# Fünftes Übungsblatt

**Ausgabe:** 15. Juni 2018
**Besprechung:** 19. Juni 2018

## 1 Entfernung von Rechtskreisen

In Schritt 2 des Algorithmus für das kantendisjunkte Menger-Problem werden in einem planaren Graphen $G$ mit fester Einbettung einfache Kreise $C_1, \ldots, C_l$ wie folgt konstruiert:

Sei $F$ die Menge der Facetten und $f_0$ die äußere Facette von $G$. Bezeichne weiter $\operatorname{dist}(f)$ die Länge eines kürzesten Weges vom der Facette $f$ entsprechenden Dualknoten zum $f_0$ entsprechenden Dualknoten, und $l := \max_{f \in F} \operatorname{dist}(f)$. Für $1 \leq i \leq l$ sei $C_i$ die Vereinigung der einfachen Kreise in $G$ so, dass $\operatorname{dist}(f) \geq i$ für alle Facetten $f$ im Inneren und $\operatorname{dist}(f) < i$ für alle Facetten $f$ im Äußeren eines Kreises aus $C_i$ gilt.

**Aufgabe:** Geben Sie einen Algorithmus mit linearer Laufzeit an, der zu einem gegebenen Graphen $G$ mit fester Einbettung die Kantenmengen $C_1, \ldots, C_l$ bestimmt.

## 2 Spezialfall von s-t-Wegen

Geben Sie einen einfachen Algorithmus an, der folgendes Problem in Linearzeit löst:

Gegeben ein planarer Graph $G$ mit fester Einbettung und ausgezeichneten Knoten $s$ und $t$, die an der äußeren Facette liegen, bestimme eine maximale Anzahl von paarweise kantendisjunkten $s$-$t$-Wegen in $G$.

**Hinweis:** Ein Algorithmus für dieses Problem benötigt keinen der komplizierten Schritte, die der in der Vorlesung für das allgemeine kantendisjunkte Menger-Problem in planaren Graphen angegebene Algorithmus ausführt. Es genügt eine Vorgehensweise ähnlich wie bei einer Graphsuche, die die gegebene Einbettung des planaren Graphen ausnutzt.

## 3 Dreiecke zählen in allgemeinen Graphen

Sei $G$ ein Graph mit $n$ Knoten und $m$ Kanten. Der $k$-Core von $G$ ist der maximale Subgraph in dem jeder Knoten mindestens Grad $k$ hat. Die Core-Zerlegung weist jedem Knoten das maximale $k$ zu für welches er im $k$-Core liegt. Die Entartetheit $D(G)$ ist das größte $k$ für welches $G$ einen nicht-leeren $k$-Core hat.

1. Geben Sie einen Algorithmus, der die Core-Zerlegung in $\mathcal{O}(n + m)$ berechnet.
2. Geben Sie einen Algorithmus an, der die Anzahl Dreicke in $G$ in $\mathcal{O}((n+m)D(G))$ berechnet.
   **Hinweis:** Modofizieren Sie den Algorithmus von Übungsblatt 4.
3. Zeigen Sie dass für planare Graphen $D(G) \leq 5$ gilt.