

Fünftes Übungsblatt

Ausgabe: 14. Juni 2019

Besprechung: 18. Juni 2019

1 Entfernung von Rechtskreisen

In Schritt 2 des Algorithmus für das kantendisjunkte Menger-Problem werden in einem planaren Graphen G mit fester Einbettung einfache Kreise C_1, \dots, C_l wie folgt konstruiert:

Sei F die Menge der Facetten und f_0 die äußere Facette von G . Bezeichne weiter $\text{dist}(f)$ die Länge eines kürzesten Weges vom der Facette f entsprechenden Dualknoten zum f_0 entsprechenden Dualknoten, und $l := \max_{f \in F} \text{dist}(f)$. Für $1 \leq i \leq l$ sei C_i die Vereinigung der einfachen Kreise in G so, dass $\text{dist}(f) \geq i$ für alle Facetten f im Inneren und $\text{dist}(f) < i$ für alle Facetten f im Äußeren eines Kreises aus C_i gilt.

Aufgabe: Geben Sie einen Algorithmus mit linearer Laufzeit an, der zu einem gegebenen Graphen G mit fester Einbettung die Kantenmengen C_1, \dots, C_l bestimmt.

2 Spezialfall von s-t-Wegen

Geben Sie einen einfachen Algorithmus an, der folgendes Problem in Linearzeit löst:

Gegeben ein planarer Graph G mit fester Einbettung und ausgezeichneten Knoten s und t , die an der äußeren Facette liegen, bestimme eine maximale Anzahl von paarweise kantendisjunkten s - t -Wegen in G .

Hinweis: Ein Algorithmus für dieses Problem benötigt keinen der komplizierten Schritte, die der in der Vorlesung für das allgemeine kantendisjunkte Menger-Problem in planaren Graphen angegebene Algorithmus ausführt. Es genügt eine Vorgehensweise ähnlich wie bei einer Graphsuche, die die gegebene Einbettung des planaren Graphen ausnutzt.

3 Dreiecke zählen in allgemeinen Graphen

Sei G ein Graph mit n Knoten und m Kanten. Der k -Core von G ist der maximale Subgraph in dem jeder Knoten mindestens Grad k hat. Die Core-Zerlegung weist jedem Knoten das maximale k zu für welches er im k -Core liegt. Die Entartetheit $D(G)$ ist das größte k für welches G einen nicht-leeren k -Core hat.

1. Geben Sie einen Algorithmus, der die Core-Zerlegung in $\mathcal{O}(n + m)$ berechnet.
2. Geben Sie einen Algorithmus an, der die Anzahl Dreiecke in G in $\mathcal{O}((n+m)D(G))$ berechnet.
Hinweis: Modifizieren Sie den Algorithmus von Übungsblatt 4.
3. Zeigen Sie dass für planare Graphen $D(G) \leq 5$ gilt.