

Algorithmen für Routenplanung

11. Vorlesung, Sommersemester 2016

Ben Strasser | 30. Mai 2016

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER



Stauarten

- Wir betrachten zwei Arten von Stau:
 - Unvorhersehbare Staus: z.B. ein Autounfall
 - Vorhersehbare Staus: z.B. Pendler
 - Beide Arten fundamental verschieden
 - Unvorhersehbare Staus → 3-Phasen Technik
 - Vorhersehbare Staus → zeitabhängigen Kantengewichten
-
- **Heute:** Zeitabhängige Kantengewichten

Motivation:

- Stau um Städte herum folgt vorhersehbaren Mustern
- Morgens geht jeder zur Arbeit → Stau
- Mittags gibt es weniger Stau
- Abends fährt jeder nach Hause → Stau in die andere Richtung
- Aber nicht Sonntags



Motivation:

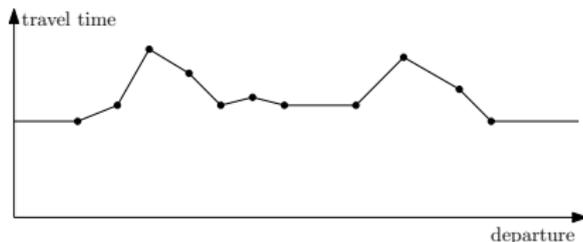
- Stau um Städte herum folgt vorhersehbaren Mustern
- Morgens geht jeder zur Arbeit → Stau
- Mittags gibt es weniger Stau
- Abends fährt jeder nach Hause → Stau in die andere Richtung
- Aber nicht Sonntags



- Aggregiere historische Daten um eine Vorhersage für jeden Wochentag zu machen

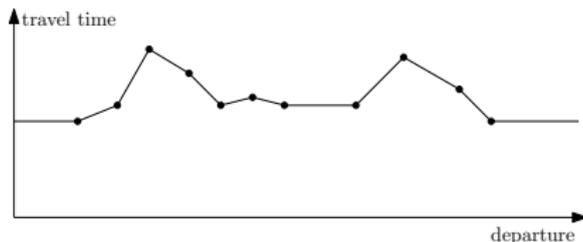
Zeitabhängige Kantengewichte

- **bisher:** An jeder Kante steht ein skalares Kantengewicht
- **neu:** An jeder Kanten steht eine Funktion
- Die Funktion bildet den Zeitpunkt an dem eine Kante betreten wird auf die Fahrzeit ab



Zeitabhängige Kantengewichte

- **bisher:** An jeder Kante steht ein skalares Kantengewicht
- **neu:** An jeder Kanten steht eine Funktion
- Die Funktion bildet den Zeitpunkt an dem eine Kante betreten wird auf die Fahrzeit ab



Problemstellung

Mit zeitabhängigen Gewichten ist die Frage

- Wie komme ich von s nach t ?

nicht mehr wohl geformt.

Wir betrachten nun das Problem der frühesten Ankunft:

- Wie komme ich von s nach t wenn ich um τ losfahre?

Zeitunabhängige Grundversion von Dijkstras Algorithmus

DIJKSTRA($G = (V, E), s$)

```
1 forall the nodes  $v \in V$  do
2    $d[v] = \infty, p[v] = \text{NULL}$ 
3  $d[s] = 0$ 
4  $Q.\text{clear}(), Q.\text{insert}(s, 0)$  while ! $Q.\text{empty}()$  do
5    $u \leftarrow Q.\text{deleteMin}()$  forall the edges  $e = (u, v) \in E$  do
6     if  $d[u] + \text{len}(e) < d[v]$  then
7        $d[v] \leftarrow d[u] + \text{len}(e)$ 
8        $p[v] \leftarrow u$ 
9       if  $v \in Q$  then  $Q.\text{decreaseKey}(v, d[v])$ 
10      else  $Q.\text{insert}(v, d[v])$ 
```

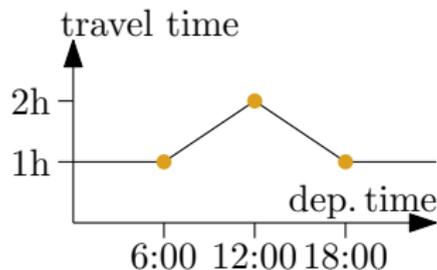
Zeitabhängige Erweiterung von Dijkstras Algorithmus

DIJKSTRA($G = (V, E)$, s , τ)

```
1 forall the nodes  $v \in V$  do
2    $d[v] = \infty$ ,  $p[v] = \text{NULL}$ 
3  $d[s] = 0$ 
4  $Q.\text{clear}()$ ,  $Q.\text{insert}(s, \tau)$  while ! $Q.\text{empty}()$  do
5    $u \leftarrow Q.\text{deleteMin}()$  forall the edges  $e = (u, v) \in E$  do
6     if  $d[u] + \text{len}(e, d[u]) < d[v]$  then
7        $d[v] \leftarrow d[u] + \text{len}(e, d[u])$ 
8        $p[v] \leftarrow u$ 
9       if  $v \in Q$  then  $Q.\text{decreaseKey}(v, d[v])$ 
10      else  $Q.\text{insert}(v, d[v])$ 
```

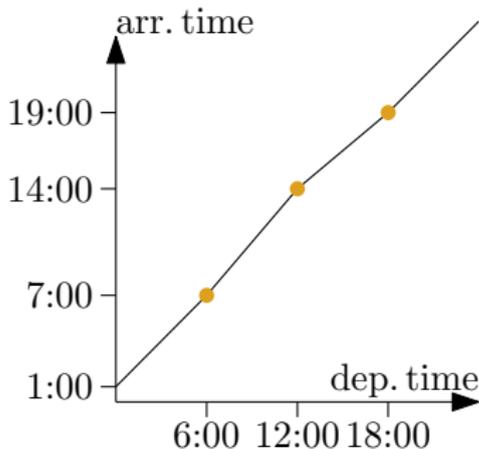
- Der Algorithmus von Dijkstra kann leicht angepasst werden
- Bei schneller Kanten-Funktions-Evaluation: Nicht viel langsamer als Grundvariante
- Beschleunigungstechniken?
- Wie Kanten-Funktionen darstellen?

Abfahrtszeit	Reisezeit
6:00	1h
12:00	2h
18:00	1h

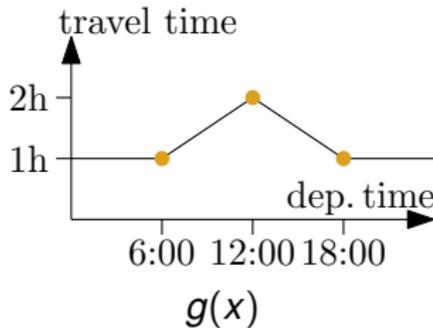
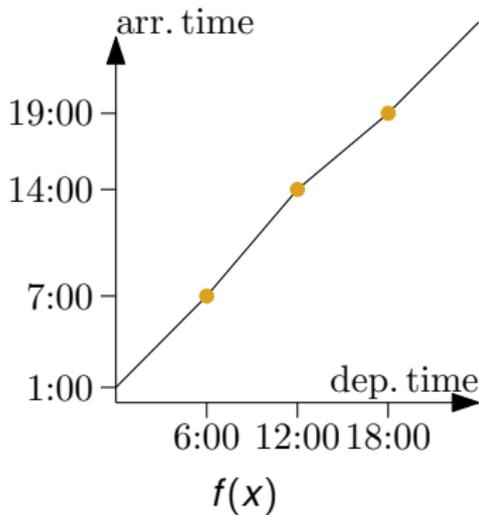


- Speichere Interpolationspunkte
- Interpoliere linear

Abfahrtszeit	Ankunftszeit
6:00	7:00
12:00	14:00
18:00	19:00



- Speichere Interpolationspunkte
- Interpoliere linear



- Zwei Sichtweise auf die selbe Information
- $f(x) = g(x) + x$
- Aussagen in der einen Sichtweise lassen sich immer auf die andere übertragen
- Wir wechseln ständig zwischen beiden Sichtweisen und nehmen die, die gerade am besten passt

FIFO: First-In-First-Out

- Wenn man später los fährt, kommt man später an
- Eigenschaft von den meisten realistischen Straßennetzwerken
- Formal gilt für jede Ankunftszeit-Funktion f :

$$f(x) < f(y) \text{ für } x < y$$

- Aus FIFO folgt, dass f eine Bijektion ist und damit, dass f^{-1} existiert
- Das Problem der frühesten Ankunft ist NP-schwer ohne FIFO

FIFO: First-In-First-Out

- Wenn man später los fährt, kommt man später an
- Eigenschaft von den meisten realistischen Straßennetzwerken
- Formal gilt für jede Ankunftszeit-Funktion f :

$$f(x) < f(y) \text{ für } x < y$$

- Aus FIFO folgt, dass f eine Bijektion ist und damit, dass f^{-1} existiert
- Das Problem der frühesten Ankunft ist NP-schwer ohne FIFO

Periodizität

- **Vereinfachung**: Nach einer Periode II (24h in den Beispielen) wiederholen sich die Muster
- Formal gilt für jede Reisezeitfunktion g :

$$g(x) = g(x + kII) \text{ für alle Ganzzahlen } k$$

- In der akademischen Forschung nimmt man oft an, dass Interpolationspunkte pro Kante gegeben sind
- Viele Probleme mit dieser Annahme:
 - Viele Interpolationspunkte pro Graph
 - Großer Speicherverbrauch
 - Sehr problematisch
 - Erhobene Daten sind stark verrauscht und Vorhersagen ungenau
 - Interpolationspunkte suggerieren eine Genauigkeit die reale Daten nicht hergeben
- **Deswegen:** in der Praxis auch andere Darstellungsformen verbreitet
- In der Vorlesung bleiben wir aber bei der akademischen Sichtweise

Option 1

- Teile den Tag in Abschnitte ein, z.B., in 24 Stunden
 - Abschnitte müssen nicht gleich groß sein
 - Unterteilung kann pro Kante variieren
- Speichere für jeden Abschnitt eine Reisegeschwindigkeit
 - Geschwindigkeiten können gerundet sein: z.B. 5 km/h Schritte
- Alle Fahrzeuge auf einer Kanten ändern spontan ihre Reisegeschwindigkeit wenn die Tageszeit über eine Abschnittsgrenzen fortschreitet
 - Aus dieser Eigenschaft folgt FIFO

Option 2

- Speichere kleine globale Menge von Funktionskurven \mathbb{F} explizit
 - Funktionen aus \mathbb{F} werden meistens mittels Interpolationspunkte und linearer Interpolation dargestellt
 - Jede dieser Funktionen ist FIFO
- An jeder Kante speichert man einen fixen Satz an skalaren Attributen:
 - Funktion-ID in \mathbb{F}
 - Kanten-Länge
 - Diverse Strauchungs- und Streckungsfaktoren die die Funktion aus \mathbb{F} transformieren

Ankunftszeit-Funktion f an Stelle x auswerten:

- Finde Interpolationspunkt (x_l, y_l) vor x und Interpolationspunkt (x_r, y_r) nach x
- Berechne

$$f(x) = y_l + (y_r - y_l) \cdot \frac{x_r - x}{x_r - x_l}$$

- Kann mit einer binären Suche gemacht werden
- Achtung: Sonderfall am Periodenrand

Ankunftszeit-Funktion f^{-1} an Stelle x auswerten:

- Seien (x_i, y_i) die Interpolationspunkte von f
- Die Interpolationspunkte von f^{-1} sind (y_i, x_i)

Ankunftszeit-Funktion f^{-1} an Stelle x auswerten:

- Seien (x_i, y_i) die Interpolationspunkte von f
- Die Interpolationspunkte von f^{-1} sind (y_i, x_i)
- Funktionsevaluation analog zu der von f
- Die Interpolationspunkte von f^{-1} müssen nicht explizit gespeichert werden

Profil-Problem

- **Eingabe:** Knoten s und t
- **Ausgabe:** Eine Funktion f die eine Abfahrtszeit τ an s auf die entsprechende Ankunftszeit $f(\tau)$ an t abbildet

Profil-Problem

- **Eingabe:** Knoten s und t
- **Ausgabe:** Eine Funktion f die eine Abfahrtszeit τ an s auf die entsprechende Ankunftszeit $f(\tau)$ an t abbildet

- Nicht sinnvoll berechenbar auf großen Graphen ohne Beschleunigungstechnik
- Für kleinere Graphen kann man eine Erweiterung von Dijkstras Algorithmus einsetzen
Mehr dazu später

- Viele Beschleunigungstechniken nutzen obere und untere Schranken

- Sei f die Reisezeitfunktion einer Kante e
- Die obere Schranke von e ist $\overline{\text{len}}(e) = \max_x f(x)$
- Die untere Schranke von e ist $\underline{\text{len}}(e) = \min_x f(x)$
- **Intuition:**
 - $\overline{\text{len}}$ = schlimmer geht es nicht
 - $\underline{\text{len}}$ = kein Stau
- Wir erhalten zwei zeitunabhängige Graphen: Der Obere-Schranken-Graph \overline{G} und der Untere-Schranken-Graph \underline{G}

ALT [NDLS12]

- Für die Korrektheit müssen die Potentiale gültige untere Schranken zu den Landmarks sein
- → Berechne Potentiale auf G

ALT [NDLS12]

- Für die Korrektheit müssen die Potentiale gültige untere Schranken zu den Landmarks sein
- → Berechne Potentiale auf G
- Diese Potentiale sind nur gut wenn die Reisezeiten nicht zu sehr variieren
- Je höher die Variation, je eher verhält sich ALT wie Dijkstras Algorithmus

Arc-Flags [De11]

- **Idee:** Setze eine Flagge falls eine Kante zu irgendeinem Zeitpunkt auf einem kürzesten Pfad liegt

Arc-Flags [Del11]

- **Idee:** Setze eine Flagge falls eine Kante zu irgendeinem Zeitpunkt auf einem kürzesten Pfad liegt

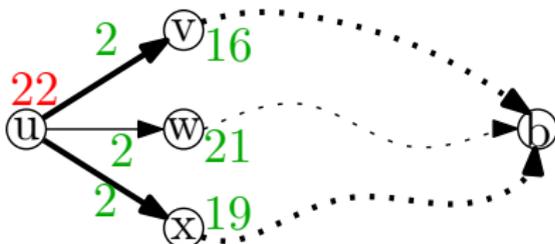
- Exakte Vorberechnung benötigt Profilsuchen
- Nicht praktikabel

Arc-Flags [Del11]

- Nutze Schranken
- Sei b ein Randknoten
- Berechne $\underline{\text{dist}}(x, b)$ und $\overline{\text{dist}}(x, b)$ für alle x mit Dijkstra
- Markiere eine Kante (x, y) wenn

$$\overline{\text{dist}}(x, b) \geq \underline{\text{len}}(x, y) + \underline{\text{dist}}(y, b)$$

- Markiert mehr Kanten als nötig
- Aber korrekt

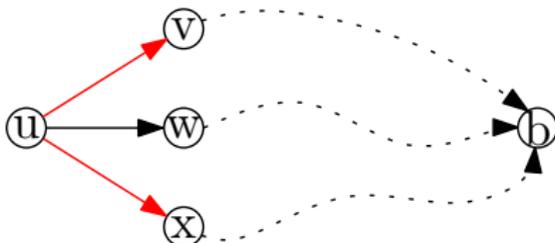


Arc-Flags [Del11]

- Nutze Schranken
- Sei b ein Randknoten
- Berechne $\underline{\text{dist}}(x, b)$ und $\overline{\text{dist}}(x, b)$ für alle x mit Dijkstra
- Markiere eine Kante (x, y) wenn

$$\overline{\text{dist}}(x, b) \geq \underline{\text{len}}(x, y) + \underline{\text{dist}}(y, b)$$

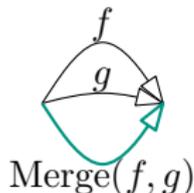
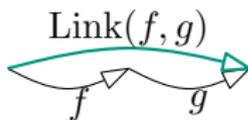
- Markiert mehr Kanten als nötig
- Aber korrekt



- Shortcuts sind ein zentraler Baustein vieler Techniken
- Um Shortcuts einsetzen zu können brauchen wir zwei Operationen auf den Gewichtungsfunktionen

- Shortcuts sind ein zentraler Baustein vieler Techniken
- Um Shortcuts einsetzen zu können brauchen wir zwei Operationen auf den Gewichtungsfunktionen

- Linking: Zwei Kanten hintereinander hängen
- Merging: Zwei parallele Kanten zusammenführen



Linking : Berechne $h(x) = g(f(x))$

Function f	
Dep.Time	Arr.Time
6:00	7:00
12:00	14:00
18:00	19:00

Function g	
Dep.Time	Arr.Time
8:00	10:00
10:00	11:00
15:00	17:00

Linking : Berechne $h(x) = g(f(x))$

Function f	
Dep.Time	Arr.Time
6:00	7:00
12:00	14:00
18:00	19:00

Function g	
Dep.Time	Arr.Time
8:00	10:00
10:00	11:00
15:00	17:00

Function h		
Dep.Time	Mid.Time	Arr.Time
6:00	7:00	?
?	8:00	10:00
?	10:00	11:00
12:00	14:00	?
?	15:00	17:00
18:00	19:00	?

Linking : Berechne $h(x) = g(f(x))$

Function f	
Dep.Time	Arr.Time
6:00	7:00
12:00	14:00
18:00	19:00

Function g	
Dep.Time	Arr.Time
8:00	10:00
10:00	11:00
15:00	17:00

Function h		
Dep.Time	Mid.Time	Arr.Time
6:00	7:00	$g(7:00)$
$f^{-1}(8:00)$	8:00	10:00
$f^{-1}(10:00)$	10:00	11:00
12:00	14:00	$g(14:00)$
$f^{-1}(15:00)$	15:00	17:00
18:00	19:00	$g(19:00)$

Linking : Berechne $h(x) = g(f(x))$

Function f	
Dep.Time	Arr.Time
6:00	7:00
12:00	14:00
18:00	19:00

Function g	
Dep.Time	Arr.Time
8:00	10:00
10:00	11:00
15:00	17:00

Function h		
Dep.Time	Mid.Time	Arr.Time
6:00	7:00	9:00
≈6:51	8:00	10:00
≈8:34	10:00	11:00
12:00	14:00	15:48
13:12	15:00	17:00
18:00	19:00	21:00

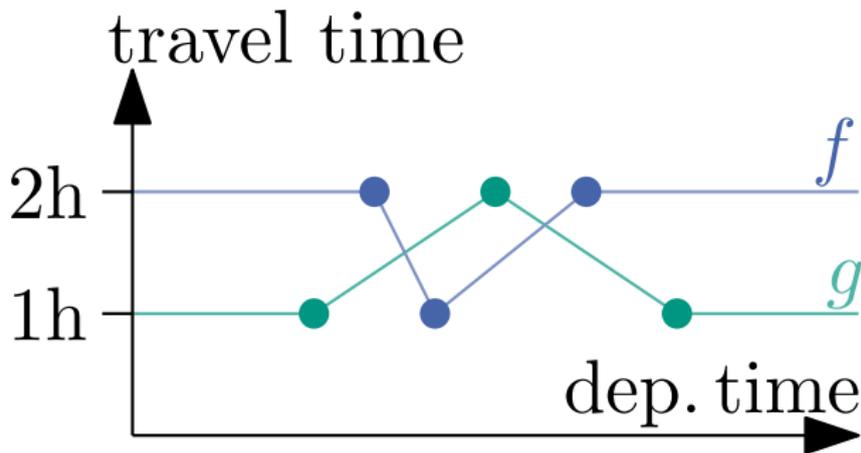
Linking : Berechne $h(x) = g(f(x))$

Function f	
Dep.Time	Arr.Time
6:00	7:00
12:00	14:00
18:00	19:00

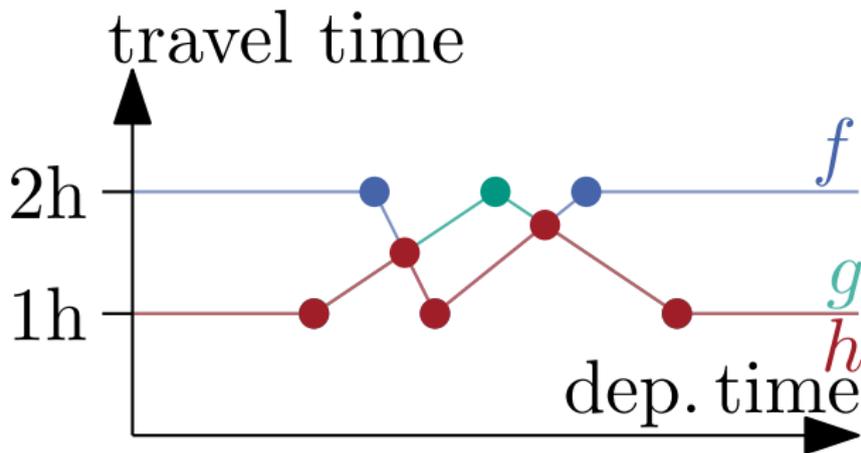
Function g	
Dep.Time	Arr.Time
8:00	10:00
10:00	11:00
15:00	17:00

Function h	
Dep.Time	Arr.Time
6:00	9:00
$\approx 6:51$	10:00
$\approx 8:34$	11:00
12:00	15:48
13:12	17:00
18:00	21:00

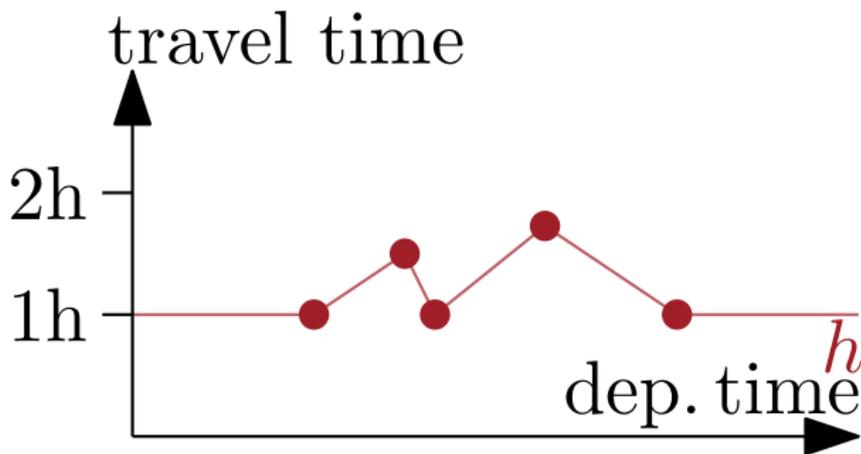
Merging : $h(x) = \min\{f(x), g(x)\}$



Merging : $h(x) = \min\{f(x), g(x)\}$



Merging : $h(x) = \min\{f(x), g(x)\}$



$|f| = \#$ Interpolationspunkte von f

Linking:

- Platz: $|h| \leq |f| + |g|$
- Laufzeit: $O(|f| + |g|)$
 - Koordinierte Iteration über beide Funktionen

Merging:

- Platz: $|h| \leq 2 \cdot (|f| + |g|)$
(Beweis auf nächster Folie)
- Laufzeit: $O(|f| + |g|)$
 - Koordinierte Iteration über beide Funktionen

Zu Zeigen:

Beim Mergen: $|h| \leq 2 \cdot (|f| + |g|)$

- Betrachte X die Menge aller x -Koordinaten in denen f oder g einen Interpolationspunkt hat
- Aus Konstruktion folgt $|X| \leq |f| + |g|$
- Betrachte Abschnitt zwischen zwei aufeinanderfolgenden Elementen aus X
- Es gibt höchstens $|X|$ Abschnitte
- Auf jedem Abschnitt ist sowohl f als auf g linear
- Es gibt pro Abschnitt höchstens ein Schnittpunkt
- In h gibt es pro Abschnitt deswegen höchstens ein Interpolationspunkt
- An allen Stellen in X kann h höchstens ein Interpolationspunkt haben
- $2|X| \leq 2(|f| + |g|)$ ist deswegen eine obere Schranke

Problem 1: Anzahl an Interpolationspunkte

- Je länger ein Shortcut je mehr Interpolationspunkte hat er
- Die Suchräume schrumpfen drastisch bezüglich der Anzahl an Knoten und Kanten a
- aber viel weniger bezüglich der Anzahl an Interpolationspunkte

Problem 2: Numerische Instabilität

- Linken und Mergen nicht genau falls mit Gleitkommazahlen implementiert
- Fehler akkumulieren sich falls man Linken und Mergen verkettet

Problem 1: Anzahl an Interpolationspunkte

- Je länger ein Shortcut je mehr Interpolationspunkte hat er
- Die Suchräume schrumpfen drastisch bezüglich der Anzahl an Knoten und Kanten a
- aber viel weniger bezüglich der Anzahl an Interpolationspunkte

Problem 2: Numerische Instabilität

- Linken und Mergen nicht genau falls mit Gleitkommazahlen implementiert
- Fehler akkumulieren sich falls man Linken und Mergen verkettet
- Aber: Alle Operation bleiben in den rationalen Zahlen.
- Mit Brüchen arbeiten?

Problem 1: Anzahl an Interpolationspunkte

- Je länger ein Shortcut je mehr Interpolationspunkte hat er
- Die Suchräume schrumpfen drastisch bezüglich der Anzahl an Knoten und Kanten a
- aber viel weniger bezüglich der Anzahl an Interpolationspunkte

Problem 2: Numerische Instabilität

- Linken und Mergen nicht genau falls mit Gleitkommazahlen implementiert
- Fehler akkumulieren sich falls man Linken und Mergen verkettet
- Aber: Alle Operation bleiben in den rationalen Zahlen.
- Mit Brüchen arbeiten?
- Vorläufige Experimente zeigen, dass Teiler und Nenner unkontrolliert wachsen
- Offen Frage: Kann man diese Divergenz zeigen?

- Wir können nun zeitabhängige Shortcuts bauen
- Können wir damit eine zeitabhängige CH bauen?

- Wir können nun zeitabhängige Shortcuts bauen
- Können wir damit eine zeitabhängige CH bauen?
- Wie machen wir die Rückwärtssuche ohne die Ankunftszeit zu kennen?

- Wir können nun zeitabhängige Shortcuts bauen
- Können wir damit eine zeitabhängige CH bauen?
- Wie machen wir die Rückwärtssuche ohne die Ankunftszeit zu kennen?
- Wir brauchen eine Profilanfrage

Erweiterung von Dijkstras Algorithmus für Profilanfragen

- Operationen auf Funktionen
- Priorität im Prinzip frei wählbar
($\underline{d}[u]$ ist das Minimum der Funktion $d_*[u]$)
- Knoten können mehrfach besucht werden \Rightarrow label-correcting

Erweiterung von Dijkstras Algorithmus für Profilanfragen

Ziel: finde kürzesten Weg für alle Abfahrtszeitpunkte

Profile-Search($G = (V, E), s$)

```
1  $d_*[s]$  = Funktion die alles auf 0 abbildet
2  $Q.clear()$ ,  $Q.add(s, 0)$ 
3 while ! $Q.empty()$  do
4      $u \leftarrow Q.deleteMin()$ 
5     for all edges  $e = (u, v) \in E$  do
6          $x \leftarrow \text{Merge}(\text{Link}(d_*[u], \text{len}(e)), d_*[v])$ 
7         if  $d_*[v] \neq x$  then
8              $d_*[v] \leftarrow x$ 
9             if  $v \in Q$  then  $Q.decreaseKey(v, \underline{d}[v])$ 
10
11         else  $Q.insert(v, \underline{d}[v])$ 
```

Zeitabhängige CH

- Haben wir nun alles?
- Anfrage langsam wegen Profilanfrage
- Großer Speicherverbrauch, da lange Shortcuts viele Interpolationspunkte brauchen

- Haben wir nun alles?
- Anfrage langsam wegen Profilanfrage
- Großer Speicherverbrauch, da lange Shortcuts viele Interpolationspunkte brauchen

- Nutze obere und untere Schranken um nur relevante Teile des Profils zu berechnen
- Speichere approximierete Gewichtsfunktionen
 - Nur approximierete Ankunftszeit

- Haben wir nun alles?
- Anfrage langsam wegen Profilanfrage
- Großer Speicherverbrauch, da lange Shortcuts viele Interpolationspunkte brauchen

- Nutze obere und untere Schranken um nur relevante Teile des Profils zu berechnen
- Speichere approximierte Gewichtsfunktionen
 - Nur approximierte Ankunftszeit

- Nutze approximierte um relevanten Teil des Eingabegraphs zu extrahieren
- Führe die Erweiterungen von Dijkstras auf Teilgraph aus

- Haben wir nun alles?
- Anfrage langsam wegen Profilanfrage
- Großer Speicherverbrauch, da lange Shortcuts viele Interpolationspunkte brauchen

- Nutze obere und untere Schranken um nur relevante Teile des Profils zu berechnen
- Speichere approximierte Gewichtsfunktionen
 - Nur approximierte Ankunftszeit

- Nutze approximierte um relevanten Teil des Eingabegraphs zu extrahieren
- Führe die Erweiterungen von Dijkstras auf Teilgraph aus

- Mit CH können auch Profilanfragen beantwortet werden [BGSV13]

- Auf die gleiche Weise wie bei der CH kann man MLO/MLD/CRP zeitabhängig machen
- [BDPW16]
- Customizable?

- Auf die gleiche Weise wie bei der CH kann man MLO/MLD/CRP zeitabhängig machen
- [BDPW16]
- Customizable?
- Nicht wirklich: Gewichte anpassen braucht mehr als 1min. (Aber viel schneller als CH.)

- Auf die gleiche Weise wie bei der CH kann man MLO/MLD/CRP zeitabhängig machen
- [BDPW16]
- Customizable?
- Nicht wirklich: Gewichte anpassen braucht mehr als 1 min. (Aber viel schneller als CH.)

Probleme

- Bei CH: Knotenordnung wird so gewählt, dass wenige Interpolationspunkte entstehen
- Bei MLO: Partitionierung ist unabhängig von Gewichten
- → Bei MLO gibt es noch mehr Interpolationspunkte pro Shortcut
- → Approximation

ε [%]		Lvl 1	Lvl 2	Lvl 3	Lvl 4	Lvl 5	Lvl 6
0	breakpoints	99 M	397 M	813 M	1 356 M	—	—
	td.arc.cplx.	21	69	188	507	—	—
0.1	breakpoints	65 M	126 M	142 M	121 M	68 M	26 M
	td.arc.cplx.	14	22	33	45	50	47
1.0	breakpoints	51 M	73 M	62 M	41 M	21 M	8 M
	td.arc.cplx.	11	13	14	15	15	14
10.0	breakpoints	28 M	28 M	19 M	12 M	6 M	1 M
	td.arc.cplx.	6	5	5	5	4	2

Approximation (Imai-Iri) nach jedem Level.

Was fehlt?

- Bis hierhin: Viele mehr oder weniger komplexe Algorithmen
- Was fehlt?

- Bis hierhin: Viele mehr oder weniger komplexe Algorithmen
- Was fehlt?
- Ein sinnvoller Grundalgorithmus:
 - Berechne eine CH auf dem untere-Schranken-Graph
 - Berechne zeitunabhängigen Pfad
 - Rechne zeitabhängige Fahrzeit entlang des Pfads nach
- heißt Freeflow

- Es ist sehr schwer an zeitabhängige Daten zu kommen

- Es ist sehr schwer an zeitabhängige Daten zu kommen

Wir betrachten zwei Instanzen:

- Deutschland
 - Basiert auf etwa 10 Jahre alten Realwelt-Daten von Deutschland
- Europa
 - Basiert auf zeitunabhängigem Europa Straßengraphen
 - Zeitabhängigkeit künstlich generiert

		Relative Error [%]		Run T.
		avg.	max.	[ms]
TDCALT-K1.00	[DN12]	0	0	5.36
TDCALT-K1.15	[DN12]	0.051	13.84 [†]	1.87
eco L-SHARC	[Del11]	0	0	6.31
heu L-SHARC	[Del11]	n/r	0.61	0.38
TD-CH	[BGSV13]	0	0	0.75
TDCRP (1.0)	[BDPW16]	0.68	2.85	1.66
Freeflow		0.03	2.52	0.24
FLAT- SR_{2000}	[KMP ⁺ 16]	n/r	1.444 [†]	1.28

Instanz: Deutschland

		Relative Error [%]		Run T.
		avg.	max.	[ms]
TDALT-K1.20	[NDLS12]	0.652	18.19	180.9
TDCALT-K1.00	[DN12]	0	0	121.4
TDCALT-K1.25	[DN12]	0.549	15.52 [†]	5.4
eco L-SHARC	[Del11]	0	0	38.29
heu L-SHARC	[Del11]	n/r	1.60	2.13
TD-CH	[BGSV13]	0	0	2.11
TDCRP (1.0)	[BDPW16]	0.54	3.21	5.75
Freeflow		0.50	19.32	0.29

Instanz: Europa



Moritz Baum, Julian Dibbelt, Thomas Pajor, and Dorothea Wagner.
Dynamic time-dependent route planning in road networks with user preferences.
In Proceedings of the 15th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA'16), Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2016.



Gernot Veit Batz, Robert Geisberger, Peter Sanders, and Christian Vetter.
Minimum time-dependent travel times with contraction hierarchies.
ACM Journal of Experimental Algorithmics, 18(1.4):1–43, April 2013.



Daniel Delling.
Time-dependent SHARC-routing.
Algorithmica, 60(1):60–94, May 2011.



Daniel Delling and Giacomo Nannicini.
Core routing on dynamic time-dependent road networks.
Inform's Journal on Computing, 24(2):187–201, 2012.



Spyros Kontogiannis, George Michalopoulos, Georgia Papastavrou, Andreas Paraskevopoulos, Dorothea Wagner, and Christos Zaroliagis.

Engineering oracles for time-dependent road networks.

In *Proceedings of the 18th Meeting on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX'16)*. SIAM, 2016.



Giacomo Nannicini, Daniel Delling, Leo Liberti, and Dominik Schultes.

Bidirectional A* search on time-dependent road networks.

Networks, 59:240–251, 2012.

Best Paper Award.