Karlsruher Institut für Technologie
Fakultät für Informatik
ITI Wagner

Algorithmen für Planare Graphen
Sommersemester 2017
Dorothea Wagner, Guido Brückner

Viertes Übungsblatt

Ausgabe: 23. Mai 2017
Besprechung: 30. Mai 2017

1 Schnitte, Kreise und Bäume im Dualgraph

Zeigen Sie:

1. Sei $G = (V, E)$ ein planarer, zusammenhängender Graph mit Dualgraph $G^\star$. Für eine Teilmenge $E' \subseteq E$ gilt, dass der Teilgraph (V, E') von G genau dann einen Kreis enthält, wenn der Teilgraph $(V^\star, (E \setminus E')^\star)$ von $G^\star$ unzusammenhängend ist.

2. Sei $G = (V, E)$ ein planarer, zusammenhängender Graph mit Dualgraph $G^\star = (V^\star, E^\star)$, und $E' \subseteq E$. Dann ist (V, E') ein aufspannender Baum von G genau dann, wenn $(V^\star, (E \setminus E')^\star)$ ein aufspannender Baum von $G^\star$ ist.

2 Große und kleine Matchings

Geben Sie für jede natürliche Zahl $n \geq 2$ einen zusammenhängenden Graphen mit n Knoten an, für den ein Matching maximaler Kardinalität genau

1. $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ Kanten
2. eine Kante

enthält. Geben Sie jeweils an, wie ein solches kardinalitätsmaximales Matching aussieht.

3 Perfektes Matching

Ein Matching M zu einem Graphen G heißt *perfekt*, falls jeder Knoten von G zu einer Kante aus M inzident ist. Für welche $n \geq 1$ und $m \geq 1$ besitzen die folgenden Graphen jeweils ein perfektes Matching?

1. P_n (der Graph bestehend aus einem einfachen Weg mit n Knoten)
2. C_n (der Graph bestehend aus einem einfachen Kreis mit n Knoten)
3. Q_n
4. K_n
5. $K_{n,m}$

4 Adjazenztest in planaren Graphen

Sei G ein planarer Graph mit n Knoten. Geben Sie eine Datenstruktur mit linearer Größe an, mit deren Hilfe nach linearer Vorberechnung Adjazenzen von Knoten in konstanter Zeit abgefragt werden können. Das heißt, gegeben zwei Knoten u und v von G, kann die Frage ob die Kante $\{u, v\}$ in G ist, in konstanter Zeit beantwortet werden.

Hinweis: Richten Sie die Kanten so, dass jeder Knoten höchstens fünf ausgehende Kanten hat.