

Algorithmen für Routenplanung

15. Vorlesung, Sommersemester 2017

Tobias Zündorf | 5. Juli 2017

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER



Ergebnisse der Vorlesungsevaluation

Algorithmus:

- Basiert auf Dijkstra's Algorithmus bzw. MCD
- Solange keine Ladestation Besucht: Label = Tupel (Reisezeit, SoC)
- Battery Constraints, Pareto-Optimierung wie bisher

Algorithmus:

- Basiert auf Dijkstra's Algorithmus bzw. MCD
- Solange keine Ladestation Besucht: Label = Tupel (Reisezeit, SoC)
- Battery Constraints, Pareto-Optimierung wie bisher

Problem: Wenn Ladestation erreicht: Wie lange laden?

- Hängt vom gewähltem Pfad zu t ab
- Optimaler SoC zum Weiterfahren unbekannt

Algorithmus:

- Basiert auf Dijkstra's Algorithmus bzw. MCD
- Solange keine Ladestation Besucht: Label = Tupel (Reisezeit, SoC)
- Battery Constraints, Pareto-Optimierung wie bisher

Problem: Wenn Ladestation erreicht: Wie lange laden?

- Hängt vom gewähltem Pfad zu t ab
- Optimaler SoC zum Weiterfahren unbekannt

Lösung:

- Verschiebe die Entscheidung auf später!
- Merke zuletzt gesehene Ladestation

Label: Ein Label ℓ am Knoten v ist ein Tupel $(\tau_t, b_u, u, c_{(u, \dots, v)})$ mit:

- Reisezeit τ_t von s nach v (Inklusive Ladezeiten außer an u)
- SoC b_u mit dem die letzte Ladestation (u) erreicht wurde
- Zu letzt passierte Ladestation u (Initial \perp)
- Verbrauchsfunktion $c_{(u, \dots, v)}$ für den Pfad von u nach v (Initial \perp)

Label: Ein Label ℓ am Knoten v ist ein Tupel $(\tau_t, b_u, u, c_{(u, \dots, v)})$ mit:

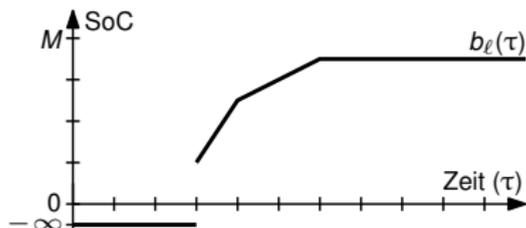
- Reisezeit τ_t von s nach v (Inklusive Ladezeiten außer an u)
- SoC b_u mit dem die letzte Ladestation (u) erreicht wurde
- Zu letzt passierte Ladestation u (Initial \perp)
- Verbrauchsfunktion $c_{(u, \dots, v)}$ für den Pfad von u nach v (Initial \perp)

Interpretation:

- Label beschreibt eine *verschobene* Ladefunktion
- Bildet Reisezeit auf SoC ab (Daher auch SoC-Funktion genannt)
- Funktion repräsentiert Menge von Pareto-Optimalen Punkten
- Definition der SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$:

$$b_\ell(\tau) := b' - c_{(u, \dots, v)}(b')$$

$$b' := \text{cf}_u(b_u, \tau - \tau_t)$$



Label: Ein Label ℓ am Knoten v ist ein Tupel $(\tau_t, b_u, u, c_{(u, \dots, v)})$ mit:

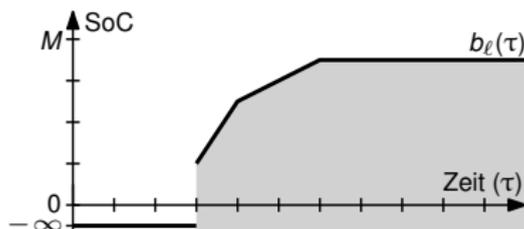
- Reisezeit τ_t von s nach v (Inklusive Ladezeiten außer an u)
- SoC b_u mit dem die letzte Ladestation (u) erreicht wurde
- Zu letzt passierte Ladestation u (Initial \perp)
- Verbrauchsfunktion $c_{(u, \dots, v)}$ für den Pfad von u nach v (Initial \perp)

Interpretation:

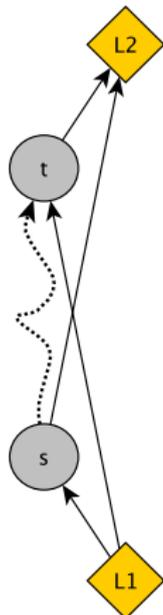
- Label beschreibt eine *verschobene* Ladefunktion
- Bildet Reisezeit auf SoC ab (Daher auch SoC-Funktion genannt)
- Funktion repräsentiert Menge von Pareto-Optimalen Punkten
- Definition der SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$:

$$b_\ell(\tau) := b' - c_{(u, \dots, v)}(b')$$

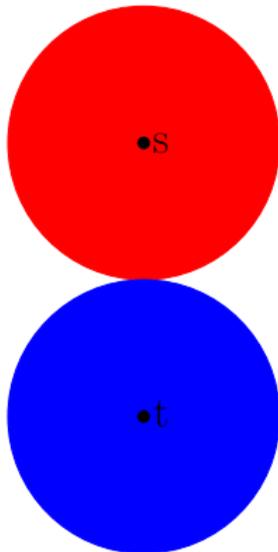
$$b' := \text{cf}_u(b_u, \tau - \tau_t)$$



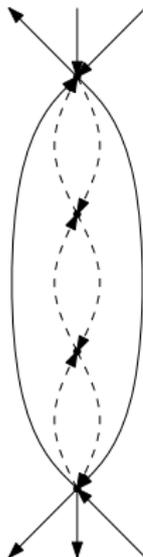
Landmarken



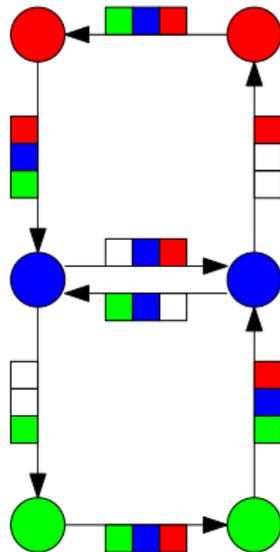
Bidirektionale Suche



Kontraktion



Arc-Flags



Probleme:

- Kontraktion muss kürzeste Wege Distanzen erhalten
 - SoC während Vorberechnung unbekannt
 - Battery Constraints müssen beachtet werden
 - Ladefunktionen müssen berücksichtigt werden

Probleme:

- Kontraktion muss kürzeste Wege Distanzen erhalten
 - SoC während Vorberechnung unbekannt
 - Battery Constraints müssen beachtet werden
 - Ladefunktionen müssen berücksichtigt werden

Lösung:

- Benutze Verbrauchsfunktionen
(Battery Constraints in Kantengewichten enthalten)
- Ladestation per Definition wichtig
(Oben Halten, nicht kontrahieren \Rightarrow Core Graph)

Probleme:

- Kontraktion muss kürzeste Wege Distanzen erhalten
 - SoC während Vorberechnung unbekannt
 - Battery Constraints müssen beachtet werden
 - Ladefunktionen müssen berücksichtigt werden

Lösung:

- Benutze Verbrauchsfunktionen
(Battery Constraints in Kantengewichten enthalten)
- Ladestation per Definition wichtig
(Oben Halten, nicht kontrahieren \Rightarrow Core Graph)

Aber:

- Shortcuts repräsentieren jeweils Pareto-Mengen (Fahrzeit, Verbrauch)
- Pareto-Mengen werden exponentiell groß
- Breche Vorberechnung ab \Rightarrow unkontrahierter Core-Graph ($\sim 0.5\%$)

Erinnerung:

- A* benutzt Knotenpotential um Suche zum Ziel zu leiten
- Potential gibt untere Schranke für Fahrzeit zu t , pro Knoten
- Gute Technik für schwere/komplizierte Suchprobleme
- Klassischer Ansatz: Rückwärtssuche von t

Beobachtung:

- Fahrzeit zu t hängt auch vom SoC ab
- Metriken beeinflussen sich gegenseitig

Erinnerung:

- A* benutzt Knotenpotential um Suche zum Ziel zu leiten
- Potential gibt untere Schranke für Fahrzeit zu t , pro Knoten
- Gute Technik für schwere/komplizierte Suchprobleme
- Klassischer Ansatz: Rückwärtssuche von t

Beobachtung:

- Fahrzeit zu t hängt auch vom SoC ab
- Metriken beeinflussen sich gegenseitig

Idee:

- **Fahrzeit** zu t abhängig von aktueller **Position** und **SoC**
- Nutze Potential $\pi: V \times [0, M] \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, welches beides berücksichtigt

Gesucht:

- Potential $\pi: V \times [0, M] \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, bildet (Knoten, SoC) auf Zeit zu t ab

Beobachtung:

- Ladestationen erlauben "Umwandlung" von Zeit in SoC

Gesucht:

- Potential $\pi: V \times [0, M] \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, bildet (Knoten, SoC) auf Zeit zu t ab

Beobachtung:

- Ladestationen erlauben "Umwandlung" von Zeit in SoC
- Benutze dafür neue Metrik
- Sei dazu c_{\max} die maximale Ladegeschwindigkeit
(Maximum über die Steigung aller Ladefunktionen)
- Neue Metrik ω :

$$\omega(e) := \tau_d(e) + \frac{c(e)}{c_{\max}}$$

- Beschreibt min. Fahrzeit, falls alle Energie geladen werden muss

Algorithmus: Läuft in 2 Phasen:

- 1: Rückwertssuche von t berechnet Potential π
- 2: Vorwärtssuche von s nach t , beschleunigt durch π

Potential Berechnung:

- Drei *unikriterielle* Dijkstra Suchen von t aus:
 - Auf Metrik τ_d : Berechnet min. Fahrzeit π_τ zu t (ohne Energieverbrauch)
 - Auf Metrik c : Berechnet min Energieverbrauch π_c
 - Auf Metrik ω : Berechnet min. Fahrzeit π_ω , falls $b_s = 0$

Algorithmus: Läuft in 2 Phasen:

- 1: Rückwertssuche von t berechnet Potential π
- 2: Vorwärtssuche von s nach t , beschleunigt durch π

Potential Berechnung:

- Drei *unikriterielle* Dijkstra Suchen von t aus:
 - Auf Metrik τ_d : Berechnet min. Fahrzeit π_τ zu t (ohne Energieverbrauch)
 - Auf Metrik c : Berechnet min Energieverbrauch π_c
 - Auf Metrik ω : Berechnet min. Fahrzeit π_ω , falls $b_s = 0$
- Setze dann:

$$\pi(v, b) := \begin{cases} \pi_\tau(v) & , \text{ falls } b \geq \pi_c(v) \\ \pi_\omega(v) - \frac{b}{c_{\max}} & , \text{ sonst} \end{cases}$$

Algorithmus:

- Vorbereitung CH:
 - Hält Ladestationen oben
 - Lässt kleinen Core unkontrahiert
- Zur Query
 - CH Aufwärtssuchen von s und t bis Core erreicht
(Normaler Energie-CSP-Algorithmus, da keine Ladestationen)
 - Anschließend A* eingeschränkt auf den Core Graphen

Algorithmus:

- Vorbereitung CH:
 - Hält Ladestationen oben
 - Lässt kleinen Core unkontrahiert
- Zur Query
 - CH Aufwärtssuchen von s und t bis Core erreicht
(Normaler Energie-CSP-Algorithmus, da keine Ladestationen)
 - Anschließend A* eingeschränkt auf den Core Graphen

Heuristiken:

- Weitere Beschleunigung durch Heuristiken möglich
- Pfade die bezüglich ω -Metrik minimal sind, sind oft optimal
- Relaxiere pro Shortcut nur ω -minimale Pareto Punkte

Straßen Netzwerk:

- Europa (Eur) & Deutschland (Ger)

Energieverbrauch:

- PHEM – Entwickelt von der TU Graz [Hausberger et al. '09]
- SRTM Höhendaten (Shuttle Radar Topography Mission)
- Ladestations Positionen von ChargeMap

Instanzen	# Knoten	# Kanten	# Kanten mit $c < 0$	# S
Ger	4 692 091	10 805 429	1 119 710 (10.36%)	1 966
Eur	22 198 628	51 088 095	6 060 648 (11.86%)	13 810
Osg	5 588 146	11 711 088	1 142 391 (9.75%)	643

CH Vorbereitung:

- Auswirkung der Core Größe auf die Vorbereitung

Core Größe		Vorbereitung	Query [s]	
Avg. deg.	#Knoten	[h:m:s]	CS: only BSS	CS: realistic
8	344 066 (7.33%)	2:58	1 474.1	47 979.9
16	116 917 (2.49%)	4:01	536.5	1 669.0
32	65 375 (1.39%)	5:03	436.1	1 356.8
64	43 036 (0.91%)	7:07	449.8	1 408.8
128	30 526 (0.65%)	11:16	509.6	1 585.4
256	22 592 (0.48%)	20:22	647.5	2 098.5
512	17 431 (0.37%)	37:11	880.7	2 739.9
1024	13 942 (0.29%)	1:05:51	1 264.6	3 934.2
2048	11 542 (0.24%)	2:00:27	1 822.6	5 670.1
4096	9 842 (0.20%)	4:17:36	2 706.6	8 420.1

Instanz	M	Preproc.	Exact Query		Heuristic Query		
			Feas.	CHarge	H_ω	H_ω^A	
Only BSS	Ger-c1966	16 kWh	5:03	100	1 398	436	21
	Ger-c1966	85 kWh	4:59	100	1 013	48	28
	Eur-c13810	16 kWh	30:32	63	10 786	9943	207
	Eur-c13810	85 kWh	30:16	100	47 921	1022	41
Mixed CS	Ger-c1966	16 kWh	5:03	100	8 629	1 357	155
	Ger-c1966	85 kWh	4:59	100	2 614	342	34
	Eur-c13810	16 kWh	30:32	63	24 148	17 630	2 694
	Eur-c13810	85 kWh	30:16	100	86 193	26 867	600

Vorberechnungszeiten in Minuten:Sekunden, Query Zeiten in Millisekunden

Variable Geschwindigkeit:

- Bisher: Kanten mit fester Geschwindigkeit
- Idee: Erlaube langsamer zu fahren
- Ermöglicht Trade-off zwischen Fahrzeit und Energieverbrauch
- Mögliche Umsetzungen:
 - Multikanten mit verschiedenen Geschwindigkeits-/Verbrauchswerten
 - Funktionen an Kanten, die Fahrzeit auf Verbrauch abbilden

Ladestationen:

- Akku Kapazität ist stark begrenzt (~100 km, max. 400 km)
- Lange Strecken unmöglich, selbst mit verbrauchsoptimalen Routen
- Nutzung von Ladestationen nicht zu vermeiden
- Problem: Ladestationen sind langsam und wenig verbreitet

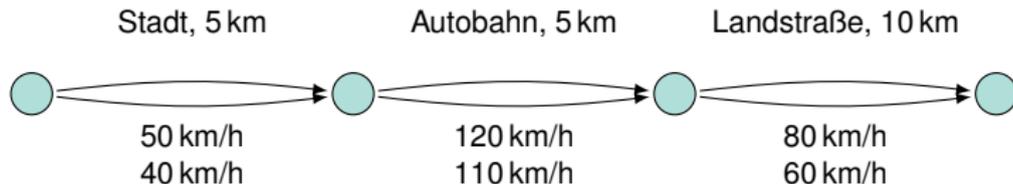
Ziel: Energie sparen durch Anpassung der Geschwindigkeit

- Pro Straßensegment: Interval mit min./max. Geschwindigkeit

Erster Ansatz:

- Diskretisiere mögliche Geschwindigkeiten pro Segment
- Eine Kante pro Geschwindigkeit

Routing auf Multigraph



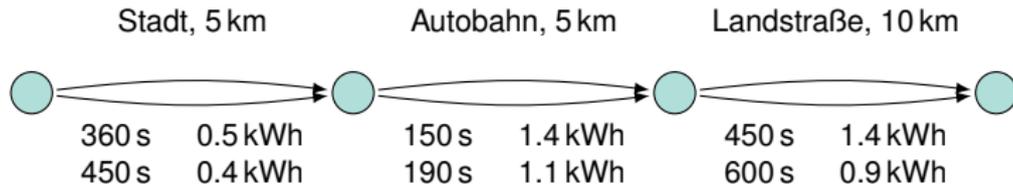
Ziel: Energie sparen durch Anpassung der Geschwindigkeit

- Pro Straßensegment: Interval mit min./max. Geschwindigkeit

Erster Ansatz:

- Diskretisiere mögliche Geschwindigkeiten pro Segment
- Eine Kante pro Geschwindigkeit

Routing auf Multigraph



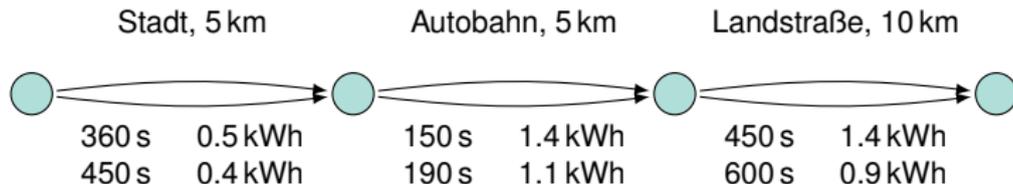
Ziel: Energie sparen durch Anpassung der Geschwindigkeit

- Pro Straßensegment: Interval mit min./max. Geschwindigkeit

Erster Ansatz:

- Diskretisiere mögliche Geschwindigkeiten pro Segment
- Eine Kante pro Geschwindigkeit

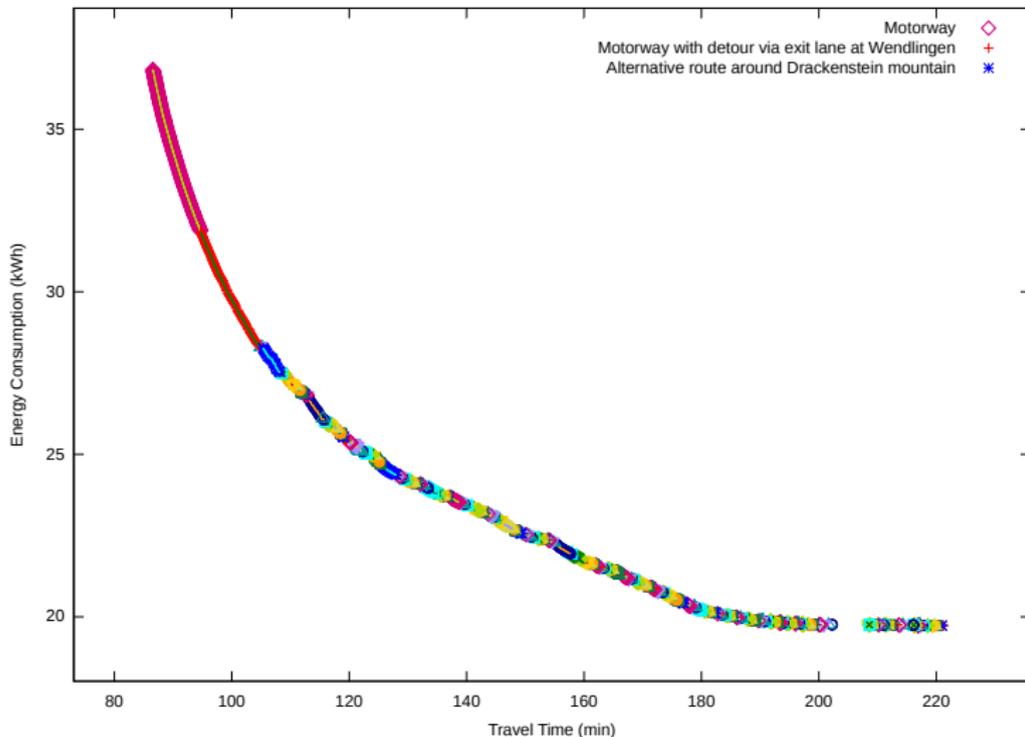
Routing auf Multigraph



Einfache Umsetzung, aber hohe Lösungskomplexität

Einfaches Modell – Beispiel Pareto Menge

Pareto front for query from Karlsruhe (49.0169,8.41784) to Ulm (48.4002,9.98479), ETP HR A* EA, Similarity / 12, 40 kWh

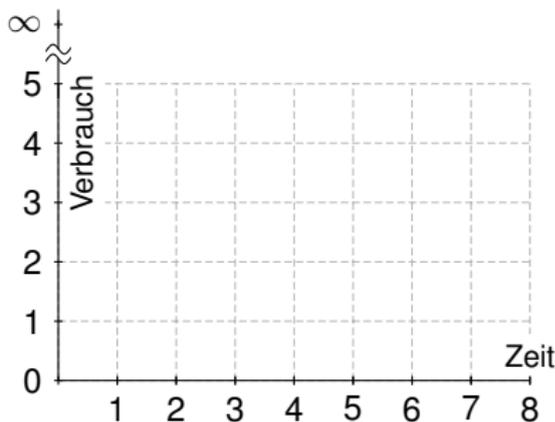


Energieverbrauch auf einem Segment: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2$.
 v : Geschwindigkeit

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x - \beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit \underline{x}
- Maximale Fahrzeit \bar{x}



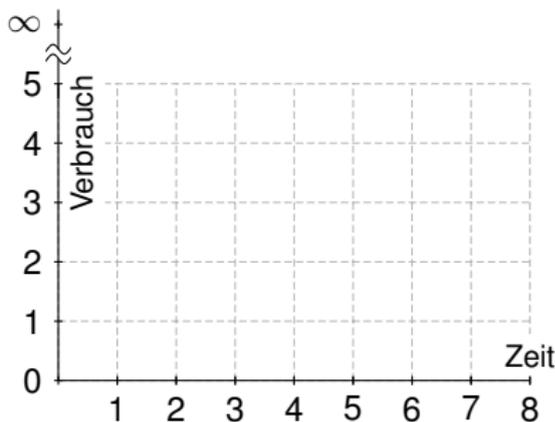
Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Energieverbrauch auf einem Segment: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2$.
 v : Geschwindigkeit

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x - \beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit \underline{x}
- Maximale Fahrzeit \bar{x}



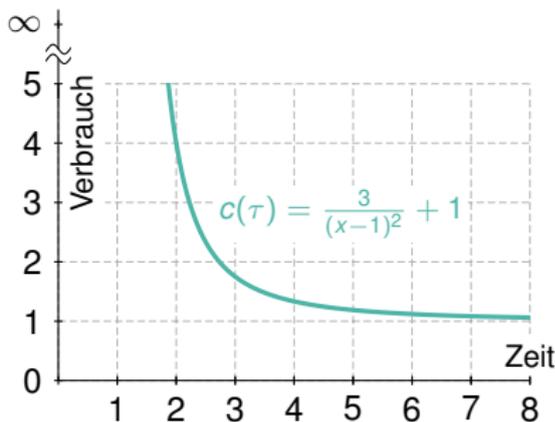
Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Energieverbrauch auf einem Segment: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2$.
 v : Geschwindigkeit

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x - \beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit \underline{x}
- Maximale Fahrzeit \bar{x}



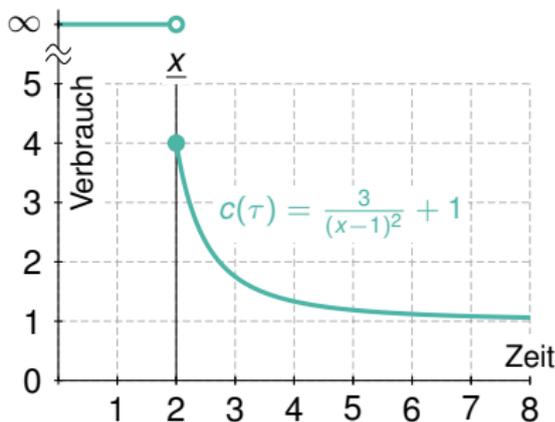
Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Energieverbrauch auf einem Segment: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2$.
 v : Geschwindigkeit

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x - \beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit \underline{x}
- Maximale Fahrzeit \bar{x}



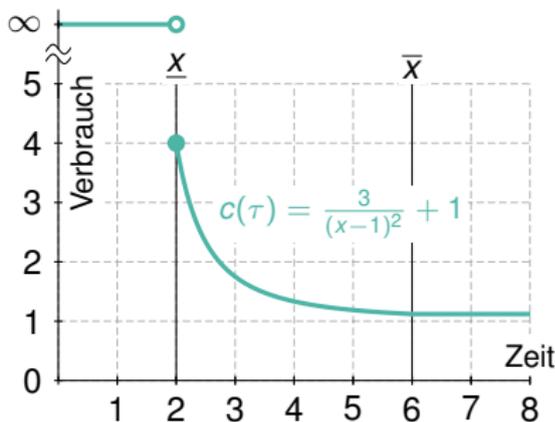
Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Energieverbrauch auf einem Segment: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2$.
 v : Geschwindigkeit

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x - \beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit \underline{x}
- Maximale Fahrzeit \bar{x}



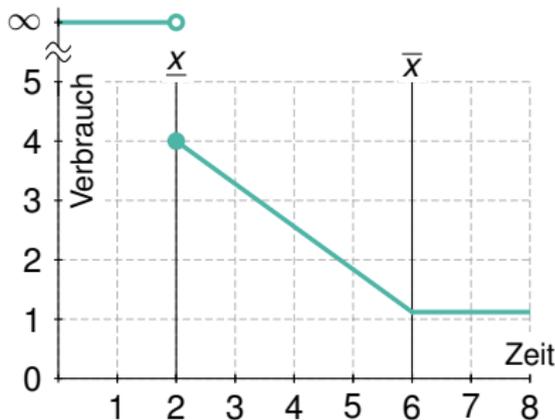
Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Energieverbrauch auf einem Segment: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2$.
 v : Geschwindigkeit

- Tradeoff Funktion

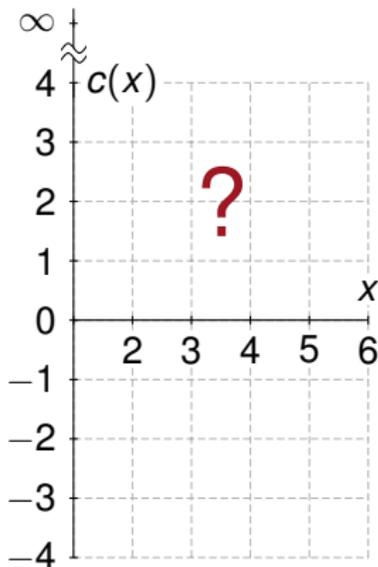
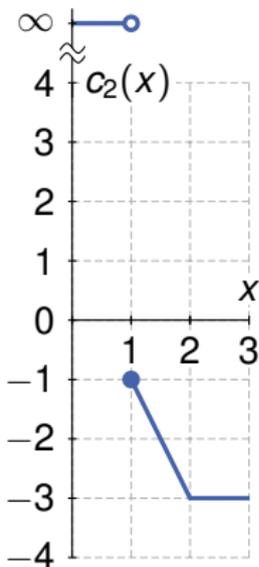
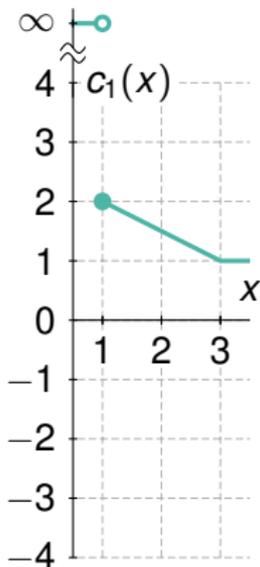
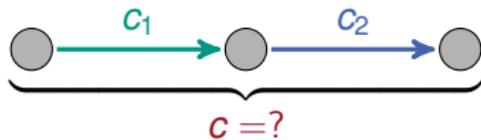
$$c(x) = \alpha x + \beta$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit \underline{x}
- Maximale Fahrzeit \bar{x}

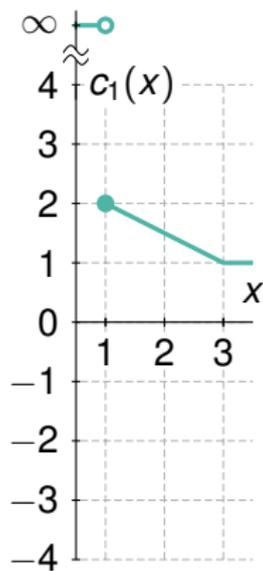
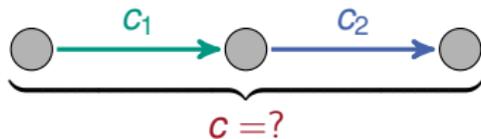


Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

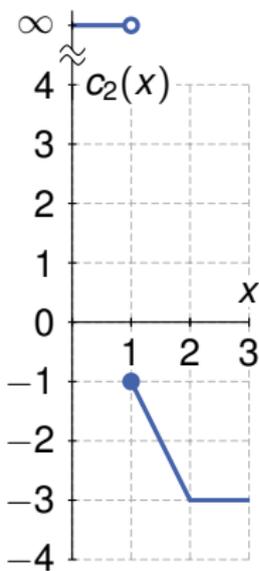
Tradeoff Funktionen für Pfade



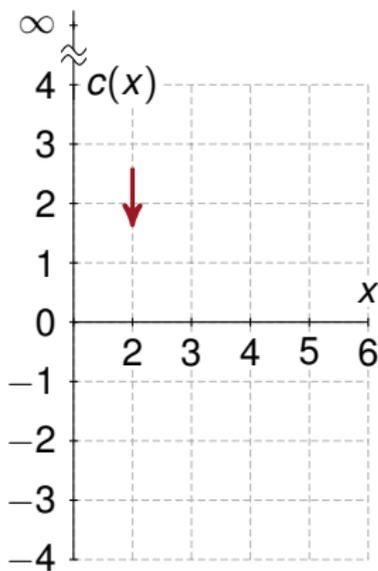
Tradeoff Funktionen für Pfade



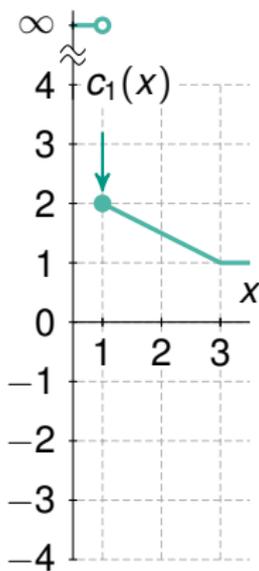
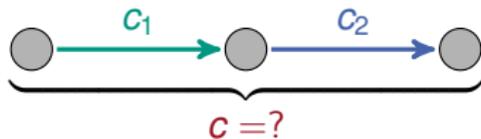
\oplus



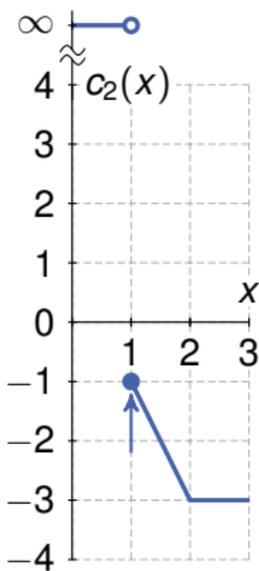
=



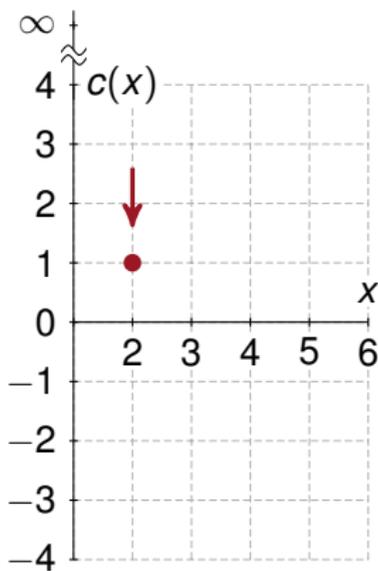
Tradeoff Funktionen für Pfade



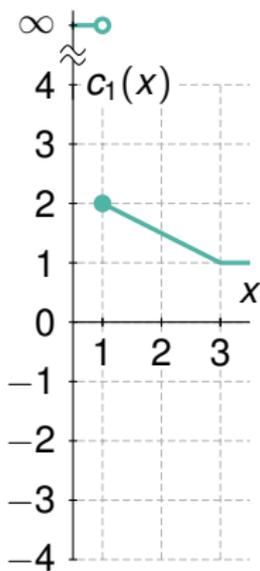
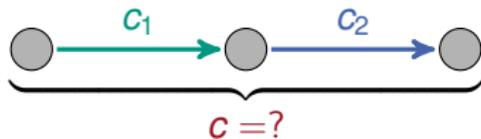
\oplus



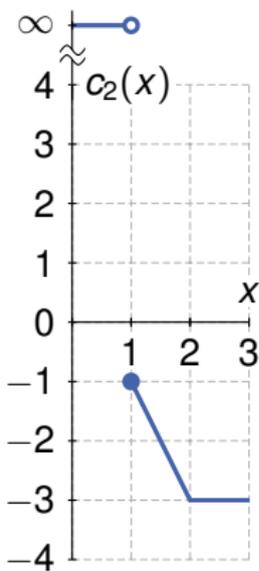
=



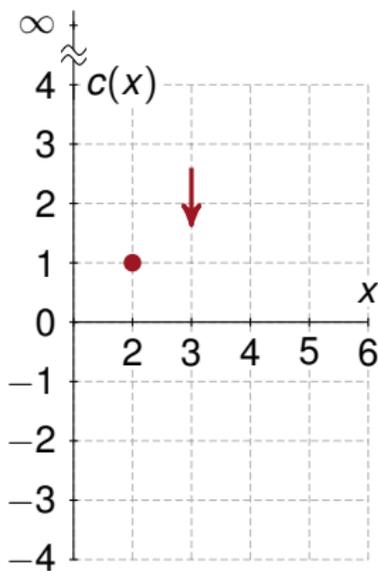
Tradeoff Funktionen für Pfade



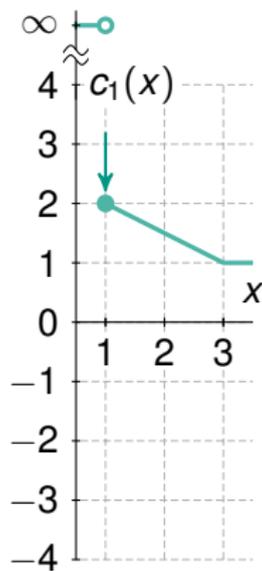
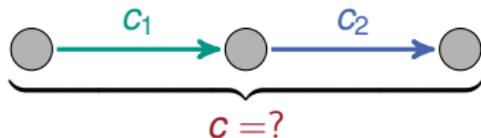
\oplus



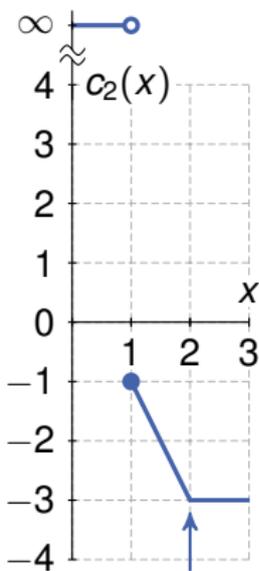
=



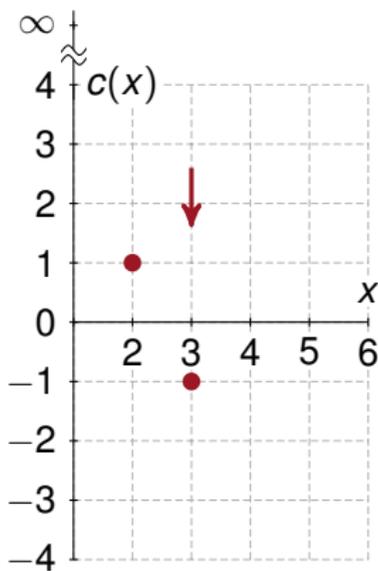
Tradeoff Funktionen für Pfade



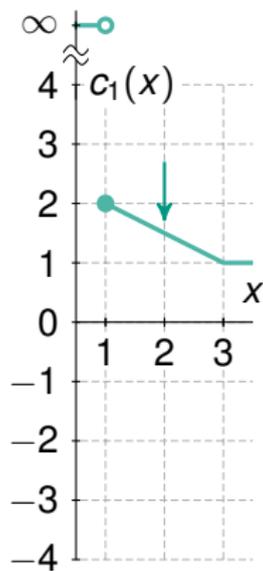
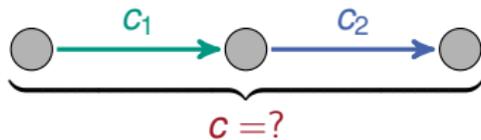
\oplus



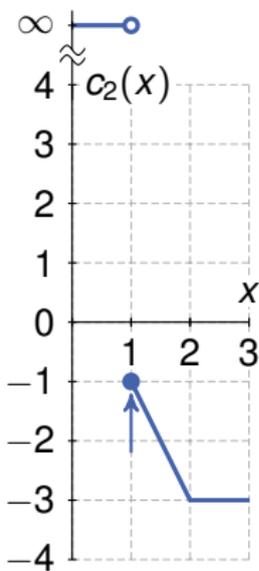
=



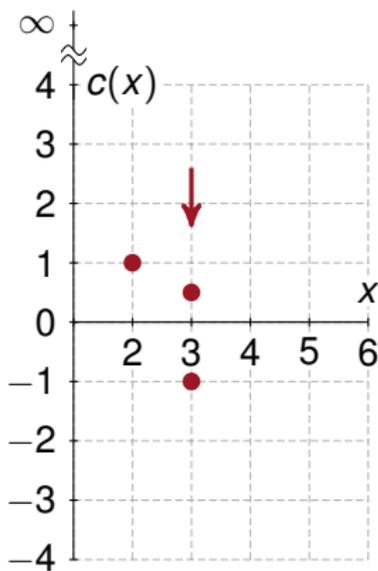
Tradeoff Funktionen für Pfade



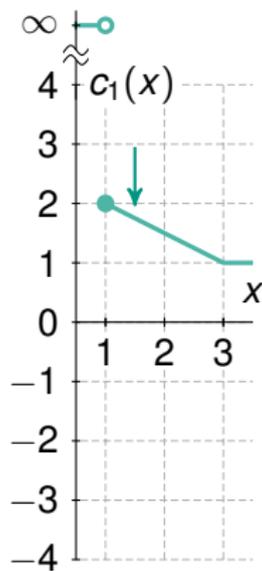
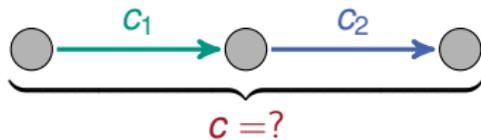
\oplus



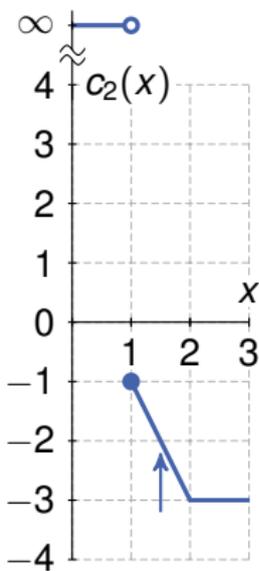
=



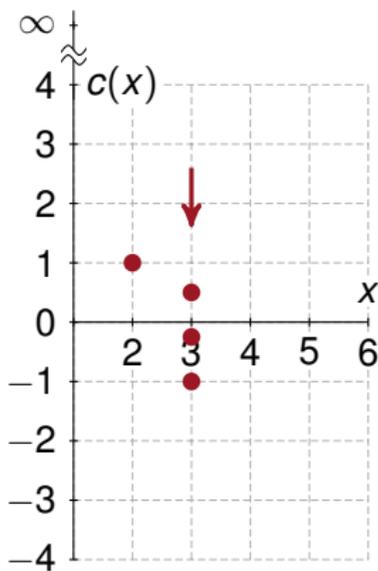
Tradeoff Funktionen für Pfade



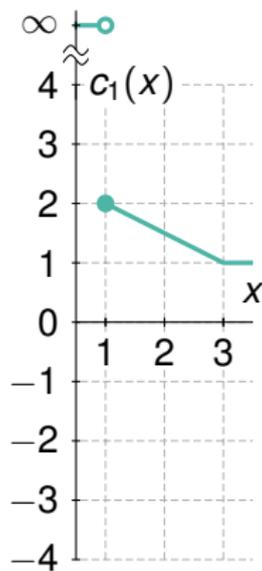
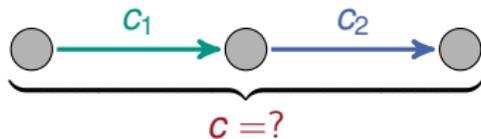
\oplus



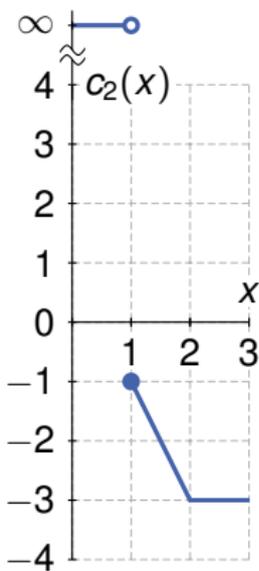
=



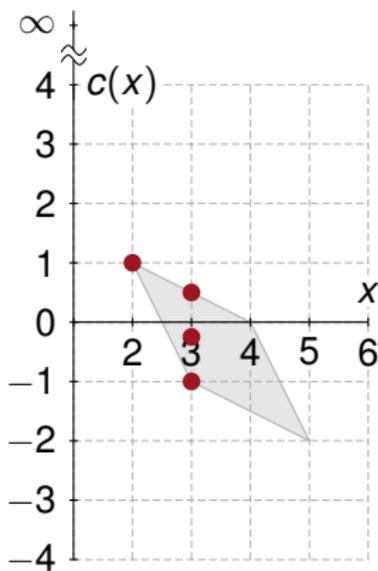
Tradeoff Funktionen für Pfade



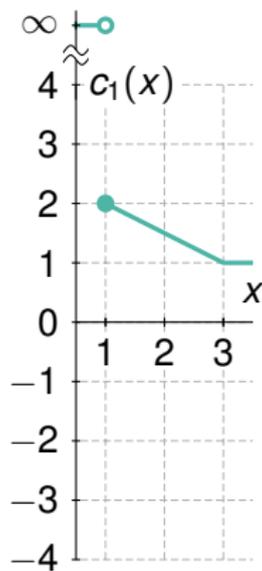
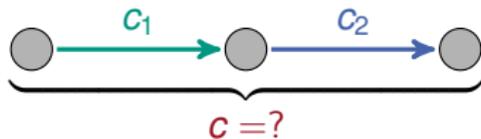
\oplus



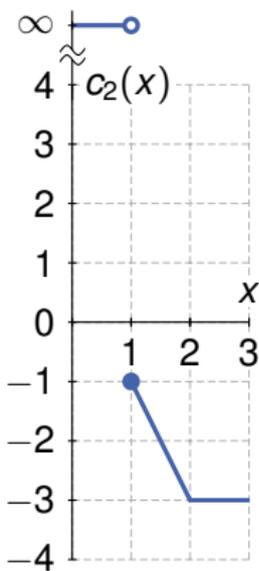
=



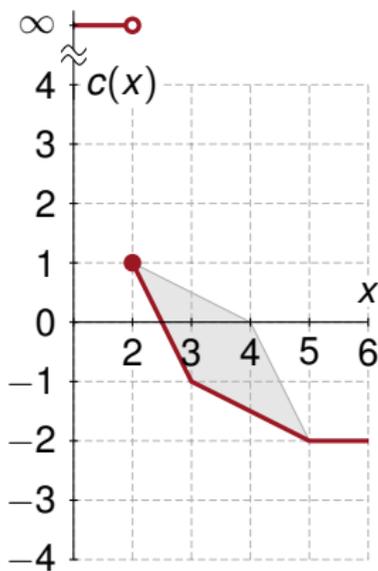
Tradeoff Funktionen für Pfade



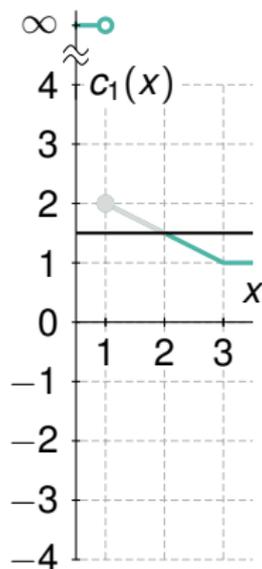
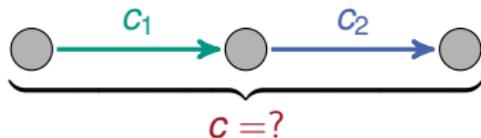
\oplus



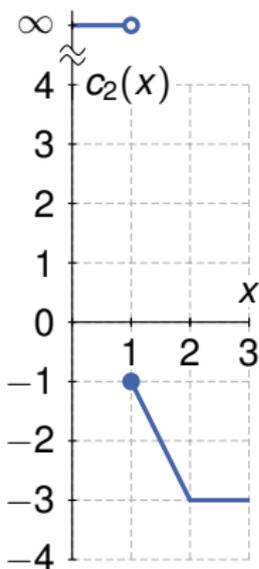
=



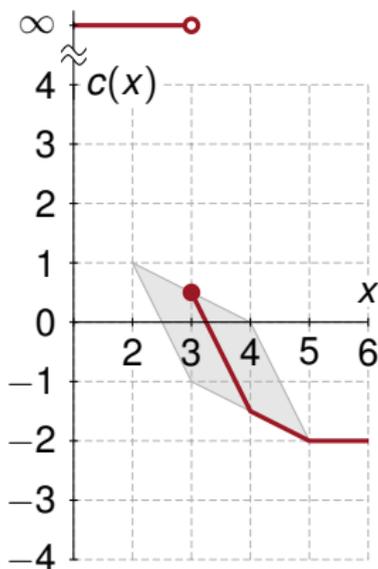
Tradeoff Funktionen für Pfade



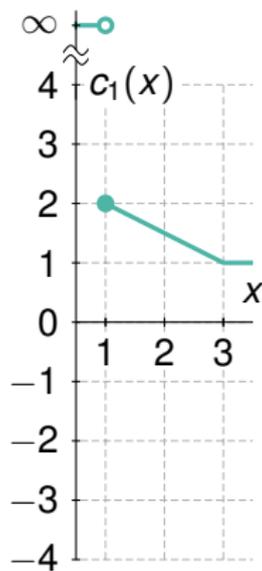
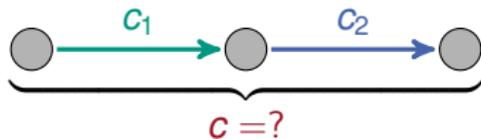
\oplus



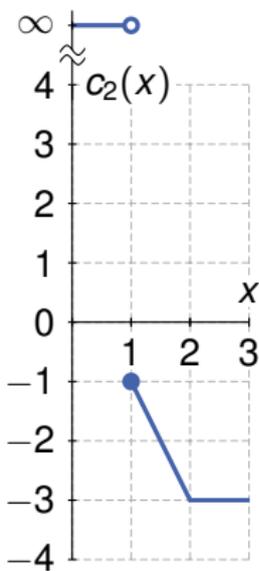
$=$



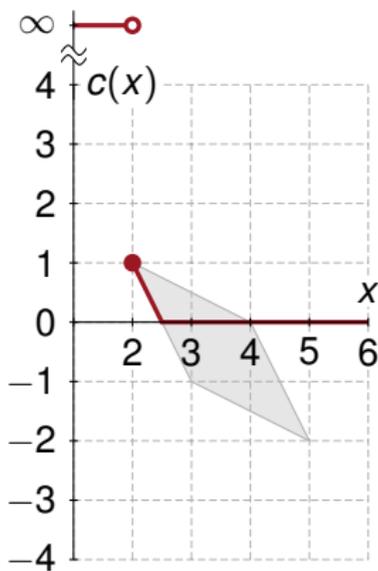
Tradeoff Funktionen für Pfade



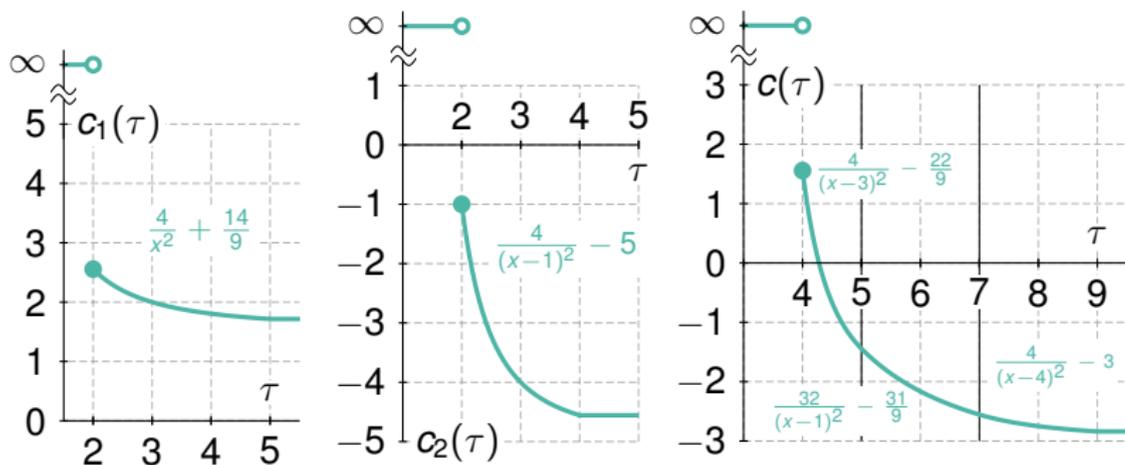
\oplus



=



Beispiel: Linking

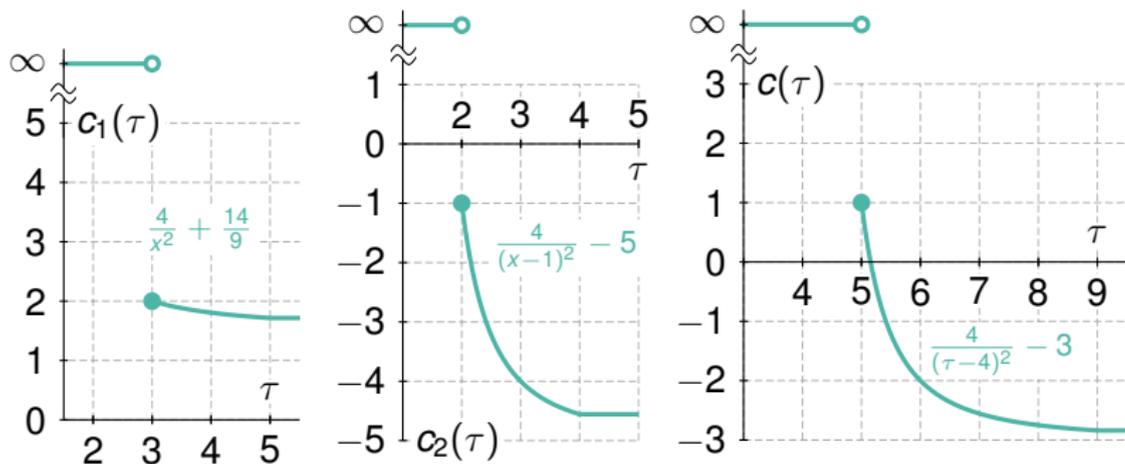


Initialer SoC (an c_1): 4, min. SoC: 0, max. SoC: 8

Battery Constraints beeinflussen Resultat zusätzlich:

- Akku fast leer: Geschwindigkeit muss auf c_1 reduziert werden
- Akku voll: Langsam fahren auf c_2 lohnt nicht

Beispiel: Linking

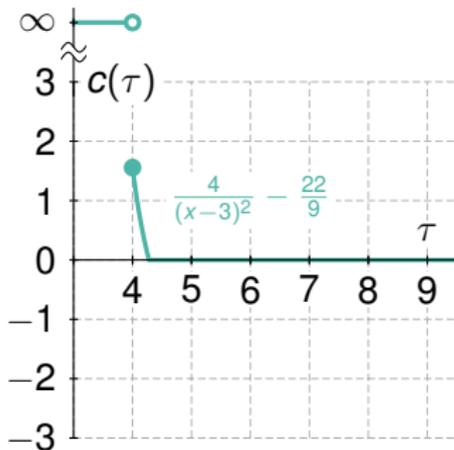
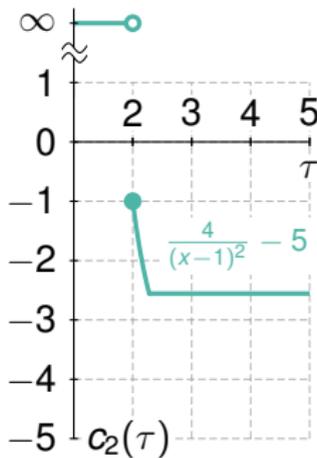
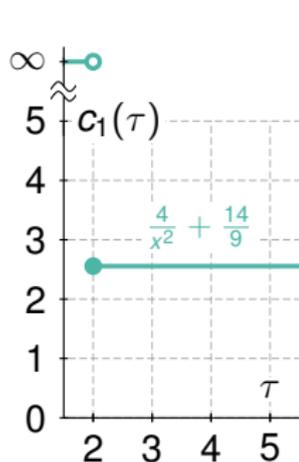


Initialer SoC (an c_1): 2, min. SoC: 0, max. SoC: 8

Battery Constraints beeinflussen Resultat zusätzlich:

- Akku fast leer: Geschwindigkeit muss auf c_1 reduziert werden
- Akku voll: Langsam fahren auf c_2 lohnt nicht

Beispiel: Linking



Initialer SoC (an c_1): 8, min. SoC: 0, max. SoC: 8

Battery Constraints beeinflussen Resultat zusätzlich:

- Akku fast leer: Geschwindigkeit muss auf c_1 reduziert werden
- Akku voll: Langsam fahren auf c_2 lohnt nicht

Herausforderungen:

- Integration von Funktionen in Suchalgorithmus
- Battery Constraints „on-the-fly“

Experimente:

Straßennetz Europa, EV mit 2 kWh Akku (ca. 10 km Reichweite)

Algorithmus	# Labels	# Vgl.	Zeit [ms]
Multigraph	30 990 k	21 301 M	47 755
Tradeoff Fkt.	103 k	4 M	444

(Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM)

- Pfade im Multigraph länger

Realistisches Modell zahlt sich aus

Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

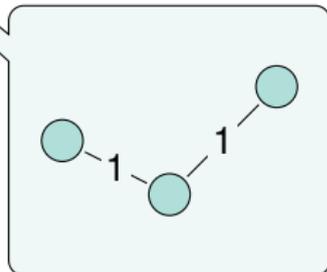
Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben

Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

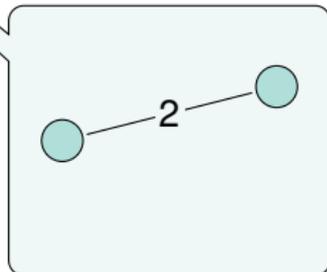
- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben



Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben



Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben

Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

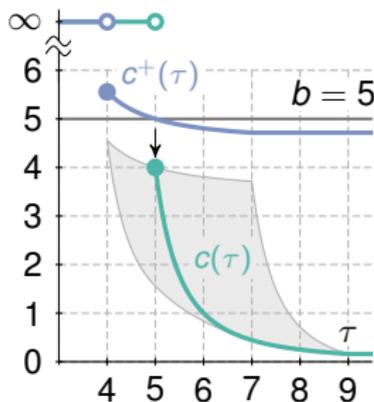
Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben

Betrachte „entladende Pfade“:

Verbrauch niemals negativ

- Nur eine Bedingung muss geprüft werden
- Effizient darstellbar
- Effiziente Operationen



Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

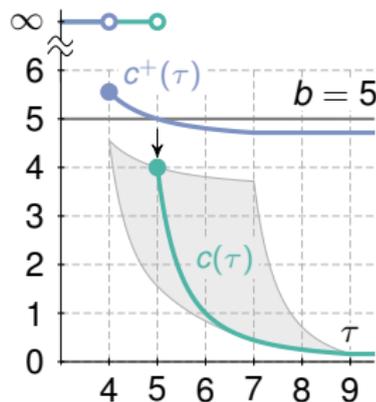
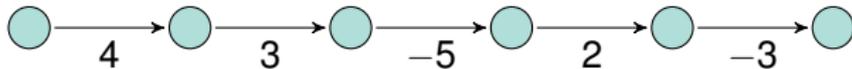
Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben

Betrachte „entladende Pfade“:

Verbrauch niemals negativ

- Nur eine Bedingung muss geprüft werden
- Effizient darstellbar
- Effiziente Operationen



Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

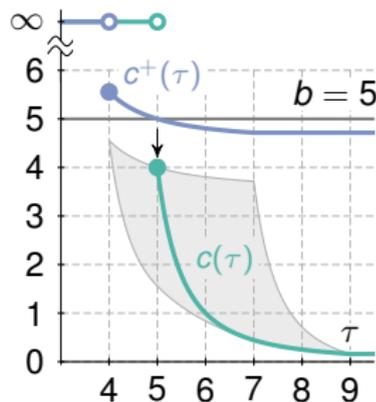
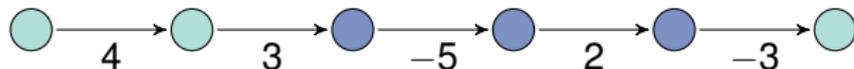
Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben

Betrachte „entladende Pfade“:

Verbrauch niemals negativ

- Nur eine Bedingung muss geprüft werden
- Effizient darstellbar
- Effiziente Operationen



Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

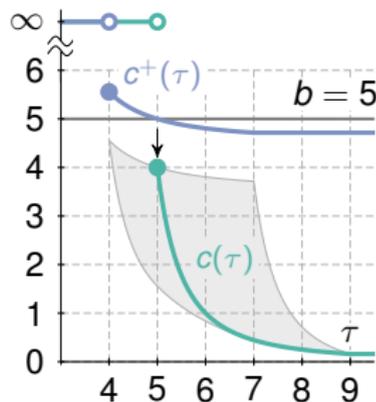
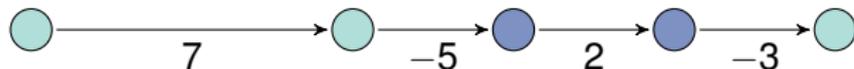
Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben

Betrachte „entladende Pfade“:

Verbrauch niemals negativ

- Nur eine Bedingung muss geprüft werden
- Effizient darstellbar
- Effiziente Operationen



Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

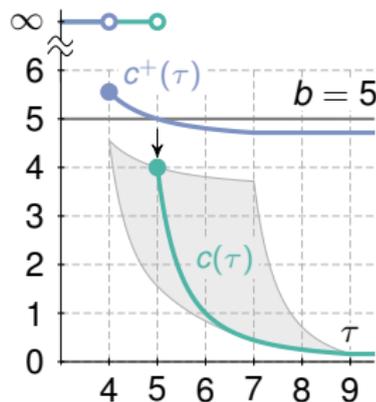
Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben

Betrachte „entladene Pfade“:

Verbrauch niemals negativ

- Nur eine Bedingung muss geprüft werden
- Effizient darstellbar
- Effiziente Operationen



Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

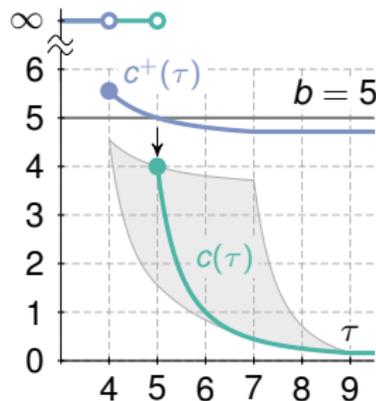
Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben

Betrachte „entladende Pfade“:

Verbrauch niemals negativ

- Nur eine Bedingung muss geprüft werden
- Effizient darstellbar
- Effiziente Operationen



Idee: Kontraktion; Shortcuts repräsentieren Pfade

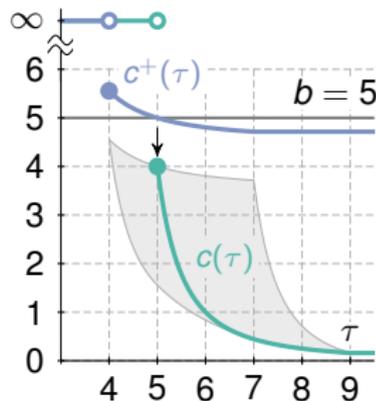
Problem: Verbrauch hängt von Geschwindigkeit und initialem SoC ab

- Bivariate Funktion $f(x, b)$
- Schwer zu handhaben

Betrachte „entladende Pfade“:

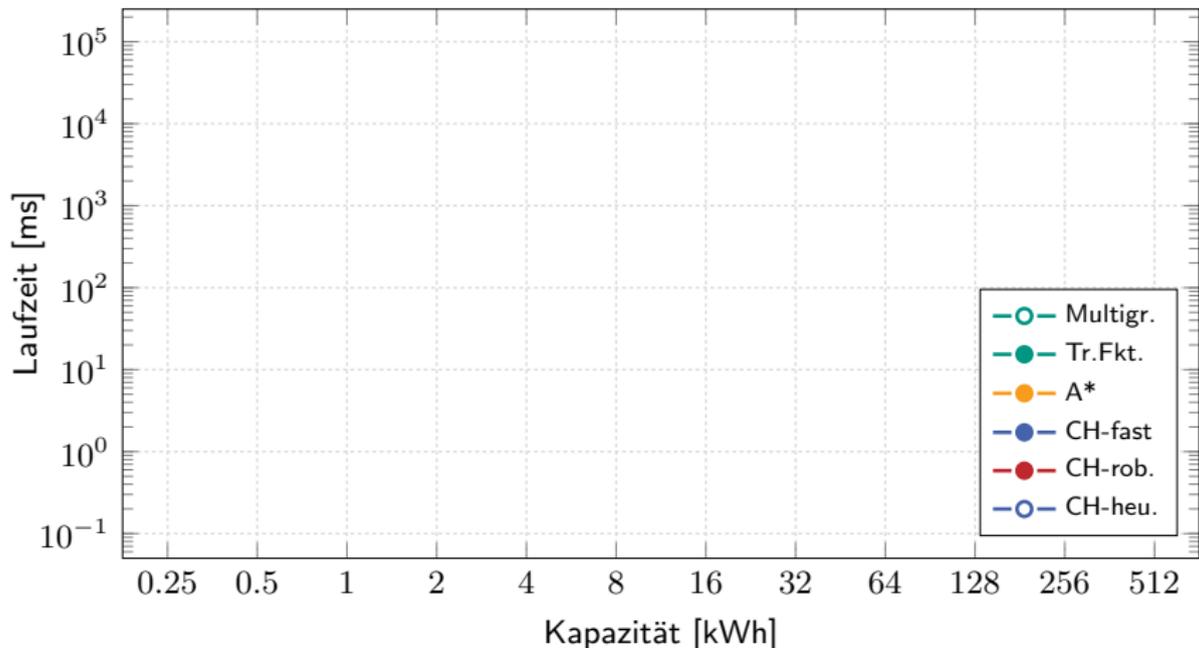
Verbrauch niemals negativ

- Nur eine Bedingung muss geprüft werden
- Effizient darstellbar
- Effiziente Operationen



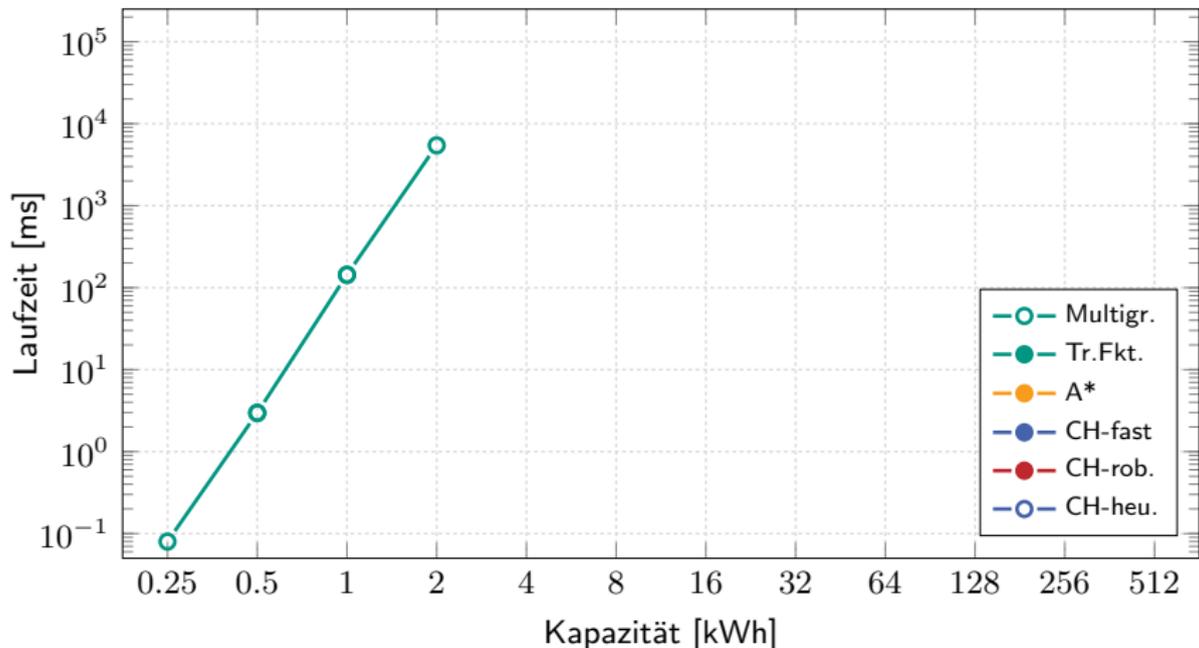
Straßennetz Europa, max. Laufzeit: 60 min.

Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



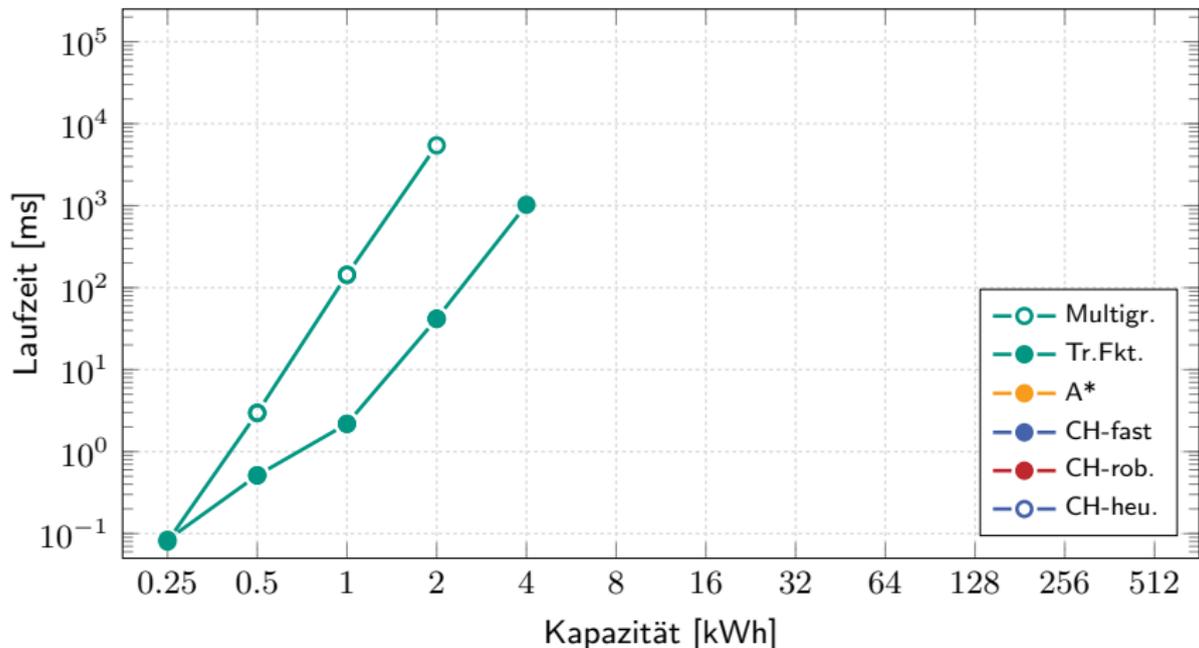
Straßennetz Europa, max. Laufzeit: 60 min.

Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



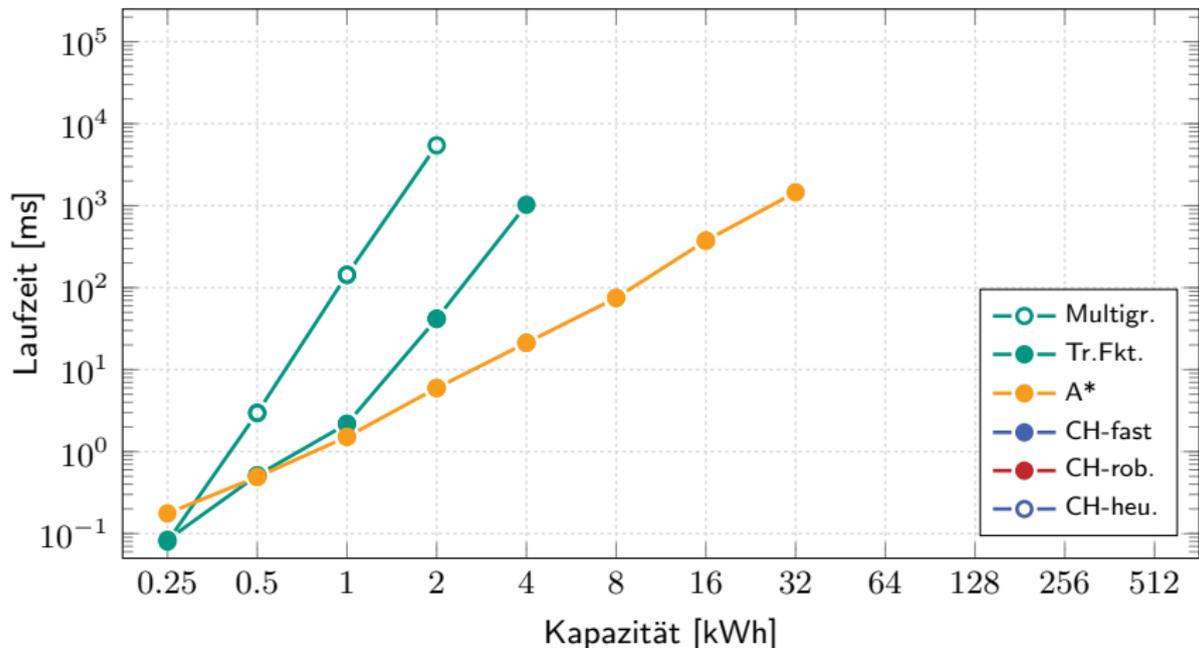
Straßennetz Europa, max. Laufzeit: 60 min.

Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



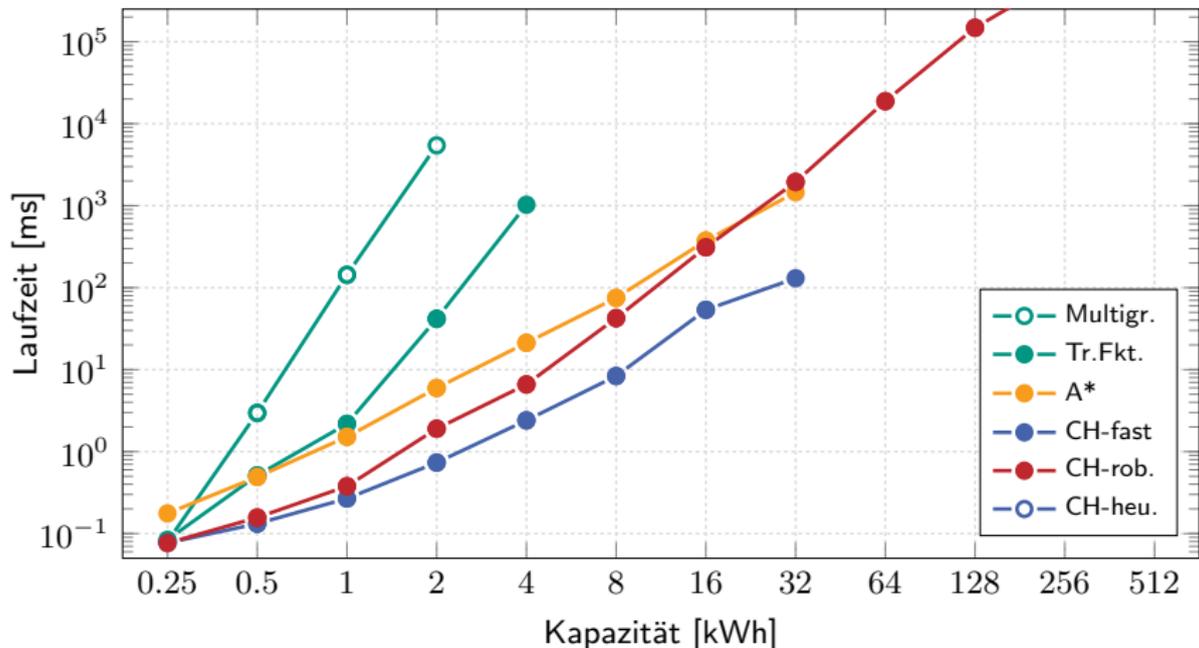
Straßennetz Europa, max. Laufzeit: 60 min.

Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



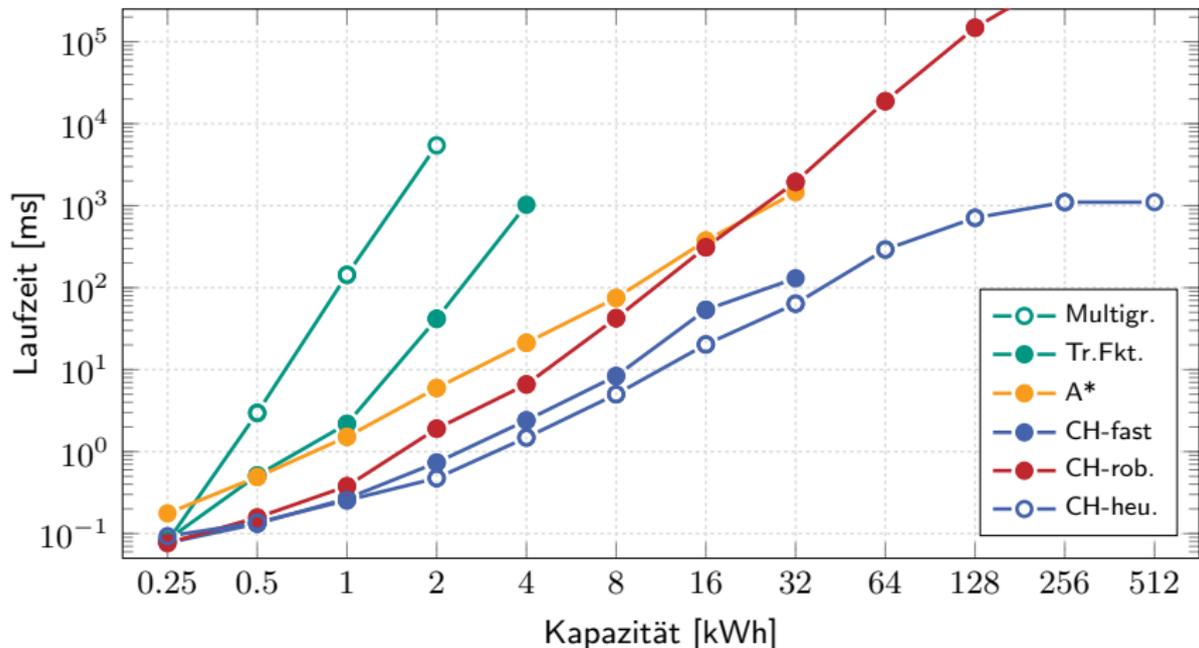
Straßennetz Europa, max. Laufzeit: 60 min.

Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Straßennetz Europa, max. Laufzeit: 60 min.

Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Literatur:

- Moritz Baum, Julian Dibbelt, Thomas Pajor, Dorothea Wagner:
Energy-Optimal Routes for Electric Vehicles
In: *Proceedings of the 21st ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, 2013
- Jochen Eisner, Stefan Funke, Sabine Storandt:
Optimal Route Planning for Electric Vehicles in Large Networks
In: *Proceedings of the 25th AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2011
- Moritz Baum, Julian Dibbelt, Andreas Gemsa, Dorothea Wagner, Tobias Zündorf:
Shortest Feasible Paths with Charging Stops for Battery Electric Vehicles
In: *Proceedings of the 23rd ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, 2015