

# Algorithmen für Routenplanung

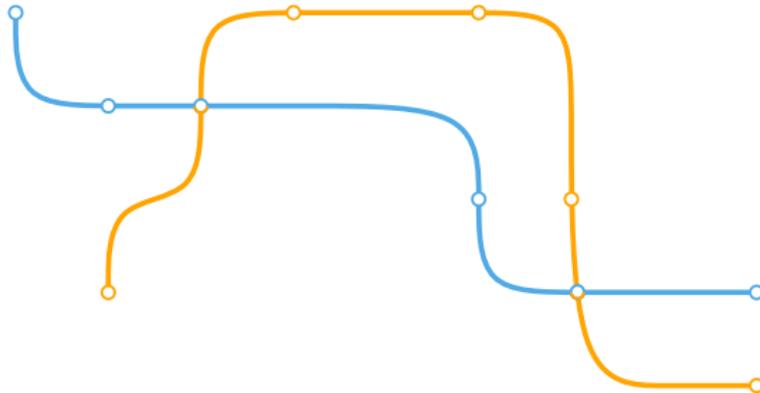
17. Vorlesung, Sommersemester 2017

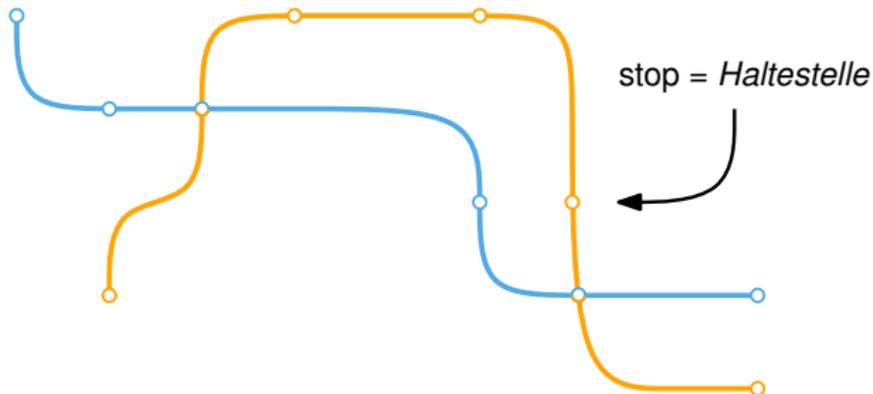
Tobias Zündorf | 17. Juli 2017

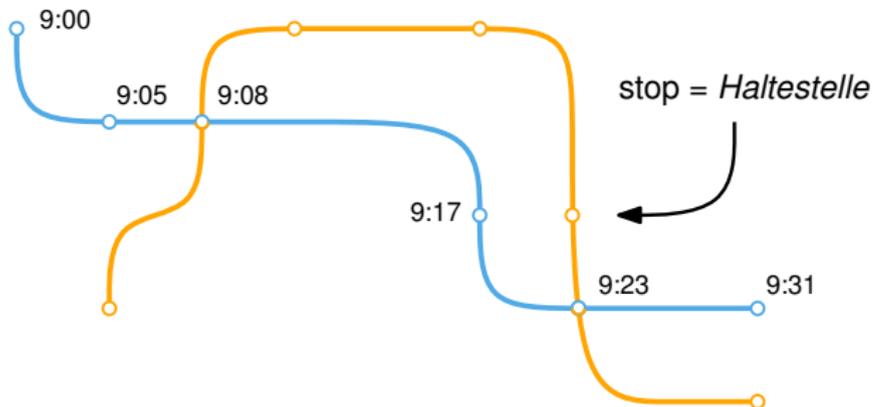
INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER

# Fahrplanauskunft

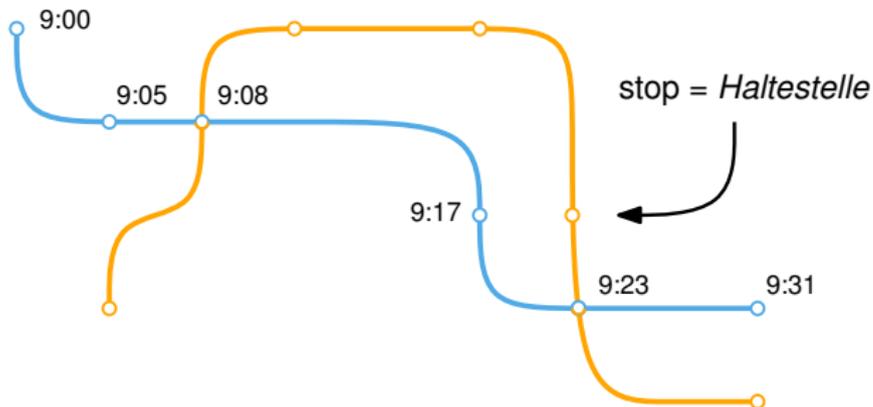
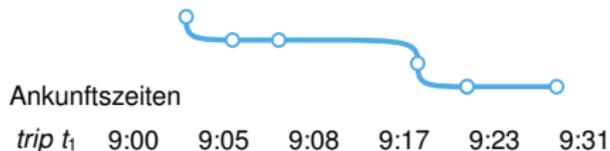




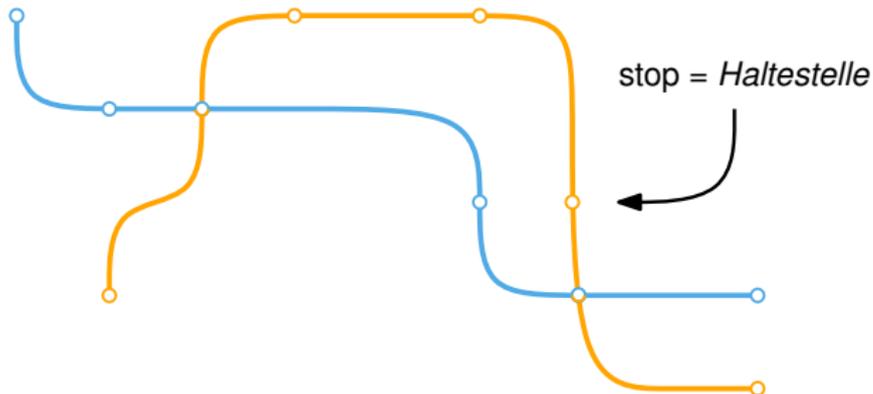
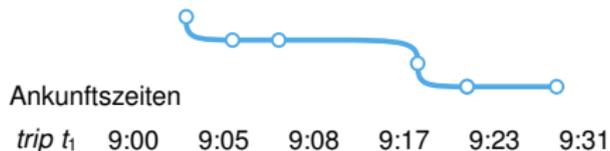




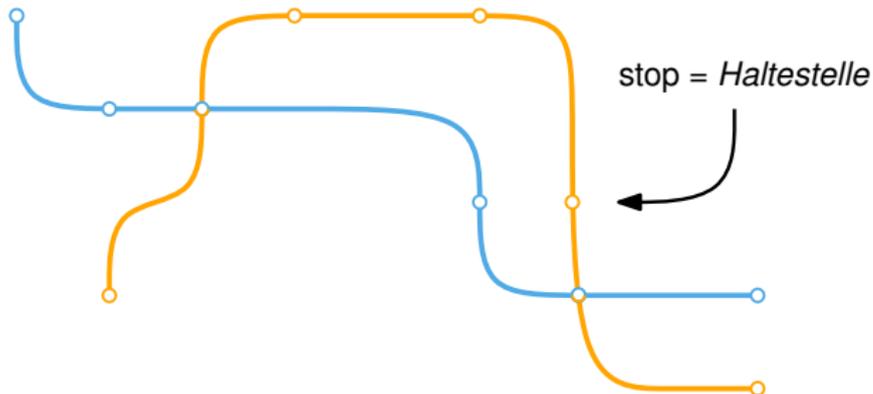
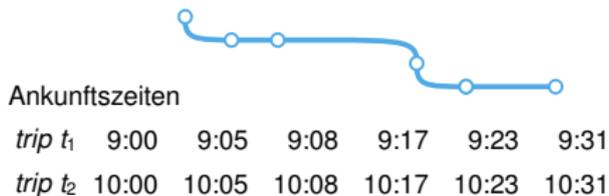
# Wdh. Begriffe



# Wdh. Begriffe



# Wdh. Begriffe





# Wdh. Begriffe

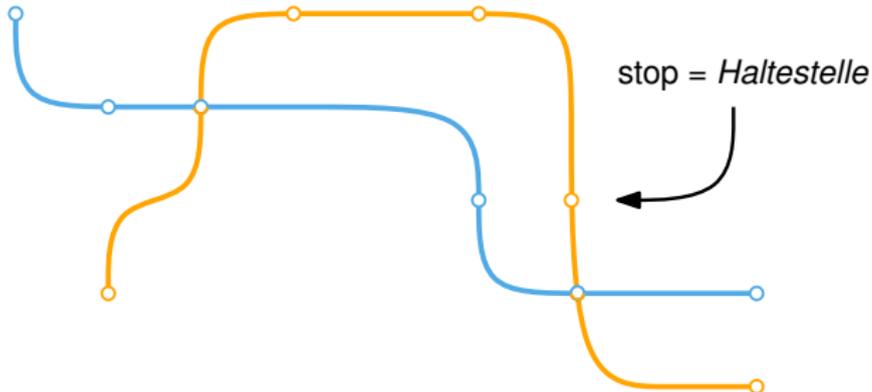


Ankunftszeiten

|                   |       |       |       |       |       |       |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| <i>trip</i> $t_1$ | 9:00  | 9:05  | 9:08  | 9:17  | 9:23  | 9:31  |
| <i>trip</i> $t_2$ | 10:00 | 10:05 | 10:08 | 10:17 | 10:23 | 10:31 |
| <i>trip</i> $t_3$ | 10:30 | 10:35 | 10:38 | -     | -     | 10:53 |

Route  $R_1$

Route  $R_2$



# Wdh. Begriffe

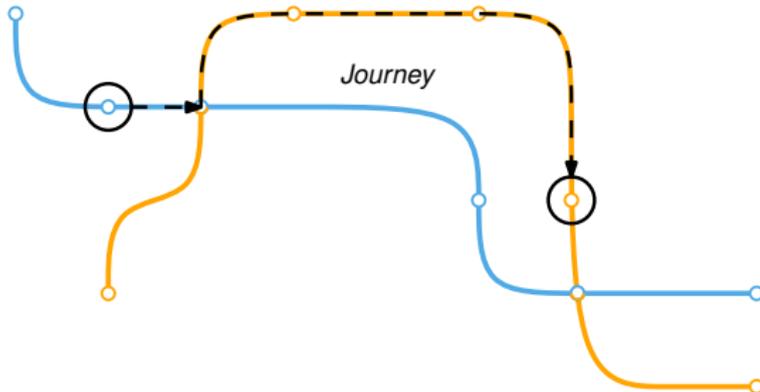


Ankunftszeiten

|                   |       |       |       |       |       |       |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| <i>trip</i> $t_1$ | 9:00  | 9:05  | 9:08  | 9:17  | 9:23  | 9:31  |
| <i>trip</i> $t_2$ | 10:00 | 10:05 | 10:08 | 10:17 | 10:23 | 10:31 |
| <i>trip</i> $t_3$ | 10:30 | 10:35 | 10:38 | -     | -     | 10:53 |

Route  $R_1$

Route  $R_2$



# Wdh. Problemstellung

**Gesucht:** „Gute“ Routen für Ankunftszeit *und* Anzahl Umstiege.



Ankunft 11:08 Uhr, 2 Umstiege



Ankunft 11:09 Uhr, 0 Umstiege

**Gesucht:** „Gute“ Routen für Ankunftszeit *und* Anzahl Umstiege.



Ankunft 11:08 Uhr, 2 Umstiege



Ankunft 11:09 Uhr, 0 Umstiege

**Problem:**

Dijkstra basierter Multi-Label-Correcting Ansatz zu langsam

# Graph-Modelle?

## Bis jetzt:

- Modelliere Fahrplan als gerichteten Graphen
- Zeitexpandiert vs zeitabhängig
- Verschiedene Varianten von Dijkstra's Algorithmus
- Earliest Arrival, Profil-, Multi-Criteria Suchen

## Bis jetzt:

- Modelliere Fahrplan als gerichteten Graphen
- Zeitexpandiert vs zeitabhängig
- Verschiedene Varianten von Dijkstra's Algorithmus
- Earliest Arrival, Profil-, Multi-Criteria Suchen

## Probleme

- Viele Knoten und Kanten
- Overhead von Priority Queue
- Wenig explizites Ausnutzen der Fahrplanstruktur
- Dynamische Szenarien erfordern Updates der Graph-Topologie
- Außerdem: Beschleunigungstechniken funktionieren nicht gut

## Bis jetzt:

- Modelliere Fahrplan als gerichteten Graphen
- Zeitexpandiert vs zeitabhängig
- Verschiedene Varianten von Dijkstra's Algorithmus
- Earliest Arrival, Profil-, Multi-Criteria Suchen

## Probleme

- Viele Knoten und Kanten
- Overhead von Priority Queue
- Wenig explizites Ausnutzen der Fahrplanstruktur
- Dynamische Szenarien erfordern Updates der Graph-Topologie
- Außerdem: Beschleunigungstechniken funktionieren nicht gut

Sind Graphen die beste Art Fahrpläne zu modellieren?

Anforderungen:

Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets,  
mindestens Ankunftszeit und # Umstiege

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets,  
mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus,  
benutzt Routen und Trips explizit?

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets,  
mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus,  
benutzt Routen und Trips explizit?
- Funktioniert in dynamischen Szenarien,  
Verspätungen, Zugausfälle, Routenänderungen; keine Vorberechnung

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets,  
mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus,  
benutzt Routen und Trips explizit?
- Funktioniert in dynamischen Szenarien,  
Verspätungen, Zugausfälle, Routenänderungen; keine Vorberechnung
- Kann auf zusätzliche Kriterien erweitert werden, ...  
z.B. Tarifzonen, Umstiegssicherheit, etc

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets,  
mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus,  
benutzt Routen und Trips explizit?
- Funktioniert in dynamischen Szenarien,  
Verspätungen, Zugausfälle, Routenänderungen; keine Vorberechnung
- Kann auf zusätzliche Kriterien erweitert werden, ...  
z.B. Tarifzonen, Umstiegssicherheit, etc
- ... und ist hinreichend schnell  
für interaktive Szenarien

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets,  
mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus,  
benutzt Routen und Trips explizit?
- Funktioniert in dynamischen Szenarien,  
Verspätungen, Zugausfälle, Routenänderungen; keine Vorberechnung
- Kann auf zusätzliche Kriterien erweitert werden, ...  
z.B. Tarifzonen, Umstiegssicherheit, etc
- ... und ist hinreichend schnell  
für interaktive Szenarien

**RAPTOR: Round-bAsed Public Transit Optimized Router**

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

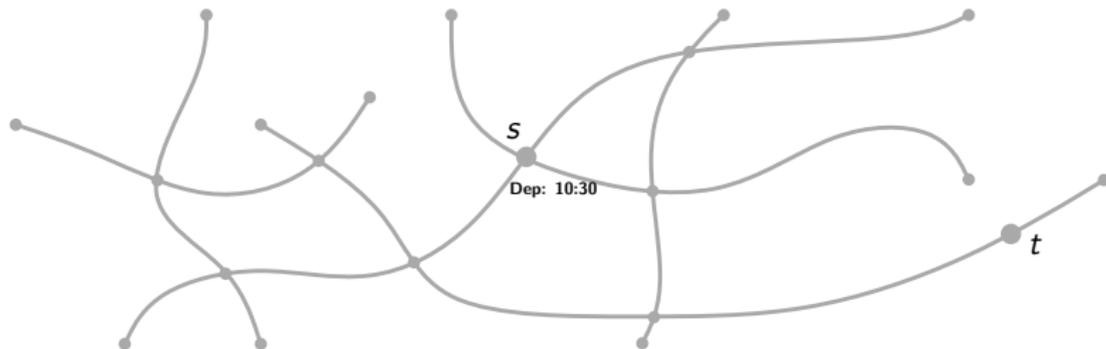
# Runden

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

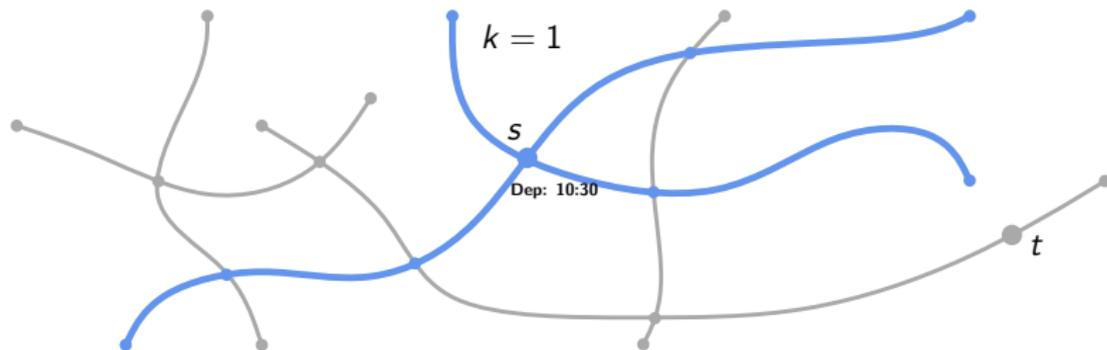
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

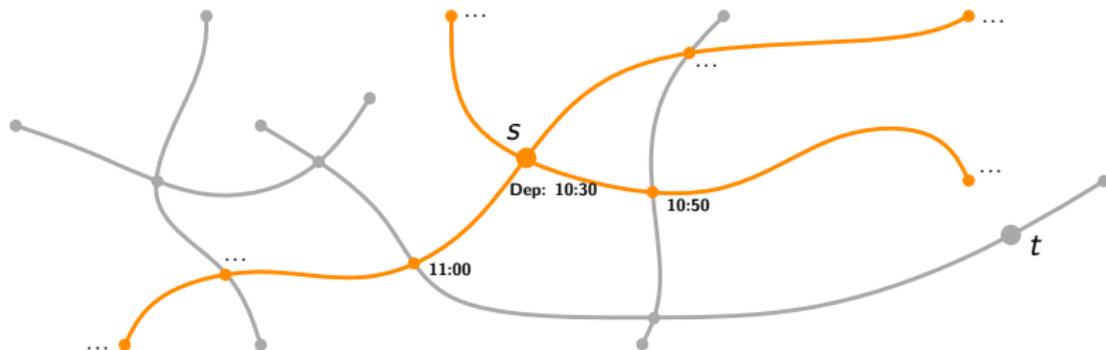
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

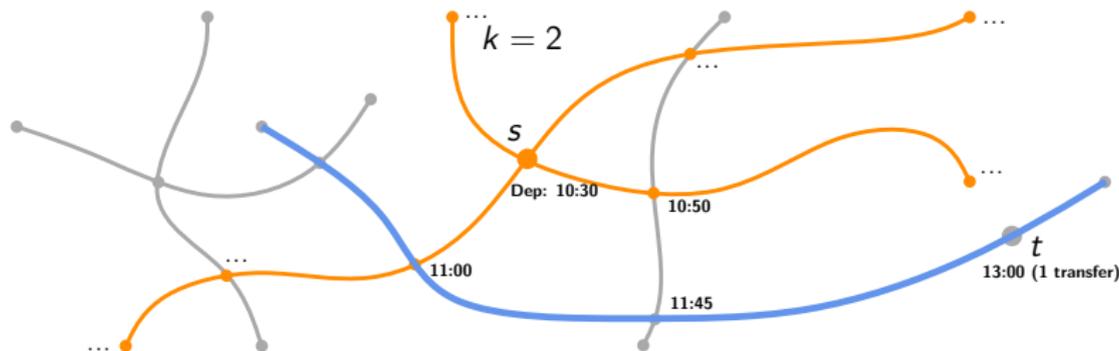
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

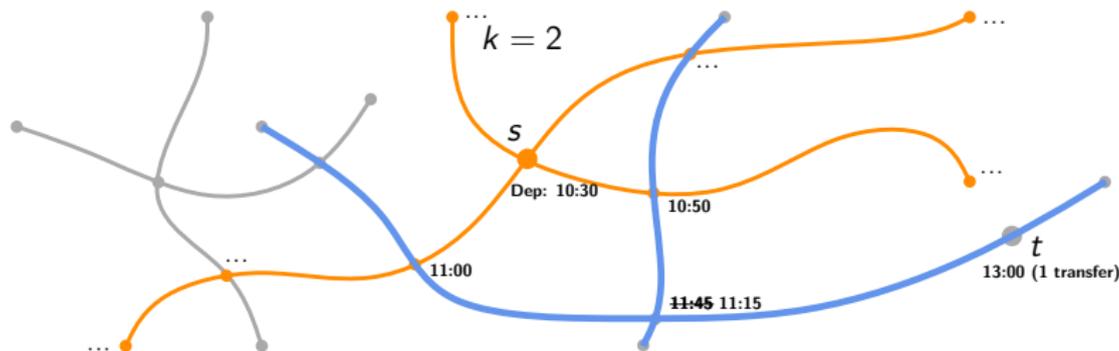
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

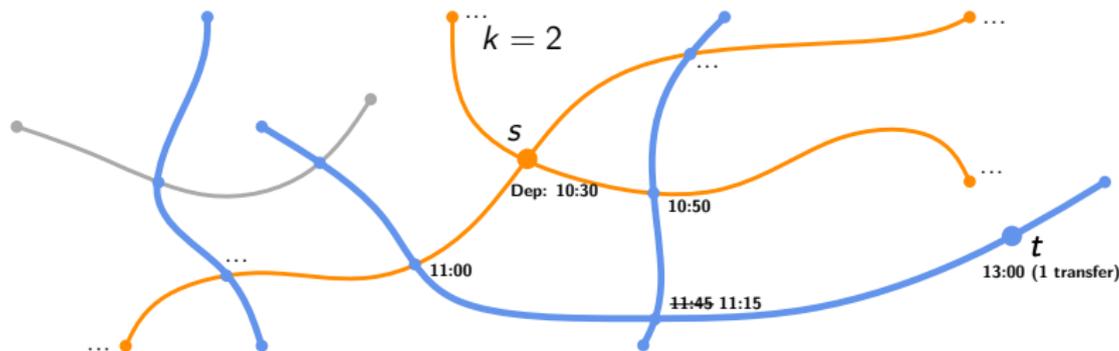
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

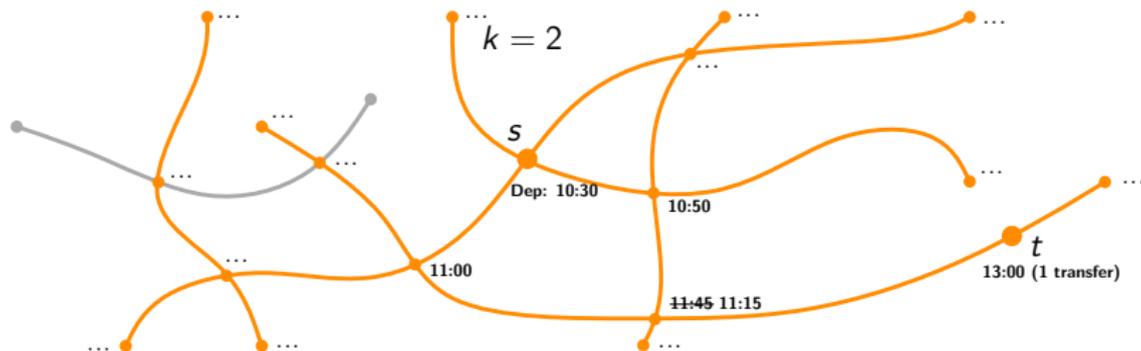
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

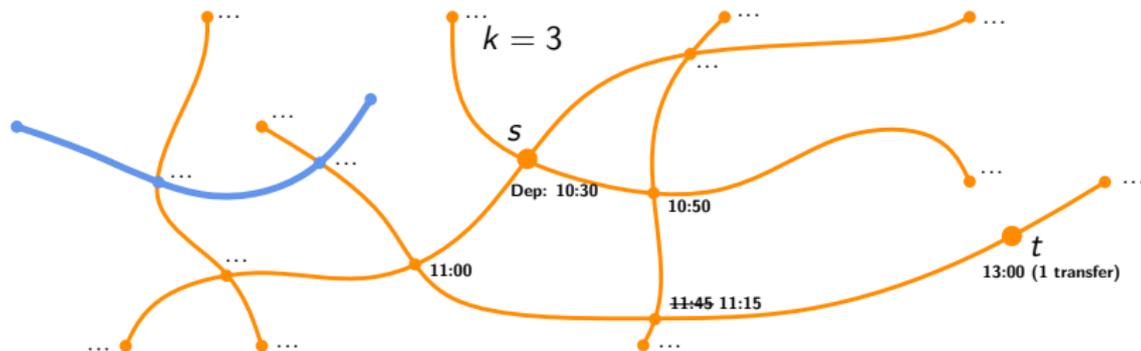
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

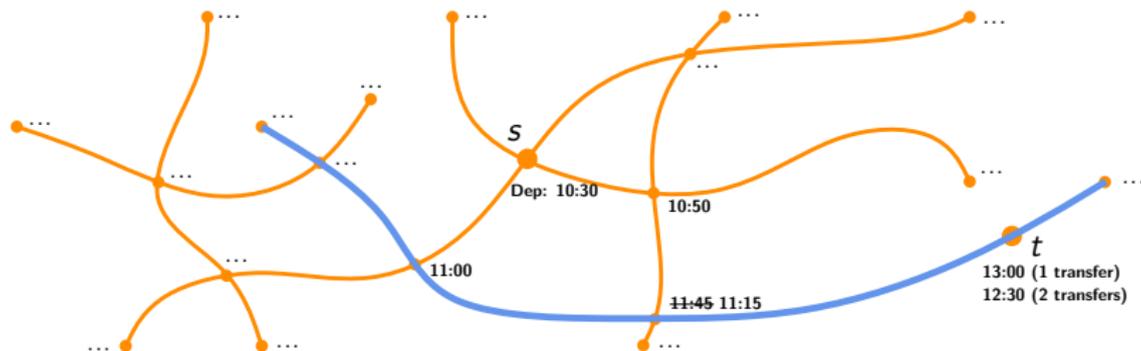
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.

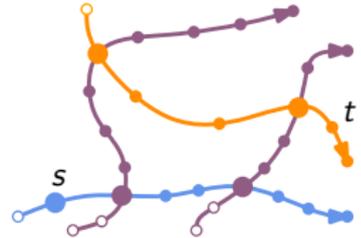


**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

Scanne jede **Route** höchstens einmal pro Runde.

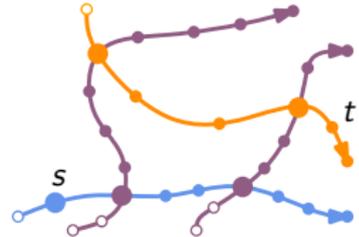
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Scanne jede Route
- 2 Relaxiere Fußwege



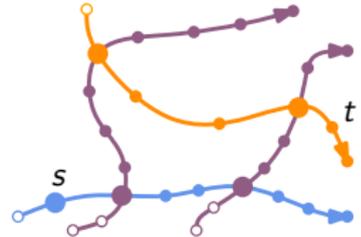
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Scanne jede Route
- 2 Relaxiere Fußwege



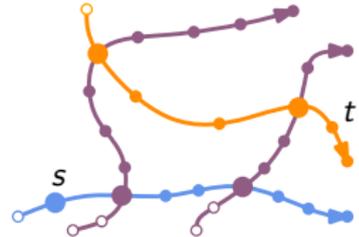
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Scanne jede Route
- 2 Relaxiere Fußwege



Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Scanne jede Route
- 2 Relaxiere Fußwege



Terminiere, wenn ... ?

Some route

Current Trip:  $\perp$



|         |          |          |          |         |         |          |          |
|---------|----------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| $\dots$ | $\dots$  | $\dots$  | $\dots$  | $\dots$ | $\dots$ | $\dots$  |          |
| $k-1$   | $\infty$ | 9:16     | 9:58     | 8:43    | 7:25    | $\infty$ | 9:07     |
| $k$     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 8:19    | 7:12    | $\infty$ | $\infty$ |
| $\dots$ | $\dots$  | $\dots$  | $\dots$  | $\dots$ | $\dots$ | $\dots$  | $\dots$  |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip:  $\perp$



|       |          |          |          |      |      |          |
|-------|----------|----------|----------|------|------|----------|
|       | ...      | ...      | ...      | ...  | ...  | ...      |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58     | 8:43 | 7:25 | $\infty$ |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 8:19 | 7:12 | $\infty$ |
|       | ...      | ...      | ...      | ...  | ...  | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip:  $\perp$



|       |          |          |          |      |      |          |          |
|-------|----------|----------|----------|------|------|----------|----------|
|       | ...      | ...      | ...      | ...  | ...  | ...      |          |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58     | 8:43 | 7:25 | $\infty$ | 9:07     |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 8:19 | 7:12 | $\infty$ | $\infty$ |
|       | ...      | ...      | ...      | ...  | ...  | ...      | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 13



9:20

|       |          |          |          |      |      |          |          |
|-------|----------|----------|----------|------|------|----------|----------|
| ...   | ...      | ...      | ...      | ...  | ...  | ...      |          |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58     | 8:43 | 7:25 | $\infty$ | 9:07     |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 8:19 | 7:12 | $\infty$ | $\infty$ |
| ...   | ...      | ...      | ...      | ...  | ...  | ...      | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 13



|       |          |          |          |      |      |          |          |
|-------|----------|----------|----------|------|------|----------|----------|
| ...   | ...      | ...      | ...      | ...  | ...  | ...      |          |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58     | 8:43 | 7:25 | $\infty$ | 9:07     |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 8:19 | 7:12 | $\infty$ | $\infty$ |
| ...   | ...      | ...      | ...      | ...  | ...  | ...      | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 13



9:26

|       |          |          |      |      |      |          |
|-------|----------|----------|------|------|------|----------|
| ...   | ...      | ...      | ...  | ...  | ...  | ...      |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58 | 8:43 | 7:25 | $\infty$ |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | 9:26 | 8:19 | 7:12 | $\infty$ |
| ...   | ...      | ...      | ...  | ...  | ...  | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 13



|       |          |          |             |      |      |          |          |
|-------|----------|----------|-------------|------|------|----------|----------|
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...      |          |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58        | 8:43 | 7:25 | $\infty$ | 9:07     |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | <b>9:26</b> | 8:19 | 7:12 | $\infty$ | $\infty$ |
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...      | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 11



|       |          |          |      |      |      |          |
|-------|----------|----------|------|------|------|----------|
| ...   | ...      | ...      | ...  | ...  | ...  | ...      |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58 | 8:43 | 7:25 | $\infty$ |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | 9:26 | 8:19 | 7:12 | $\infty$ |
| ...   | ...      | ...      | ...  | ...  | ...  | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 11



|       |          |          |             |      |      |          |          |
|-------|----------|----------|-------------|------|------|----------|----------|
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...      |          |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58        | 8:43 | 7:25 | $\infty$ | 9:07     |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | <b>9:26</b> | 8:19 | 7:12 | $\infty$ | $\infty$ |
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...      | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



|       |          |          |      |      |      |          |          |
|-------|----------|----------|------|------|------|----------|----------|
| ...   | ...      | ...      | ...  | ...  | ...  | ...      |          |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58 | 8:43 | 7:25 | $\infty$ | 9:07     |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | 9:26 | 8:19 | 7:12 | $\infty$ | $\infty$ |
| ...   | ...      | ...      | ...  | ...  | ...  | ...      | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



7:38

|       |          |          |             |      |      |          |
|-------|----------|----------|-------------|------|------|----------|
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...      |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58        | 8:43 | 7:25 | $\infty$ |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | <b>9:26</b> | 8:19 | 7:12 | $\infty$ |
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



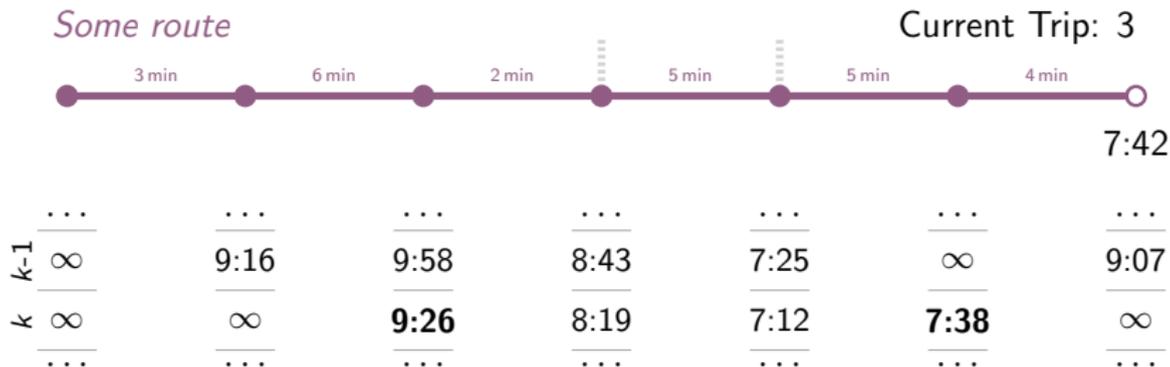
7:38

|       |          |          |             |      |      |             |          |
|-------|----------|----------|-------------|------|------|-------------|----------|
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...         |          |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58        | 8:43 | 7:25 | $\infty$    | 9:07     |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | <b>9:26</b> | 8:19 | 7:12 | <b>7:38</b> | $\infty$ |
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...         | ...      |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .



- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



|       |          |          |             |      |      |             |
|-------|----------|----------|-------------|------|------|-------------|
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...         |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58        | 8:43 | 7:25 | $\infty$    |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | <b>9:26</b> | 8:19 | 7:12 | <b>7:38</b> |
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...         |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

*Some route*

Current Trip: 3



|       |          |          |             |      |      |             |
|-------|----------|----------|-------------|------|------|-------------|
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...         |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58        | 8:43 | 7:25 | $\infty$    |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | <b>9:26</b> | 8:19 | 7:12 | <b>7:38</b> |
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...         |

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



|       |          |          |             |      |      |             |
|-------|----------|----------|-------------|------|------|-------------|
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...         |
| $k-1$ | $\infty$ | 9:16     | 9:58        | 8:43 | 7:25 | $\infty$    |
| $k$   | $\infty$ | $\infty$ | <b>9:26</b> | 8:19 | 7:12 | <b>7:38</b> |
| ...   | ...      | ...      | ...         | ...  | ...  | ...         |

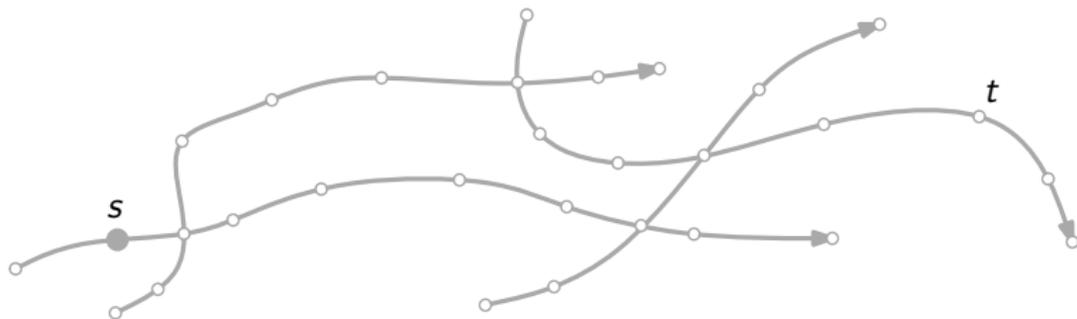
- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Dynamischer Programmierungsansatz.

**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.

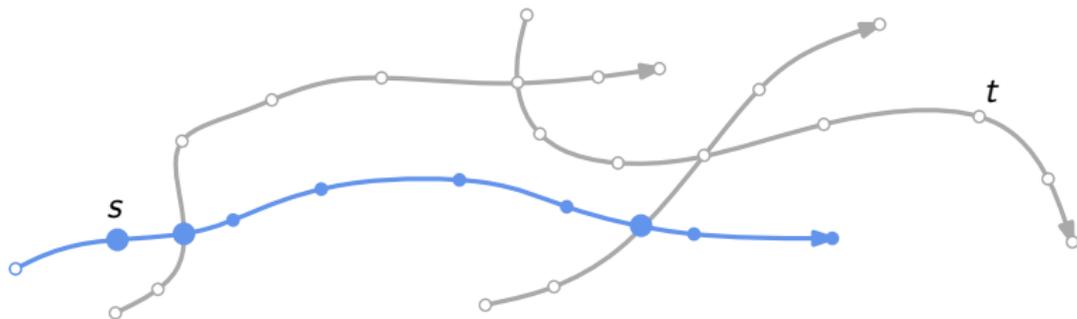


## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.



**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.

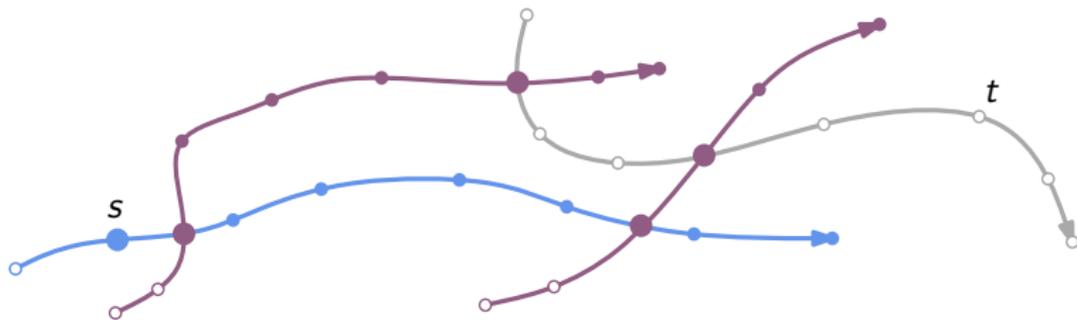
**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.

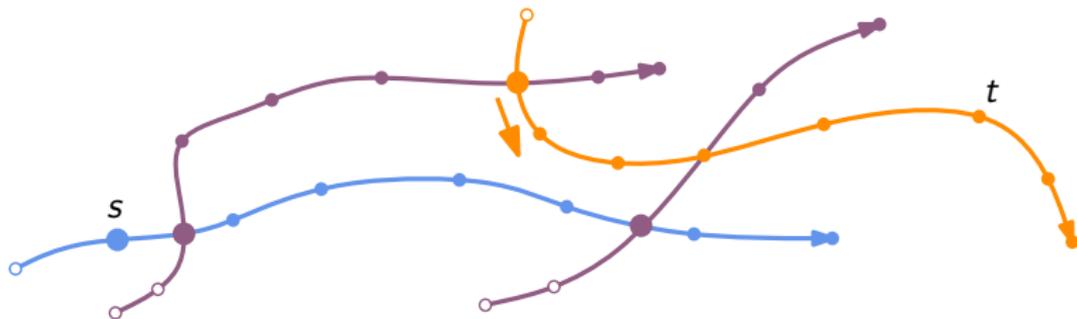
**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.

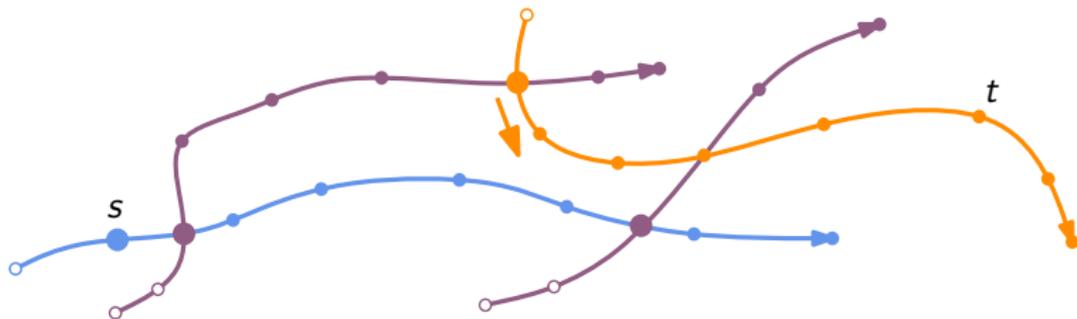
**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.

**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.

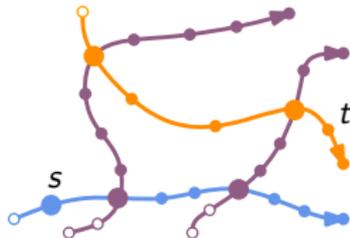


## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.
- Markiere nur Stops wenn sie die beste Ankunftszeit am Ziel verbessern.

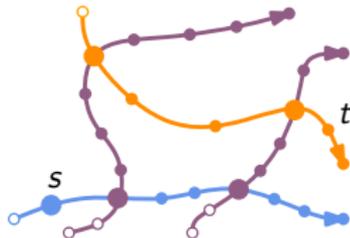
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



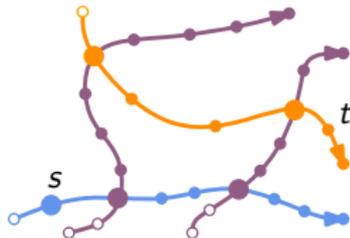
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

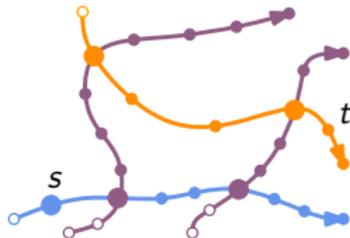
- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



## Relaxiere Fußwege

Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

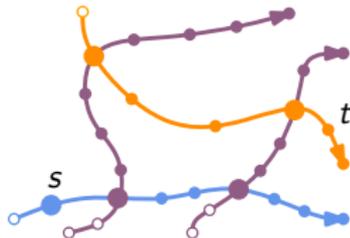
- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



Relaxiere Fußwege

Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

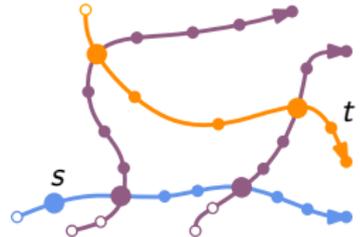
- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



Relaxiere Fußwege

Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



Terminiere, wenn kein Stop markiert wurde.

**Beobachtung:** Routen werden in bel. Reihenfolge gescannt.

**Beobachtung:** Routen werden in bel. Reihenfolge gescannt.

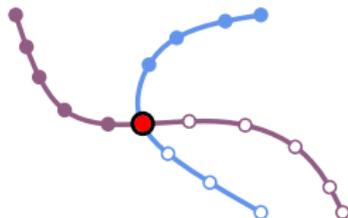
Verteile Routen auf verschiedene CPU Kerne; Scanne parallel.

**Beobachtung:** Routen werden in bel. Reihenfolge gescannt.

Verteile Routen auf verschiedene CPU Kerne; Scanne parallel.

## Vermeiden von Race-Conditions:

- Lock auf Schreiben von Labels (teuer).
- Synchronisiere Labels nach jeder Runde.
- Sicherstellen dass nur „unabhängige“ Routen gleichzeitig gescannt werden.

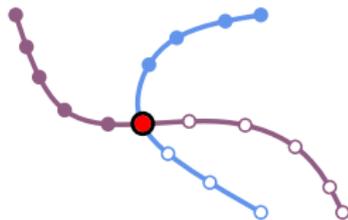


**Beobachtung:** Routen werden in bel. Reihenfolge gescannt.

Verteile Routen auf verschiedene CPU Kerne; Scanne parallel.

## Vermeiden von Race-Conditions:

- Lock auf Schreiben von Labels (teuer).
- Synchronisiere Labels nach jeder Runde.
- Sicherstellen dass nur „unabhängige“ Routen gleichzeitig gescannt werden.  
(Reduktion auf Färbeproblem)



## Mögliche Erweiterungen

- Profil-Anfragen (Intervallanfragen),  
Flexible Abfahrtszeiten.
- Tarifzonen,  
Längere Routen könnten billiger sein.
- Umstiegssicherheit,  
Routen könnten knappe Umstiege haben.
- ...



Performance hängt von Anzahl *nichtdominierter* Routen ab.

## Mögliche Erweiterungen

- Profil-Anfragen (Intervallanfragen),  
Flexible Abfahrtszeiten.
- Tarifzonen,  
Längere Routen könnten billiger sein.
- Umstiegssicherheit,  
Routen könnten knappe Umstiege haben.
- ...



Performance hängt von Anzahl *nichtdominierter* Routen ab.

# More Criteria: McRAPTOR

**Ziel:** Erweitern von RAPTOR auf zusätzliche Kriterien.



**Ziel:** Erweitern von RAPTOR auf zusätzliche Kriterien.



## Ansatz

- Labels haben Wert für jedes zusätzliche Kriterium.
- Mehrere nichtdominierte Labels pro Stop und Runde.
- Mehrere aktive Trips beim Scannen von Routen.
- Lösche dominierte Labels on-the-fly.



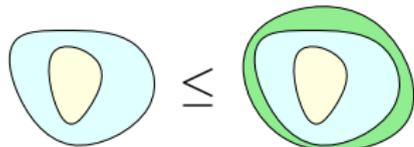
## Tarifzonen einbauen

- Direkte Preise (£) nicht handhabbar.
- ⇒ Berechne alle Kombinationen von Tarifzonen,
- und filtere im Postprocessing.



## Tarifzonen einbauen

- Direkte Preise (£) nicht handhabbar.
- ⇒ Berechne alle Kombinationen von Tarifzonen,
- und filtere im Postprocessing.



## Implementierung

- *Mengen* von Tarifzonen als Kriterium.
- Dominieren  $\hat{=}$  Teilmengenrelation.
- Benutze Bits von `int64` für Mengen.

# Profil-Anfragen: rRAPTOR

**Problem:** Finde alle besten Verbindungen die in einem Zeitintervall  $\Delta$  abfahren.



# Profil-Anfragen: rRAPTOR

**Problem:** Finde alle besten Verbindungen die in einem Zeitintervall  $\Delta$  abfahren.

- Lösbar mit McRAPTOR...
- ... mit Abfahrtszeit als Kriterium.



**Problem:** Finde alle besten Verbindungen die in einem Zeitintervall  $\Delta$  abfahren.

- Lösbar mit McRAPTOR...
- ... mit Abfahrtszeit als Kriterium.



**Effizienterer Ansatz: rRAPTOR (Self-Pruning)**

- Sammle alle Abfahrten aus Intervall  $\Delta$  in Menge  $\mathcal{D}$ .
- Dann: RAPTOR für jedes  $\tau \in \mathcal{D}$  geordnet absteigend nach Zeit.
- Reinitialisiere keine Labels zwischen den Aufrufen!

**Problem:** Finde alle besten Verbindungen die in einem Zeitintervall  $\Delta$  abfahren.

- Lösbar mit McRAPTOR...
- ... mit Abfahrtszeit als Kriterium.



**Effizienterer Ansatz: rRAPTOR (Self-Pruning)**

- Sammle alle Abfahrten aus Intervall  $\Delta$  in Menge  $\mathcal{D}$ .
- Dann: RAPTOR für jedes  $\tau \in \mathcal{D}$  geordnet absteigend nach Zeit.
- Reinitialisiere keine Labels zwischen den Aufrufen!

Prunt implizit Routen die früher abfahren und später ankommen.

# Experimente



## Das vollständige Londoner Netzwerk

- Ein Dienstag.
- Beinhaltet Tube, Bus, DLR, Tram. . .
- 20 843 Stops,
- 2 225 Routen mit 133 011 Trips,
- 5 132 672 einzelne Abfahrten pro Tag.



## Das vollständige Londoner Netzwerk

- Ein Dienstag.
- Beinhaltet Tube, Bus, DLR, Tram. . .
- 20 843 Stops,
- 2 225 Routen mit 133 011 Trips,
- 5 132 672 einzelne Abfahrten pro Tag.

Experimente: 10 000 zufällige  $s-t$ -Anfragen.



# Vergleich der Algorithmen

(Hardware: Intel Xeon X5680 mit 3.33 GHz und 96 GiB DDR3-1333 RAM)

| Algorithm | Ar | R | Tr | Fz | Rounds | Journeys | [ms]  |
|-----------|----|---|----|----|--------|----------|-------|
| Dijkstra  | ●  | ○ | ○  | ○  | —      | 0.9      | 14.2  |
| RAPTOR    | ●  | ○ | ●  | ○  | 8.4    | 1.9      | 7.3   |
| LD        | ●  | ○ | ●  | ○  | —      | 1.9      | 44.5  |
| MLC       | ●  | ○ | ●  | ○  | —      | 1.9      | 67.2  |
| McRAPTOR  | ●  | ○ | ●  | ●  | 10.8   | 9.0      | 107.4 |
| MLC       | ●  | ○ | ●  | ●  | —      | 9.0      | 399.5 |
| McRAPTOR  | ●  | ● | ●  | ○  | 9.5    | 16.3     | 259.8 |
| rRAPTOR   | ●  | ● | ●  | ○  | 138.5  | 16.3     | 87.0  |
| SPCS      | ●  | ● | ○  | ○  | —      | 7.8      | 183.6 |

(Ar: Arrival Time, R: Range, Tr: Transfers, Fz: Fare Zones)

| Algorithm | Ar | R | Tr | Fz | 1 core<br>[ms] | 3 cores<br>[ms] | 6 cores<br>[ms] | 12 cores<br>[ms] |
|-----------|----|---|----|----|----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| RAPTOR    | ●  | ○ | ●  | ○  | 7.7            | 5.0             | 4.1             | 3.7              |
| McRAPTOR  | ●  | ○ | ●  | ●  | 118.6          | 49.4            | 29.9            | 26.1             |
| rRAPTOR   | ●  | ● | ●  | ○  | 92.3           | 39.5            | 26.8            | 21.6             |
| SPCS      | ●  | ● | ○  | ○  | 183.6          | 69.1            | 44.9            | 38.9             |

(Ar: Arrival Time, R: Range, Tr: Transfers, Fz: Fare Zones)

| Algorithm | Ar | R | Tr | Fz | 1 core<br>[ms] | 3 cores<br>[ms] | 6 cores<br>[ms] | 12 cores<br>[ms] |
|-----------|----|---|----|----|----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| RAPTOR    | ●  | ○ | ●  | ○  | 7.7            | 5.0             | 4.1             | 3.7              |
| McRAPTOR  | ●  | ○ | ●  | ●  | 118.6          | 49.4            | 29.9            | 26.1             |
| rRAPTOR   | ●  | ● | ●  | ○  | 92.3           | 39.5            | 26.8            | 21.6             |
| SPCS      | ●  | ● | ○  | ○  | 183.6          | 69.1            | 44.9            | 38.9             |

(Ar: Arrival Time, R: Range, Tr: Transfers, Fz: Fare Zones)

- Exzellente Speedups auf bis zu 6 Kernen.
- RAPTOR immer  $\leq 30$  ms.



Daniel Delling, Thomas Pajor, and Renato F. Werneck.  
Round-Based Public Transit Routing.

In *Proceedings of the 14th Meeting on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX'12)*, pages 130–140. SIAM, 2012.