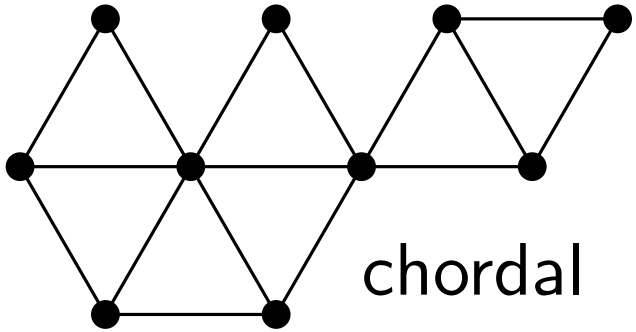
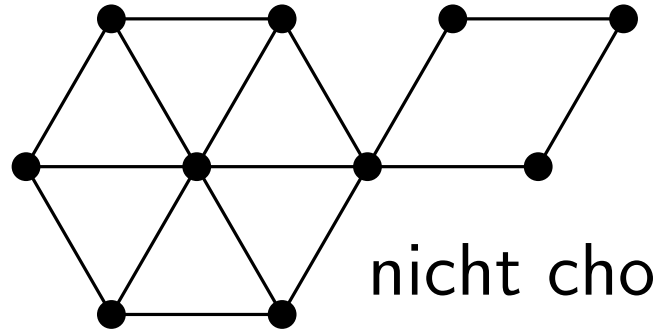


chordal



nicht chordal

Für jeden Graphen G sind die folgenden Aussagen äquivalent.

(i) G ist chordal.

(ii) Jeder Kreis der Länge größer als 3 in G hat eine Sehne.

(iii) Jeder induzierte Kreis in G ist ein K_3.

(iv) Jeder induzierte Teilgraph von G
hat einen simplizialen Knoten.

(v) Jeder minimale Knotenseparator in G ist eine Clique.

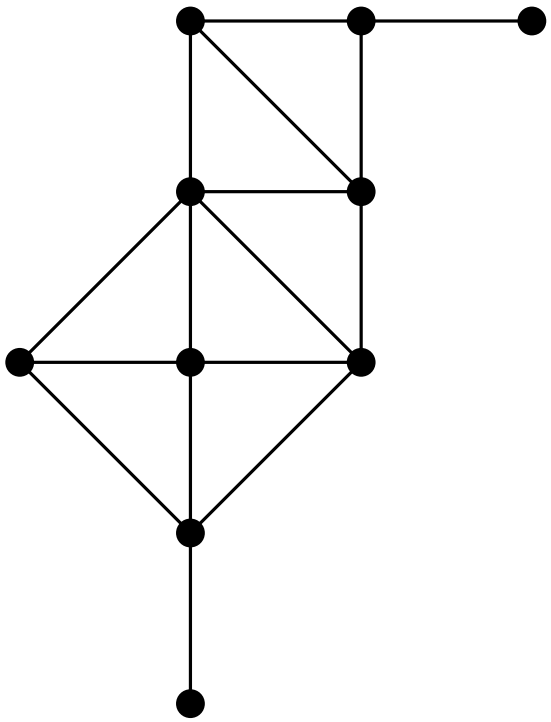
(vi) G hat ein perfektes Eliminationsschema (PES).

(vii) LexBFS berechnet ein PES für G.

Eingabe : Ungerichteter Graph $G = (V, E)$.
Ausgabe : Knotenordnung σ.

```
1  Weise jedem Knoten das Label ∅ zu;
2  für i ← n bis 1 tue
3  |  wähle einen nicht nummerierten Knoten v
   |                                  mit größtem Label;
4  |  σ(i) ← v;
5  |  für jeden nicht nummerierten Knoten w ∈ Adj(v)
   |  |  füge i zu Label(w) hinzu;
6  |  Ende
7  Ende
```

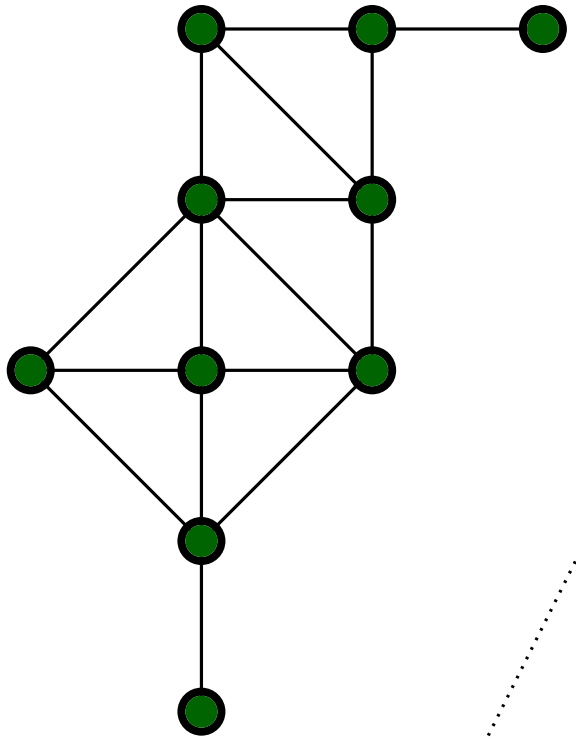
Algorithmus 1 : LexBFS



Algorithmus **LexBFS**

---

für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende



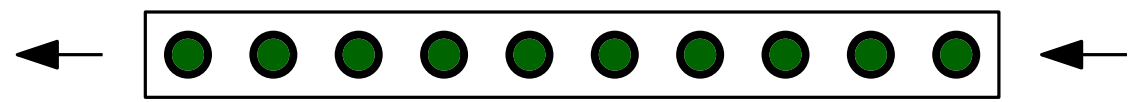
Algorithmus **LexBFS**

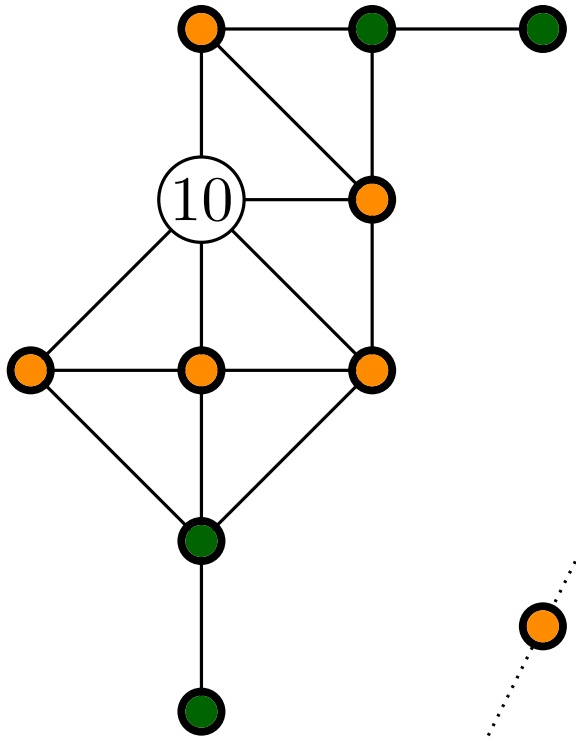
für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

$= \emptyset$

Queue





Algorithmus **LexBFS**

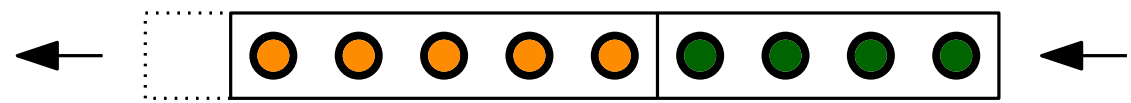
für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

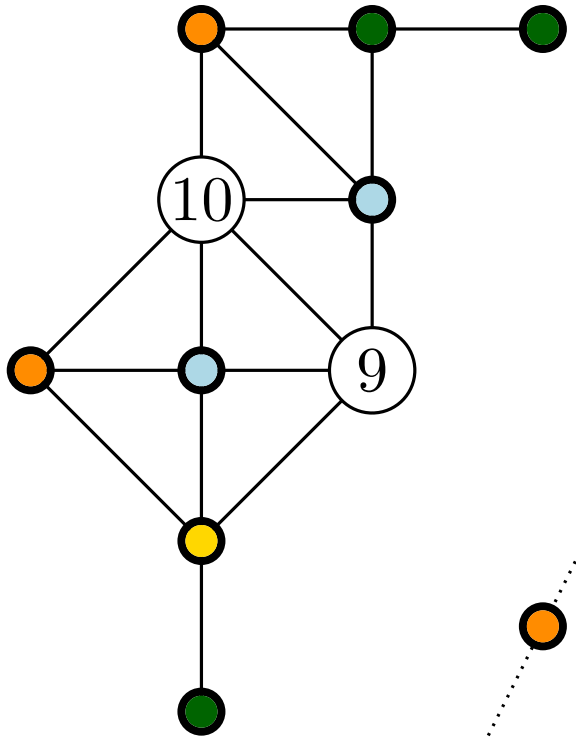
$= 10$

Labels

$= \emptyset$

Queue





Algorithmus **LexBFS**

für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

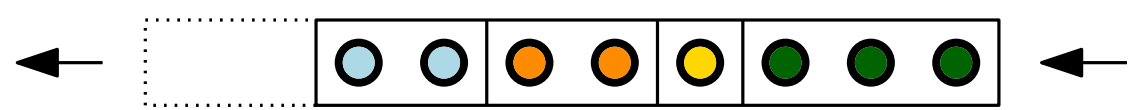
$= 10.9$

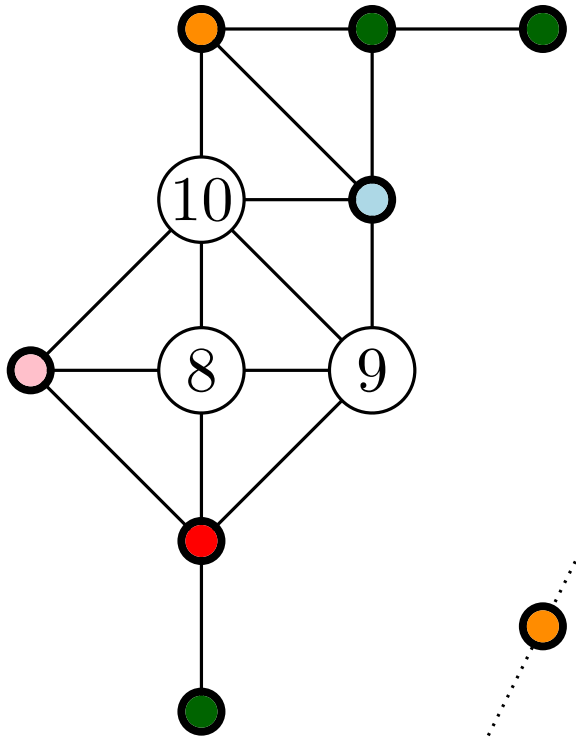
$= 10$

$= 9$

$= \emptyset$

Queue





Algorithmus **LexBFS**

für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

$= 10.9$

$= 10.8$

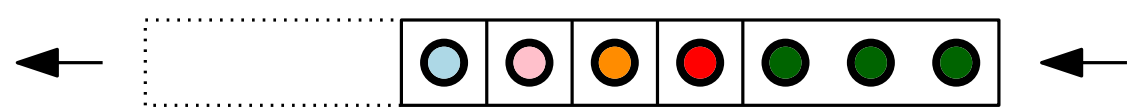
$= 10$

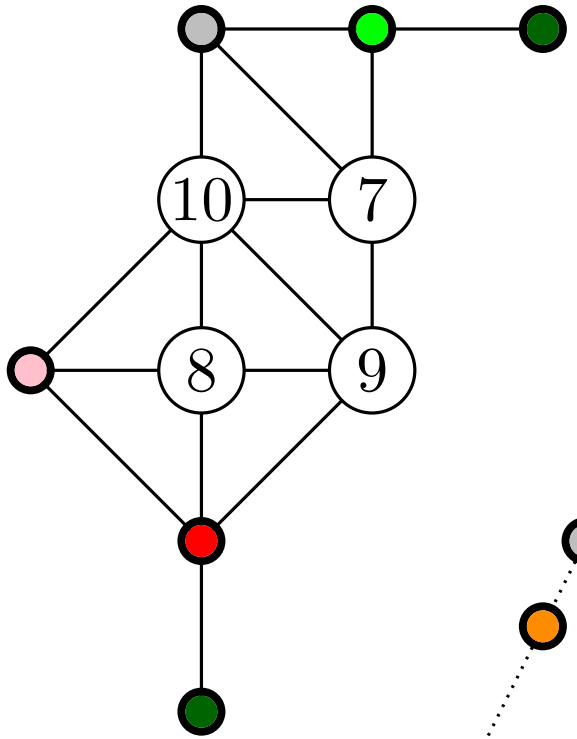
$= 9.8$

$= 9$

$= \emptyset$

Queue





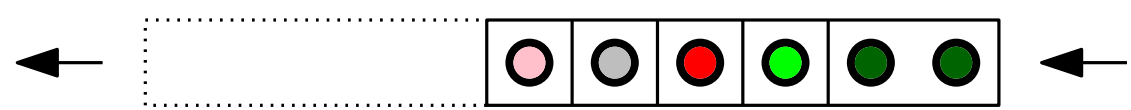
Algorithmus **LexBFS**

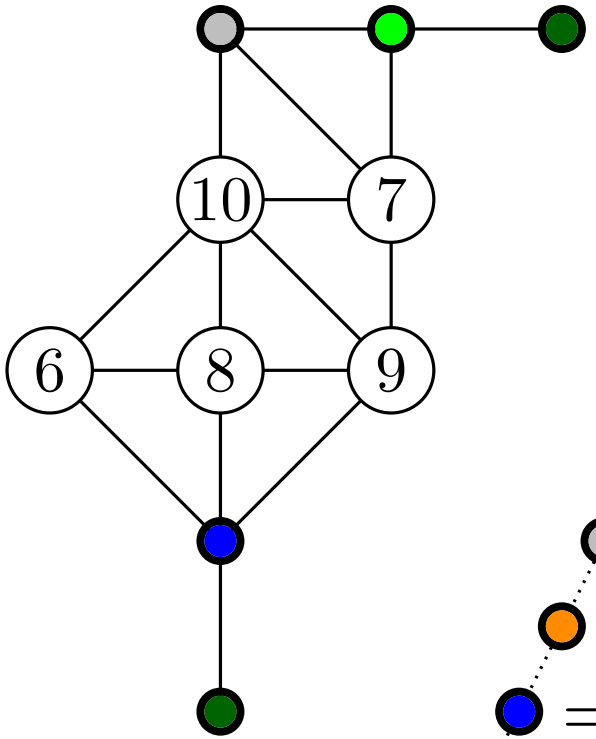
für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

$= 10.9$
$= 10.8$
$= 10.7$
$= 10$
$= 9.8$
$= 9$
$= 7$
$= \emptyset$

Queue





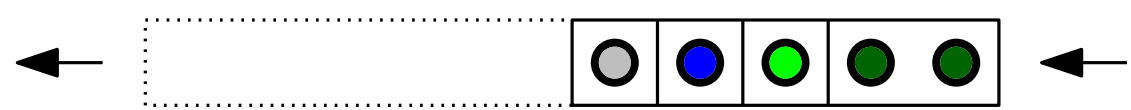
Algorithmus **LexBFS**

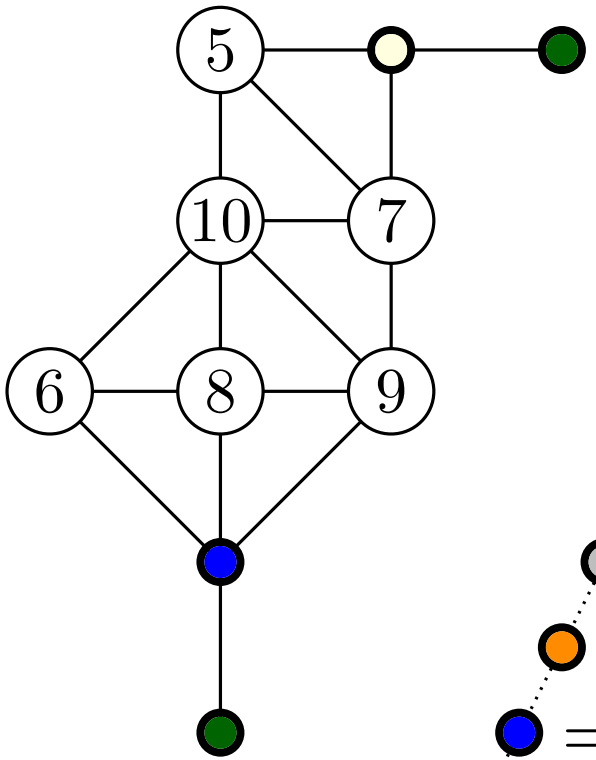
für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

$= 10.9$
$= 10.8$
$= 10.7$
$= 10$
$= 9.8.6$
$= 9.8$
$= 9$
$= 7$
$= \emptyset$

Queue





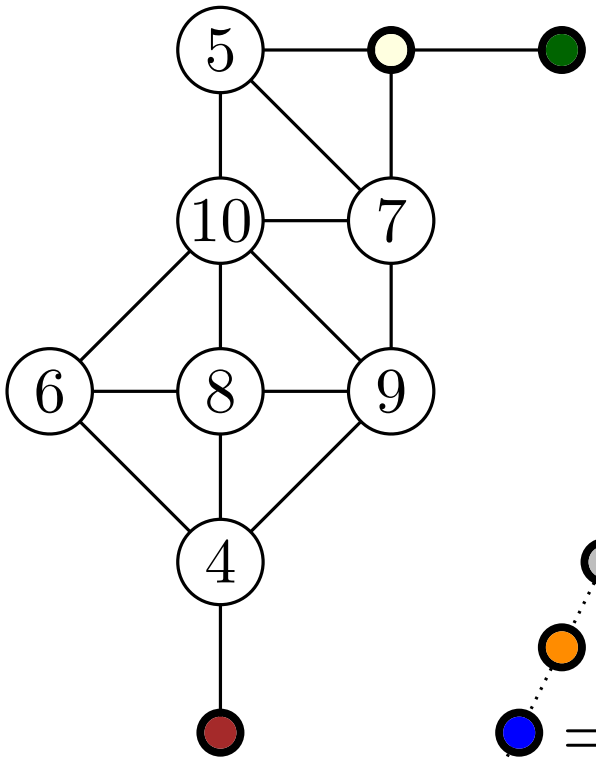
Algorithmus **LexBFS**

für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

$= 10.9$
$= 10.8$
$= 10.7$
$= 10$
$= 9.8.6$
$= 9.8$
$= 9$
$= 7.5$
$= 7$
$= \emptyset$

Queue



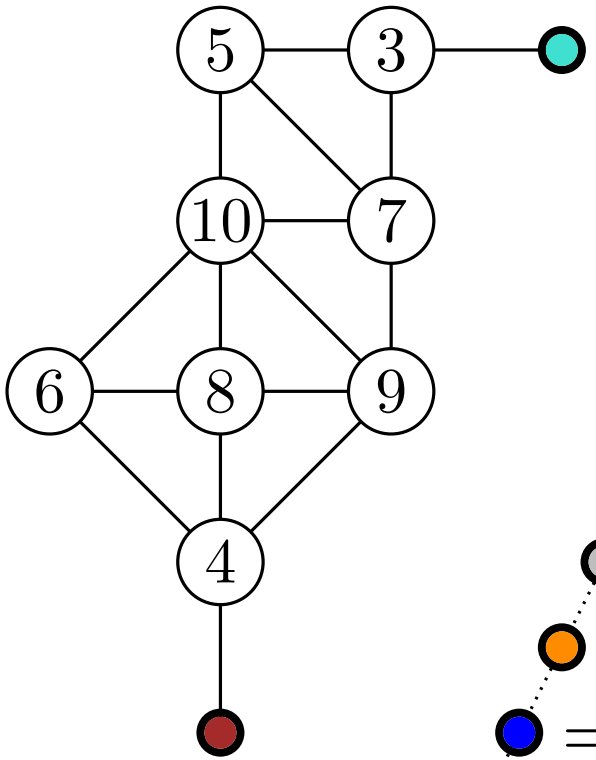
Algorithmus **LexBFS**

für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

$= 10.9$
$= 10.8$
$= 10.7$
$= 10$
$= 9.8.6$
$= 9.8$
$= 9$
$= 7.5$
$= 7$
$= 4$
$= \emptyset$

Queue



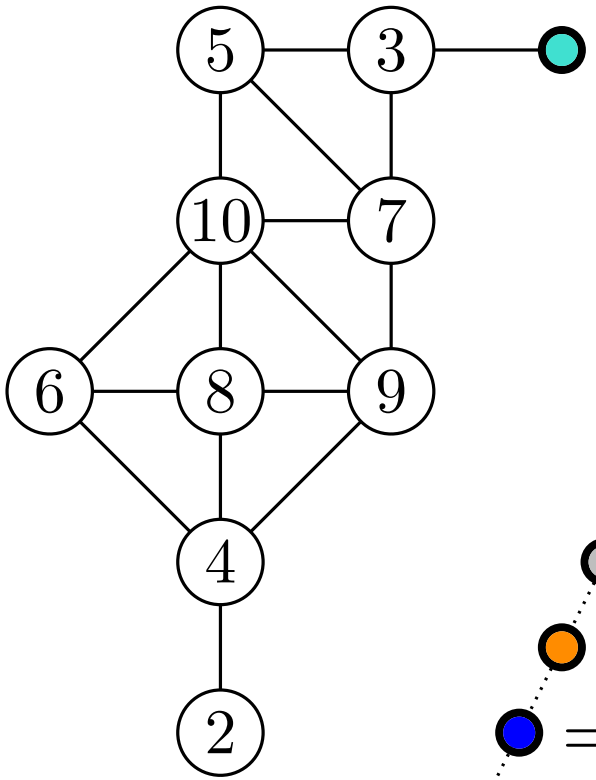
Algorithmus **LexBFS**

für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

$= 10.9$
$= 10.8$
$= 10.7$
$= 10$
$= 9.8.6$
$= 9.8$
$= 9$
$= 7.5$
$= 7$
$= 4$
$= 3$
$= \emptyset$

Queue



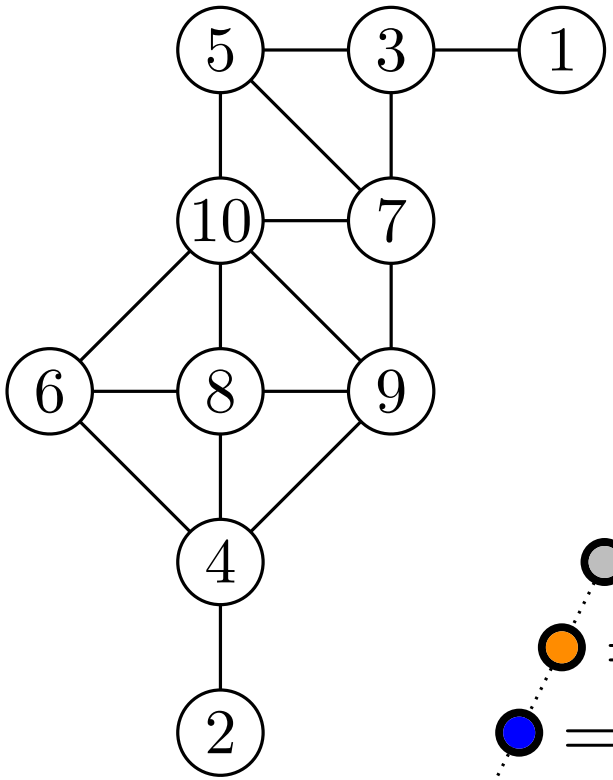
Algorithmus **LexBFS**

für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

$= 10.9$
$= 10.8$
$= 10.7$
$= 10$
$= 9.8.6$
$= 9.8$
$= 9$
$= 7.5$
$= 7$
$= 4$
$= 3$
$= \emptyset$

Queue



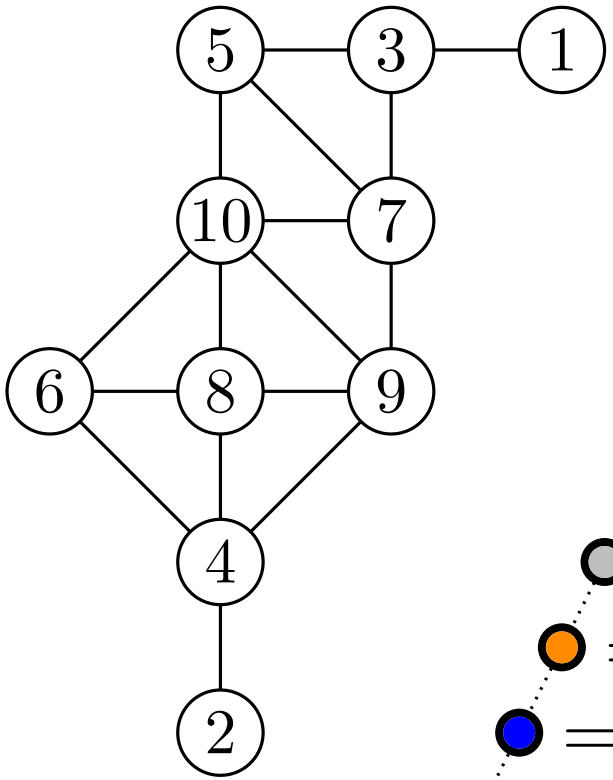
Algorithmus **LexBFS**

für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende

Labels

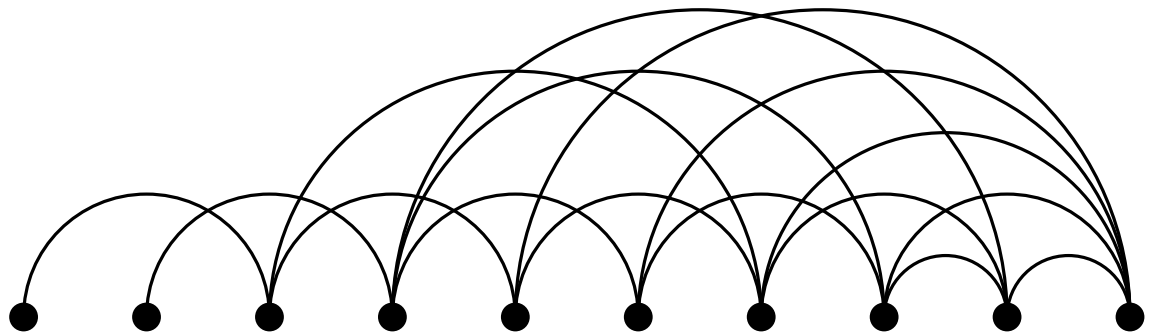
$= 10.9$
$= 10.8$
$= 10.7$
$= 10$
$= 9.8.6$
$= 9.8$
$= 9$
$= 7.5$
$= 7$
$= 4$
$= 3$
$= \emptyset$

Queue

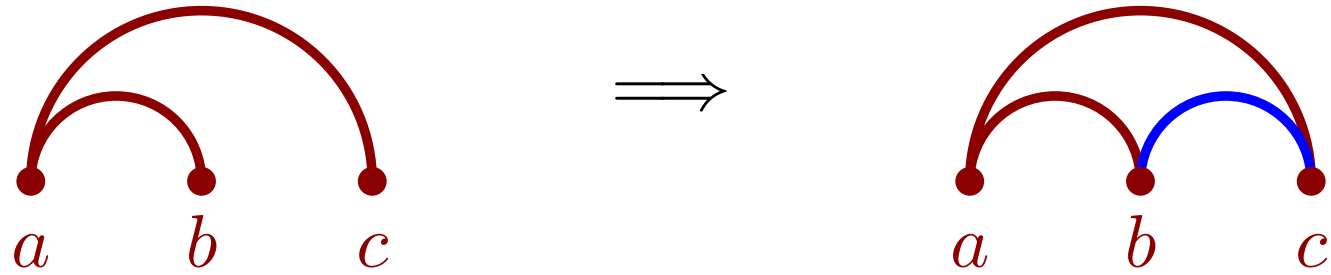


Algorithmus **LexBFS**

für $i \leftarrow n$ **bis** 1 **tue**
  $v \leftarrow$ mit größtem Label;
  $\sigma(i) \leftarrow v$;
  für $w \in \mathrm{Adj}(v)$ **tue**
    $\mathrm{Label}(w) \leftarrow \mathrm{Label}(w).i$;
  Ende
Ende



Knotenordnung σ ist genau dann ein **PES** wenn

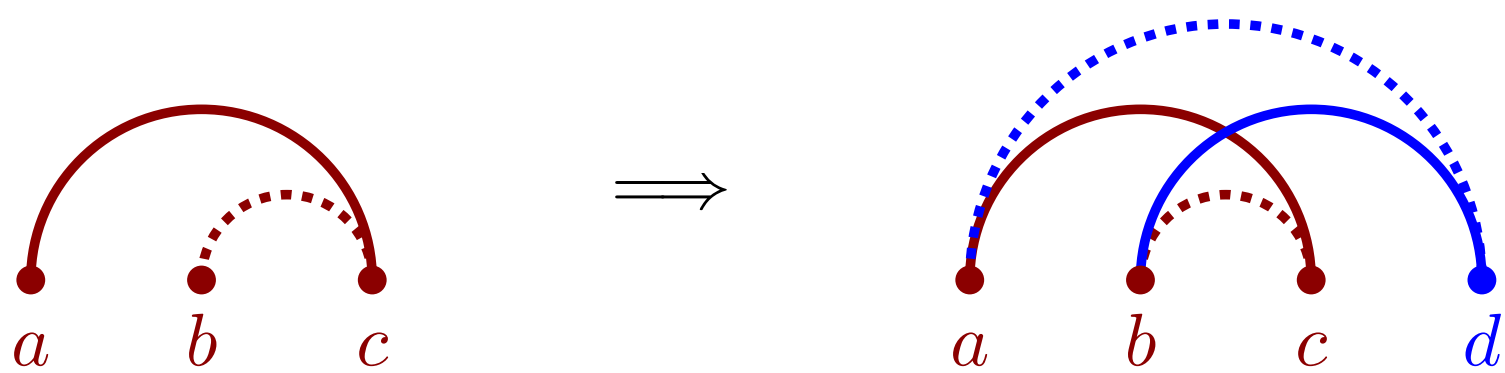


$a <_\sigma b <_\sigma c$
mit $ab, ac \in E(G)$

$\Longrightarrow$

$bc \in E(G)$

Knotenordnung σ ist genau dann **LexBFS** Ergebnis wenn



$a <_\sigma b <_\sigma c$ mit
$ac \in E(G),\ bc \notin E(G)$

$\Longrightarrow$

$\exists d$ mit $c <_\sigma d$ und
$ad \notin E(G),\ bd \in E(G)$

```
1  für w ∈ Adj(v) nicht nummeriert tue
2      wenn Flag(Set(w)) = false dann
3          Füge neue Menge S vor Set(w) in Q ein;
4          Flag(Set(w)) ← true; Füge Set(w) in FixList ein;
5      Ende
6      S ← Menge vor Set(w) in Q;
7      Entferne w aus Set(w); Füge w in S ein;
8      Set(w) ← S;
9  Ende
10 für S ∈ FixList tue
11     Flag(S) ← false;
12     wenn S leer dann
13         Entferne S aus Q;
14     Ende
15     Entferne S aus FixList;
16 Ende
```

Algorithmus 2 : Updateschritt in LexBFS