

Satz 7.1.

Für ungerichtete Graphen $G = (V, E)$ sind äquivalent:

- (i) G ist ein Intervallgraph.
- (i.v) G ist chordal und \overline{G} ist Vergleichbarkeitsgraph.
- (ii) $C_4 \not\subseteq_{\text{ind}} G$ und \overline{G} ist Vergleichbarkeitsgraph.
- (iii) Es existiert eine Ordnung A_1, \dots, A_x der inklusionsmaximalen Cliques von G sodass
 $\forall v \in V$ gilt $\{i \mid v \in A_i\}$ ist Intervall von $\{1, \dots, x\}$.

Eingabe : ungerichteter Graph $G = (V, E)$.

Ausgabe : JA wenn G Intervallgraph, NEIN sonst.

- 1 Bestimme σ_1 mit LexBFS;
- 2 Bestimme σ_2 mit LexBFS mit tie breaker σ_1 ;
- 3 Bestimme σ_3 mit LexBFS mit tie breaker σ_2 ;
- 4 Bestimme σ_4 mit LexBFS mit tie breaker σ_3 ;
- 5 **Gebe aus** ob σ_4 Intervalle induziert;

Algorithmus 10 : Erkennung von Intervallgraphen

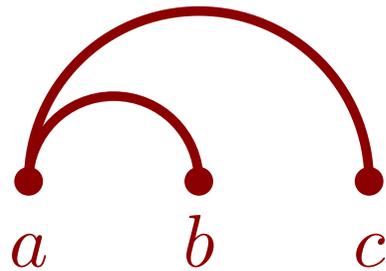
Satz 7.1.

- (i) G ist ein Intervallgraph.
- (ii) $C_4 \not\subseteq_{\text{ind}} G$ und \overline{G} ist Vergleichbarkeitsgraph.
- (iii) Es existiert eine Ordnung A_1, \dots, A_x der inklusionsmaximalen Cliques von G sodass
 $\forall v \in V$ gilt $\{i \mid v \in A_i\}$ ist Intervall von $\{1, \dots, x\}$.

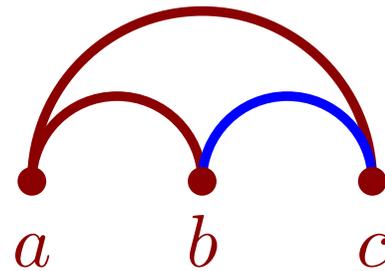
Satz (so nicht im Skript).

- (i) G ist ein **Einheits**intervallgraph.
- (ii) $K_{1,3}, C_4 \not\subseteq_{\text{ind}} G$ und \overline{G} ist Vergleichbarkeitsgraph.
- (iii) Es existiert eine Ordnung v_1, \dots, v_n **der Knoten** von G sodass
 $\forall A \in \mathcal{K}(G)$ gilt $\{i \mid v_i \in A\}$ ist Intervall von $\{1, \dots, n\}$.

Knotenordnung σ ist genau dann ein **PES** wenn



\implies

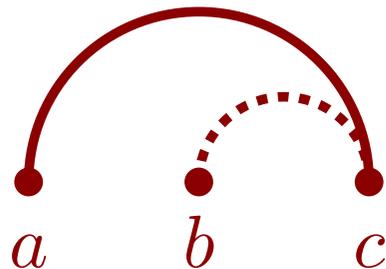


$a <_{\sigma} b <_{\sigma} c$
mit $ab, ac \in E(G)$

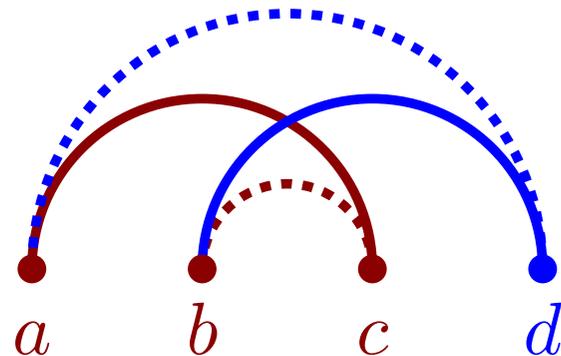
\implies

$bc \in E(G)$

Knotenordnung σ ist genau dann **LexBFS** Ergebnis wenn



\implies



$a <_{\sigma} b <_{\sigma} c$ mit
 $ab \in E(G), bc \notin E(G)$

\implies

$\exists d$ mit $c <_{\sigma} d$ und
 $ad \notin E(G), bd \in E(G)$

Eigenschaft C :

G chordal

$\Leftrightarrow \exists$ PES für G

$\Leftrightarrow \exists$ Knotenordnung σ

ohne



Eigenschaft V :

G Vergleichbarkeitsgraph

$\Leftrightarrow \exists$ transitive Orientierung

$\Leftrightarrow \exists$ Knotenordnung σ

ohne



Eigenschaft \bar{C} :

\bar{G} chordal

$\Leftrightarrow \exists$ PES für \bar{G}

$\Leftrightarrow \exists$ Knotenordnung σ

ohne



Eigenschaft \bar{V} :

\bar{G} Vergleichbarkeitsgraph

$\Leftrightarrow \exists$ transitive Orientierung

$\Leftrightarrow \exists$ Knotenordnung σ

ohne



ohne

\overline{V}



ohne

C



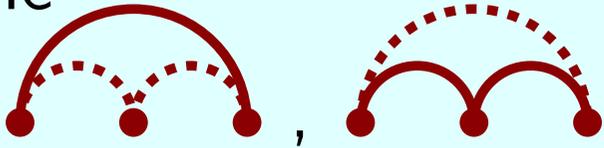
ohne

\overline{C}



Permutationsgraphen

ohne

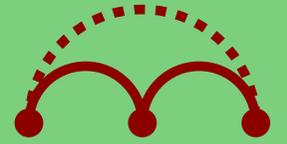


(cycle-free
partial orders)

(Komplemente
von Intervall-
graphen)

ohne

V



Intervallgraphen

ohne



(Komplemente
von cycle-free
partial orders)

ohne

\overline{V}



(Komplemente
von Intervall-
graphen)

Split Graphen

ohne

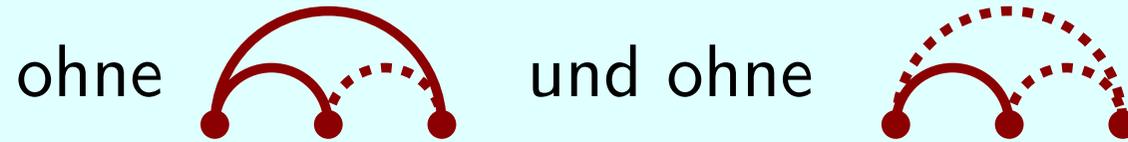


ohne

C



• Split Graph $\Leftrightarrow \exists$ Knotenordnung σ



• Permutationsgraph $\Leftrightarrow \exists$ Knotenordnung σ



• Intervallgraph $\Leftrightarrow \exists$ Knotenordnung σ



• Einheitsintervallgraph $\Leftrightarrow \exists$ Knotenordnung σ

