Drittes Übungsblatt

Ausgabe:	17. Mai 2019
Besprechung:	21. Mai 2019

Erweiterte Inzidenzlisten

Sei ein einfacher, zusammenhängender, planarer Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten gegeben. Der Graph G sei kombinatorisch eingebettet, d.h. dargestellt als $\mathcal{G} = (V, \vec{E}, s, t, \Theta, ^-)$, wobei $\mathcal{G}$ in der Form ,,erweiterter Inzidenzlisten" gespeichert sei:
Es gibt eine doppelt verkettete Liste von Zeigern auf die *Knoten*. Ein *Knoten* ist dargestellt als eine zirkulär verkettete Liste von *gerichteten Kanten*, die im Gegenuhrzeigersinn geordnet sind. Die Nachfolgekante („links") von e ist $\Theta(e)$. Eine *gerichtete Kante* $e \in \vec{E}$ besteht aus einem Zeiger auf die Kante $\bar{e}$ (e in entgegengesetzter Richtung) und einem Zeiger auf den Fußknoten der Kante. Dadurch sind die Funktionen s(ource), t(arget), $^-$, Θ und $\Theta^*(e) := \Theta(\bar{e})$ repräsentiert. Alle Funktionen können so in konstanter Zeit berechnet werden.

1 Triangulierung

1. Geben Sie einen *linearen* (in der Anzahl der Knoten n) Algorithmus an, der eine Triangulierung $G' = (V, E')$ von G mit kombinatorischer Einbettung $\mathcal{G}'$ findet.
   Hinweis: Die Triangulierung muss einfach sein, darf also insbesondere keine Mehrfachkanten enthalten.

2. Führen Sie Ihren Algorithmus an folgenden Beispielgraphen aus und numerieren Sie jeweils die von Ihrem Algorithmus eingefügten Kanten in der Reihenfolge, in der Ihr Algorithmus sie einfügt.

   a) $K_{1,2}$ b) $K_{1,3}$ c) Q_2 d) G_1

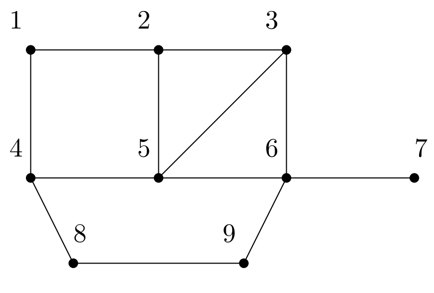

Abbildung 1: Der Graph G_1 zu Aufgabe 1

Bitte wenden

2 Dualgraph

Geben Sie einen linearen Algorithmus an, der aus den erweiterten Inzidenzlisten zu einem Graphen $\mathcal{G}$ mit gegebener kombinatorischer Einbettung die erweiterten Inzidenzlisten des kombinatorischen Dualgraphen $\mathcal{G}^*$ konstruiert.

3 Planare Einbettungen und geradlinige Zeichnungen

Sei G ein einfacher, zusammenhängender planarer Graph, der kombinatorisch eingebettet ist. Zeigen Sie, dass G eine planare Zeichnung besitzt in der jede Kante durch eine Strecke repräsentiert wird.

4 Adjazenztest in planaren Graphen

Sei G ein planarer Graph mit n Knoten. Geben Sie eine Datenstruktur mit linearer Größe an, mit deren Hilfe nach linearer Vorberechnung Adjazenzen von Knoten in konstanter Zeit abgefragt werden können. Das heißt, gegeben zwei Knoten u und v von G, kann die Frage ob die Kante $\{u, v\}$ in G ist, in konstanter Zeit beantwortet werden.

Hinweis: Richten Sie die Kanten so, dass jeder Knoten höchstens fünf ausgehende Kanten hat.

Bonusfrage: Lässt sich die Datenstruktur so erweitern, dass auch abgefragt werden kann, ob u und v durch einen Weg aus höchstens zwei Kanten verbunden sind?