Karlsruher Institut für Technologie

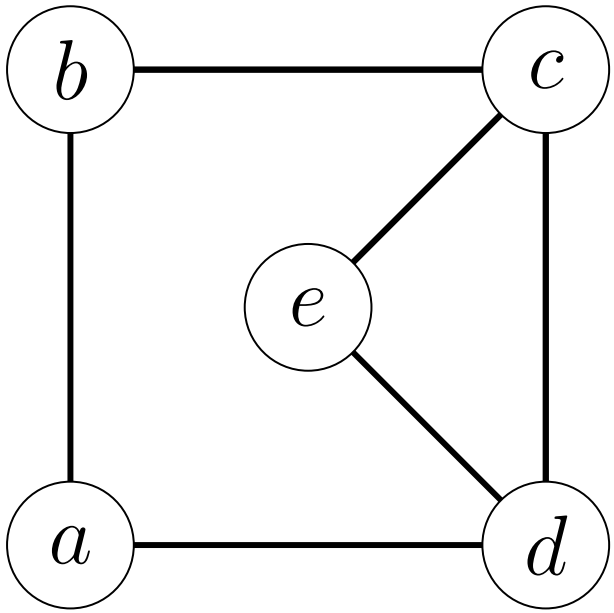
Algorithmen für Planare Graphen

20. Mai 2021, Übung 2

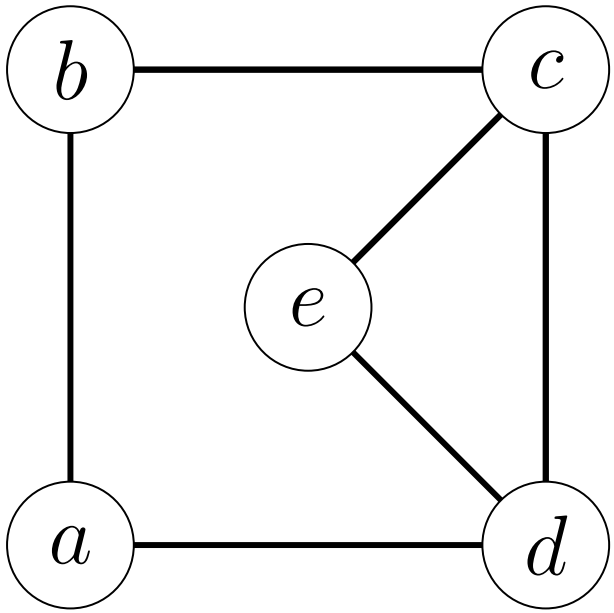
Lars Gottesbüren

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK

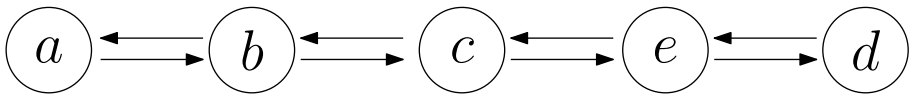
Erweiterte Inzidenzlisten



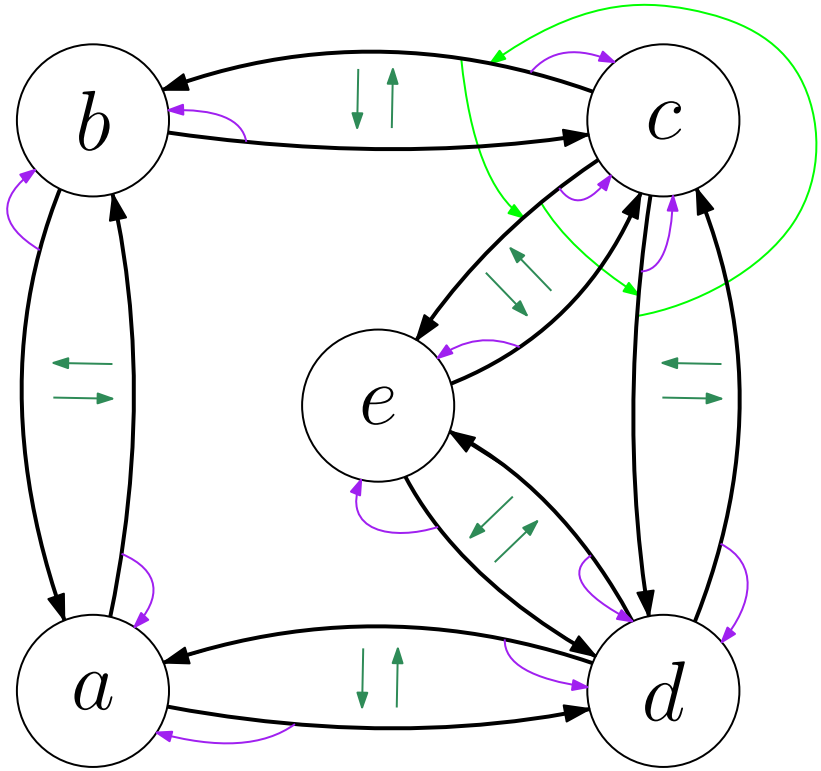
Erweiterte Inzidenzlisten

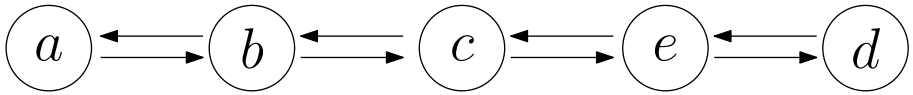


- Liste aller Knoten



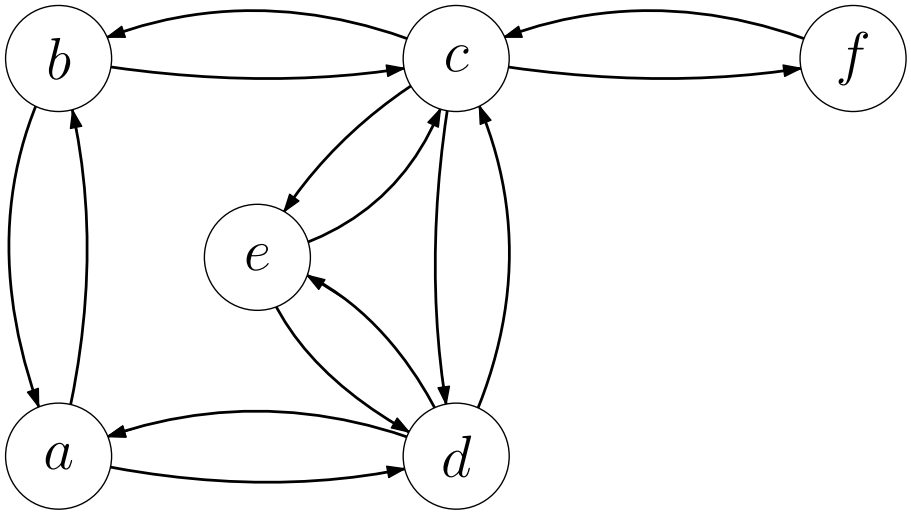
Erweiterte Inzidenzlisten





- Liste aller Knoten
- Knoten: Liste gerichteter Kanten entgegen dem Uhrzeigersinn
- Kante:
  - Zeiger auf entgegengerichtete Kante
  - Zeiger auf Ursprungsknoten

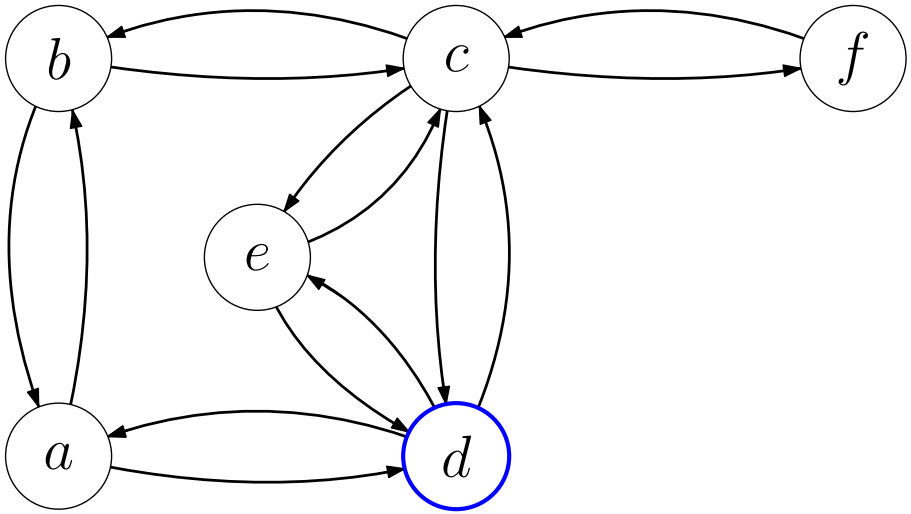
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.

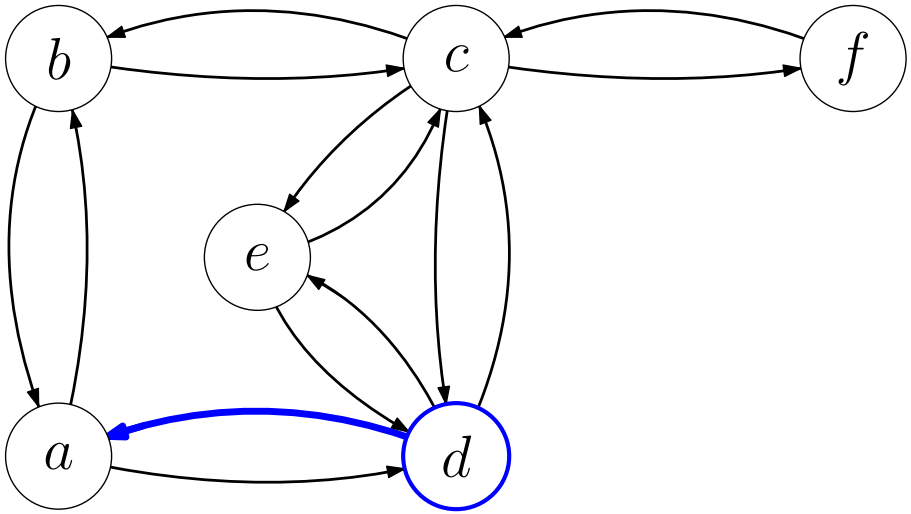
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.

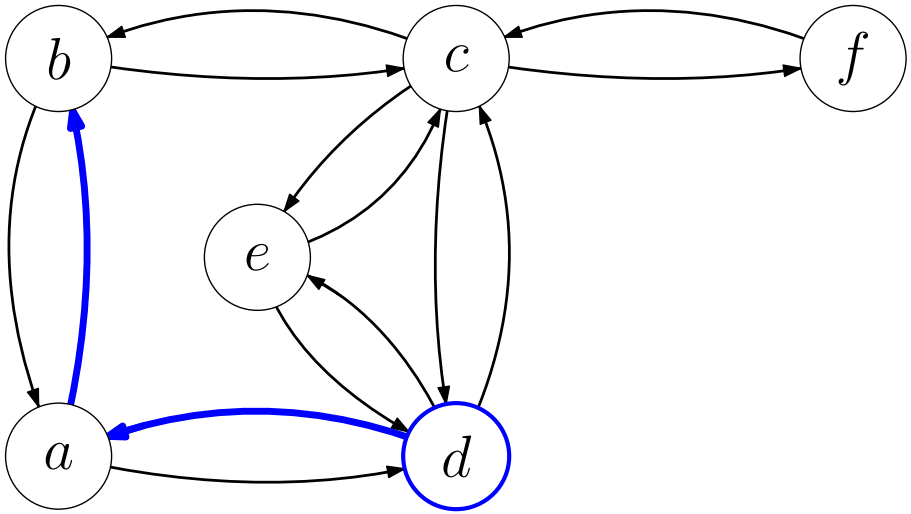
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.

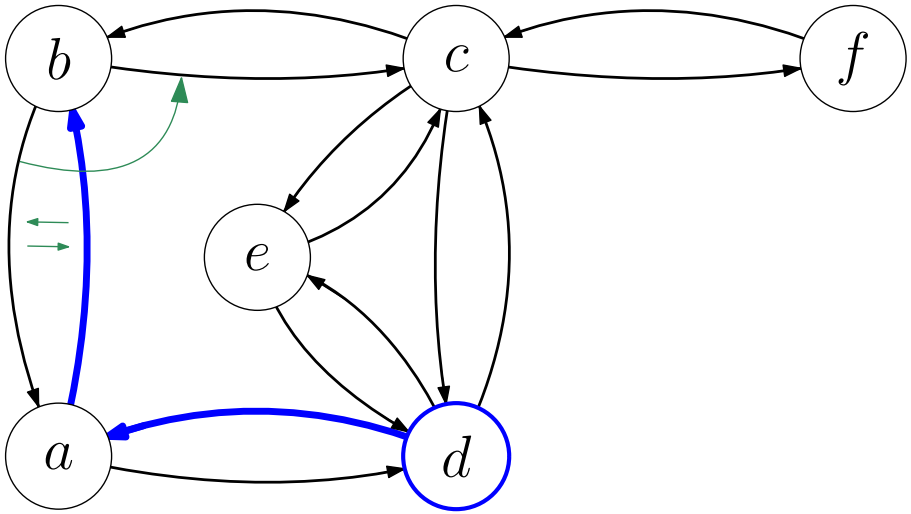
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.

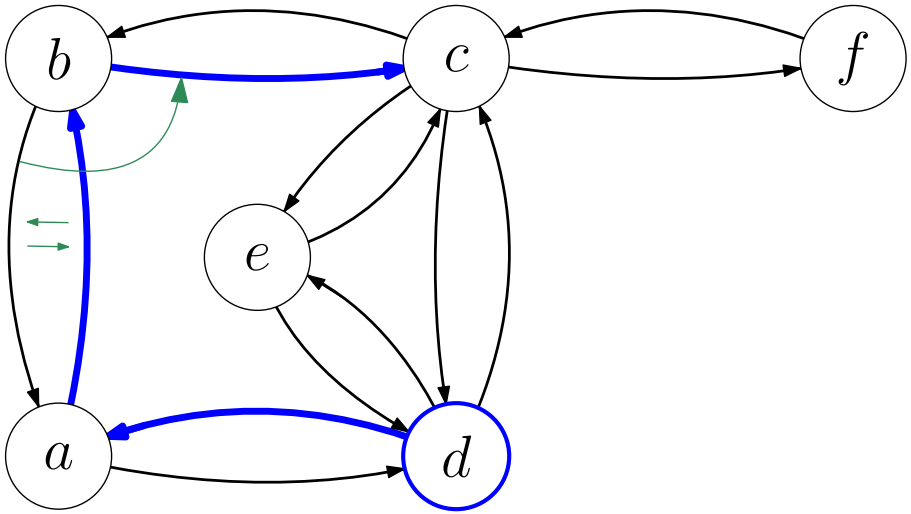
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.

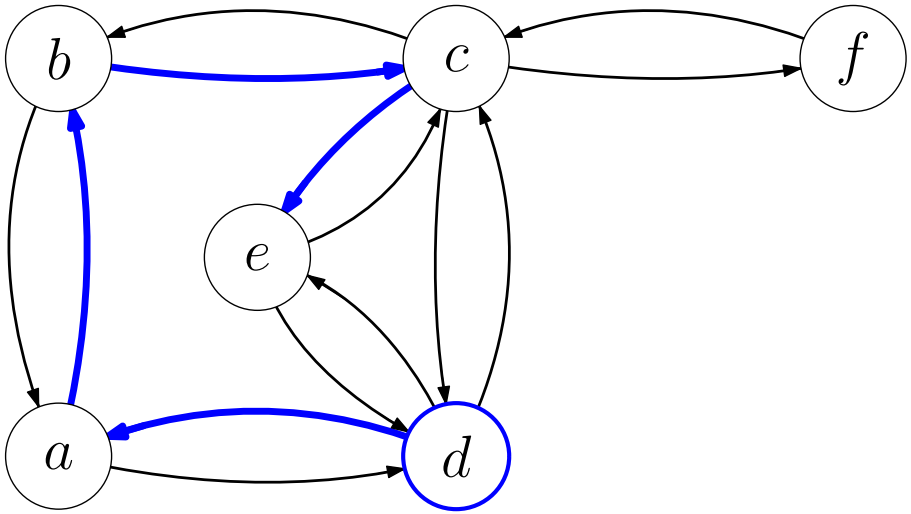
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.

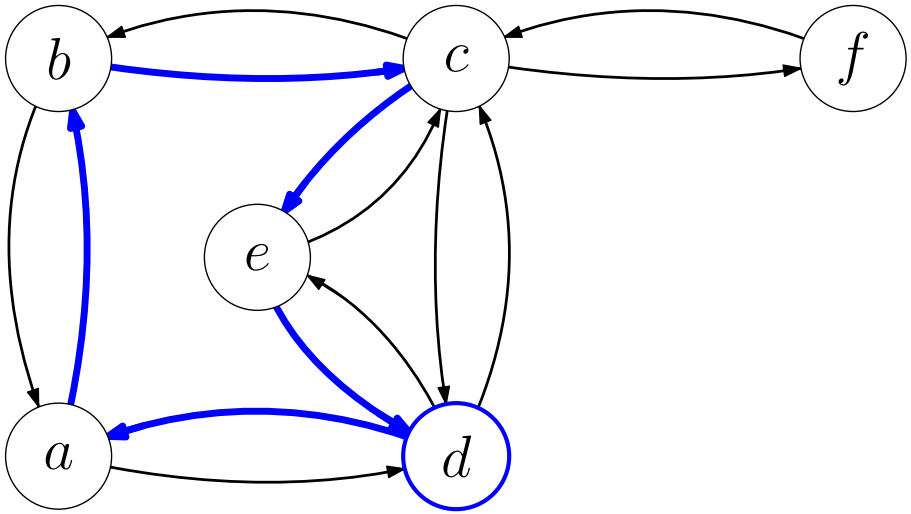
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.

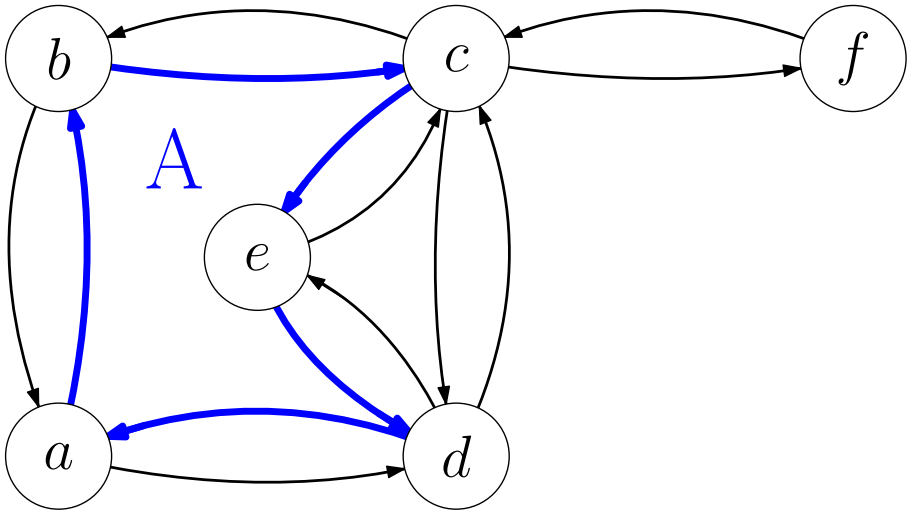
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

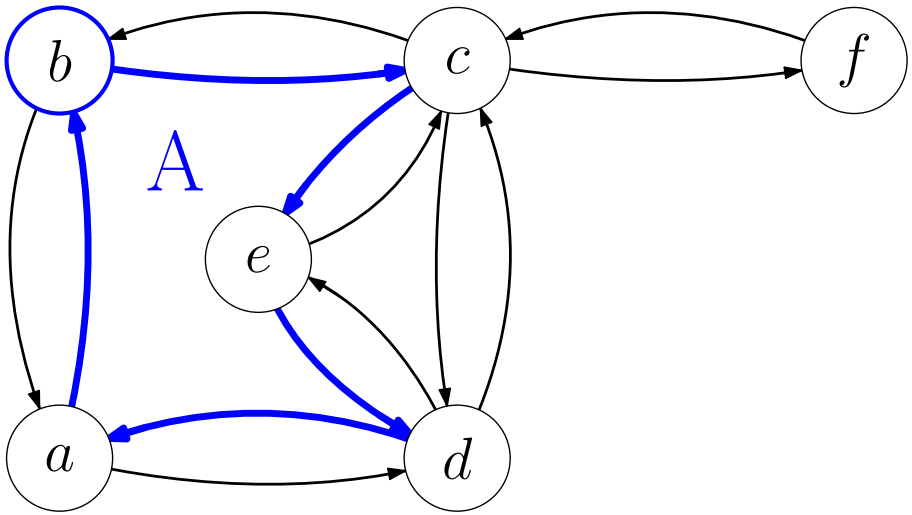
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

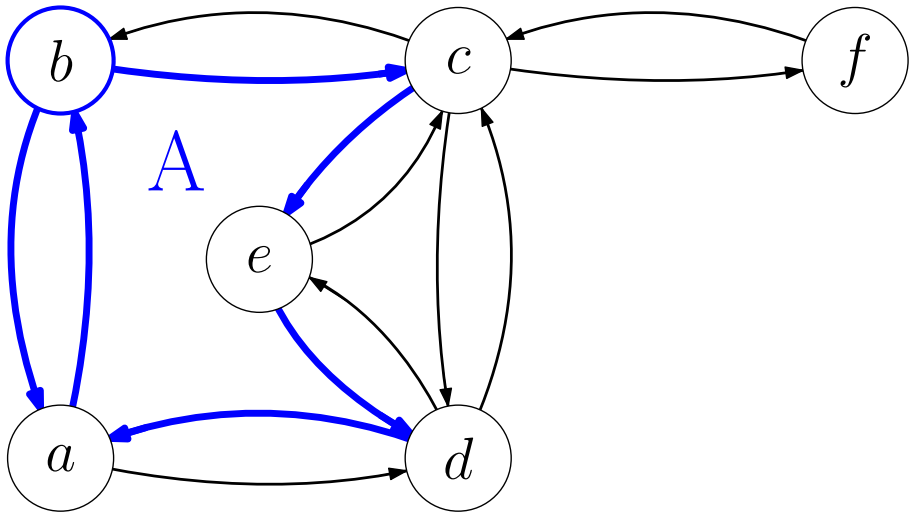
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

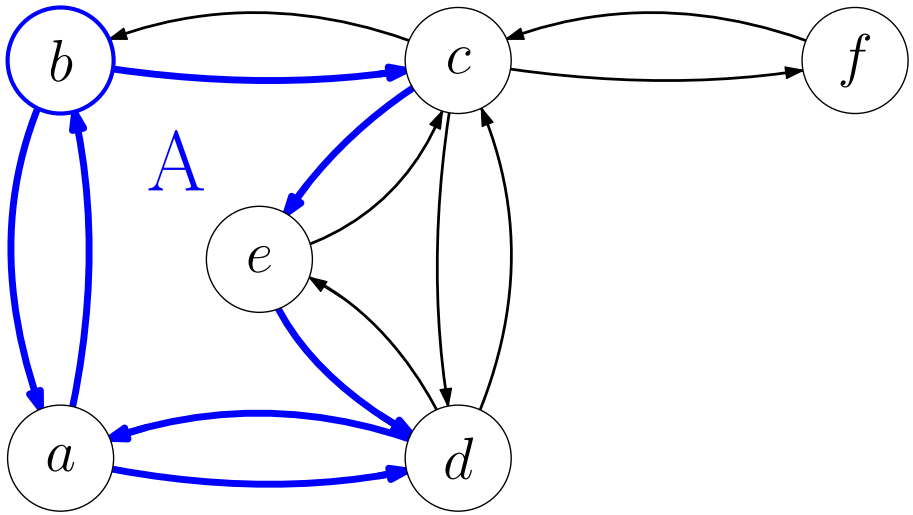
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

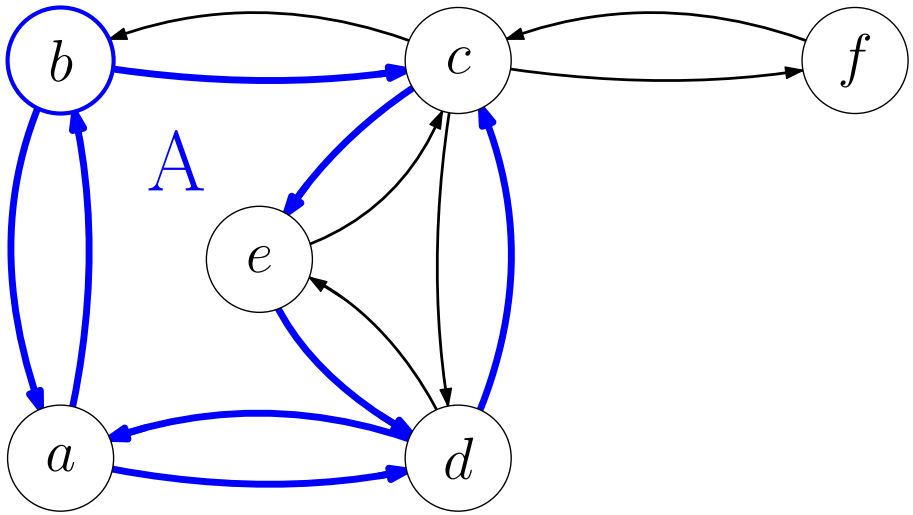
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

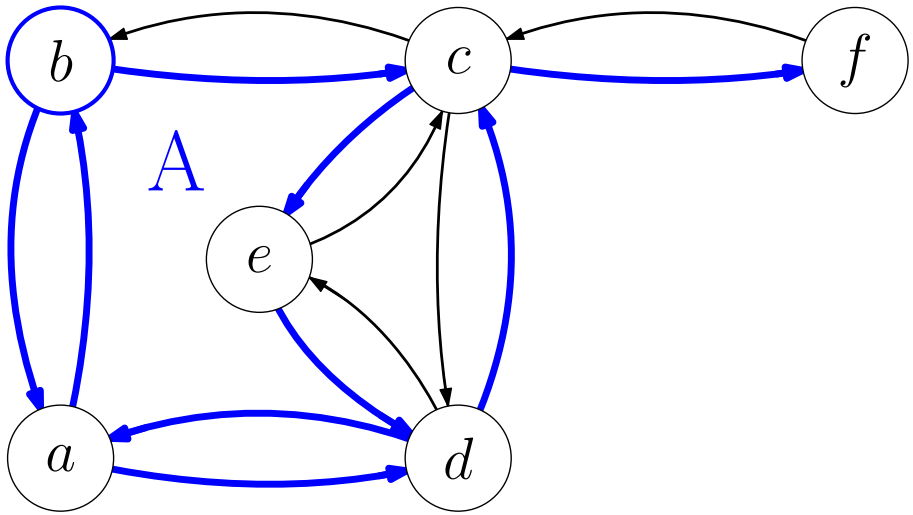
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

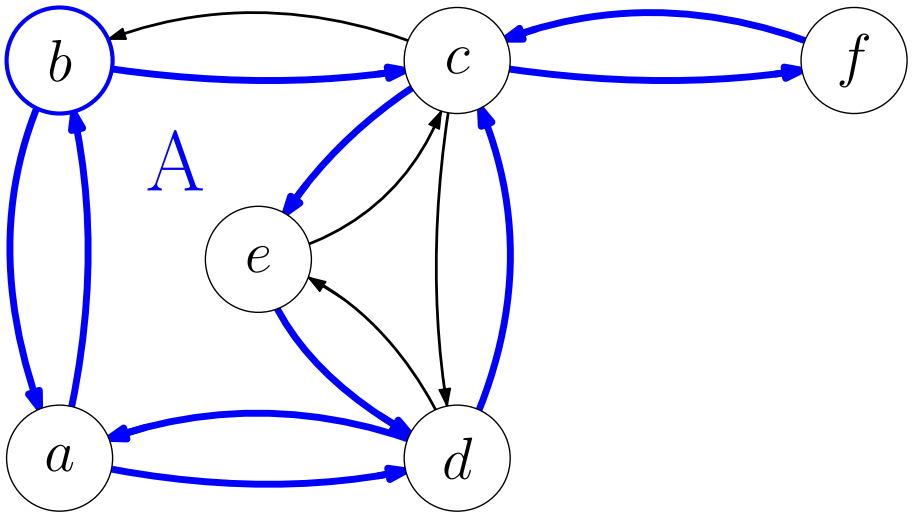
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

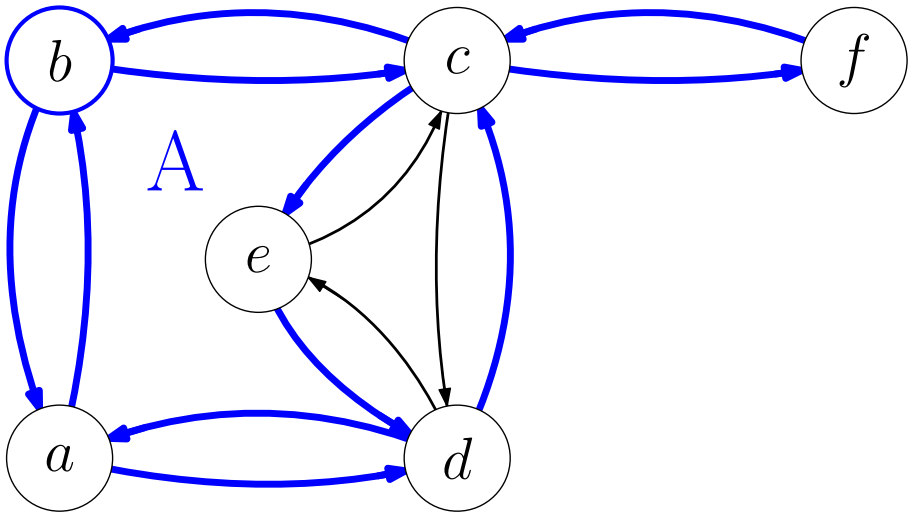
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

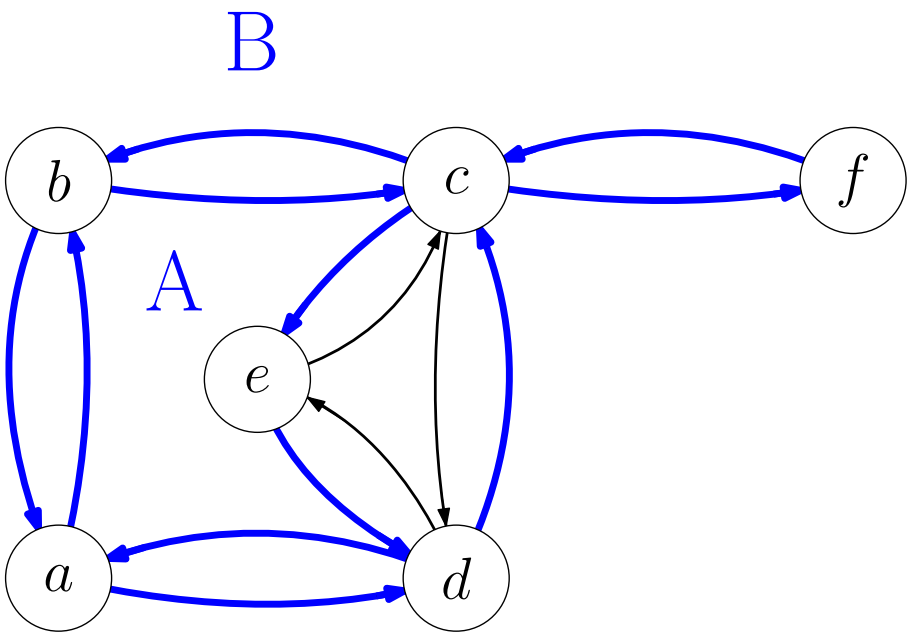
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

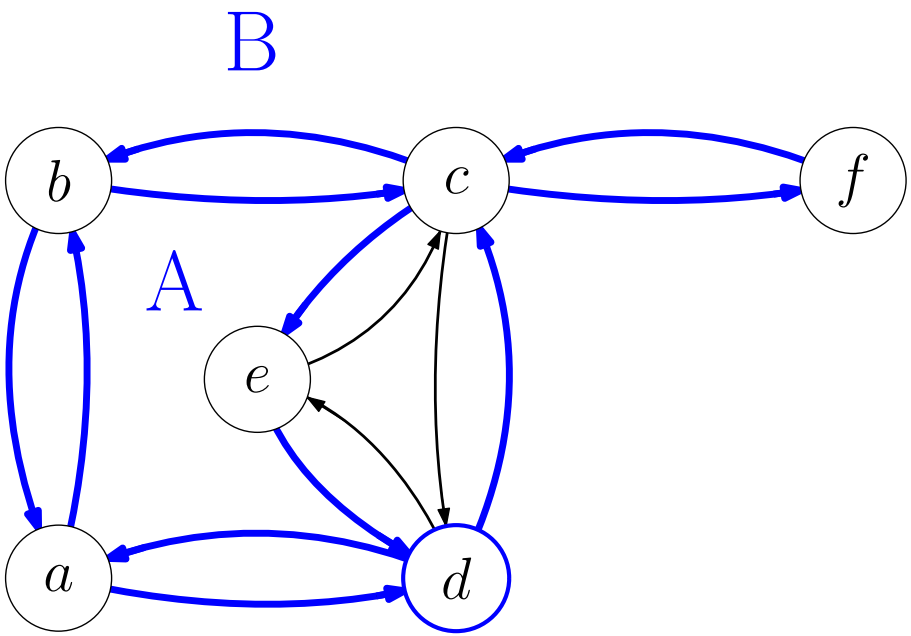
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

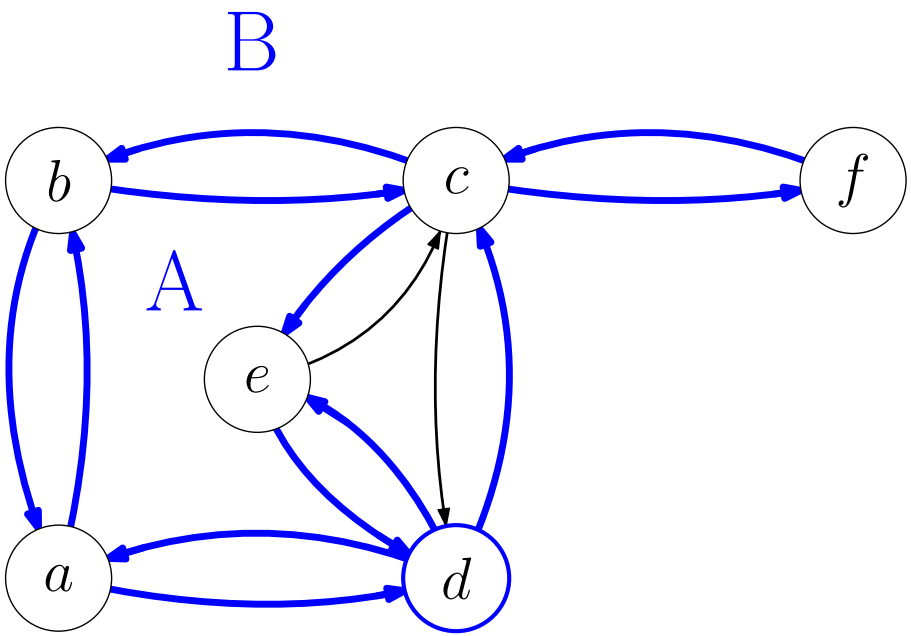
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

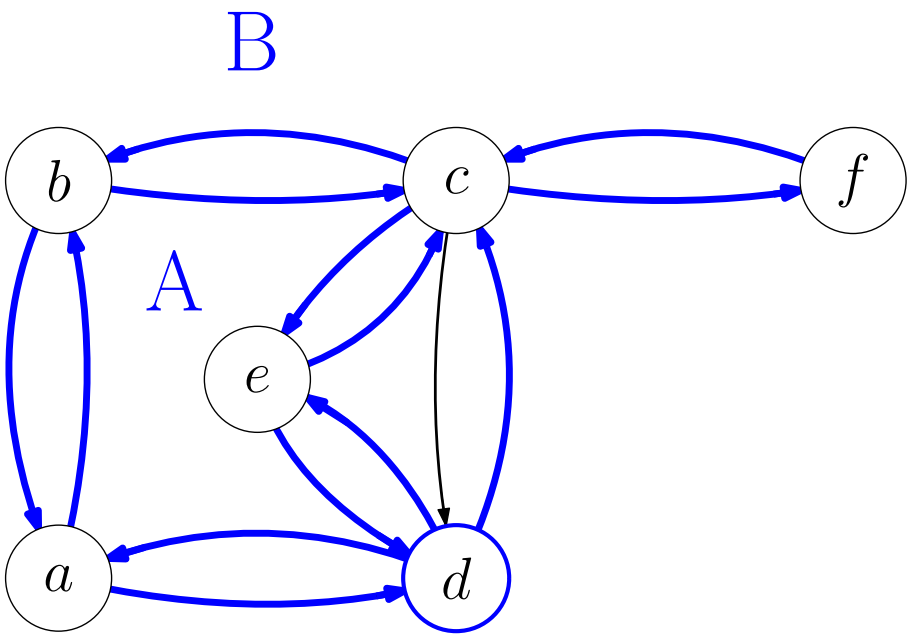
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

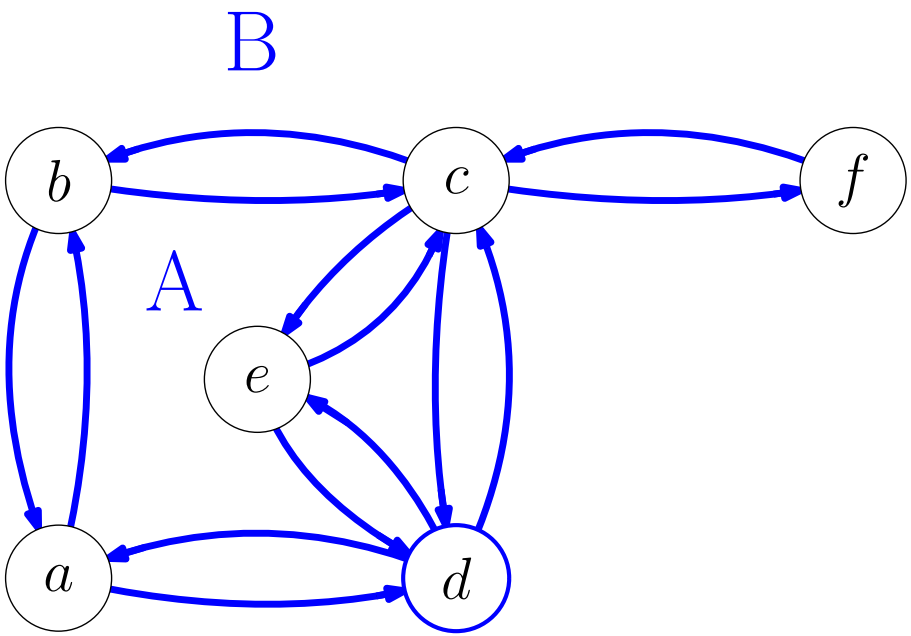
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

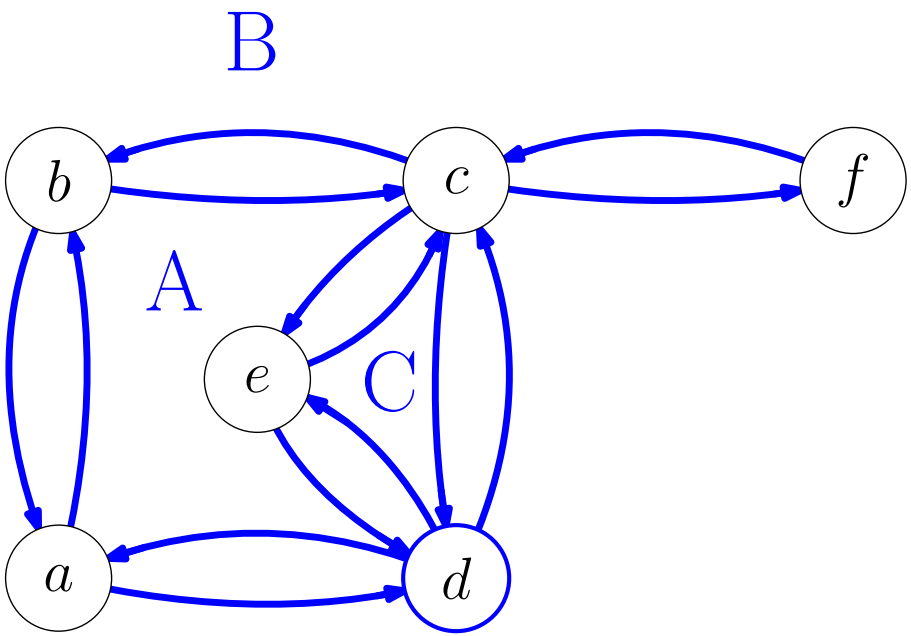
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

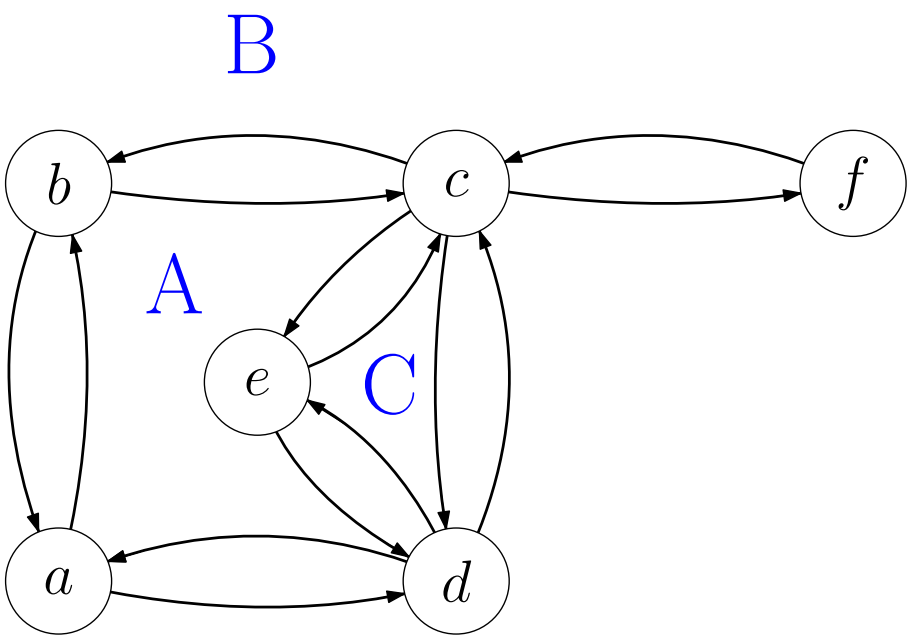
1 – Dualgraph



Duale Knoten

- Wähle einen Knoten und eine ausgehende Kante beliebig.
- Beim nächsten Knoten wähle erste Kante gegen den Uhrzeigersinn.
- Markiere jede traversierte Kante mit der aktuellen *Facetten-ID*.
- Erhöhe die *Facetten-ID* wenn wieder beim Ausgangsknoten angekommen.

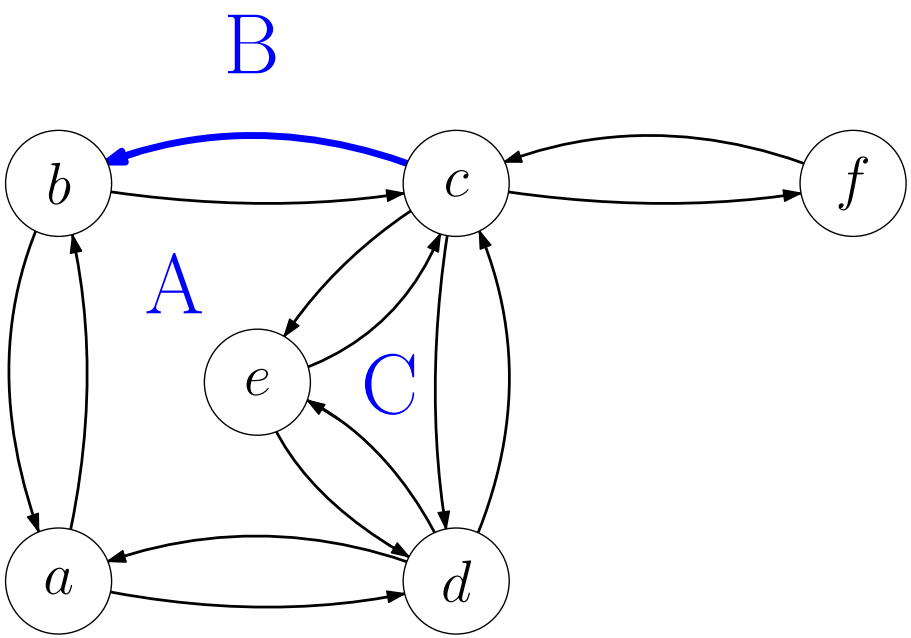
1 – Dualgraph



Duale Kanten

- Traversiere erneut jede Facette.
- Betrachte Hin- und Rückkante und füge für die dualen Knoten mit den entsprechenden *Facetten-IDs* eine duale Kante ein.
- Die dualen Kanten werden in der richtigen Reihenfolge eingefügt.

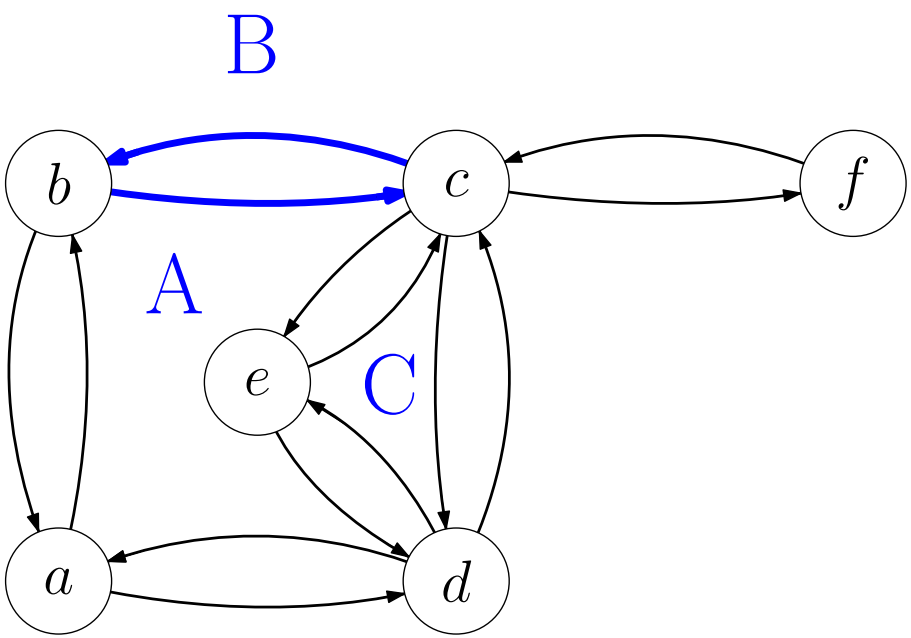
1 – Dualgraph



Duale Kanten

- Traversiere erneut jede Facette.
- Betrachte Hin- und Rückkante und füge für die dualen Knoten mit den entsprechenden *Facetten-IDs* eine duale Kante ein.
- Die dualen Kanten werden in der richtigen Reihenfolge eingefügt.

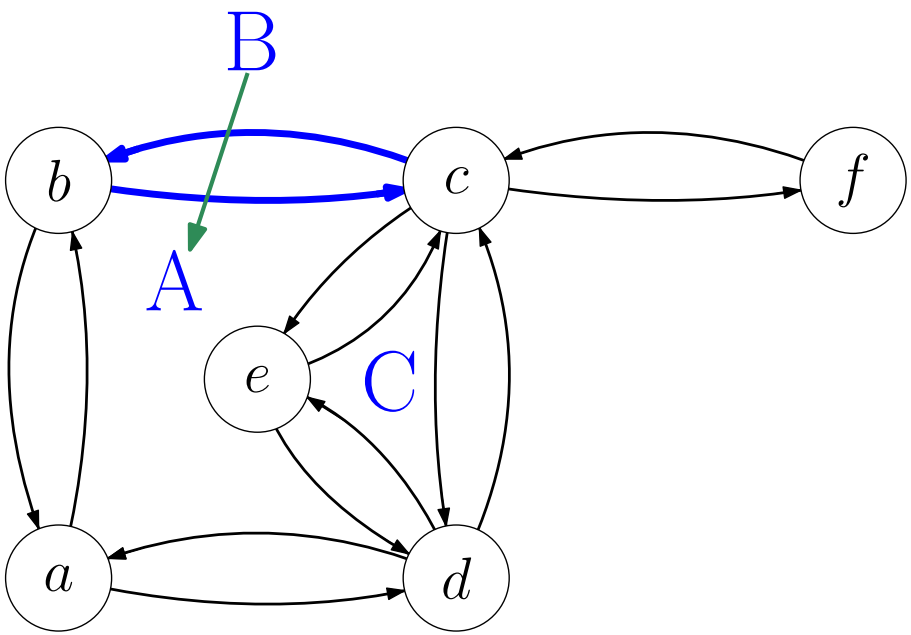
1 – Dualgraph



Duale Kanten

- Traversiere erneut jede Facette.
- Betrachte Hin- und Rückkante und füge für die dualen Knoten mit den entsprechenden *Facetten-IDs* eine duale Kante ein.
- Die dualen Kanten werden in der richtigen Reihenfolge eingefügt.

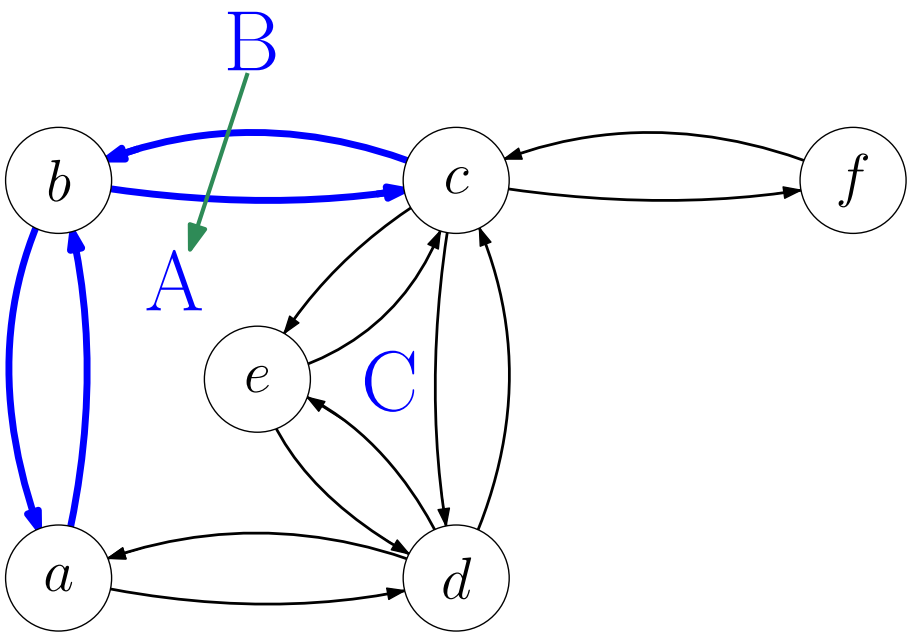
1 – Dualgraph



Duale Kanten

- Traversiere erneut jede Facette.
- Betrachte Hin- und Rückkante und füge für die dualen Knoten mit den entsprechenden *Facetten-IDs* eine duale Kante ein.
- Die dualen Kanten werden in der richtigen Reihenfolge eingefügt.

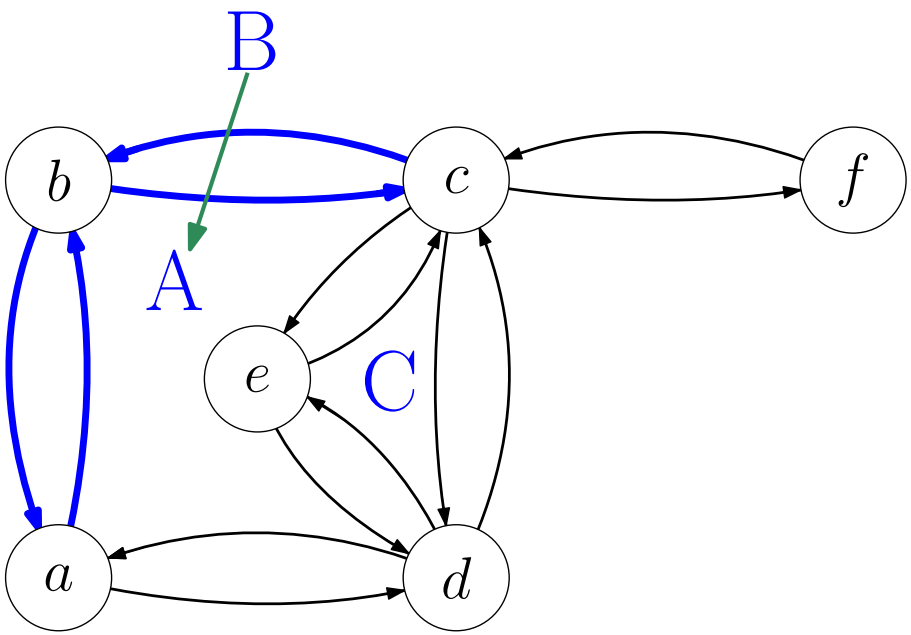
1 – Dualgraph



Duale Kanten

- Traversiere erneut jede Facette.
- Betrachte Hin- und Rückkante und füge für die dualen Knoten mit den entsprechenden *Facetten-IDs* eine duale Kante ein.
- Die dualen Kanten werden in der richtigen Reihenfolge eingefügt.

1 – Dualgraph



Rückkanten

- Speichere beim Einfügen der Kanten Zeiger von Kante im Ausgangsgraphen auf die Kante im Dualgraphen
- Wenn beim Einfügen einer Kante die Rückkante im Ausgangsgraphen schon einen Zeiger hat, ergänze beide Zeiger im Dualgraphen

2 – Färben außenplanarer Graphen

Zeigen Sei dass außenplanare Graphen 3-färbbar sind:

1. mithilfe des 4-Farben-Satzes

2. ohne den 4 -Farben-Satz

2 – Färben außenplanarer Graphen

Zeigen Sei dass außenplanare Graphen 3-färbbar sind:

1. mithilfe des 4-Farben-Satzes
   - Füge Knoten v ein und verbinde zu allen Knoten auf der äußeren Facette
   - Berechne 4-Färbung
   - kein anderer Knoten hat die gleiche Farbe wie $v \Rightarrow$ 3-Färbung
2. ohne den 4 -Farben-Satz

2.2 – Färben außenplanarer Graphen

- Klaue den Beweis für 5-Listenfärbbarkeit

2.2 – Färben außenplanarer Graphen

- Klaue den Beweis für 5-Listenfärbbarkeit
- Fall 1. Keine Sehne $\Rightarrow$ Der Graph ist ein Kreis + Bäume.
  - gerade Länge $\Rightarrow$ 2-färbbar
  - ungerade Länge $\Rightarrow$ 3-färbbar

2.2 – Färben außenplanarer Graphen

- Klaue den Beweis für 5-Listenfärbbarkeit
- Fall 1. Keine Sehne $\Rightarrow$ Der Graph ist ein Kreis + Bäume.
  - gerade Länge $\Rightarrow$ 2-färbbar
  - ungerade Länge $\Rightarrow$ 3-färbbar
- Fall 2. Graph hat Sehne $e = (u, v)$

2.2 – Färben außenplanarer Graphen

- Klaue den Beweis für 5-Listenfärbbarkeit
- Fall 1. Keine Sehne $\Rightarrow$ Der Graph ist ein Kreis + Bäume.
  - gerade Länge $\Rightarrow$ 2-färbbar
  - ungerade Länge $\Rightarrow$ 3-färbbar
- Fall 2. Graph hat Sehne $e = (u, v)$
  - Zerlege Graph an e in G_1, G_2, färbe rekursiv

2.2 – Färben außenplanarer Graphen

- Klaue den Beweis für 5-Listenfärbbarkeit
- Fall 1. Keine Sehne $\Rightarrow$ Der Graph ist ein Kreis + Bäume.
  - gerade Länge $\Rightarrow$ 2-färbbar
  - ungerade Länge $\Rightarrow$ 3-färbbar
- Fall 2. Graph hat Sehne $e = (u, v)$
  - Zerlege Graph an e in G_1, G_2, färbe rekursiv
  - Permutiere die Färbung von G_2 sodass u (v) in G_1 und G_2 die gleiche Farbe hat

2.2 – Färben außenplanarer Graphen

- Klaue den Beweis für 5-Listenfärbbarkeit
- Fall 1. Keine Sehne $\Rightarrow$ Der Graph ist ein Kreis + Bäume.
  - gerade Länge $\Rightarrow$ 2-färbbar
  - ungerade Länge $\Rightarrow$ 3-färbbar
- Fall 2. Graph hat Sehne $e = (u, v)$
  - Zerlege Graph an e in G_1, G_2, färbe rekursiv
  - Permutiere die Färbung von G_2 sodass u (v) in G_1 und G_2 die gleiche Farbe hat
  - u und v haben unterschiedliche Farben. $\Rightarrow$ Legt 2 Farben in G_2 fest. $\Rightarrow$ actually 3

3.1 – Färbung von Graphen

Für einen Graphen G bezeichnet $\chi(G)$ die minimale Anzahl von Farben, die nötig ist um G so zu färben, dass benachbarte Knoten verschiedene Farben haben.

Zeigen Sie: Für jeden Graphen mit Maximalgrad Δ gilt $\chi(G) \leq \Delta + 1$.

3.1 – Färbung von Graphen

Für einen Graphen G bezeichnet $\chi(G)$ die minimale Anzahl von Farben, die nötig ist um G so zu färben, dass benachbarte Knoten verschiedene Farben haben.

Zeigen Sie: Für jeden Graphen mit Maximalgrad Δ gilt $\chi(G) \leq \Delta + 1$.

- Färbe die Knoten iterativ.
- Gib jedem Knoten eine Farbe, die noch keiner seiner Nachbarn hat.
- Es gibt maximal Δ Nachbarn.
- $\Rightarrow$ Es gibt immer eine Farbe, die noch nicht verwendet wird.

3.2 – Färbung von Graphen

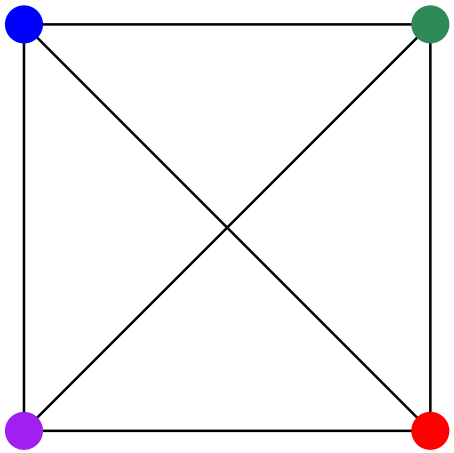
Für einen Graphen G bezeichnet $\chi(G)$ die minimale Anzahl von Farben, die nötig ist um G so zu färben, dass benachbarte Knoten verschiedene Farben haben.

Versuchen Sie Familien von Graphen anzugeben, für die $\chi(G) = \Delta + 1$ gilt.

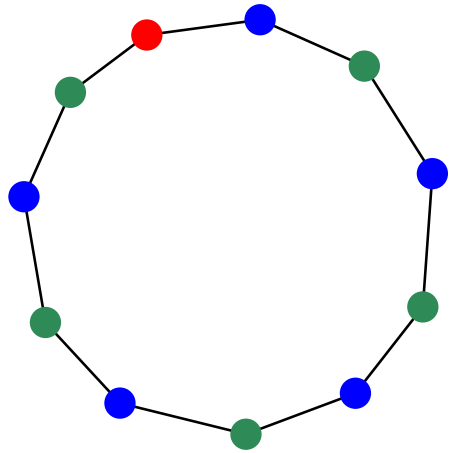
3.2 – Färbung von Graphen

Für einen Graphen G bezeichnet $\chi(G)$ die minimale Anzahl von Farben, die nötig ist um G so zu färben, dass benachbarte Knoten verschiedene Farben haben.

Versuchen Sie Familien von Graphen anzugeben, für die $\chi(G) = \Delta + 1$ gilt.



K_n



Kreise ungerader Länge

4.1 – Euler

Zeigen Sie

Ein Graph G ist genau dann 2-färbbar, wenn G keine Kreise ungerader Länge enthält.

4.1 – Euler

Zeigen Sie

Ein Graph G ist genau dann 2-färbbar, wenn G keine Kreise ungerader Länge enthält.

“$\Rightarrow$”

- Angenommen wir haben eine 2-Färbung von G, mit Knotenmenge R ist rot und Knotenmenge B ist blau.
- Jede Kante führt von R nach B oder von B nach R.
- Um mit einem Pfad durch G am Startknoten zu enden, muss man eine gerade Anzahl an Schritten gemacht haben.

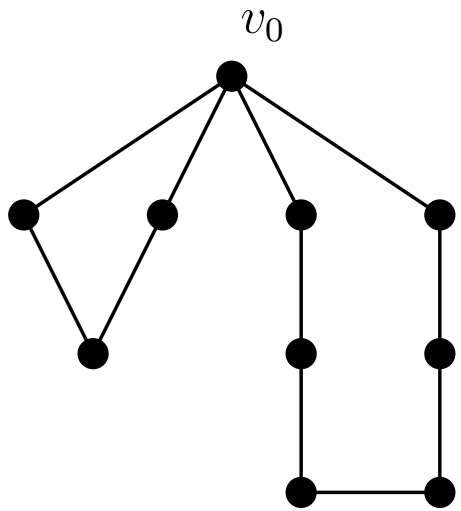
4.1 – Euler

Zeigen Sie

Ein Graph G ist genau dann 2-färbbar, wenn G keine Kreise ungerader Länge enthält.

“$\Leftarrow$”

- Angenommen jeder Kreis in G hat gerade Länge.
- Für jede Zusammenhangskomponente:
  - Wähle beliebigen Knoten v_0.
  - $d(v)$: Abstand von v zu v_0.
  - Färbe v mit $d(v)$ gerade rot, sonst blau.
  - Wäre die Färbung ungültig, wird ein Kreis ungerader Länge induziert.



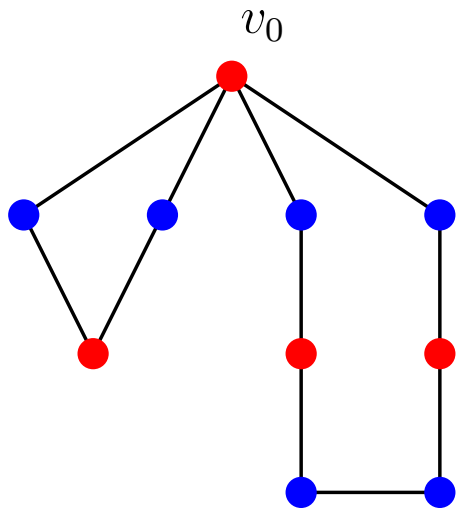
4.1 – Euler

Zeigen Sie

Ein Graph G ist genau dann 2-färbbar, wenn G keine Kreise ungerader Länge enthält.

“$\Leftarrow$”

- Angenommen jeder Kreis in G hat gerade Länge.
- Für jede Zusammenhangskomponente:
  - Wähle beliebigen Knoten v_0.
  - $d(v)$: Abstand von v zu v_0.
  - Färbe v mit $d(v)$ gerade rot, sonst blau.
  - Wäre die Färbung ungültig, wird ein Kreis ungerader Länge induziert.



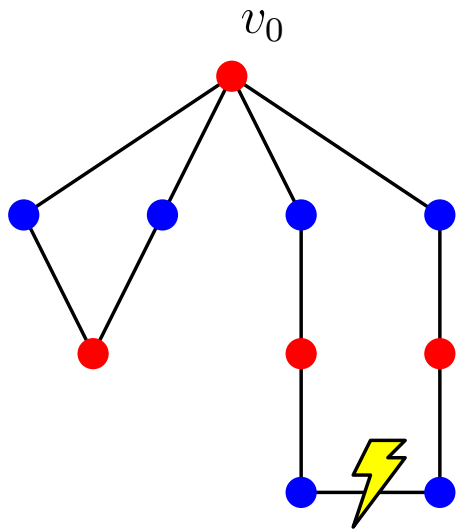
4.1 – Euler

Zeigen Sie

Ein Graph G ist genau dann 2-färbbar, wenn G keine Kreise ungerader Länge enthält.

“$\Leftarrow$”

- Angenommen jeder Kreis in G hat gerade Länge.
- Für jede Zusammenhangskomponente:
  - Wähle beliebigen Knoten v_0.
  - $d(v)$: Abstand von v zu v_0.
  - Färbe v mit $d(v)$ gerade rot, sonst blau.
  - Wäre die Färbung ungültig, wird ein Kreis ungerader Länge induziert.



4.2 – Euler

Zeigen Sie

Ein zweifach zusammenhängender planarer Graph (mit fester Einbettung) ist bipartit genau dann wenn sein Dualgraph Eulersch ist.

Hinweise

- Eulersch $\Leftrightarrow \forall v \in V \deg(v) \mod 2 \equiv 0$
- zweifach zusammenhängend $\Rightarrow$ jede Facette ist von einem Kreis begrenzt. Also keine Brücken oder angehängte Bäume.

4.2 – Euler

Zeigen Sie

2-färbbar $\Leftrightarrow$ Dual eulersch

4.2 – Euler

Zeigen Sie

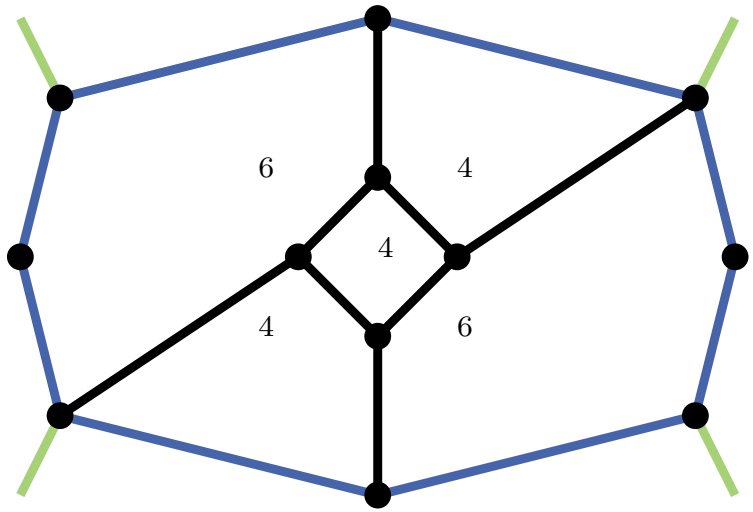
2-färbbar $\Leftrightarrow$ Dual eulersch

”$\Rightarrow$” Jeder Kreis hat gerade Länge $\Rightarrow$ Jede Facette hat geraden Grad $\Rightarrow$ Dual eulersch

4.2 – Euler

”$\Leftarrow$”

- Sei C ein Kreis. Zähle Facettengrade im Inneren von C.

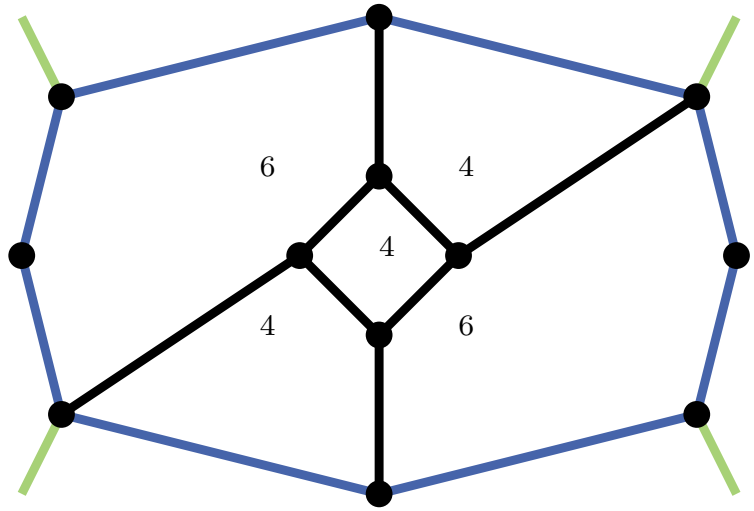


$$6 + 6 + 4 + 4 + 4 = 24 = 8 + 2 \cdot 8$$

4.2 – Euler

”⇐”

- Sei C ein Kreis. Zähle Facettengrade im Inneren von C.
- Kanten auf C 1x, Kanten im Inneren 2x



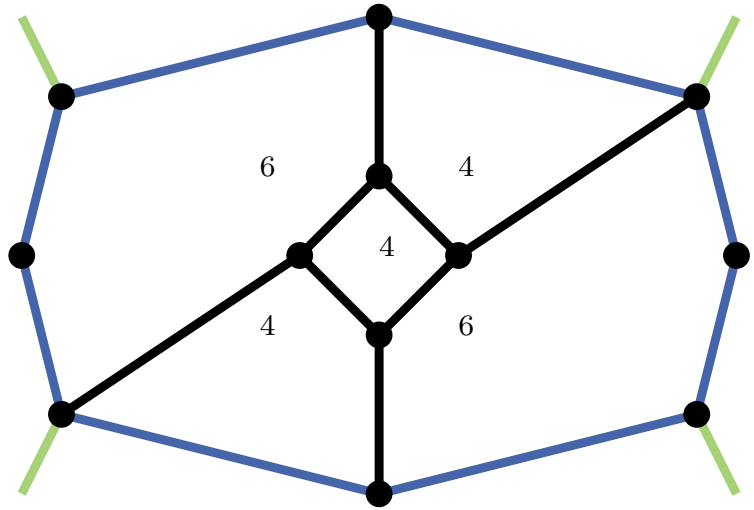
$6 + 6 + 4 + 4 + 4 = 24 = 8 + 2 \cdot 8$

$$\sum_{\text{face } f \in \text{inside}(C)} \underbrace{|f|}_{\text{gerade}} = |C| + 2|E \cap \text{inside}(C)|$$

4.2 – Euler

”$\Leftarrow$”

- Sei C ein Kreis. Zähle Facettengrade im Inneren von C.
- Kanten auf C 1x, Kanten im Inneren 2x



$$6 + 6 + 4 + 4 + 4 = 24 = 8 + 2 \cdot 8$$

$$\sum_{\text{face } f \in \text{inside}(C)} \underbrace{|f|}_{\text{gerade}} = |C| + 2|E \cap \text{inside}(C)|$$

$$\Rightarrow |C| \text{ gerade} \Rightarrow \text{Graph bipartit}$$

5 – Adjazenztest

Adjazenztest in $\mathcal{O}(1)$

- Gegeben: G ungerichteter, planarer Graph.
- Wir haben lineare Vorberechnungszeit und können linear viel zusätzlichen Speicher benutzen.

5 – Adjazenztest

Adjazenztest in $\mathcal{O}(1)$

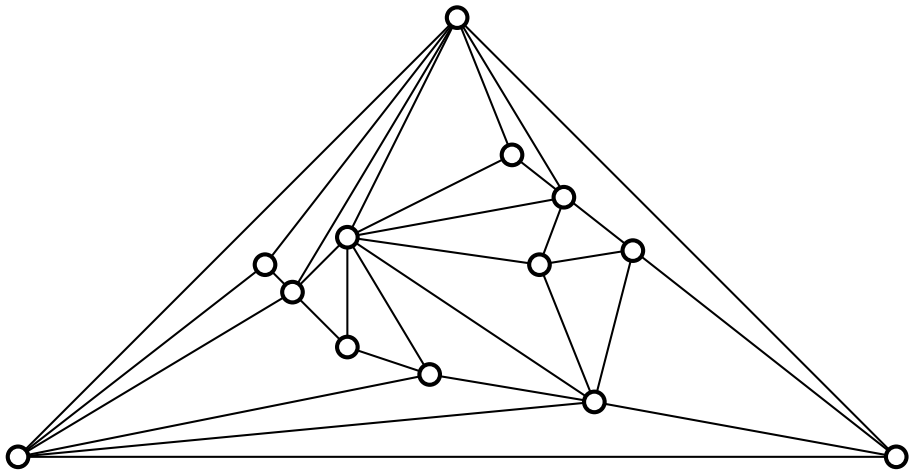
- Gegeben: G ungerichteter, planarer Graph.
- Wir haben lineare Vorberechnungszeit und können linear viel zusätzlichen Speicher benutzen.

Hinweis: Richte Kanten so, dass jeder Knoten höchstens fünf ausgehende Kanten hat.

5 – Adjazenztest

- In den folgenden Algorithmen werden wir Kanten *richten*.
- Kanten $\{u, v\}$ sind zunächst ungerichtet und können zu (u, v) oder (v, u) gerichtet werden.
- $\mathcal{N}(v)$: Nachbarschaft von v im Eingabegraphen.
- $\widetilde{\mathcal{N}}(v)$: Nachbarschaft von v über Kanten die noch nicht gerichtet wurden.
- $\mathcal{N}^+(v)$: Über gerichtete, von v ausgehende Kanten benachbarte Knoten.

5 – Adjazenztest



Algorithm VORBERECHNUNG

$d_v \leftarrow$ Grad von Knoten v

$Q \leftarrow \{v \mid d_v \leq 5\}$

while $Q \neq \emptyset$ **do**

  $v \leftarrow Q.pop()$

  for $u \in \widetilde{\mathcal{N}}(v)$ **do**

    $\{v, u\} \rightsquigarrow (v, u)$

    $d_u = d_u - 1$

    if $d_u = 5$ **then**

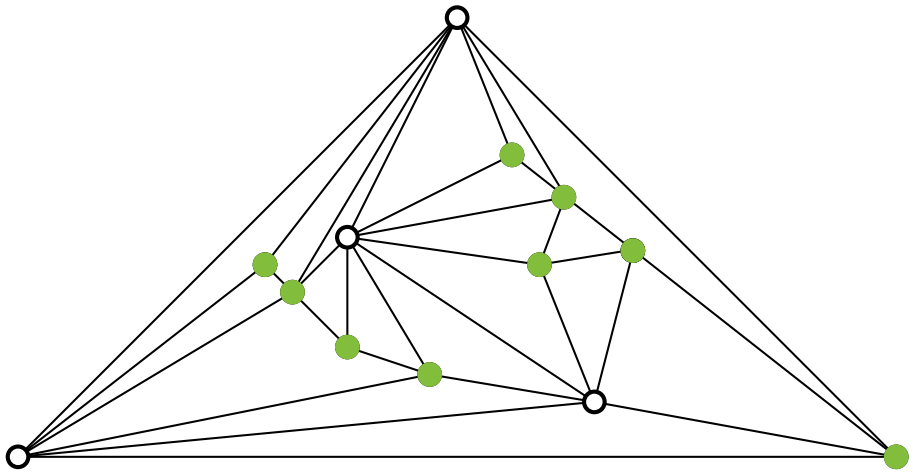
      $Q.push(u)$

    end if

  end for

end while

5 – Adjazenztest



Algorithm VORBERECHNUNG

$d_v \leftarrow$ Grad von Knoten v

$Q \leftarrow \{v \mid d_v \leq 5\}$

while $Q \neq \emptyset$ **do**

  $v \leftarrow Q.pop()$

  for $u \in \widetilde{\mathcal{N}}(v)$ **do**

    $\{v, u\} \rightsquigarrow (v, u)$

    $d_u = d_u - 1$

    if $d_u = 5$ **then**

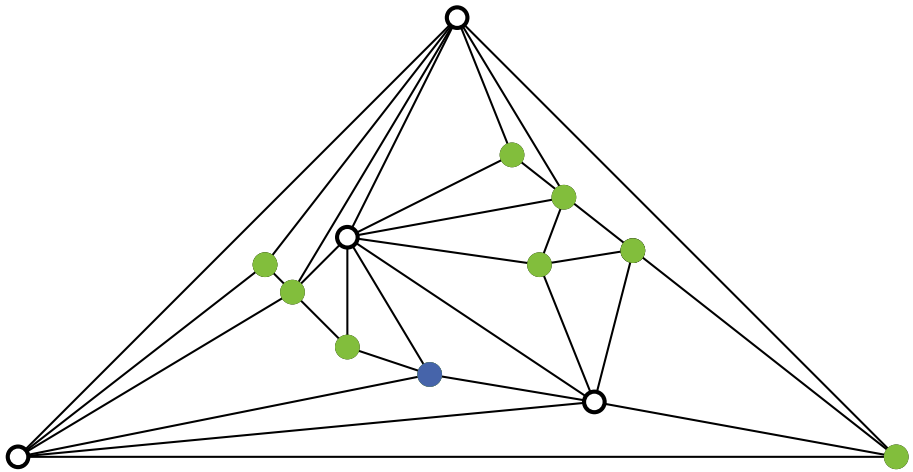
      $Q.push(u)$

    end if

  end for

end while

5 – Adjazenztest



Algorithm VORBERECHNUNG

$d_v \leftarrow$ Grad von Knoten v

$Q \leftarrow \{v \mid d_v \leq 5\}$

while $Q \neq \emptyset$ **do**

  $v \leftarrow Q.pop()$

  for $u \in \widetilde{\mathcal{N}}(v)$ **do**

    $\{v, u\} \rightsquigarrow (v, u)$

    $d_u = d_u - 1$

    if $d_u = 5$ **then**

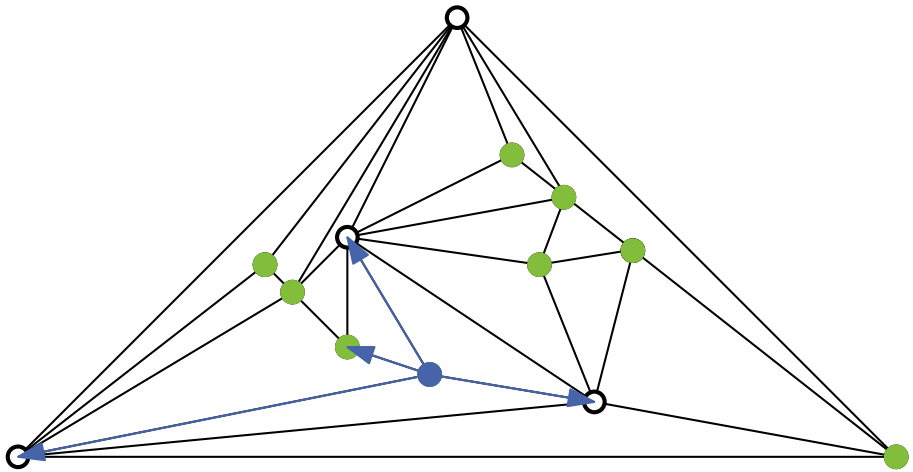
      $Q.push(u)$

    end if

  end for

end while

5 – Adjazenztest



Algorithm VORBERECHNUNG

$d_v \leftarrow$ Grad von Knoten v

$Q \leftarrow \{v \mid d_v \leq 5\}$

while $Q \neq \emptyset$ **do**

  $v \leftarrow Q.pop()$

  for $u \in \widetilde{\mathcal{N}}(v)$ **do**

    $\{v, u\} \rightsquigarrow (v, u)$

    $d_u = d_u - 1$

    if $d_u = 5$ **then**

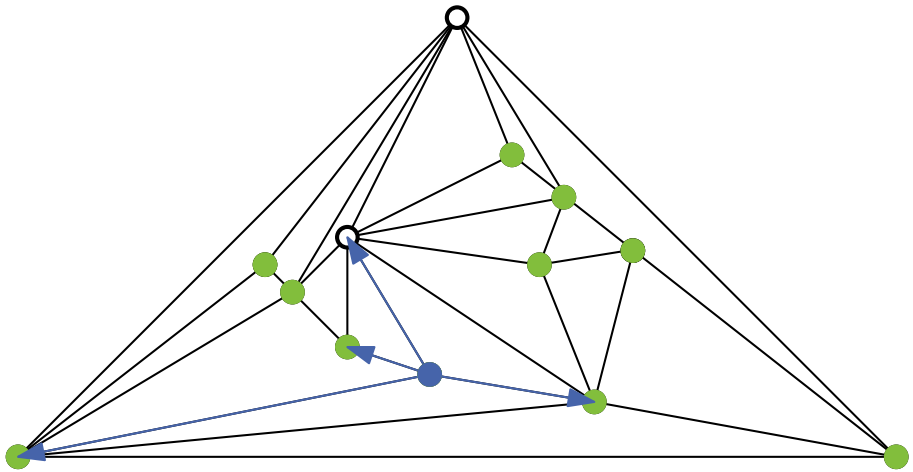
      $Q.push(u)$

    end if

  end for

end while

5 – Adjazenztest



Algorithm VORBERECHNUNG

$d_v \leftarrow$ Grad von Knoten v

$Q \leftarrow \{v \mid d_v \leq 5\}$

while $Q \neq \emptyset$ **do**

  $v \leftarrow Q.pop()$

  for $u \in \widetilde{\mathcal{N}}(v)$ **do**

    $\{v, u\} \rightsquigarrow (v, u)$

    $d_u = d_u - 1$

    if $d_u = 5$ **then**

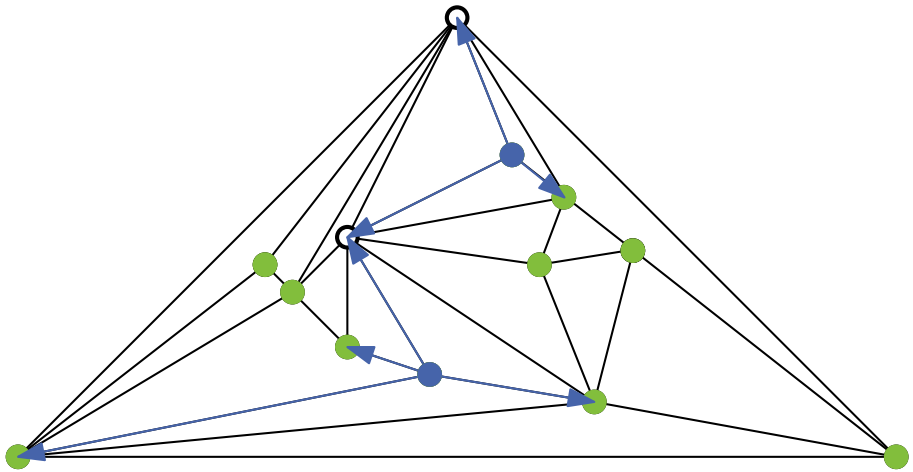
      $Q.push(u)$

    end if

  end for

end while

5 – Adjazenztest



Algorithm VORBERECHNUNG

$d_v \leftarrow$ Grad von Knoten v

$Q \leftarrow \{v \mid d_v \leq 5\}$

while $Q \neq \emptyset$ **do**

  $v \leftarrow Q.pop()$

  for $u \in \widetilde{\mathcal{N}}(v)$ **do**

    $\{v, u\} \rightsquigarrow (v, u)$

    $d_u = d_u - 1$

    if $d_u = 5$ **then**

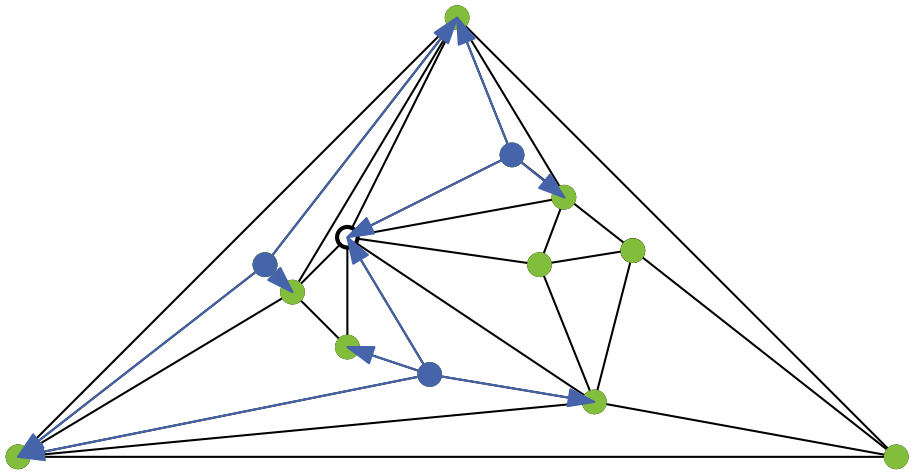
      $Q.push(u)$

    end if

  end for

end while

5 – Adjazenztest



Algorithm VORBERECHNUNG

$d_v \leftarrow$ Grad von Knoten v

$Q \leftarrow \{v \mid d_v \leq 5\}$

while $Q \neq \emptyset$ **do**

  $v \leftarrow Q.pop()$

  for $u \in \widetilde{\mathcal{N}}(v)$ **do**

    $\{v, u\} \rightsquigarrow (v, u)$

    $d_u = d_u - 1$

    if $d_u = 5$ **then**

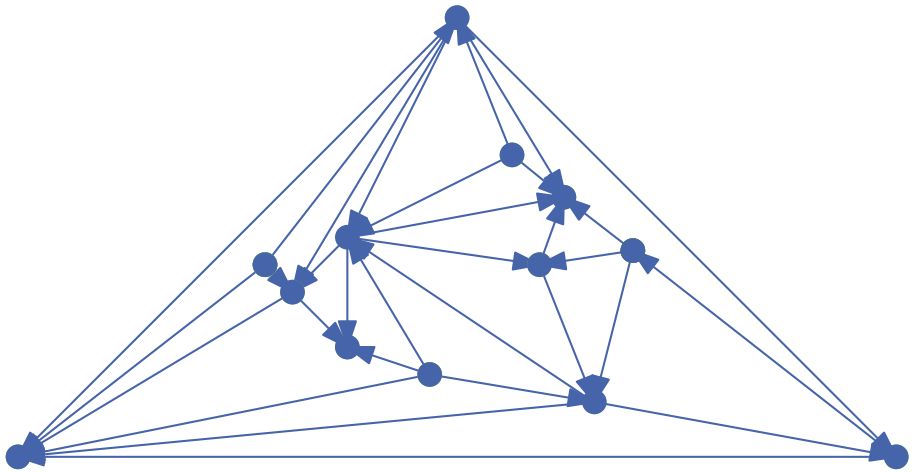
      $Q.push(u)$

    end if

  end for

end while

5 – Adjazenztest



Algorithm VORBERECHNUNG

$d_v \leftarrow$ Grad von Knoten v

$Q \leftarrow \{v \mid d_v \leq 5\}$

while $Q \neq \emptyset$ **do**

  $v \leftarrow Q.pop()$

  for $u \in \widetilde{\mathcal{N}}(v)$ **do**

    $\{v,u\} \rightsquigarrow (v,u)$

    $d_u = d_u - 1$

    if $d_u = 5$ **then**

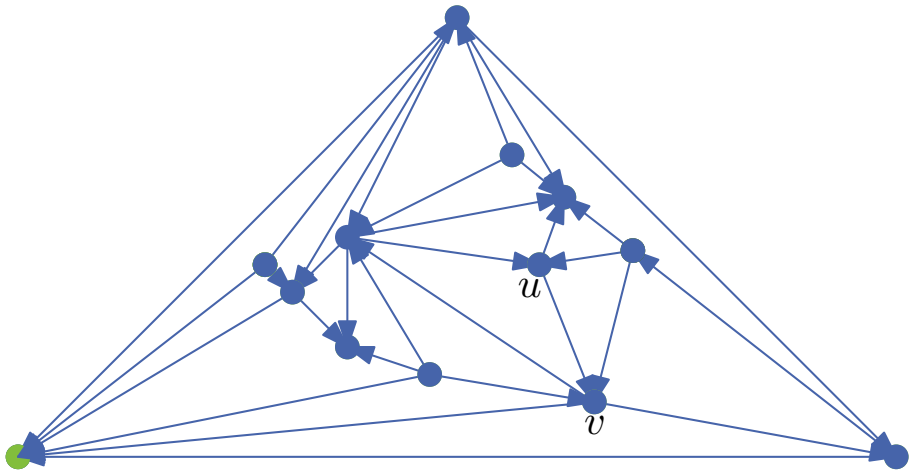
      $Q.push(u)$

    end if

  end for

end while

5 – Adjazenztest



Algorithm VORBERECHNUNG

$d_v \leftarrow$ Grad von Knoten v

$Q \leftarrow \{v \mid d_v \leq 5\}$

while $Q \neq \emptyset$ **do**

$v \leftarrow Q.pop()$

for $u \in \widetilde{\mathcal{N}}(v)$ **do**

$\{v, u\} \rightsquigarrow (v, u)$

$d_u = d_u - 1$

if $d_u = 5$ **then**

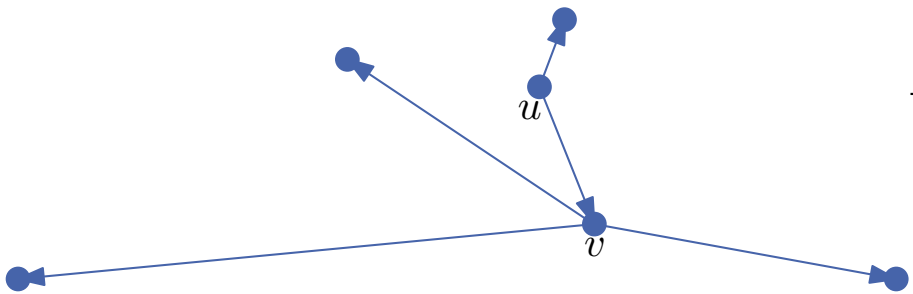
$Q.push(u)$

end if

end for

end while

5 – Adjazenztest



Algorithm ADJAZENT(u, v)

$v \overset{?}{\in} \mathcal{N}^+(u)$ oder

$u \overset{?}{\in} \mathcal{N}^+(v)$

- Für jeden der beiden Knoten müssen höchstens 5 Kanten betrachtet werden.
- $\Rightarrow$ ADJAZENT $\in \mathcal{O}(1)$