

Übungsblatt 4

Besprechung in der Übung am 11. Juni 2019

Aufgabe 1: Triangulierte und chordale Graphen

★★

Sei G ein Graph. Ein Knoten v von G heißt *universell*, wenn v zu jedem anderen Knoten von G adjazent ist. Man nennt G *trianguliert*, wenn G planar ist und wenn auf jeder Facette von G genau drei Knoten liegen.

Zeigen Sie folgende Aussagen:

- (a) Es gibt unendlich viele triangulierte Graphen, die nicht chordal sind.
- (b) Es gibt unendlich viele triangulierte Graphen, die chordal sind.
- (c) Jeder triangulierte Graph, der einen universellen Knoten hat, ist chordal.

Aufgabe 2: Welche Cliques sind maximal?

★

Sei σ ein perfektes Eliminationsschema. Sei K_v die Clique bestehend aus dem Knoten v und seinen (bezüglich σ) nachfolgenden Nachbarn. Zeigen Sie, dass K_v genau dann eine inklusionsmaximale Clique ist, wenn es keinen Vorgänger u von v gibt sodass K_v Teilgraph von K_u ist.

Aufgabe 3: Knotenüberdeckung in chordalen Graphen

★

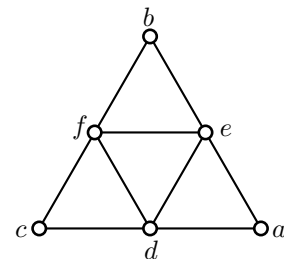
Zeigen Sie, dass eine minimale Knotenüberdeckung in chordalen Graphen effizient berechnet werden kann.

Aufgabe 4: Chordale Graphen als Schnitt von Teilbäumen

★★

Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der für einen chordalen Graphen G eine Menge von Teilbäumen eines Baumes berechnet, so dass G der Schnittgraph dieser Teilbäume ist. Nehmen Sie an, dass ein perfektes Eliminationsschema von G bereits gegeben ist.

Wenden Sie Ihren Algorithmus auf den nebenstehenden Graphen an. Benutzen Sie, dass $\sigma = [a, b, c, d, e, f]$ ein perfektes Eliminationsschema ist.



Aufgabe 5: Helly-Eigenschaft und Bäume

★★

Sei G ein zusammenhängender Graph. Zeigen Sie, dass G genau dann ein Baum ist, wenn jede Familie von einfachen Pfaden in G die Helly-Eigenschaft erfüllt.

Aufgabe 6: Kantengraphen chordaler Graphen

★★

Sei G ein Graph. Der *Kantengraph* (engl. *line graph*) $L(G)$ enthält einen Knoten für jede Kante von G wobei zwei Knoten in $L(G)$ verbunden sind, wenn die zugehörigen Kanten in G einen gemeinsamen Endknoten haben.

Zeigen Sie, dass G chordal ist, wenn $L(G)$ chordal ist. Zeigen Sie, dass die Umkehrung nicht stimmt.