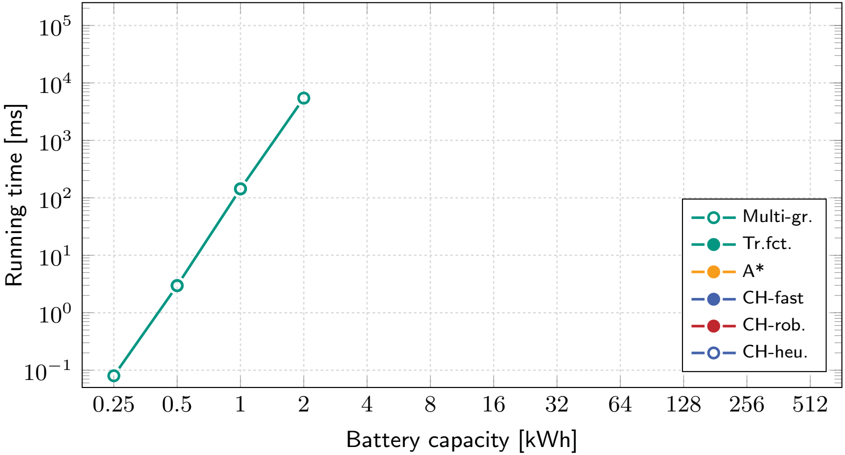
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Straßennetzwerk von Europa, max. Laufzeit: 60 min

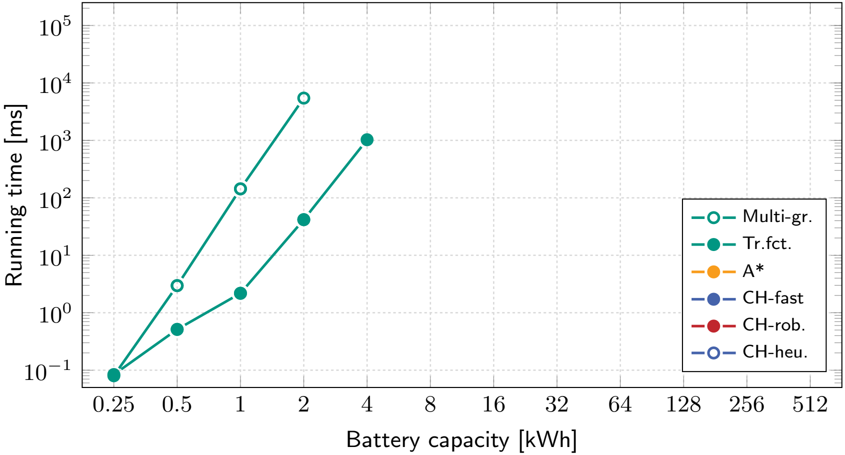
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Straßennetzwerk von Europa, max. Laufzeit: 60 min

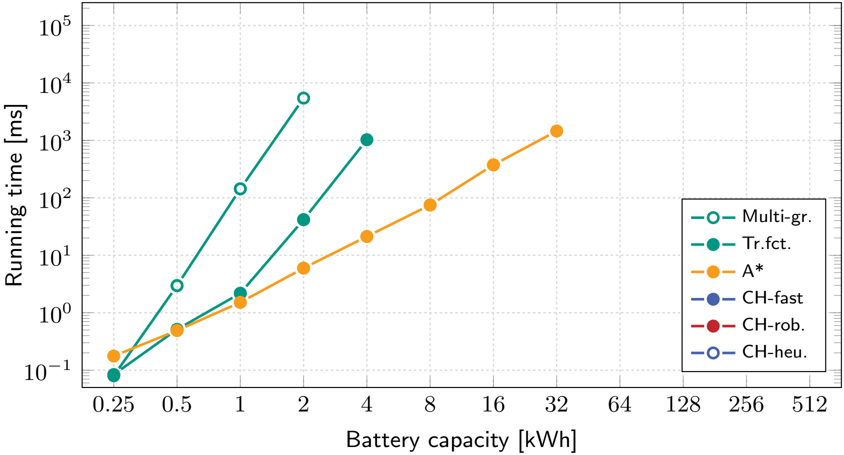
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Straßennetzwerk von Europa, max. Laufzeit: 60 min

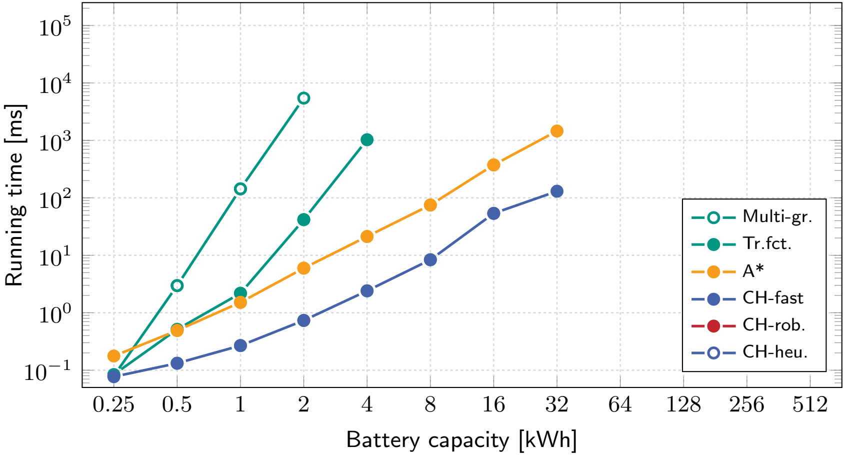
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Straßennetzwerk von Europa, max. Laufzeit: 60 min

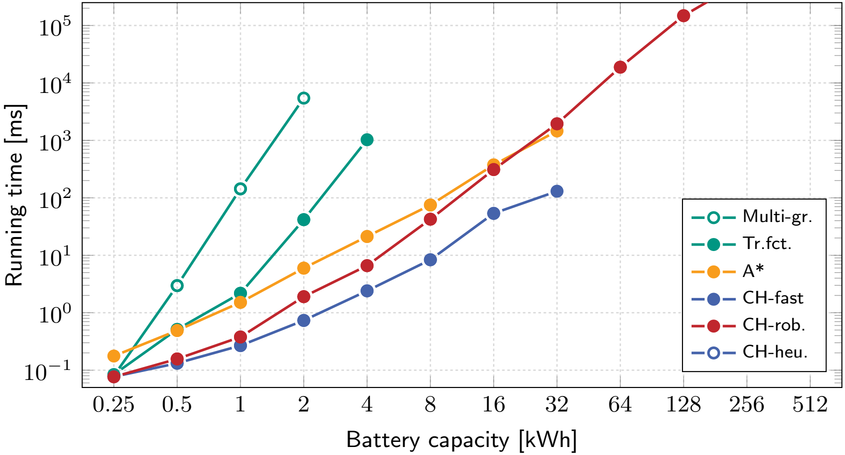
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Straßennetzwerk von Europa, max. Laufzeit: 60 min

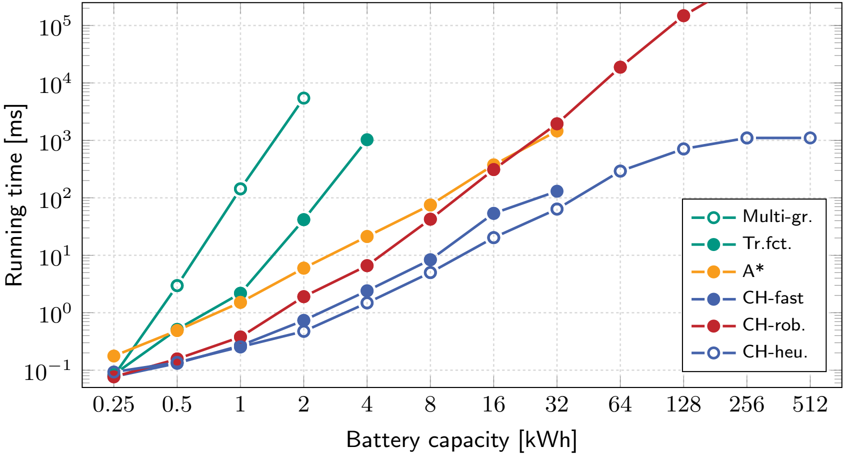
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



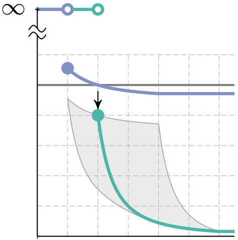
Experimente

- Straßennetzwerk von Europa, max. Laufzeit: 60 min

Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



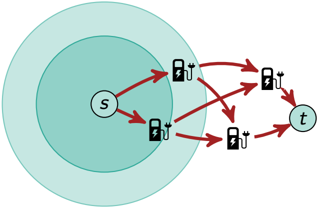
Zusammenfassung



Constrained Shortest Path für EVs

- $\mathcal{NP}$-schwere Probleme
- Realistische Modelle
- Engineering, Speedup-Techniken

Optimale Resultate in wenigen Sekunden für realistische Anfragen



Offene Punkte

- Laden + Geschwindigkeit
- Turn Costs
- Mehr Heuristiken
- Zeitabhängigkeit

Literatur I

Moritz Baum, Julian Dibbelt, Andreas Gemsa, Dorothea Wagner, and Tobias Zündorf.

Shortest feasible paths with charging stops for battery electric vehicles.

In *Proceedings of the 23rd ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, pages 44:1–44:10. ACM Press, 2015.

Moritz Baum, Julian Dibbelt, Lorenz Hübschle-Schneider, Thomas Pajor, and Dorothea Wagner.

Speed-consumption tradeoff for electric vehicle route planning.

In *Proceedings of the 14th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems (ATMOS'14)*, volume 42 of *OpenAccess Series in Informatics (OASIcs)*, pages 138–151. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum für Informatik, 2014.

Literatur II

Moritz Baum, Julian Dibbelt, Dorothea Wagner, and Tobias Zündorf.
Modeling and engineering constrained shortest path algorithms for battery electric vehicles.
In *Proceedings of the 25th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'17)*, volume 87 of *Leibniz International Proceedings in Informatics*, pages 11:1–11:16, 2017.