

Übungsblatt 4

Besprechung in der Übung am 12. Juni 2018

Aufgabe 1: Unberechenbare Eliminationsschemata

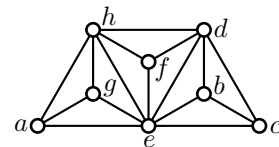
★★

Geben Sie einen Graph mit perfektem Eliminationsschema σ an, sodass σ nicht mittels lexikographischer BFS berechnet werden kann.

Aufgabe 2: Eliminationsschema oder nicht

★★

Sei $\sigma = [a, b, c, d, e, f, g, h]$ eine Knotenordnung auf dem nebenstehenden Graphen G . Führen Sie den Linearzeit-Algorithmus aus der Vorlesung aus, um zu überprüfen, ob σ ein perfektes Eliminationsschema für G ist.



Aufgabe 3: k -Bäume sind chordal

★★

Die Klasse der k -Bäume ist rekursiv wie folgt definiert. Der vollständige Graph K_k ist ein k -Baum. Sei T ein k -Baum mit einer Clique $C = \{x_1, \dots, x_k\}$ der Größe k . Dann ist der Graph, den man aus T erhält, indem man einen neuen Knoten mit Nachbarschaft C hinzufügt, wieder ein k -Baum.

Zeigen Sie, dass k -Bäume chordal sind. Geben Sie einen chordalen Graphen an, der kein k -Baum ist.

Aufgabe 4: Welche Cliques sind maximal?

★

Sei σ ein perfektes Eliminationsschema. Sei K_v die Clique bestehend aus dem Knoten v und seinen (bezüglich σ) nachfolgenden Nachbarn. Zeigen Sie, dass K_v genau dann eine inklusionsmaximale Clique ist, wenn es keinen Vorgänger u von v gibt sodass K_v Teilgraph von K_u ist.

Aufgabe 5: Helly-Eigenschaft und Bäume

★★

Sei G ein zusammenhängender Graph. Zeigen Sie, dass G genau dann ein Baum ist, wenn jede Familie von einfachen Pfaden in G die Helly-Eigenschaft erfüllt.

Aufgabe 6: Dominierende Menge in chordalen Graphen

★★★

Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Eine Knotenmenge $A \subseteq V$ ist *dominierend*, wenn jeder Knoten einen Nachbarn in A hat oder selbst in A enthalten ist. Zeigen Sie, dass das Problem eine minimale dominierende Menge in einem chordalen Graphen zu berechnen NP-schwer ist.

Hinweis 1: Benutzen Sie, dass das *3-dimensionale Matching Problem* NP-schwer ist. Es ist wie folgt definiert. Seien W, X, Y drei disjunkte Mengen und sei $M \subseteq W \times X \times Y$ eine Menge von Tripeln (jedes Tripel enthält genau ein Element aus jeder der Mengen W, X, Y). Gibt es eine Teilmenge $M' \subseteq M$, sodass jedes Element aus W, X und Y in genau einem Tripel aus M' vorkommt?

Hinweis 2: Fassen Sie chordale Graphen als Schnittgraphen von Teilbäumen eines Baumes auf.