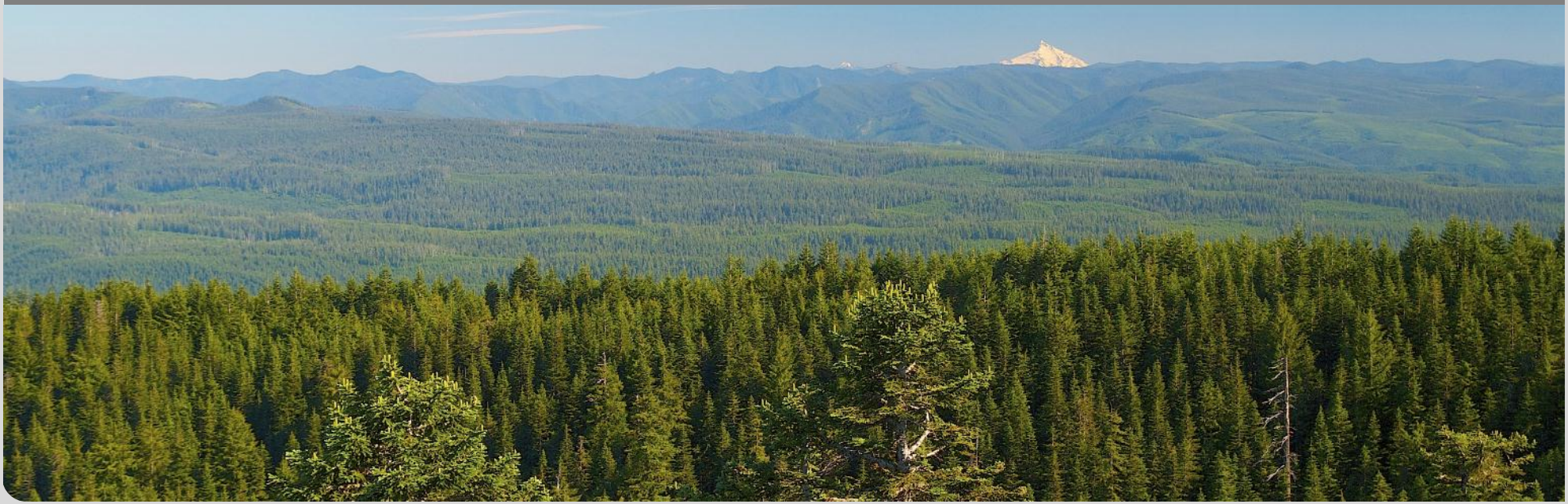
Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmen für Routenplanung

7. Vorlesung, Sommersemester 2015

Ben Strasser | 18. Mai 2014

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER



Kürzeste Wege in Straßennetzwerken

Beschleunigungstechniken (Fortsetzung)

- HLDB
- (G)PHAST

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Wiederholung: HL

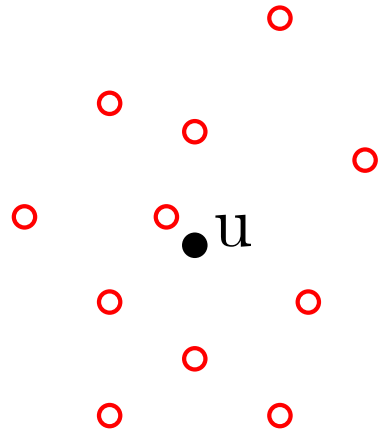
Vorberechung:

- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$

Wiederholung: HL

Vorberechung:

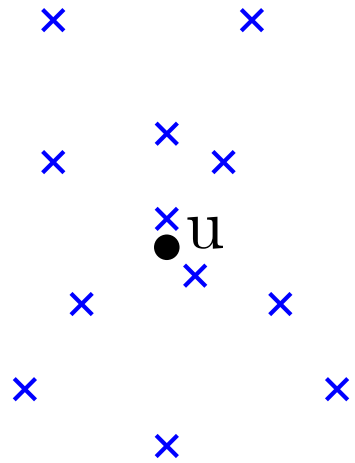
- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - dist(u, v) für jeden Hub $v \in L_f(u)$



Wiederholung: HL

Vorberechung:

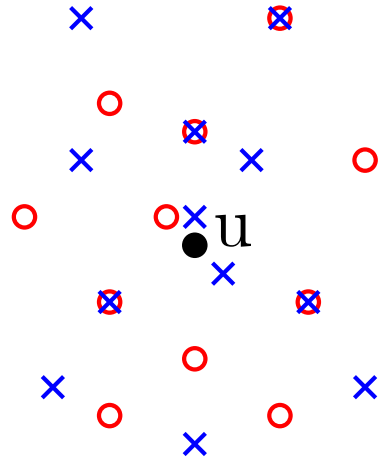
- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - dist(u, v) für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - dist(v, u) für jeden Hub $v \in L_b(u)$



Wiederholung: HL

Vorberechung:

- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - dist(u, v) für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - dist(v, u) für jeden Hub $v \in L_b(u)$



Wiederholung: HL

Vorberechung:

- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - dist(u, v) für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - dist(v, u) für jeden Hub $v \in L_b(u)$
- die Label müssen die cover property einhalten:
  $\forall s, t$, $L_f(s) \cap L_b(t)$ überdeckt den kürzesten s–t Pfad

Wiederholung: HL

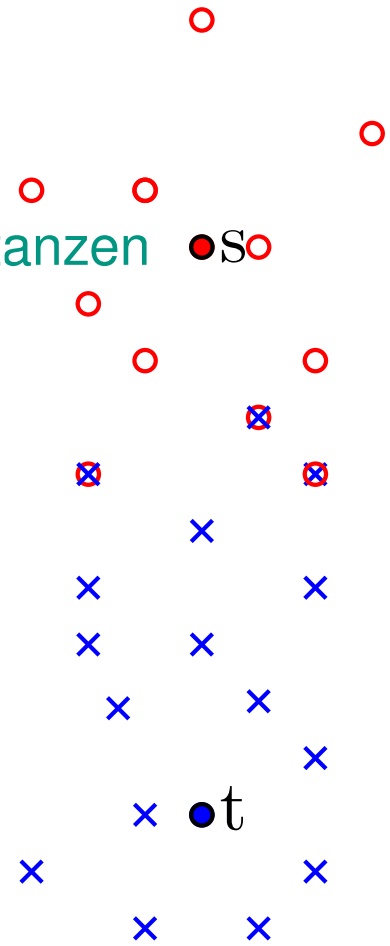
Vorberechung:

- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - dist(u, v) für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - dist(v, u) für jeden Hub $v \in L_b(u)$
- die Label müssen die cover property einhalten:
  $\forall s, t$, $L_f(s) \cap L_b(t)$ überdeckt den kürzesten s–t Pfad

Wiederholung: HL

Vorberechung:

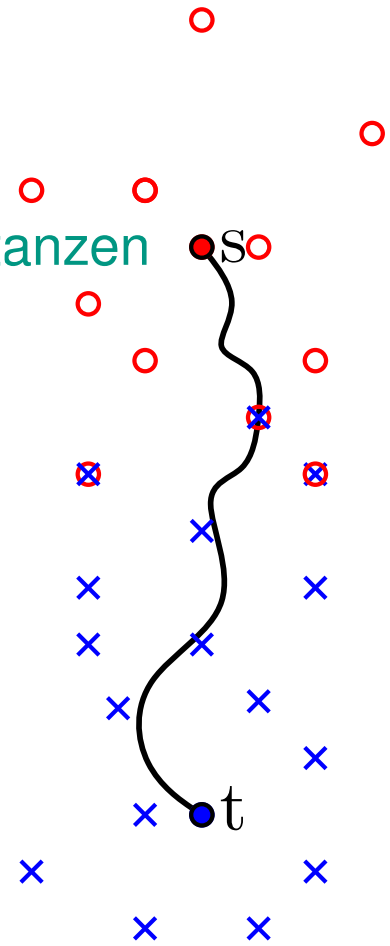
- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - $\text{dist}(u, v)$ für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - $\text{dist}(v, u)$ für jeden Hub $v \in L_b(u)$
- die Label müssen die cover property einhalten:
  $\forall s, t$, $L_f(s) \cap L_b(t)$ überdeckt den kürzesten s–t Pfad



Wiederholung: HL

Vorberechung:

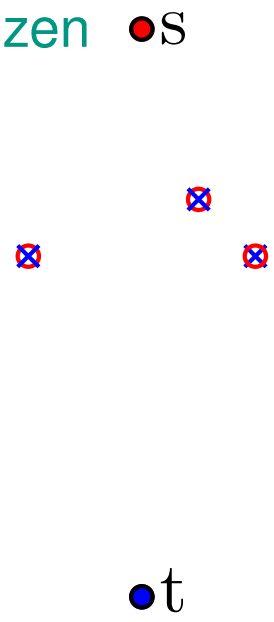
- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - $\text{dist}(u, v)$ für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - $\text{dist}(v, u)$ für jeden Hub $v \in L_b(u)$
- die Label müssen die cover property einhalten:
  $\forall s, t$, $L_f(s) \cap L_b(t)$ überdeckt den kürzesten s–t Pfad



Wiederholung: HL

Vorberechung:

- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - $\text{dist}(u, v)$ für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - $\text{dist}(v, u)$ für jeden Hub $v \in L_b(u)$
- die Label müssen die cover property einhalten:
  $\forall s, t$, $L_f(s) \cap L_b(t)$ überdeckt den kürzesten s–t Pfad



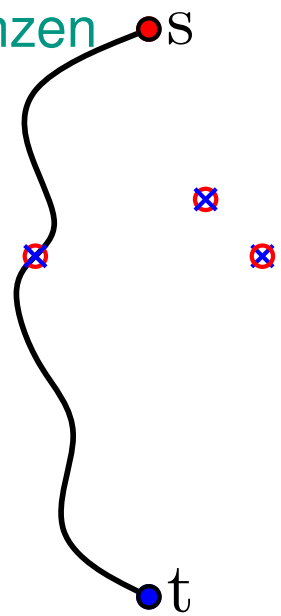
s–t Anfrage:

- finde Knoten $v \in L_f(s) \cap L_b(t)$ ...

Wiederholung: HL

Vorberechung:

- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - $\text{dist}(u, v)$ für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - $\text{dist}(v, u)$ für jeden Hub $v \in L_b(u)$
- die Label müssen die cover property einhalten:
  $\forall s, t$, $L_f(s) \cap L_b(t)$ überdeckt den kürzesten s–t Pfad



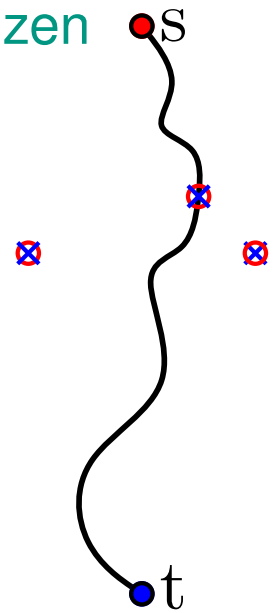
s–t Anfrage:

- finde Knoten $v \in L_f(s) \cap L_b(t)$ ...
- ... der $\text{dist}(s, v) + \text{dist}(v, t)$ minimiert

Wiederholung: HL

Vorberechung:

- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - $\text{dist}(u, v)$ für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - $\text{dist}(v, u)$ für jeden Hub $v \in L_b(u)$
- die Label müssen die cover property einhalten:
  $\forall s, t$, $L_f(s) \cap L_b(t)$ überdeckt den kürzesten s–t Pfad



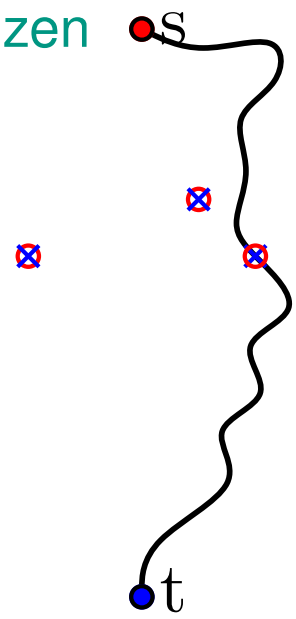
s–t Anfrage:

- finde Knoten $v \in L_f(s) \cap L_b(t)$ ...
- ... der $\text{dist}(s, v) + \text{dist}(v, t)$ minimiert

Wiederholung: HL

Vorberechung:

- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - $\text{dist}(u, v)$ für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - $\text{dist}(v, u)$ für jeden Hub $v \in L_b(u)$
- die Label müssen die cover property einhalten:
  $\forall s, t$, $L_f(s) \cap L_b(t)$ überdeckt den kürzesten s–t Pfad



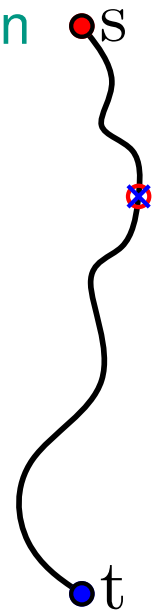
s–t Anfrage:

- finde Knoten $v \in L_f(s) \cap L_b(t)$ ...
- ... der $\text{dist}(s, v) + \text{dist}(v, t)$ minimiert

Wiederholung: HL

Vorberechung:

- für jeden Knoten u, berechne zwei Label $L_f(u), L_b(u)$
- ein Label ist eine Menge von Knoten (Hubs) und Distanzen
  - $\text{dist}(u, v)$ für jeden Hub $v \in L_f(u)$
  - $\text{dist}(v, u)$ für jeden Hub $v \in L_b(u)$
- die Label müssen die cover property einhalten:
  $\forall s, t$, $L_f(s) \cap L_b(t)$ überdeckt den kürzesten s–t Pfad



s–t Anfrage:

- finde Knoten $v \in L_f(s) \cap L_b(t)$ ...
- ... der $\text{dist}(s, v) + \text{dist}(v, t)$ minimiert

Wiederholung: Inner Join

a	b
	1
	2
	2
	3
	4

INNER JOIN

b	c
0	
1	
2	
4	
5	

USING(b)

Wiederholung: Inner Join

a	b
	1
	2
	2
	3
	4

INNER JOIN

b	c
0	
1	
2	
4	
5	

USING(b)

ergibt

a	b	c
	1	
	2	
	2	
	4	

HLDB

HL kann man mit einer SQL-Datenbank umsetzen.

Lege zwei Tabellen an:

```
CREATE TABLE forward(
    vertex_id integer,
    hub_id integer,
    distance integer
);

CREATE TABLE backward(
    vertex_id integer,
    hub_id integer,
    distance integer
);
```


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

HLDB - Anfrage

Die Distanz-Anfrage ist ein Join.

```
SELECT
   min(forward.distance+backward.distance)
FROM
   forward INNER JOIN backward USING(hub_id)
WHERE
   forward.vertex_id = source,
   backward.vertex_id = target;
```


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

HLDB - Pfadextraktion

Zwei zusätzliche Spalten:

```
CREATE TABLE forward(
    vertex_id integer,
    hub_id integer,
    distance integer,
    previous_hub integer,
    shortcut_id integer
);
```

- shortcut_id ist die ID der letzten Kante auf einem kürzesten up-down Weg (im CH Sinn).
- previous_hub ist Ausgangsknoten von shortcut_id.

HLDB - Pfadextraktion

Und eine zusätzliche Tabelle:

```
CREATE TABLE shortcut(
   shortcut_id integer,
   shortcut_pos integer,
   arc_id integer
);
```

- Idee: Speichere vorentpackte Shortcuts
- arc_id gibt die original Kante an
- shortcut_pos ist Position von arc_id im entpackten Pfad der shortcut_id entspricht
- Braucht nochmal etwa soviel Speicher wie die Hubs selber.

HLDB - Pfadextraktion

Schritt 1: Bestimme meeting_hub wie für Distanzanfrage.
Schritt 2: Baue temporäre Tabelle path:

```
CREATE TABLE path(
   shortcut_id integer,
   up_down_path_pos integer
);
```

HLDB - Pfadextraktion

Schritt 3: Befülle Tabelle

```
SET sequence = 0;
SET now = meeting_hub;
WHILE now <> source do
   SELECT shortcut_id,previous_hub
   FROM forward
   WHERE forward.node = source AND forward.hub = now;
   SET now = previous_hub;
   INSERT INTO path VALUES(shortcut_id,sequence);
   SET sequence = sequence -1;
END WHILE;
```

Achtung: Nicht alle Datenbanken unterstüzen WHILE und nicht alle gleich.

HLDB - Pfadextraktion

Schritt 4: Join mit shortcut-Tabelle

```
SELECT
    arc_id
FROM
    shortcut INNER JOIN path USING(shortcut_id)
ORDERED BY
    up_down_path_pos,
    shortcut_pos;
```


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Was bisher geschah

bisheriger Stoff:

- Punkt-zu-Punkt Abfragen

Was bisher geschah

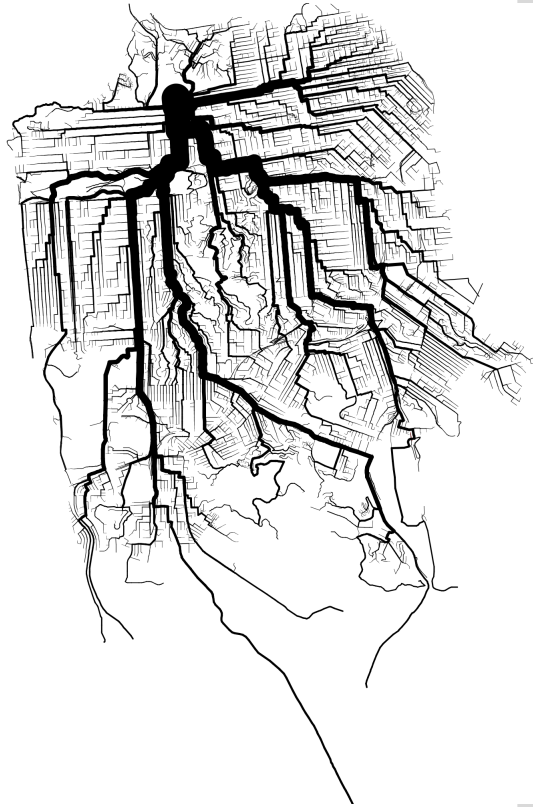
bisheriger Stoff:

- Punkt-zu-Punkt Abfragen

Erweiterte Anfragen

- one-to-many
- many-to-many
- one-to-all?

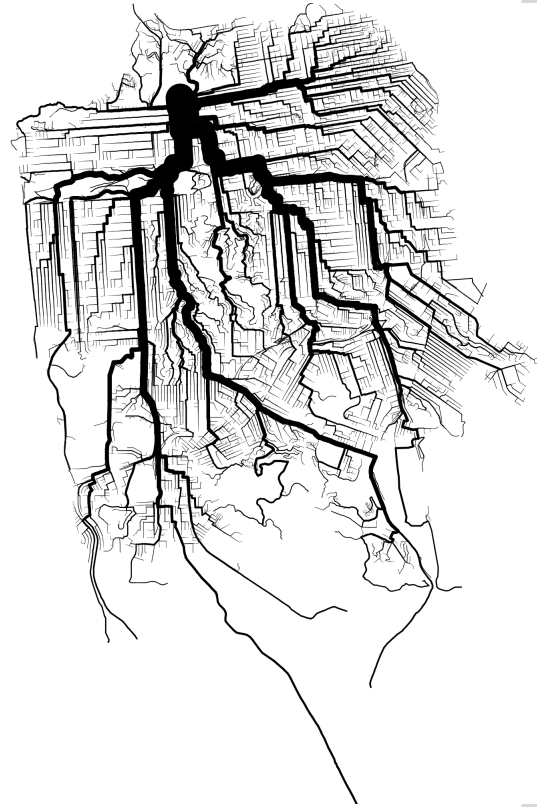
Kürzeste-Wege Bäume



Anfrage:

- gegeben ein nicht negativ gewichteter gerichteter Graph und Knoten *s*
- berechne Distanzen von *s* zu *allen* anderen

Kürzeste-Wege Bäume



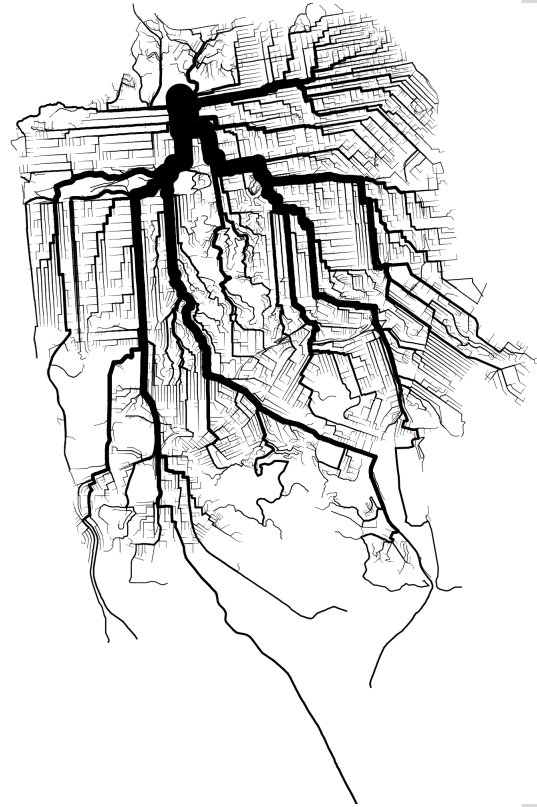
Anfrage:

- gegeben ein nicht negativ gewichteter gerichteter Graph und Knoten s
- berechne Distanzen von s zu *allen* anderen

Lösung:

- Dijkstra [Dij59]

Kürzeste-Wege Bäume



Anfrage:

- gegeben ein nicht negativ gewichteter gerichteter Graph und Knoten s
- berechne Distanzen von s zu *allen* anderen

Lösung:

- Dijkstra [Dij59]

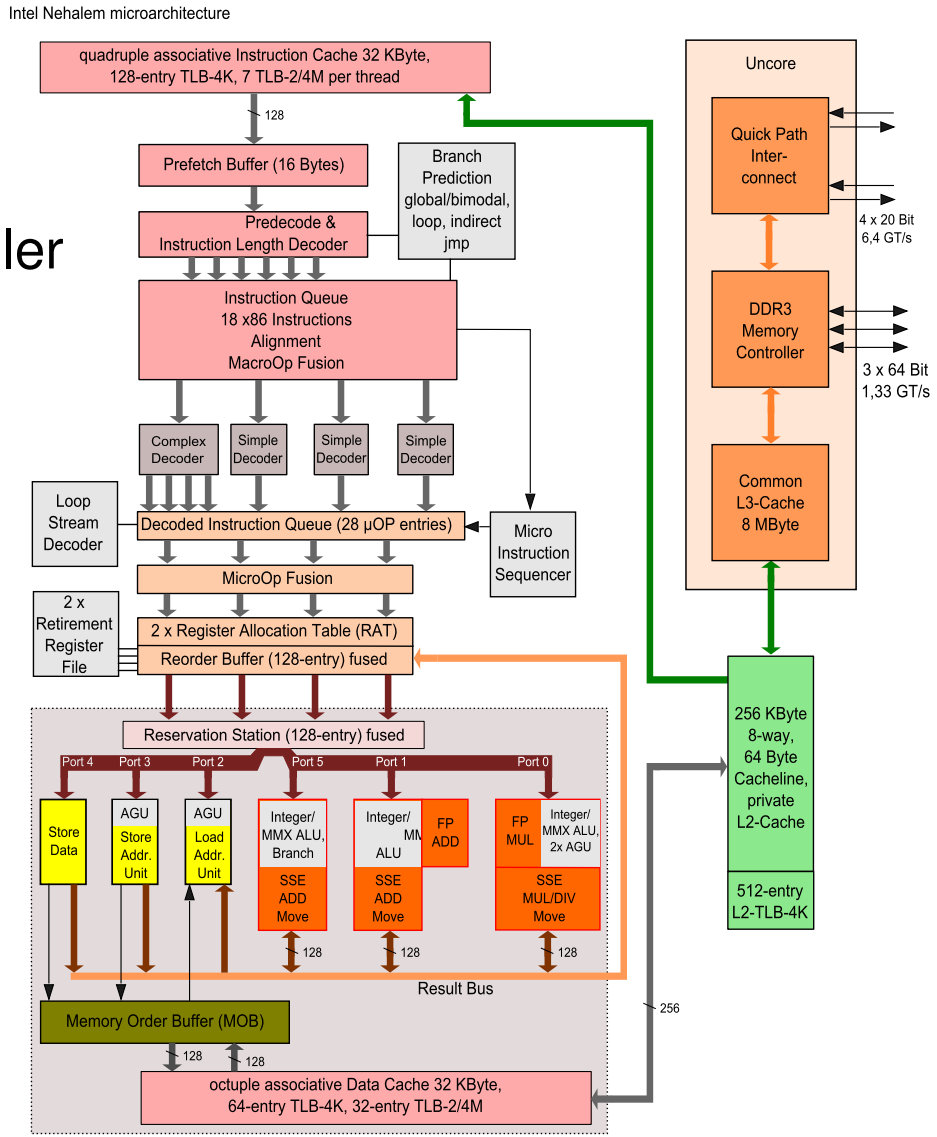
Fakten:

- $O(m + n \log n)$ mit Fibonacci Heaps [FT87]
- linear (mit kleiner Konstanten) in Praxis [Gol01]
- Ausnutzung von moderner Hardware schwierig

Moderne CPU Architektur

Einige Fakten:

- viele Kerne
- mehr Kerne als Speicherkontroller
- Hyperthreading
- Multi-Sockel System
- steile Speicherhierarchie
- Cache coherency



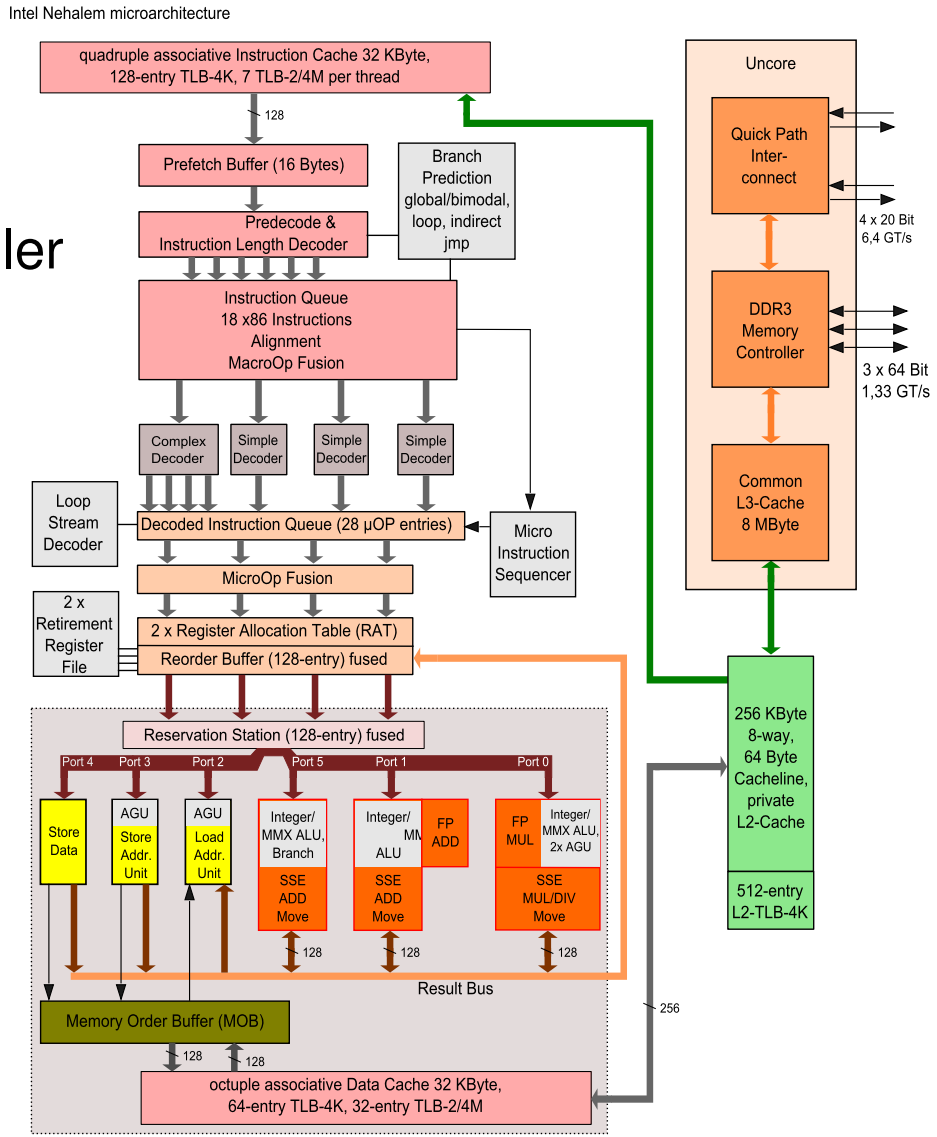
Moderne CPU Architektur

Einige Fakten:

- viele Kerne
- mehr Kerne als Speicherkontroller
- Hyperthreading
- Multi-Sockel System
- steile Speicherhierarchie
- Cache coherency

Hauptherausforderungen:

- Parallelisierung
- Speicherzugriff

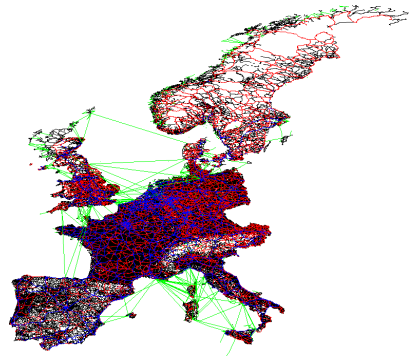


Ausnutzen von Moderner Hardware

Daten Lokalität

- Eingabe: West Europa
- 18M Knoten, 23M Strassen

  Dijkstra: $\approx$ 3.0 s $\Rightarrow$ nicht real-time



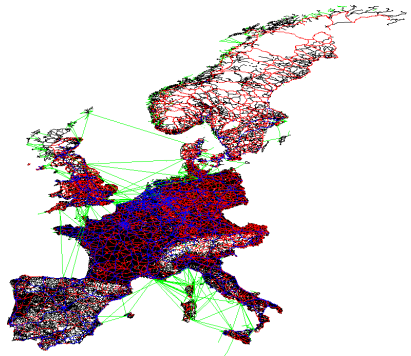
Core-i7 workstation (2.66 GHz)

Ausnutzen von Moderner Hardware

Daten Lokalität

- Eingabe: West Europa
- 18M Knoten, 23M Strassen

Dijkstra:	$\approx$ 3.0 s	$\Rightarrow$ nicht real-time
$n + m$ clock cycles:	$\approx$ 15 ms	$\Rightarrow$ viel schneller



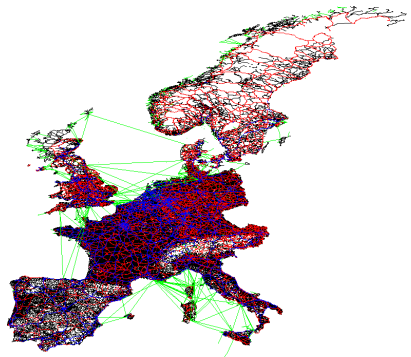
Core-i7 workstation (2.66 GHz)

Ausnutzen von Moderner Hardware

Daten Lokalität

- Eingabe: West Europa
- 18M Knoten, 23M Strassen

Dijkstra:	$\approx$ 3.0 s	$\Rightarrow$ nicht real-time
$n + m$ clock cycles:	$\approx$ 15 ms	$\Rightarrow$ viel schneller
BFS:	$\approx$ 2.0 s	

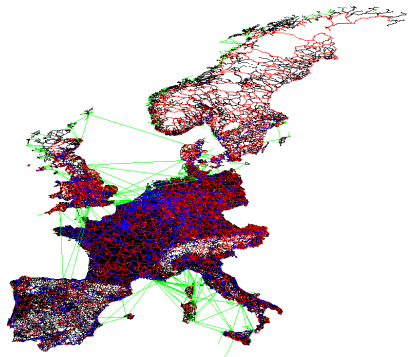


- Verlangsamung kommt nicht durch Priorityqueue allein

Core-i7 workstation (2.66 GHz)

Ausnutzen von Moderner Hardware

Daten Lokalität



- Eingabe: West Europa
- 18M Knoten, 23M Strassen

Dijkstra:	$\approx$ 3.0 s	$\Rightarrow$ nicht real-time
$n + m$ clock cycles:	$\approx$ 15 ms	$\Rightarrow$ viel schneller
BFS:	$\approx$ 2.0 s	

- Verlangsamung kommt nicht durch Priorityqueue allein

Core-i7 workstation (2.66 GHz)

Parallelisierung:

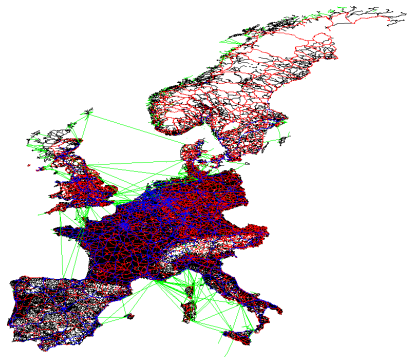
- Spekulation
- Δ-stepping [MS03]
- mehr Operationen als Dijkstra
- keine grosse Beschleunigung auf dünnen Graphen

Ausnutzen von Moderner Hardware

Daten Lokalität

- Eingabe: West Europa
- 18M Knoten, 23M Strassen

Dijkstra:	$\approx$ 3.0 s	$\Rightarrow$ nicht real-time
$n + m$ clock cycles:	$\approx$ 15 ms	$\Rightarrow$ viel schneller
BFS:	$\approx$ 2.0 s	



- Verlangsamung kommt nicht durch Priorityqueue allein

Core-i7 workstation (2.66 GHz)

Parallelisierung:

- Spekulation
- Δ-stepping [MS03]
- mehr Operationen als Dijkstra
- keine grosse Beschleunigung auf dünnen Graphen
- Berechnen von mehreren Bäumen ist einfach

Ansatz 1

Idee:

- Umordnen der Knoten im Graphen

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Ansatz 1

Idee:

- Umordnen der Knoten im Graphen

		time per tree [ms]		
algorithm	details	random	input	DFS
Dijkstra	binary heap	11159	5859	5180
	Dial	7767	3538	2908
	smart queue	7991	3556	2826
BFS	—	6060	2445	2068

(**Achtung:** One-to-All & Älterer Rechner)

Ansatz 1

Idee:

- Umordnen der Knoten im Graphen

		time per tree [ms]		
algorithm	details	random	input	DFS
Dijkstra	binary heap	11159	5859	5180
	Dial	7767	3538	2908
	smart queue	7991	3556	2826
BFS	—	6060	2445	2068

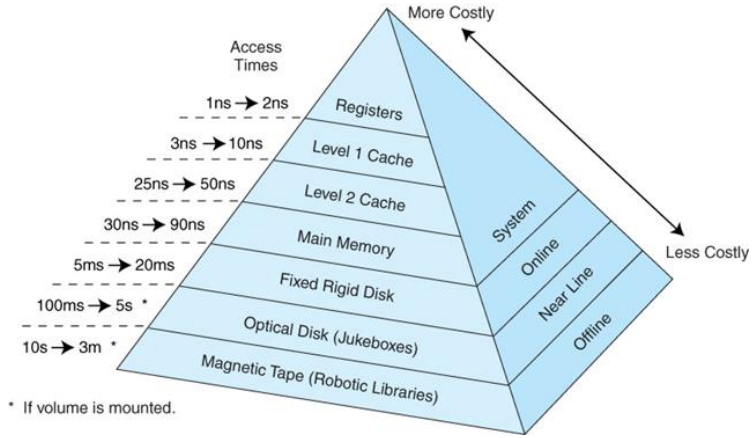
(**Achtung:** One-to-All & Älterer Rechner)

$\Rightarrow$ keine grosse Beschleunigung

Ansatz 2

Dijkstra's Algorithmus:

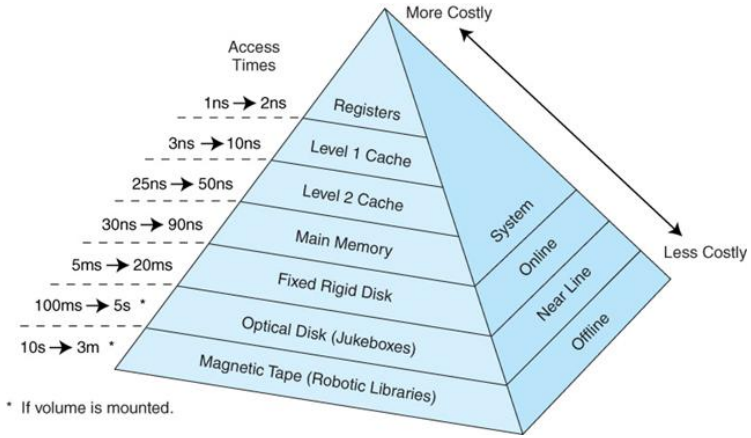
- moderne Hardware nicht voll zu nutzen
- Hauptprobleme:
  - Daten Lokalität
  - Parallelisierung



Ansatz 2

Dijkstra's Algorithmus:

- moderne Hardware nicht voll zu nutzen
- Hauptprobleme:
  - Daten Lokalität
  - Parallelisierung



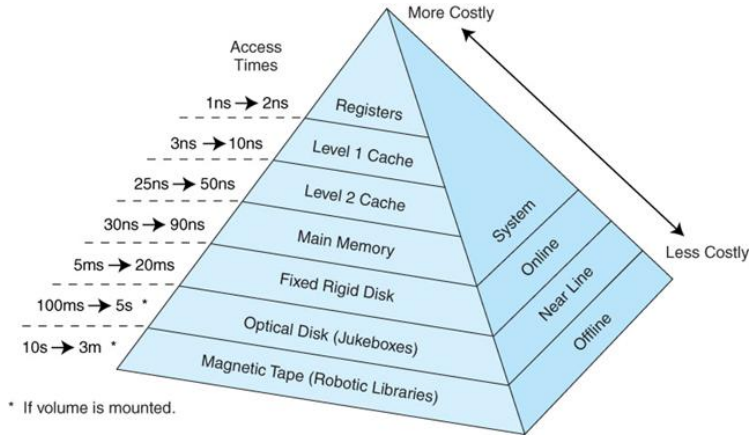
Fragen:

- hilft Vorberechnung?
- wie?
- Ansatzpunkt?

Ansatz 2

Dijkstra's Algorithmus:

- moderne Hardware nicht voll zu nutzen
- Hauptprobleme:
  - Daten Lokalität
  - Parallelisierung



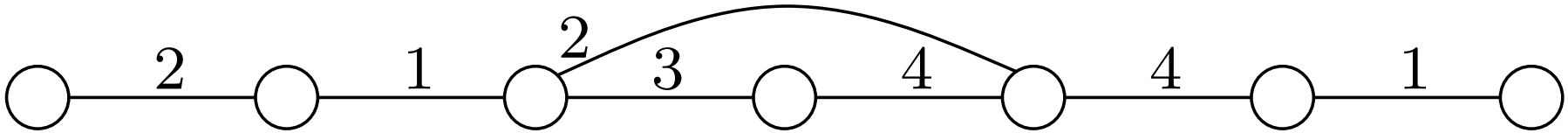
Fragen:

- hilft Vorberechnung?
- wie?
- Ansatzpunkt?

PHAST: Hardware-Accelerated Shortest path Trees

Contraction Hierarchies

preprocessing:

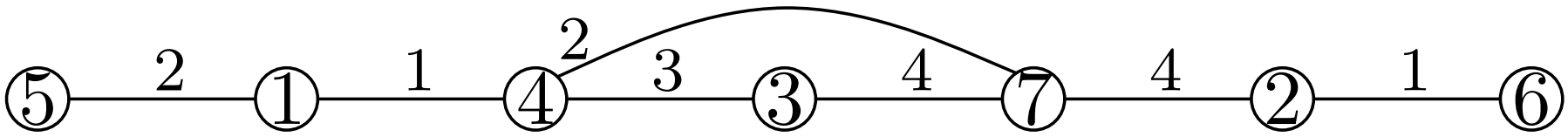


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Contraction Hierarchies

preprocessing:

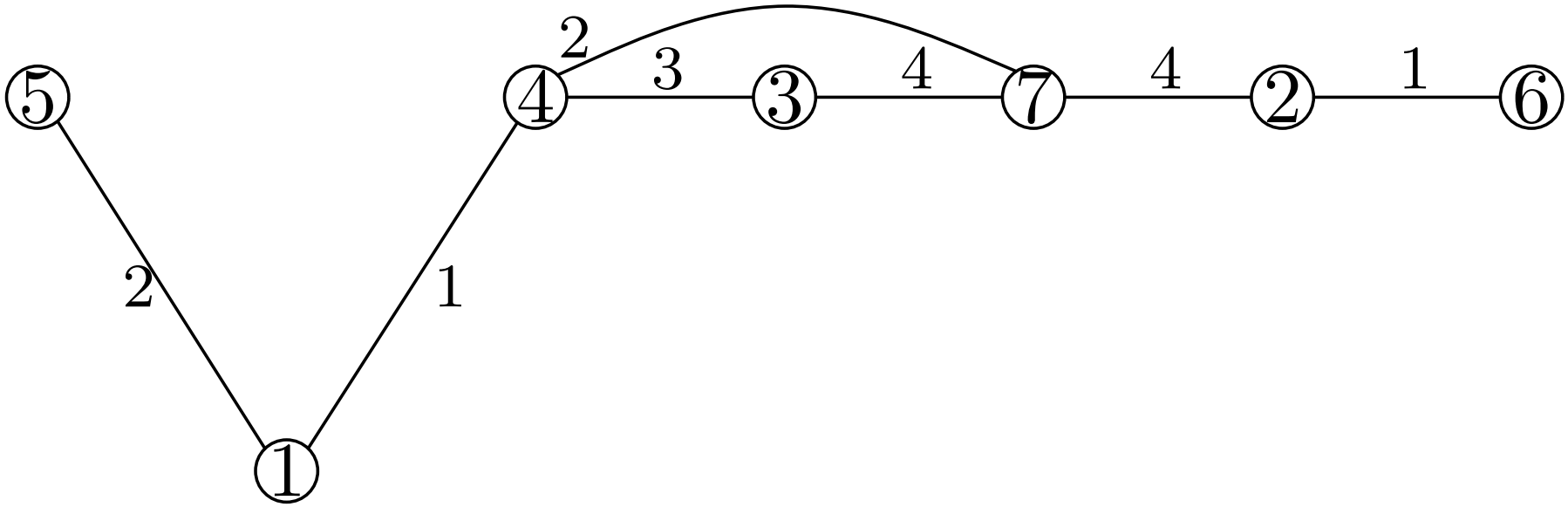
- ordne Knoten nach Wichtigkeit



Contraction Hierarchies

preprocessing:

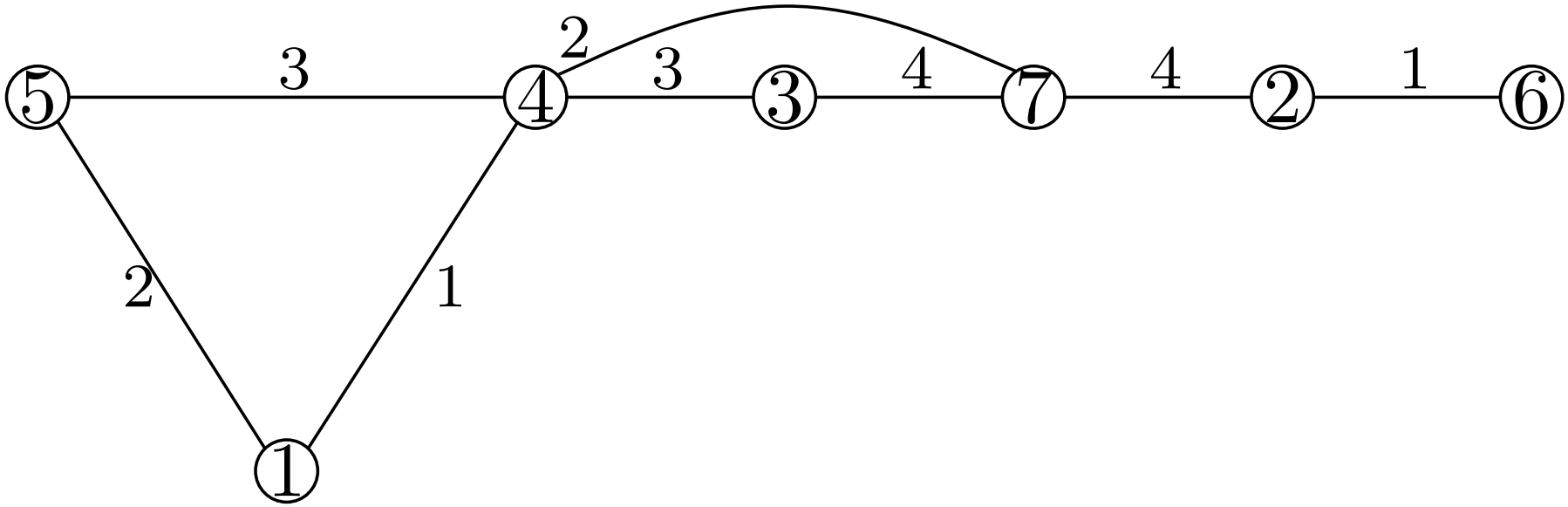
- ordne Knoten nach Wichtigkeit
- bearbeite in der Reihenfolge
- füge Shortcuts hinzu



Contraction Hierarchies

preprocessing:

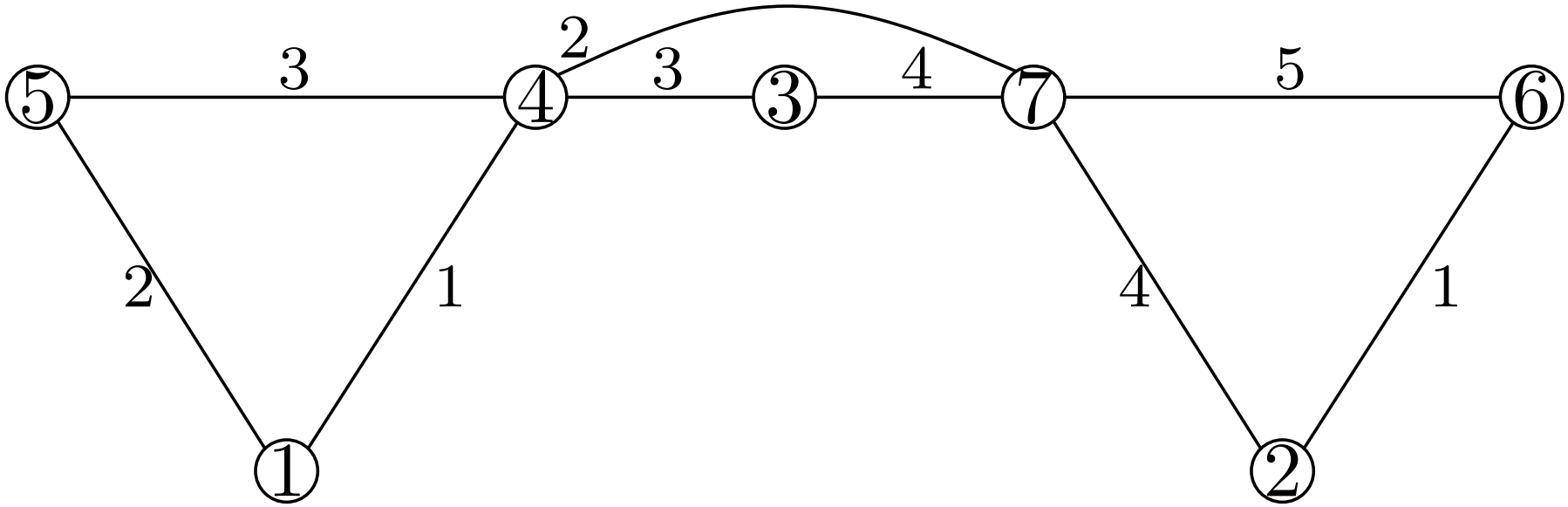
- ordne Knoten nach Wichtigkeit
- bearbeite in der Reihenfolge
- füge Shortcuts hinzu



Contraction Hierarchies

preprocessing:

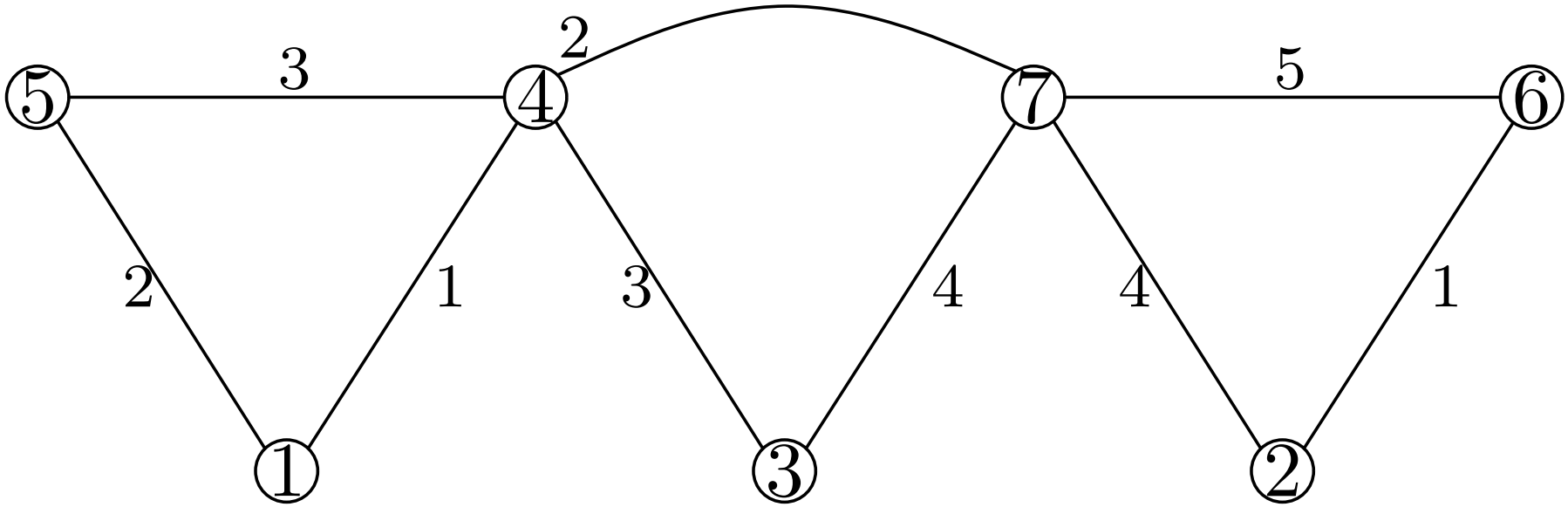
- ordne Knoten nach Wichtigkeit
- bearbeite in der Reihenfolge
- füge Shortcuts hinzu



Contraction Hierarchies

preprocessing:

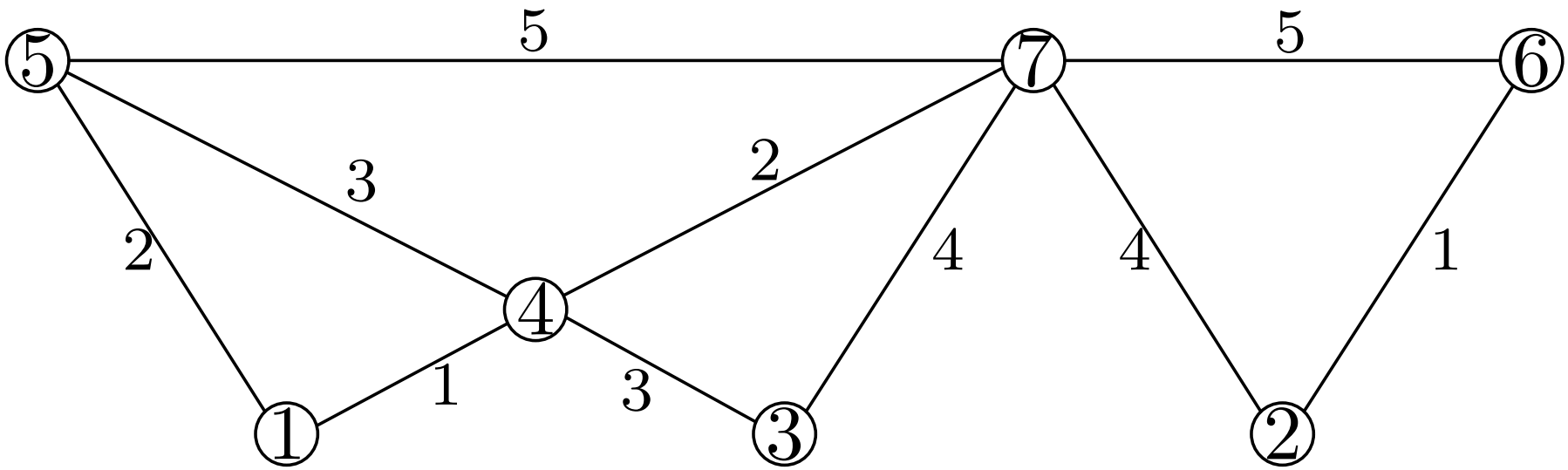
- ordne Knoten nach Wichtigkeit
- bearbeite in der Reihenfolge
- füge Shortcuts hinzu



Contraction Hierarchies

preprocessing:

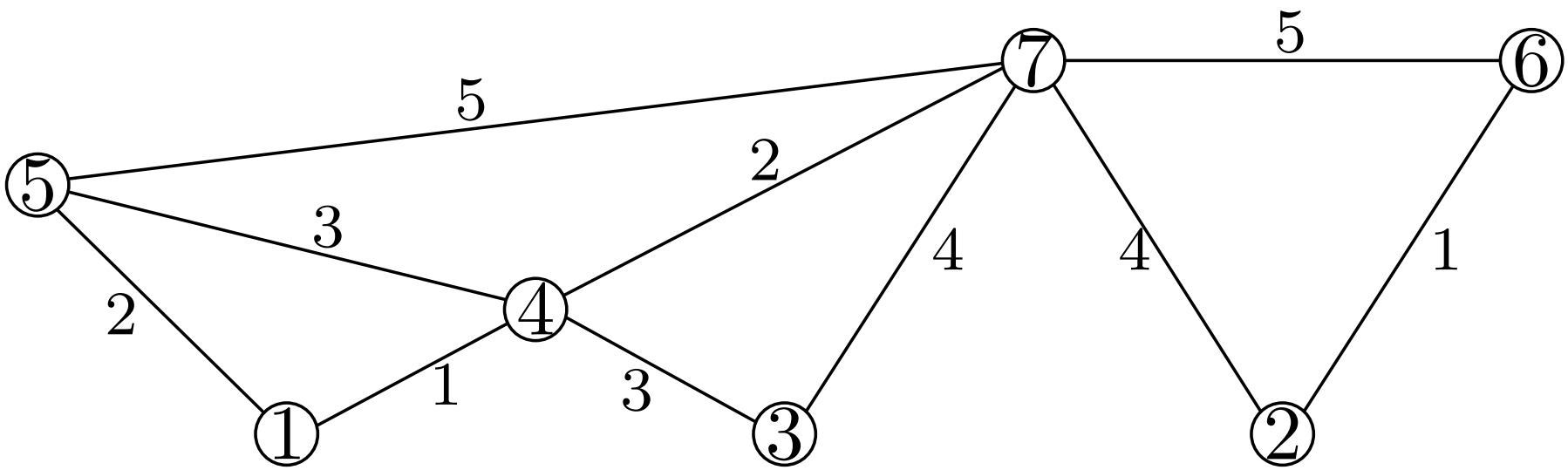
- ordne Knoten nach Wichtigkeit
- bearbeite in der Reihenfolge
- füge Shortcuts hinzu



Contraction Hierarchies

preprocessing:

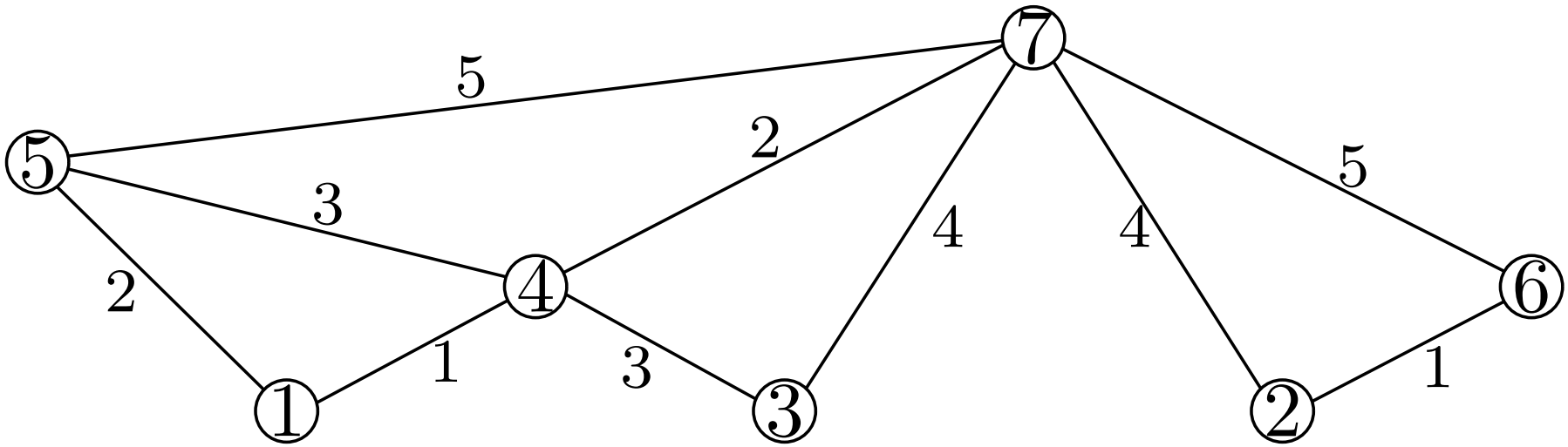
- ordne Knoten nach Wichtigkeit
- bearbeite in der Reihenfolge
- füge Shortcuts hinzu



Contraction Hierarchies

preprocessing:

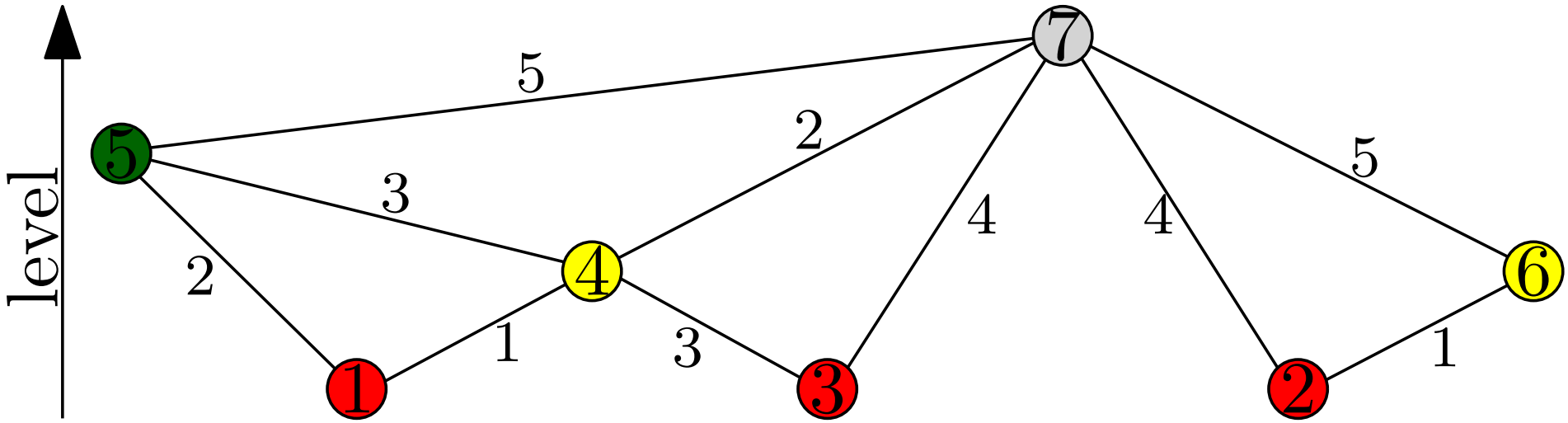
- ordne Knoten nach Wichtigkeit
- bearbeite in der Reihenfolge
- füge Shortcuts hinzu



Contraction Hierarchies

preprocessing:

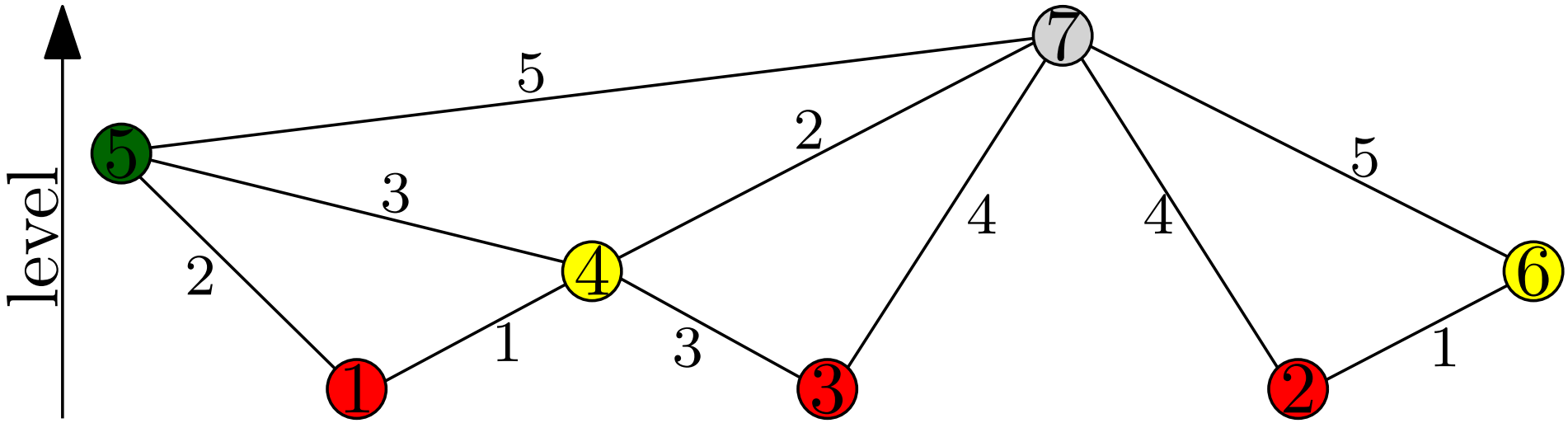
- ordne Knoten nach Wichtigkeit
- bearbeite in der Reihenfolge
- füge Shortcuts hinzu
- Levelzuordnung (ca. 150 in Strassennetzwerken)



Contraction Hierarchies

Punkt-zu-Punkt Anfragen

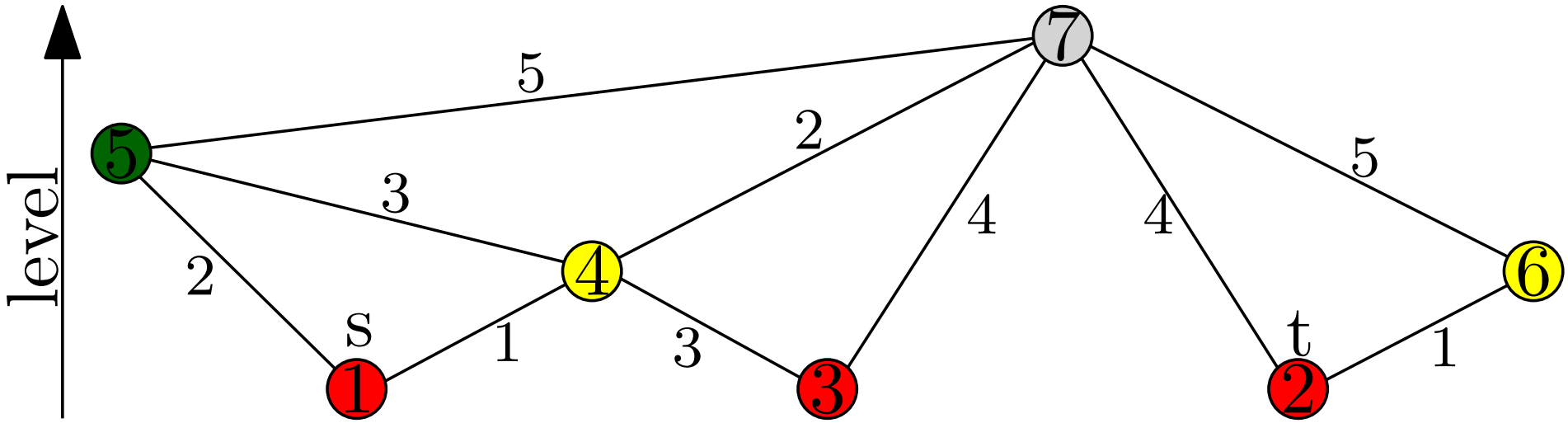
- modifizierter bidirektionaler Dijkstra
- folge nur Kanten zu wichtigeren Knoten
- besucht nur 500 Knoten



Contraction Hierarchies

Punkt-zu-Punkt Anfragen

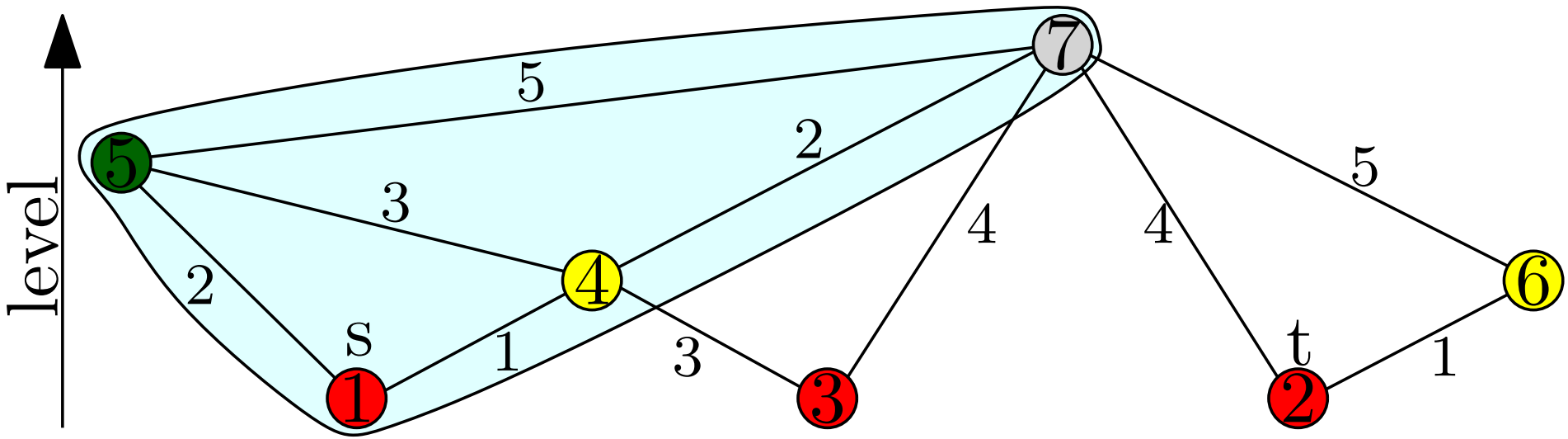
- modifizierter bidirektionaler Dijkstra
- folge nur Kanten zu wichtigeren Knoten
- besucht nur 500 Knoten



Contraction Hierarchies

Punkt-zu-Punkt Anfragen

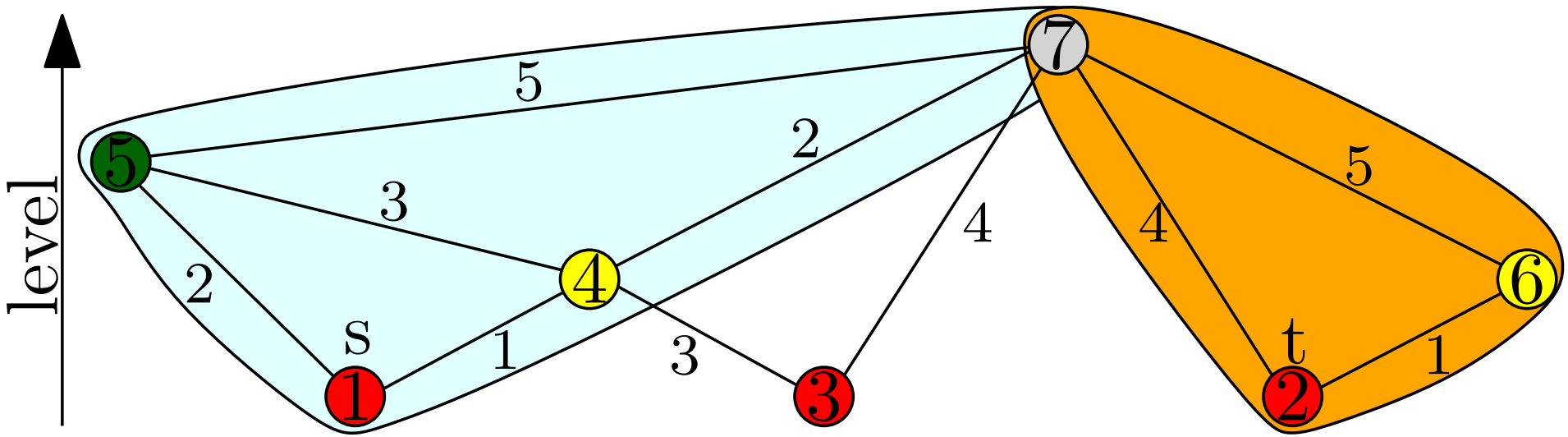
- modifizierter bidirektionaler Dijkstra
- folge nur Kanten zu wichtigeren Knoten
- besucht nur 500 Knoten



Contraction Hierarchies

Punkt-zu-Punkt Anfragen

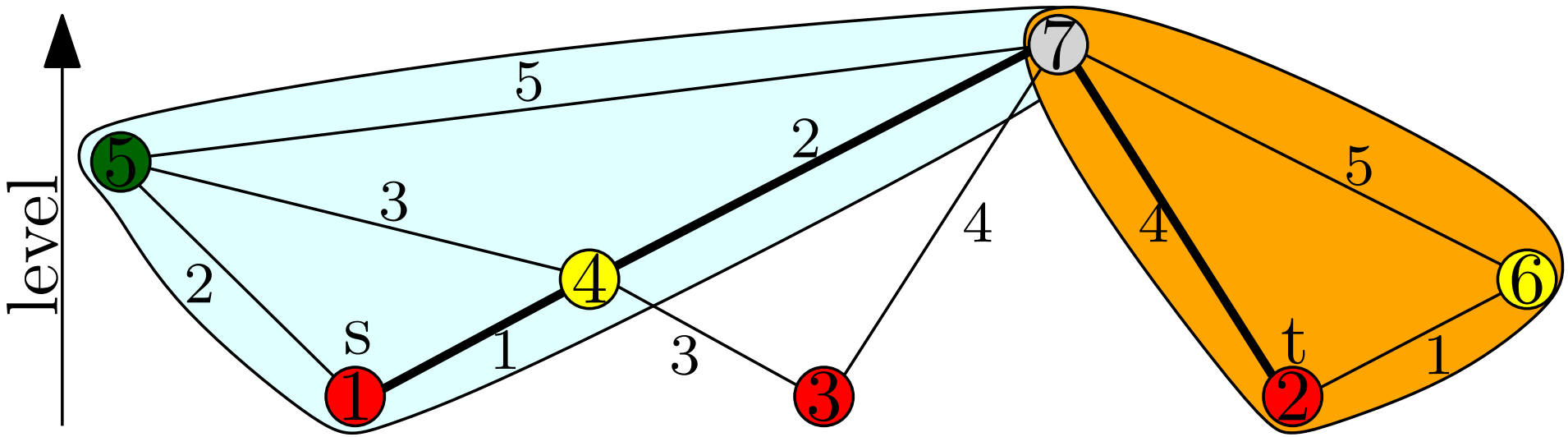
- modifizierter bidirektionaler Dijkstra
- folge nur Kanten zu wichtigeren Knoten
- besucht nur 500 Knoten



Contraction Hierarchies

Punkt-zu-Punkt Anfragen

- modifizierter bidirektionaler Dijkstra
- folge nur Kanten zu wichtigeren Knoten
- besucht nur 500 Knoten



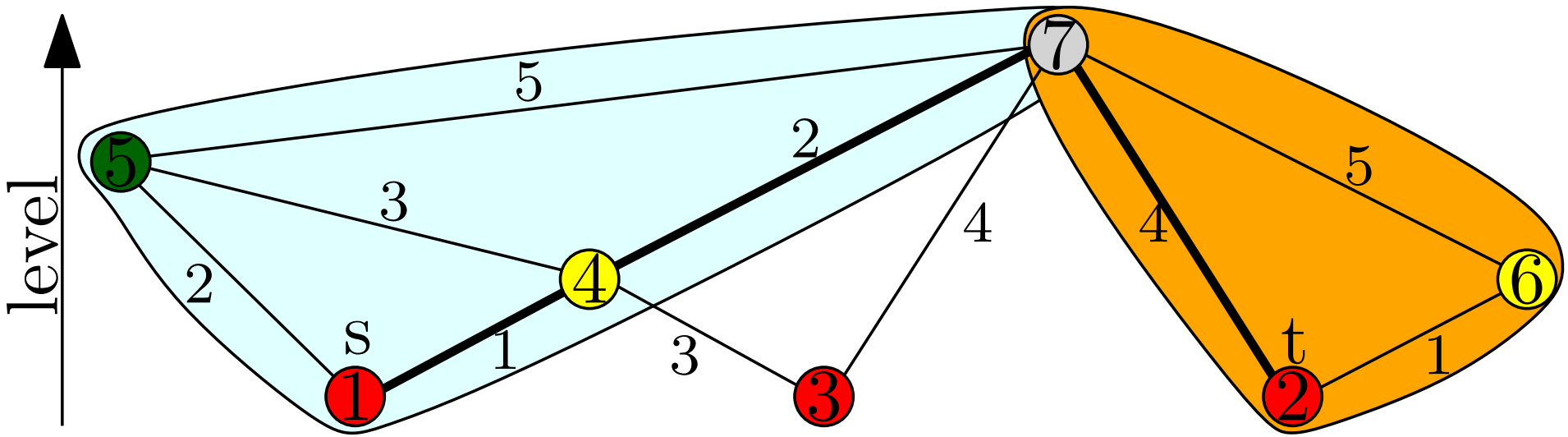
Contraction Hierarchies

Punkt-zu-Punkt Anfragen

- modifizierter bidirektionaler Dijkstra
- folge nur Kanten zu wichtigeren Knoten
- besucht nur 500 Knoten

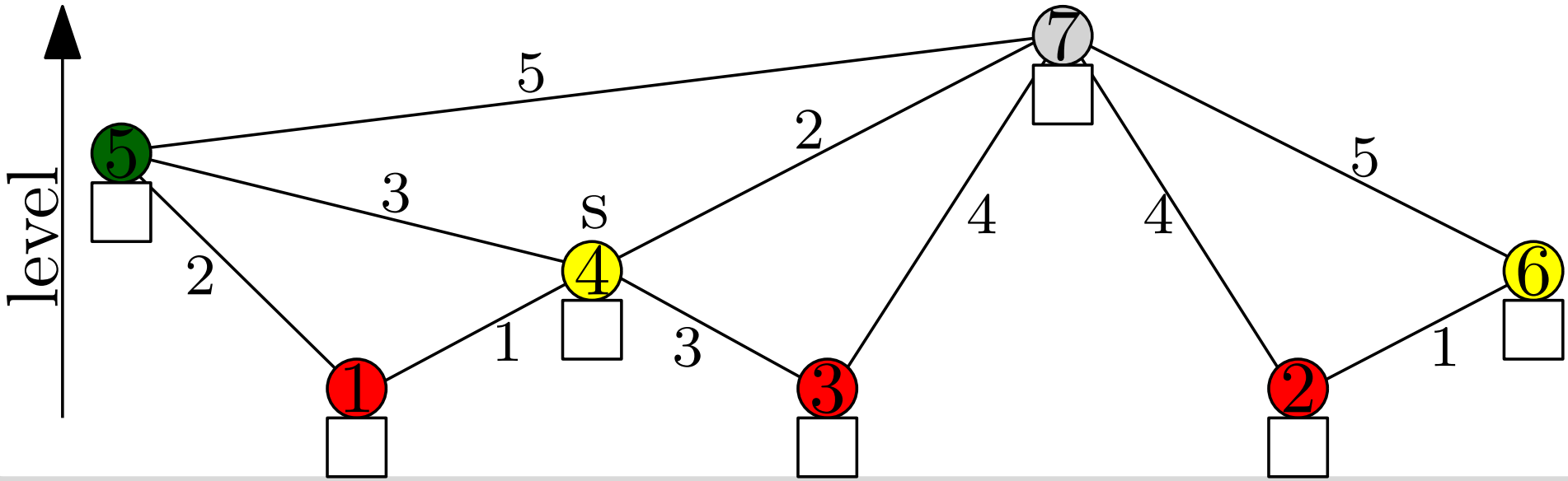
Korrektheit:

- es gibt einen wichtigsten Knoten auf dem Pfad
- dieser wird von Vorwärts- und Rückwärtssuche gescannt



Neuer Anfragealgorithmus

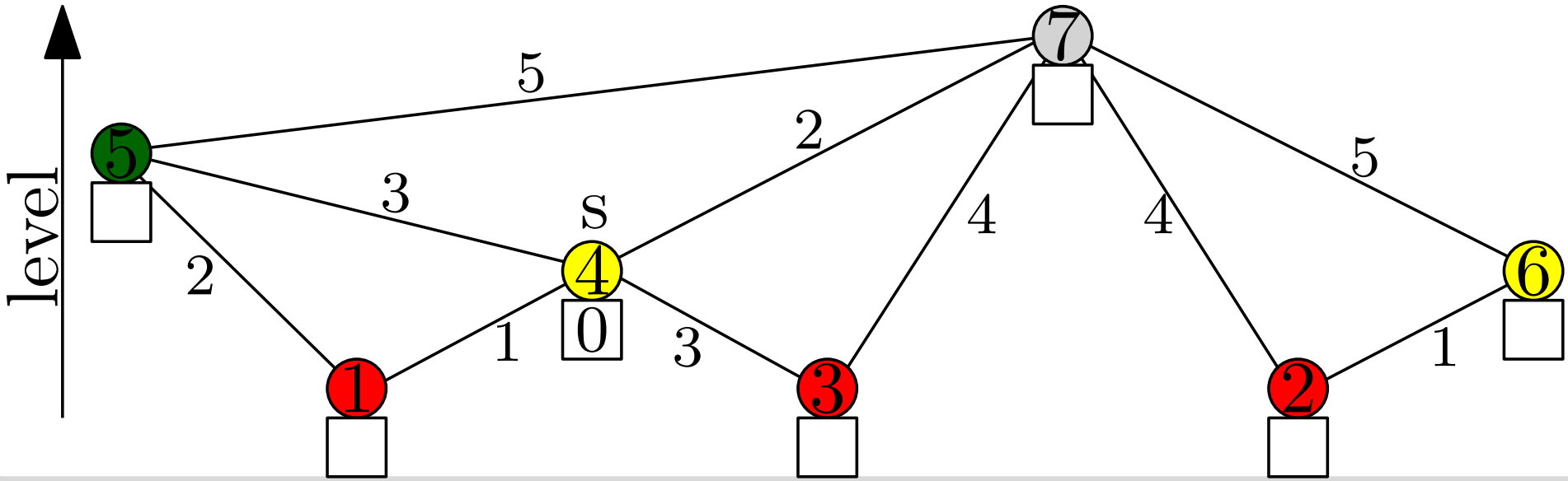
one-to-all Suche von s:



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

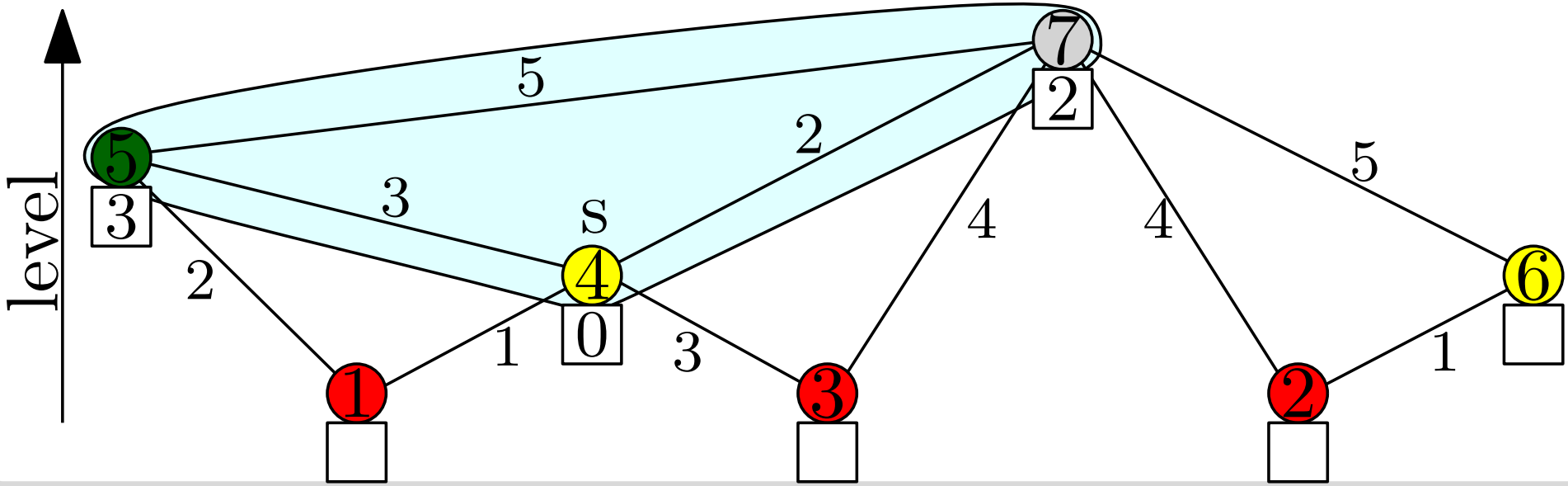
- vorwärts CH Suche von s ($\approx$ 0.05 ms)



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von *s*:

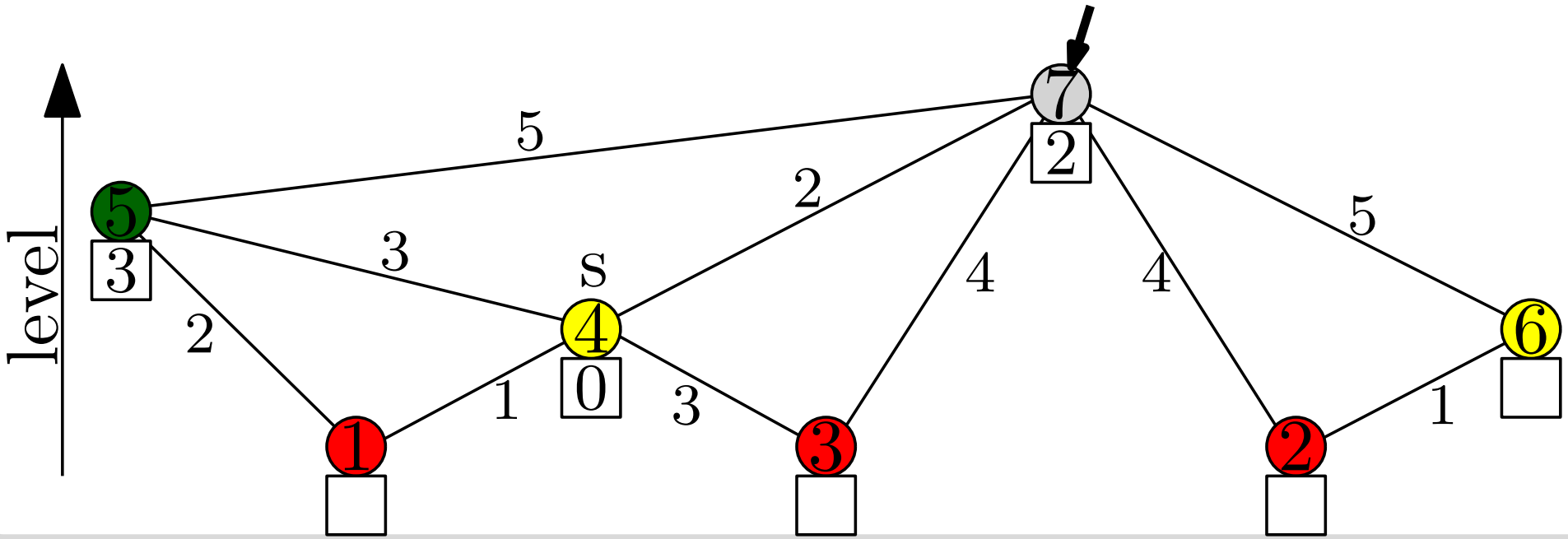
- vorwärts CH Suche von *s* ($\approx$ 0.05 ms)
- setze Distanzen *d* für alle erreichten Knoten



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

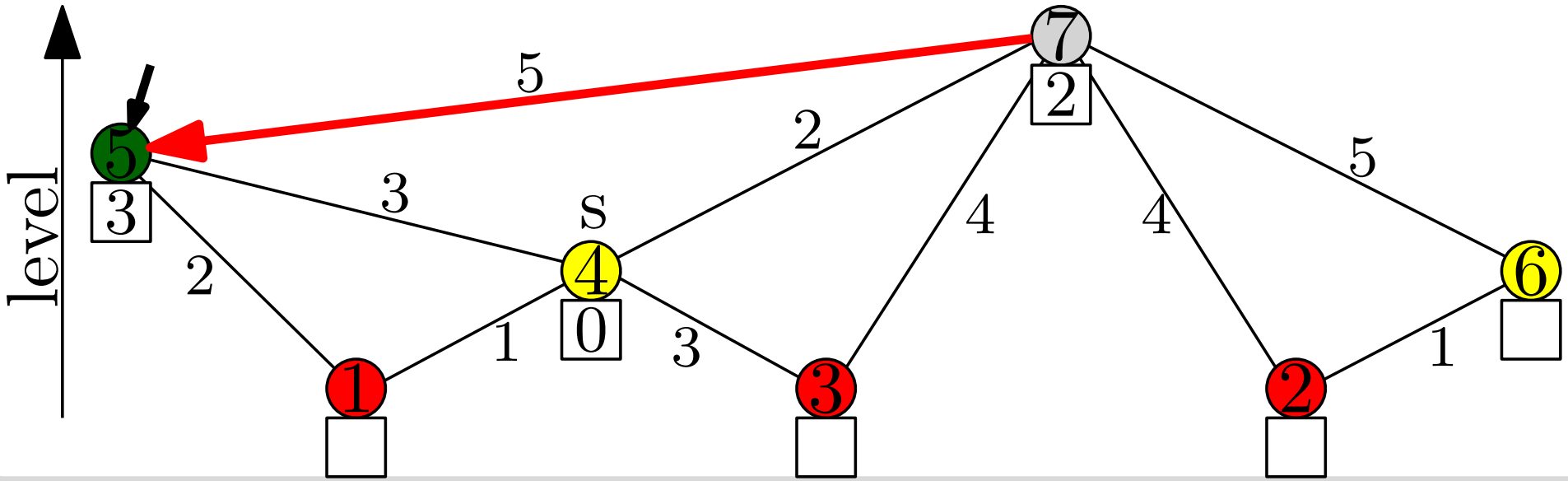
- vorwärts CH Suche von s ($\approx$ 0.05 ms)
- setze Distanzen d für alle erreichten Knoten
- bearbeite alle Knoten u in inverser Levelordnung:
  - checke eingehende Kanten (v, u) mit $lev(v) > lev(u)$
  - setze $d(u) = \min\{d(u), d(v) + w(v, u)\}$



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

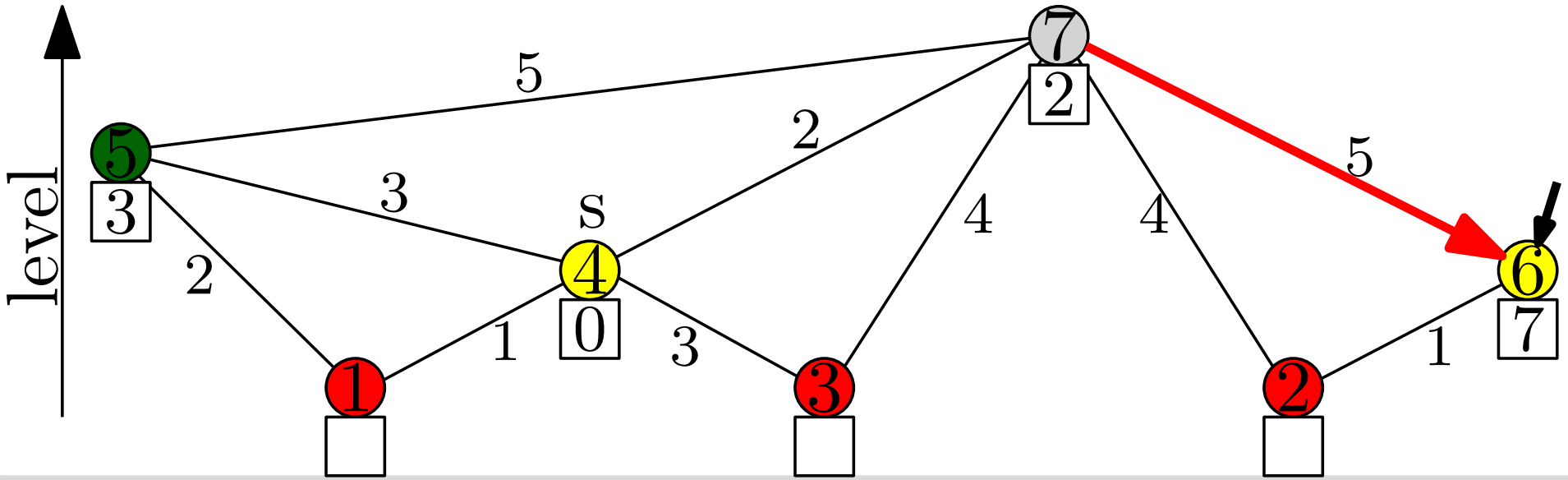
- vorwärts CH Suche von s ($\approx$ 0.05 ms)
- setze Distanzen d für alle erreichten Knoten
- bearbeite alle Knoten u in inverser Levelordnung:
  - checke eingehende Kanten (v, u) mit $lev(v) > lev(u)$
  - setze $d(u) = \min\{d(u), d(v) + w(v, u)\}$



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

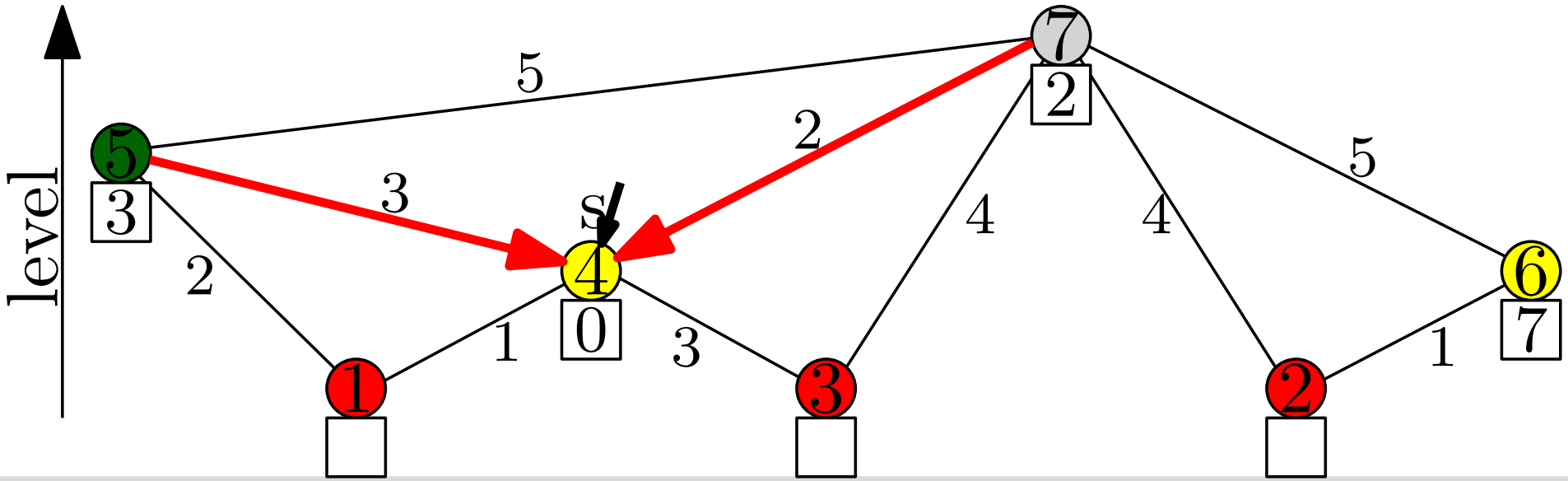
- vorwärts CH Suche von s ($\approx$ 0.05 ms)
- setze Distanzen d für alle erreichten Knoten
- bearbeite alle Knoten u in inverser Levelordnung:
  - checke eingehende Kanten (v, u) mit $lev(v) > lev(u)$
  - setze $d(u) = \min\{d(u), d(v) + w(v, u)\}$



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

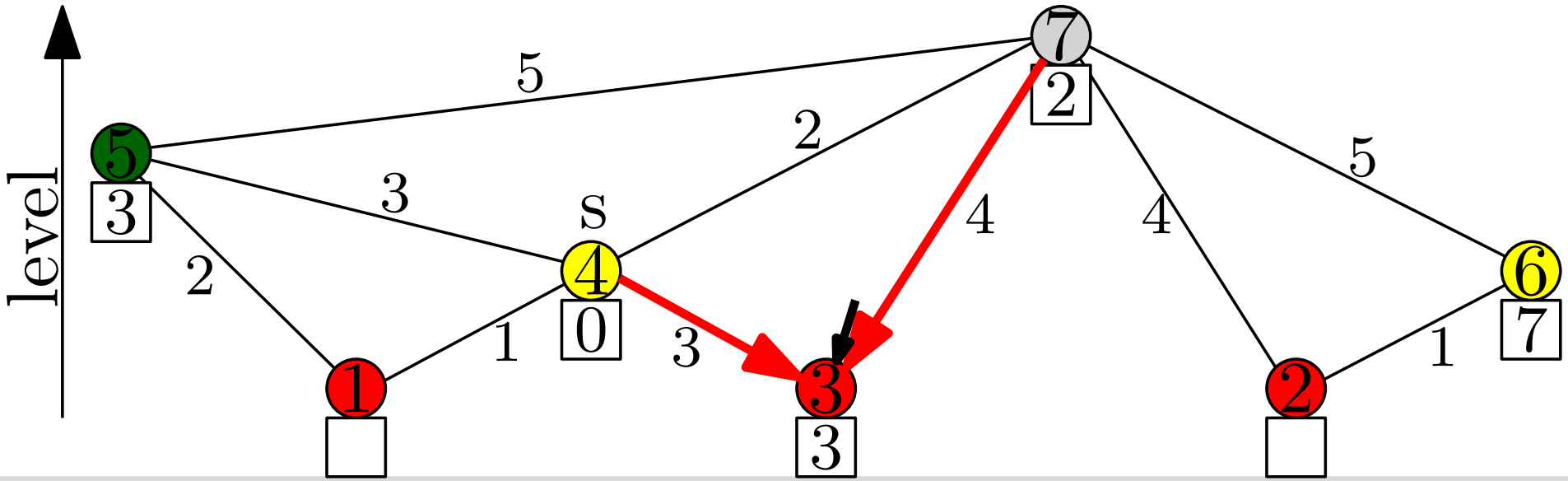
- vorwärts CH Suche von s (≈ 0.05 ms)
- setze Distanzen d für alle erreichten Knoten
- bearbeite alle Knoten u in inverser Levelordnung:
  - checke eingehende Kanten (v, u) mit $lev(v) > lev(u)$
  - setze $d(u) = \min\{d(u), d(v) + w(v, u)\}$



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

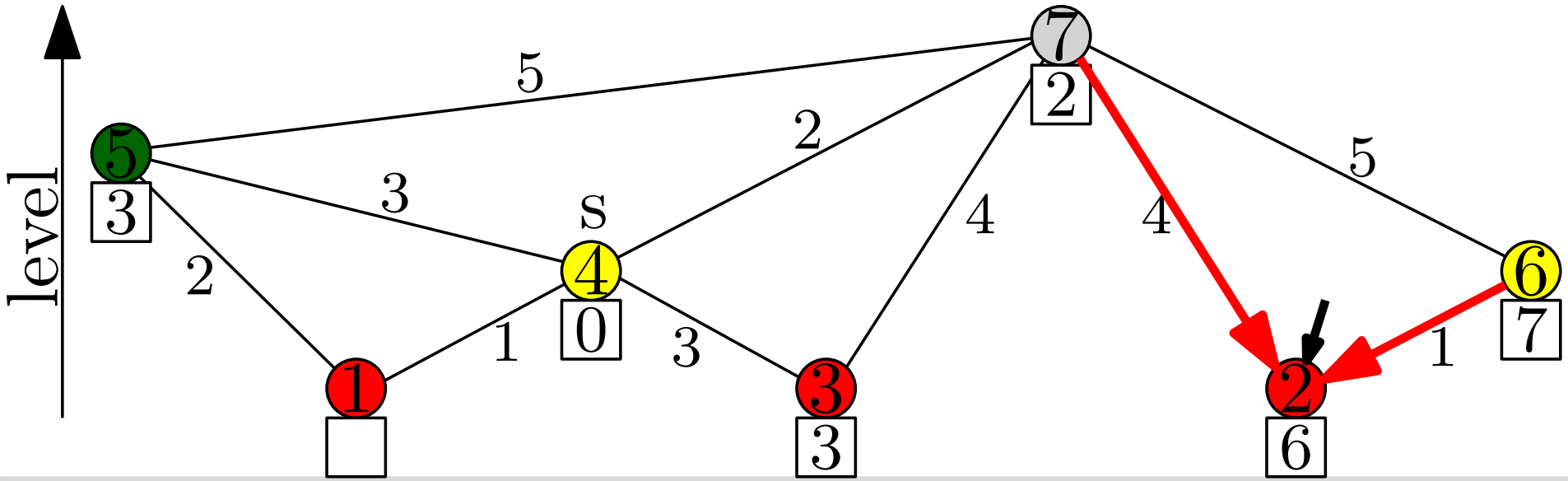
- vorwärts CH Suche von s ($\approx$ 0.05 ms)
- setze Distanzen d für alle erreichten Knoten
- bearbeite alle Knoten u in inverser Levelordnung:
  - checke eingehende Kanten (v, u) mit $lev(v) > lev(u)$
  - setze $d(u) = \min\{d(u), d(v) + w(v, u)\}$



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

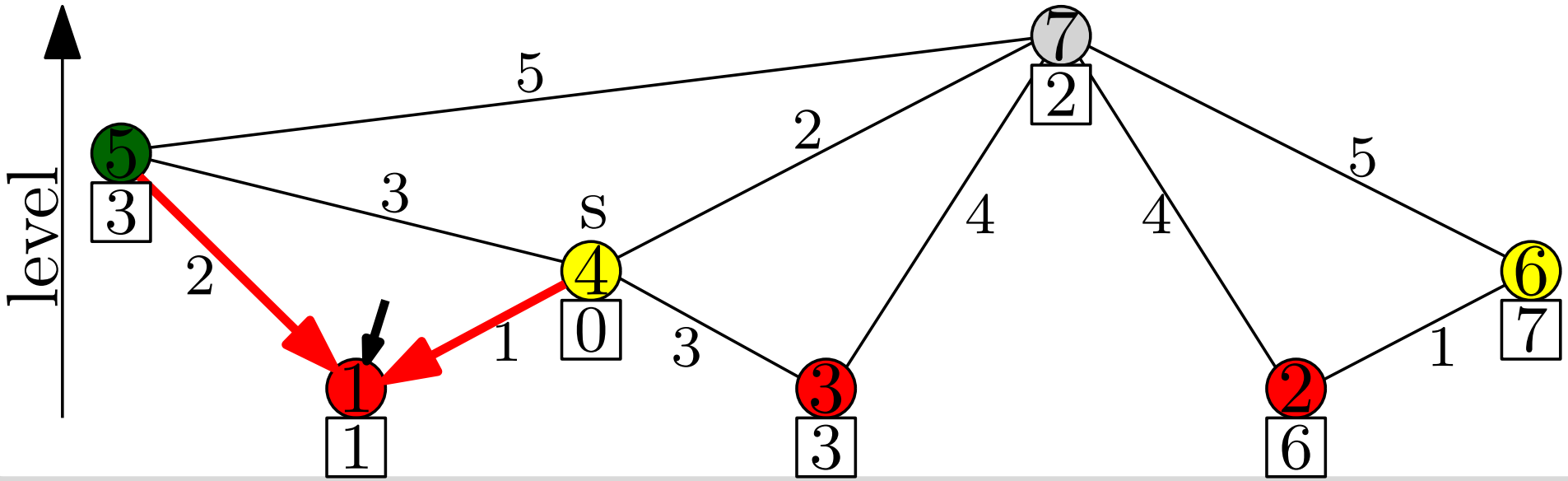
- vorwärts CH Suche von s ($\approx$ 0.05 ms)
- setze Distanzen d für alle erreichten Knoten
- bearbeite alle Knoten u in inverser Levelordnung:
  - checke eingehende Kanten (v, u) mit $lev(v) > lev(u)$
  - setze $d(u) = \min\{d(u), d(v) + w(v, u)\}$



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

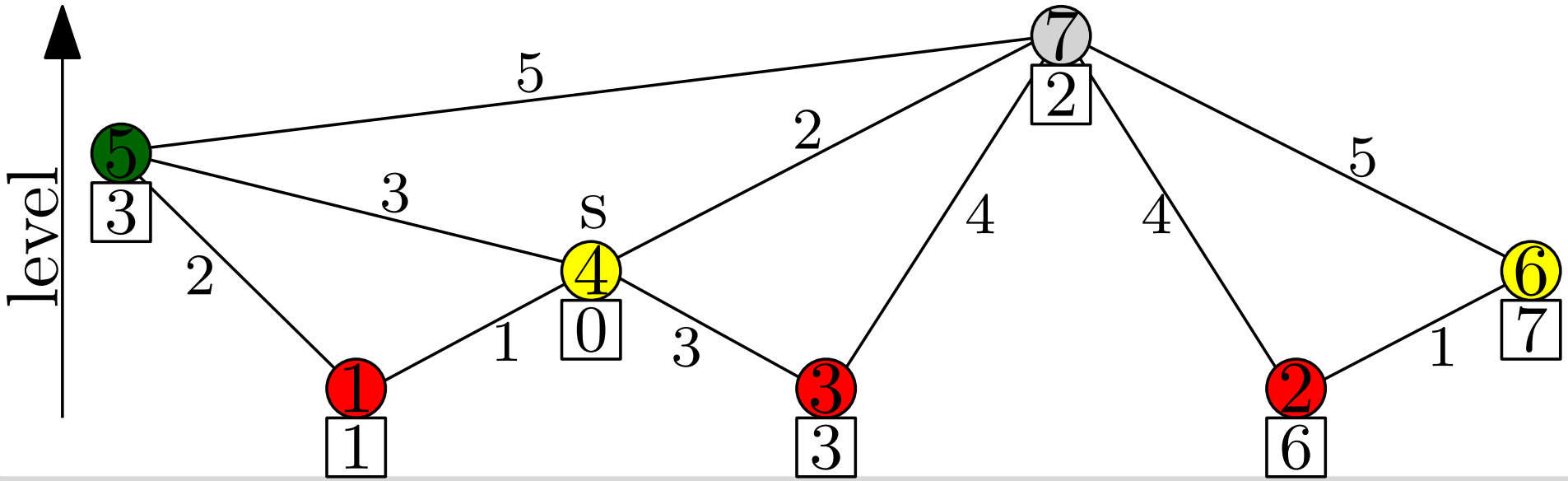
- vorwärts CH Suche von s ($\approx$ 0.05 ms)
- setze Distanzen d für alle erreichten Knoten
- bearbeite alle Knoten u in inverser Levelordnung:
  - checke eingehende Kanten (v, u) mit $lev(v) > lev(u)$
  - setze $d(u) = \min\{d(u), d(v) + w(v, u)\}$



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

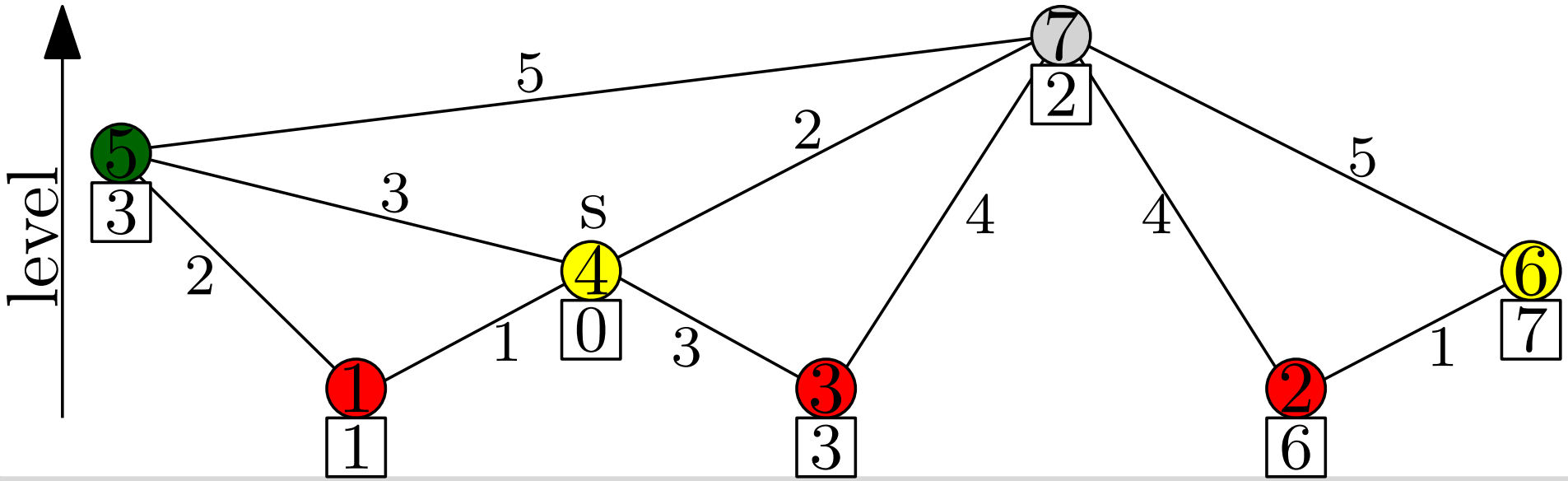
- vorwärts CH Suche von s ($\approx$ 0.05 ms)
- setze Distanzen d für alle erreichten Knoten
- bearbeite alle Knoten u in inverser Levelordnung:
  - checke eingehende Kanten (v, u) mit $lev(v) > lev(u)$
  - setze $d(u) = \min\{d(u), d(v) + w(v, u)\}$
- top-down Bearbeitung ohne Priority Queue (ca. 2.0 s)



Neuer Anfragealgorithmus

one-to-all Suche von s:

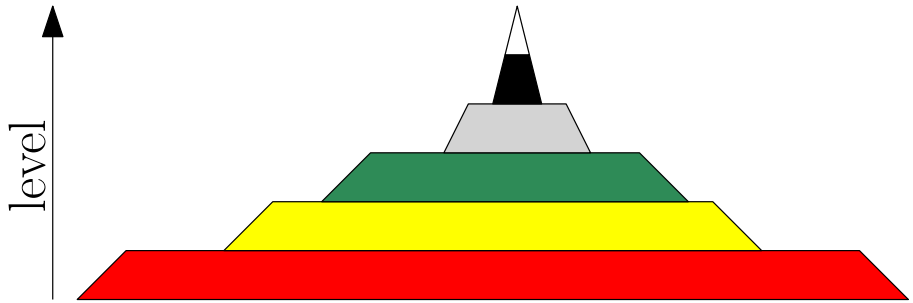
- vorwärts CH Suche von s ($\approx$ 0.05 ms)
- setze Distanzen d für alle erreichten Knoten
- bearbeite alle Knoten u in inverser Levelordnung:
  - checke eingehende Kanten (v, u) mit $lev(v) > lev(u)$
  - setze $d(u) = \min\{d(u), d(v) + w(v, u)\}$
- top-down Bearbeitung ohne Priority Queue (ca. 2.0 s)
- genauso schnell wie BFS. Warum das ganze?



Analyse

Beobachtung:

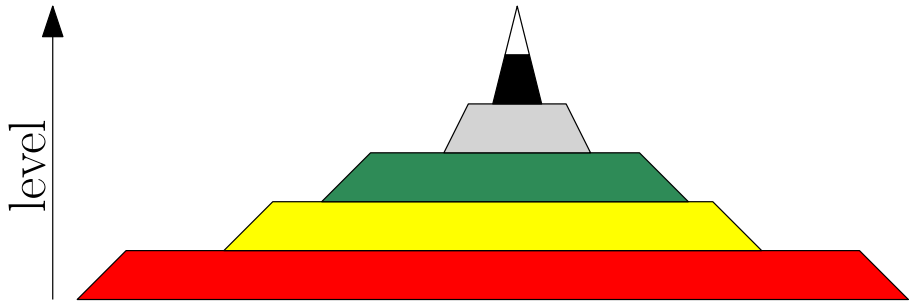
- top-down Prozess ist der Flaschenhals



Analyse

Beobachtung:

- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient

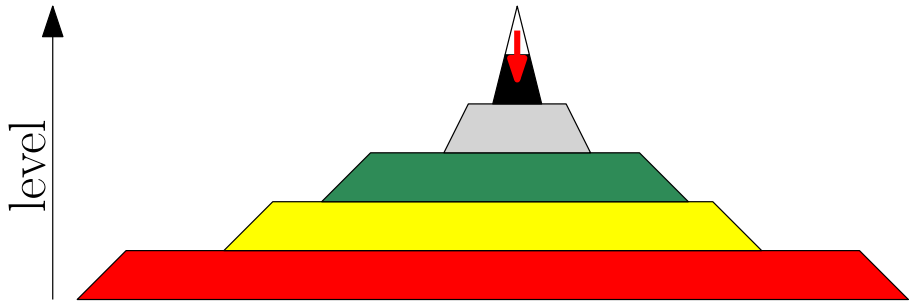


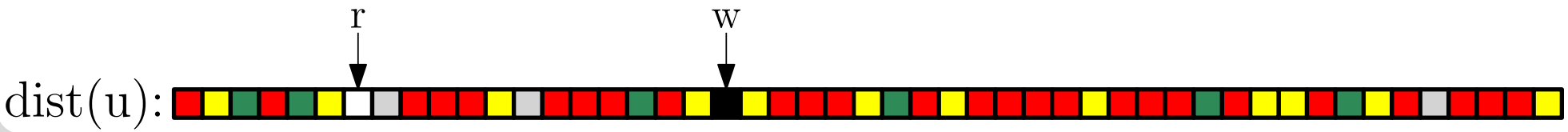
$\mathrm{dist}(u)$:

Analyse

Beobachtung:

- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient

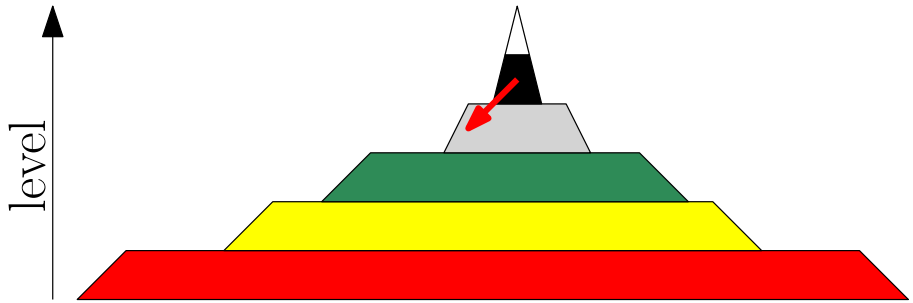


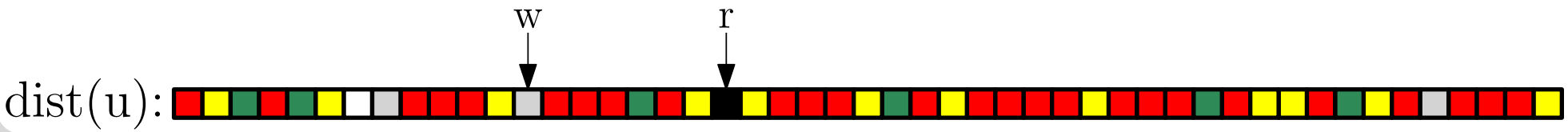


Analyse

Beobachtung:

- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient

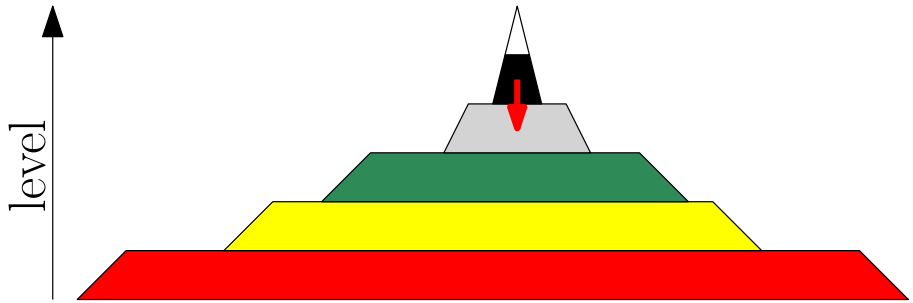


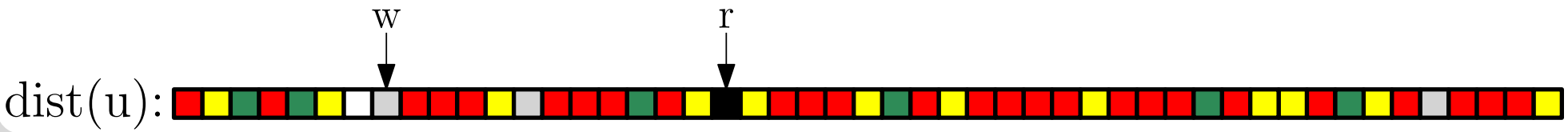


Analyse

Beobachtung:

- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient

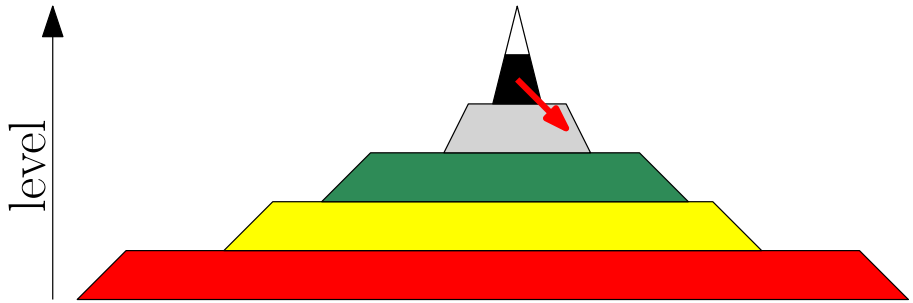


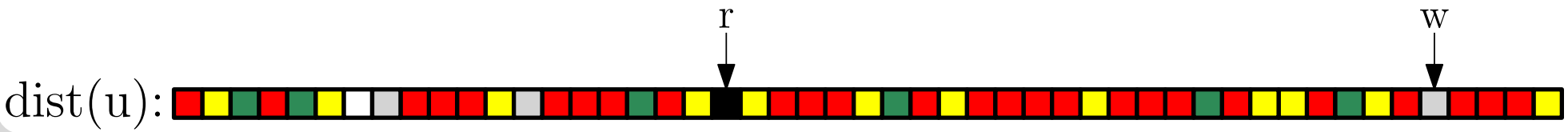


Analyse

Beobachtung:

- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient

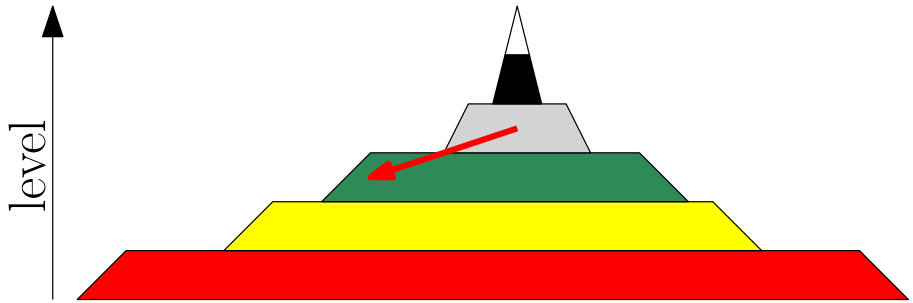




Analyse

Beobachtung:

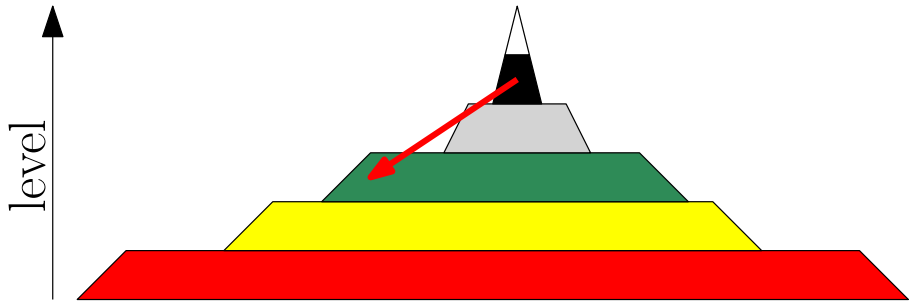
- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient

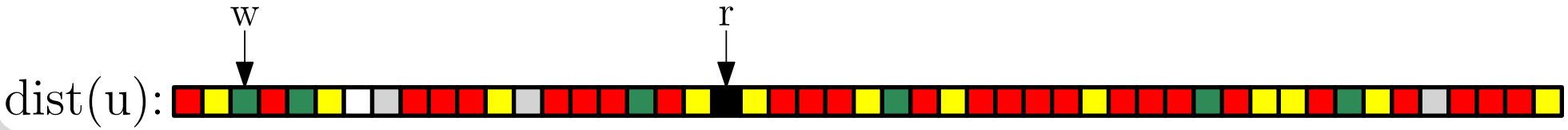


Analyse

Beobachtung:

- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient

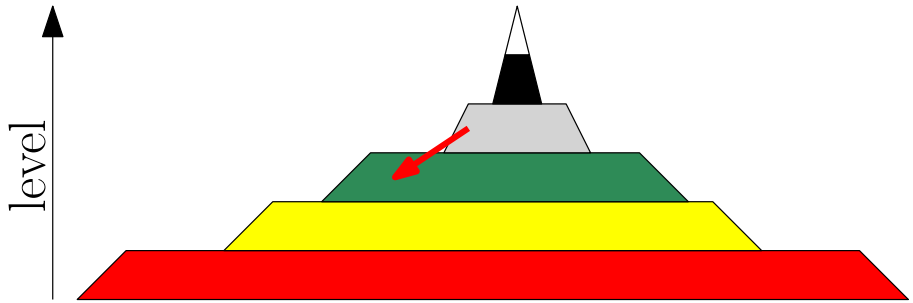




Analyse

Beobachtung:

- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s



Analyse

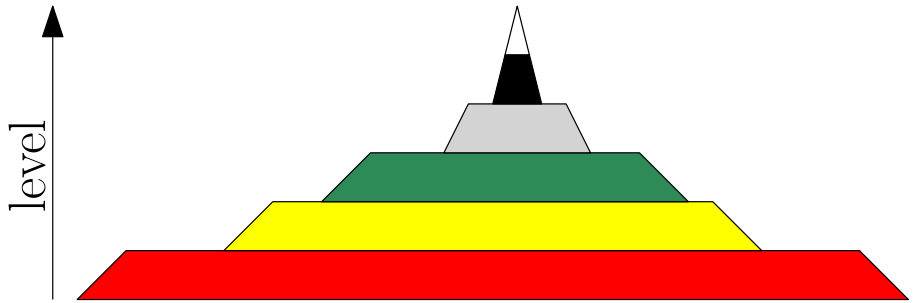
Beobachtung:

- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s

Idee:

- speicher $G_{\uparrow}$ und $G_{\downarrow}$ separat
- Umordnung der Knoten, Kanten, und Distanzlabel nach Level

$\Rightarrow$ lesen der Kanten und schreiben der Distanzen wird zu einem sequenziellen Sweep



Analyse

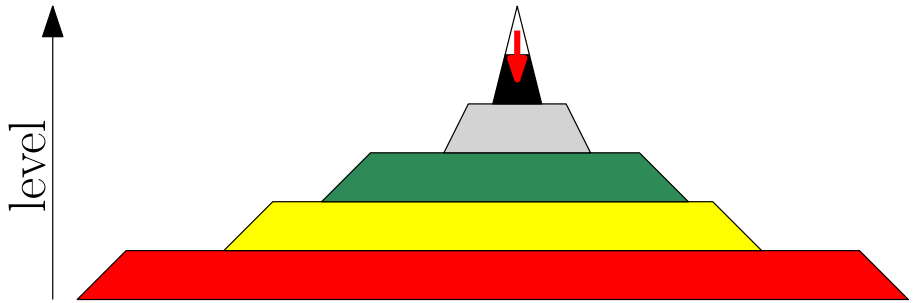
Beobachtung:

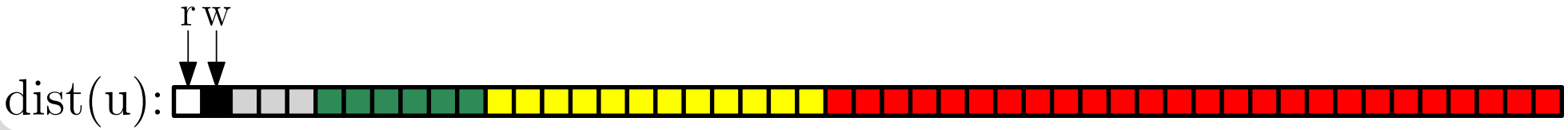
- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s

Idee:

- speicher $G_{\uparrow}$ und $G_{\downarrow}$ separat
- Umordnung der Knoten, Kanten, und Distanzlabel nach Level

$\Rightarrow$ lesen der Kanten und schreiben der Distanzen wird zu einem sequenziellen Sweep





Analyse

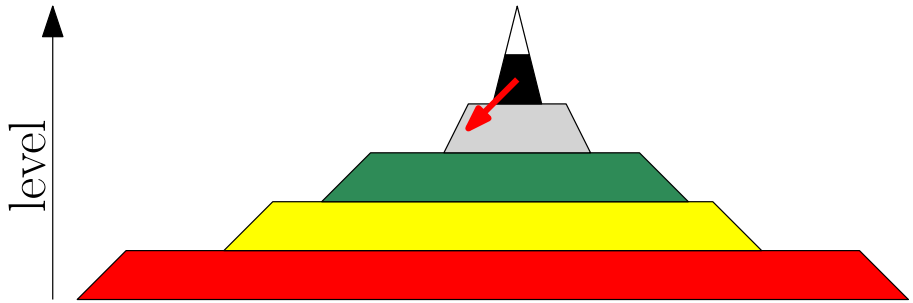
Beobachtung:

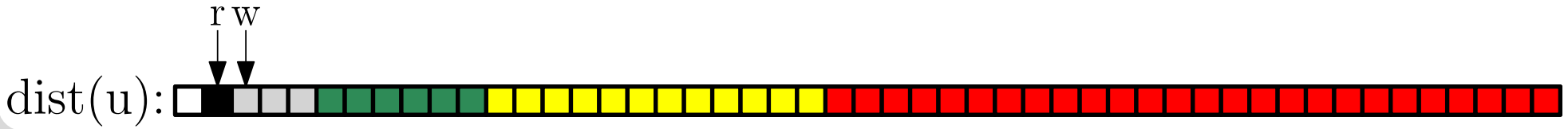
- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s

Idee:

- speicher $G_{\uparrow}$ und $G_{\downarrow}$ separat
- Umordnung der Knoten, Kanten, und Distanzlabel nach Level

$\Rightarrow$ lesen der Kanten und schreiben der Distanzen wird zu einem sequenziellen Sweep





Analyse

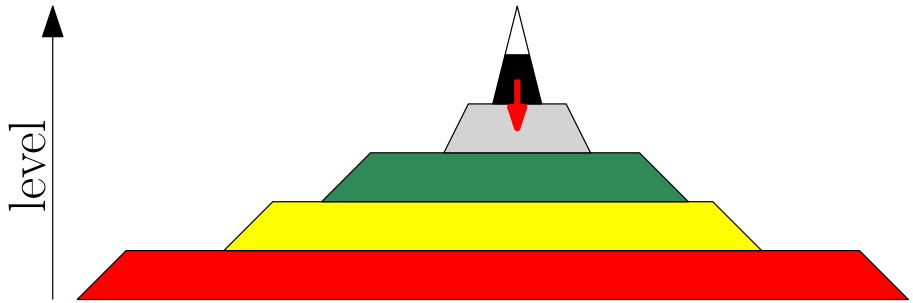
Beobachtung:

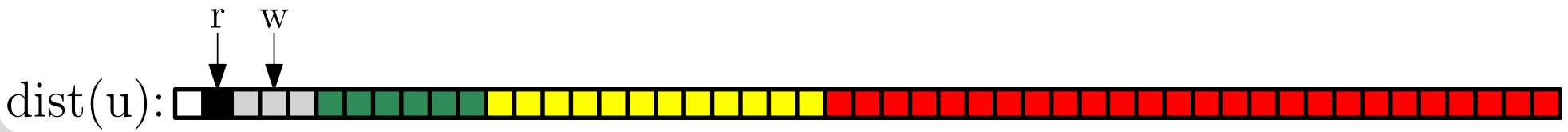
- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s

Idee:

- speicher $G_{\uparrow}$ und $G_{\downarrow}$ separat
- Umordnung der Knoten, Kanten, und Distanzlabel nach Level

$\Rightarrow$ lesen der Kanten und schreiben der Distanzen wird zu einem sequenziellen Sweep





Analyse

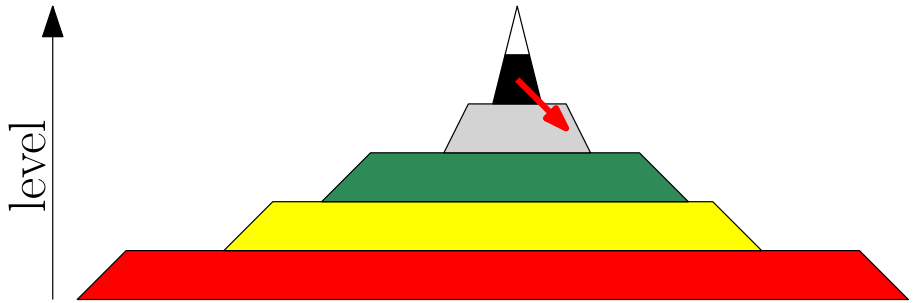
Beobachtung:

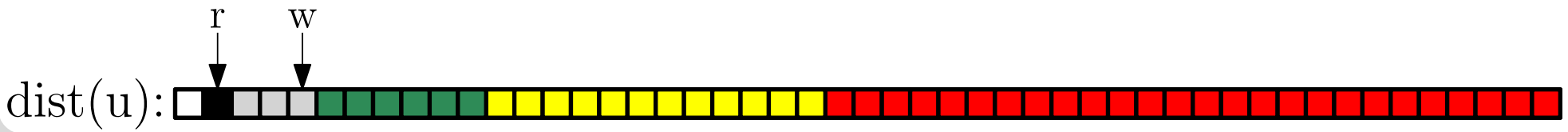
- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s

Idee:

- speicher $G_{\uparrow}$ und $G_{\downarrow}$ separat
- Umordnung der Knoten, Kanten, und Distanzlabel nach Level

$\Rightarrow$ lesen der Kanten und schreiben der Distanzen wird zu einem sequenziellen Sweep





Analyse

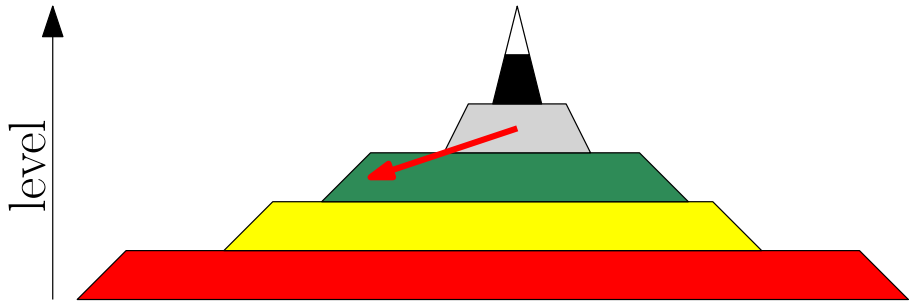
Beobachtung:

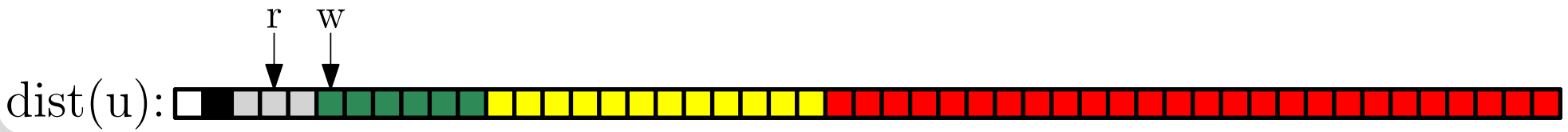
- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s

Idee:

- speicher $G_{\uparrow}$ und $G_{\downarrow}$ separat
- Umordnung der Knoten, Kanten, und Distanzlabel nach Level

$\Rightarrow$ lesen der Kanten und schreiben der Distanzen wird zu einem sequenziellen Sweep





Analyse

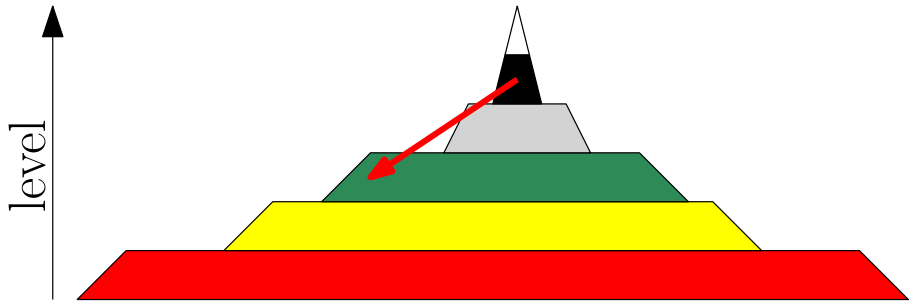
Beobachtung:

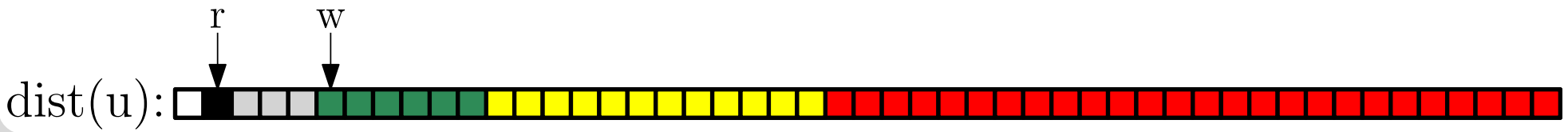
- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s

Idee:

- speicher $G_{\uparrow}$ und $G_{\downarrow}$ separat
- Umordnung der Knoten, Kanten, und Distanzlabel nach Level

$\Rightarrow$ lesen der Kanten und schreiben der Distanzen wird zu einem sequenziellen Sweep





Analyse

Beobachtung:

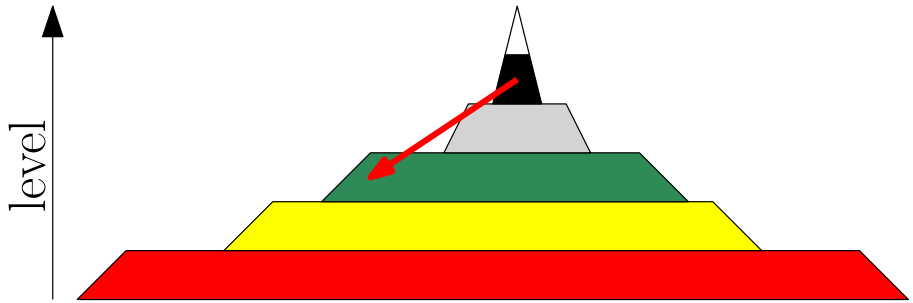
- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s

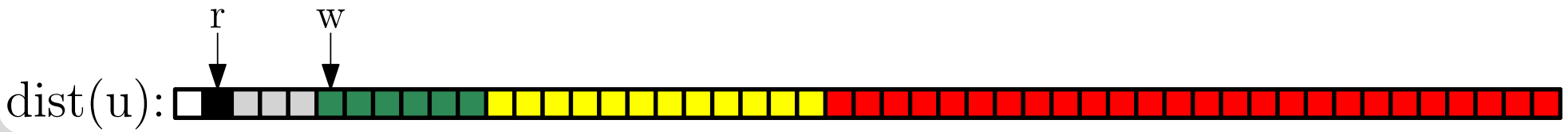
Idee:

- speicher $G_{\uparrow}$ und $G_{\downarrow}$ separat
- Umordnung der Knoten, Kanten, und Distanzlabel nach Level

$\Rightarrow$ lesen der Kanten und schreiben der Distanzen wird zu einem sequenziellen Sweep

$\Rightarrow$ 172 ms pro Baum





Analyse

Beobachtung:

- top-down Prozess ist der Flaschenhals
- Zugriff auf die Daten ist immer noch ineffizient
- Zugriffsmuster sind unabhängig von s

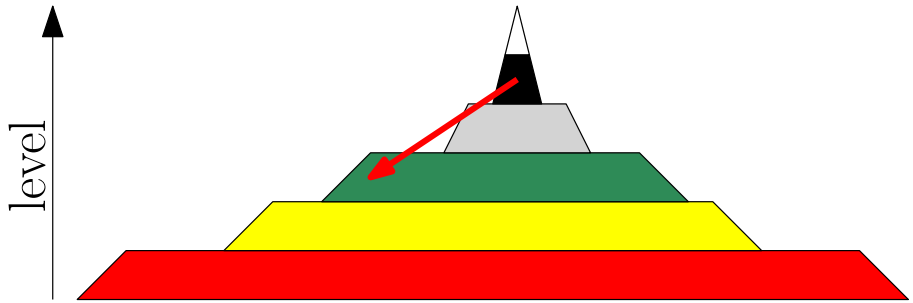
Idee:

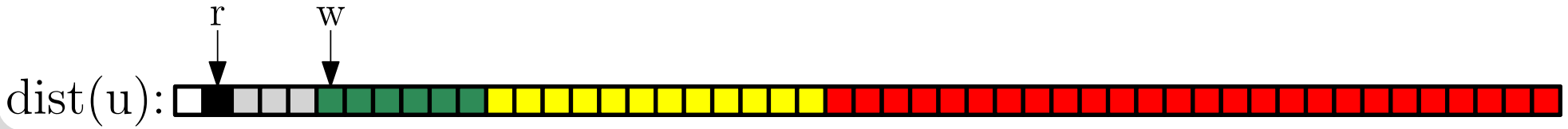
- speicher $G_{\uparrow}$ und $G_{\downarrow}$ separat
- Umordnung der Knoten, Kanten, und Distanzlabel nach Level

$\Rightarrow$ lesen der Kanten und schreiben der Distanzen wird zu einem sequenziellen Sweep

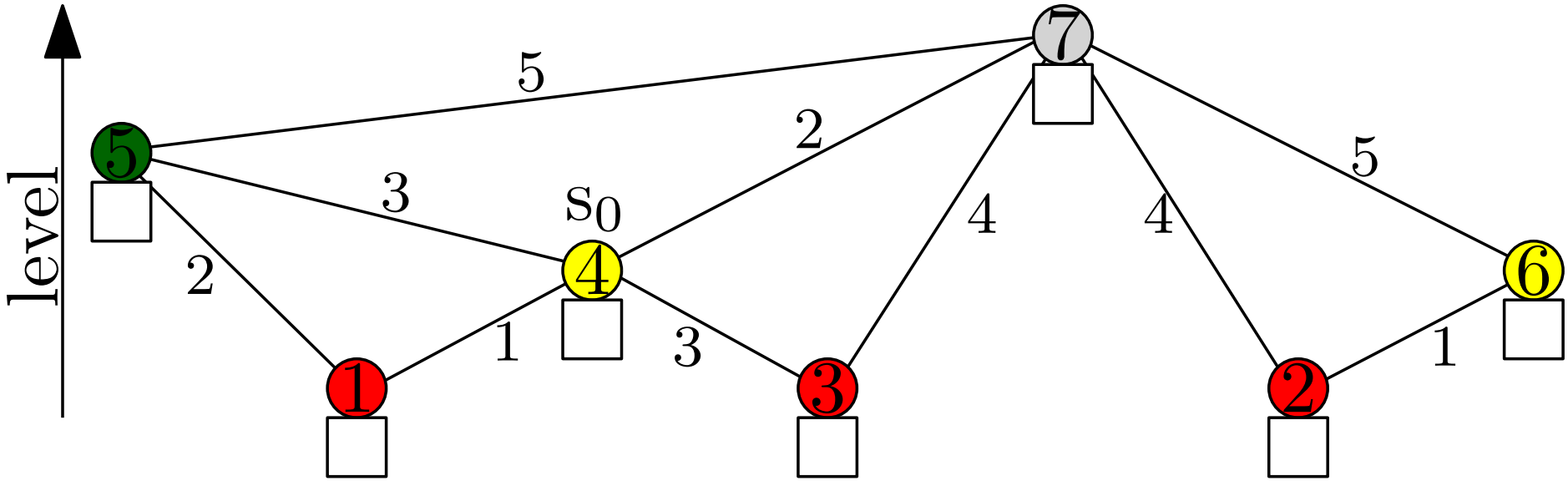
$\Rightarrow$ 172 ms pro Baum

- aber lesen der Distanzen immer noch ineffizient



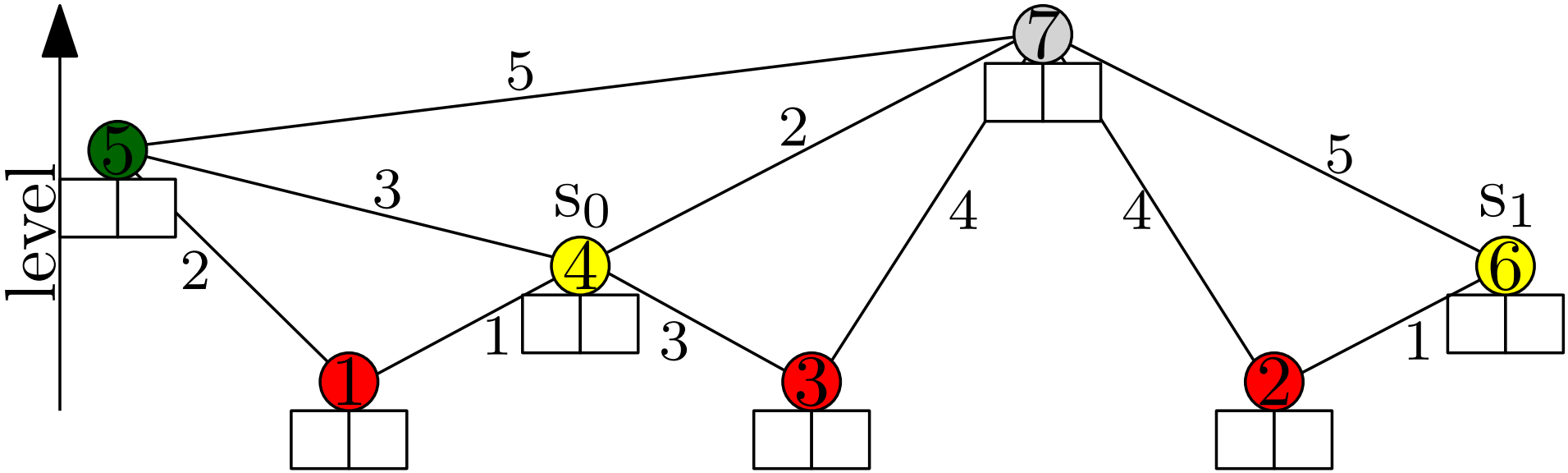


Szenario: Multiple Startknoten



Szenario: Multiple Startknoten

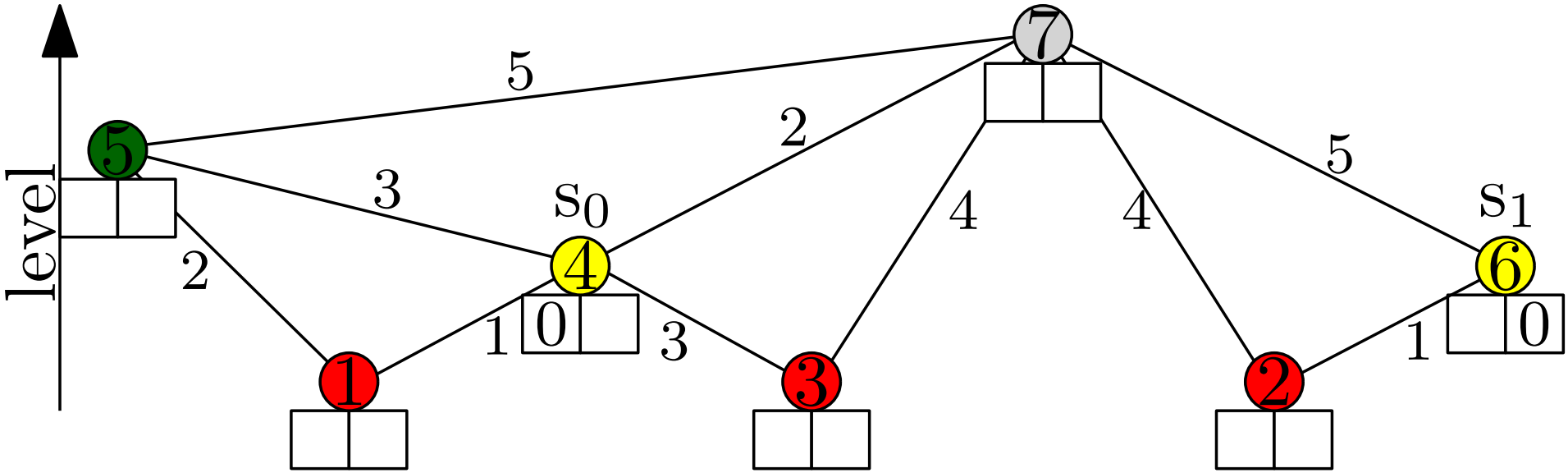
Idee:



Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

- k Vorwärtssuchen

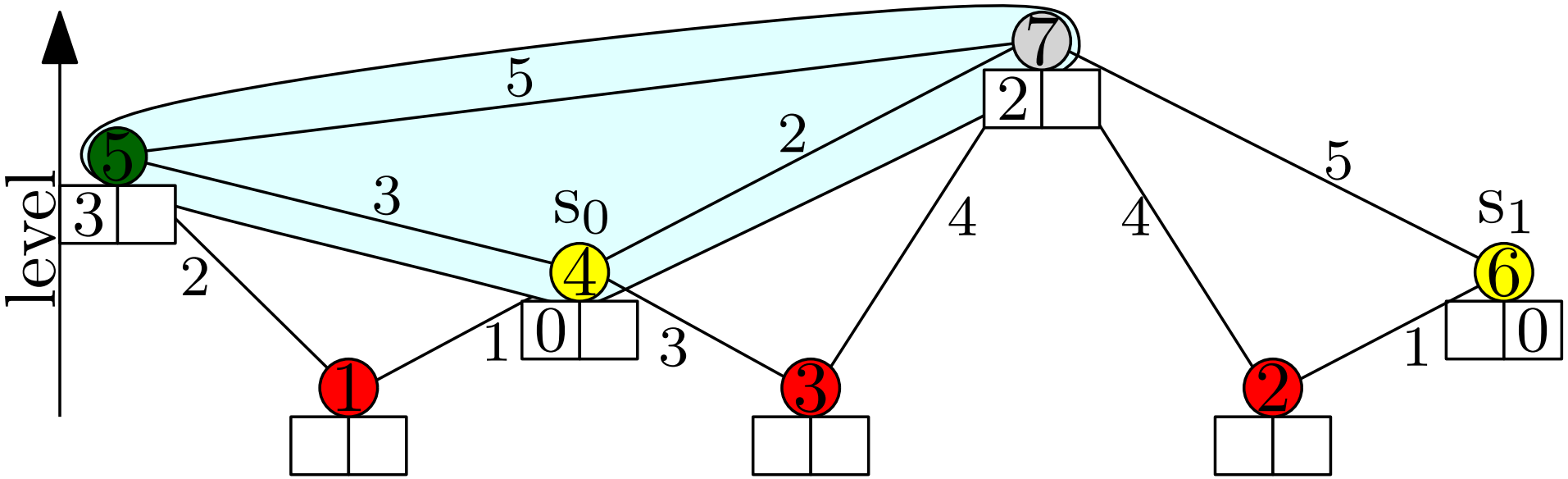


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

- k Vorwärtssuchen

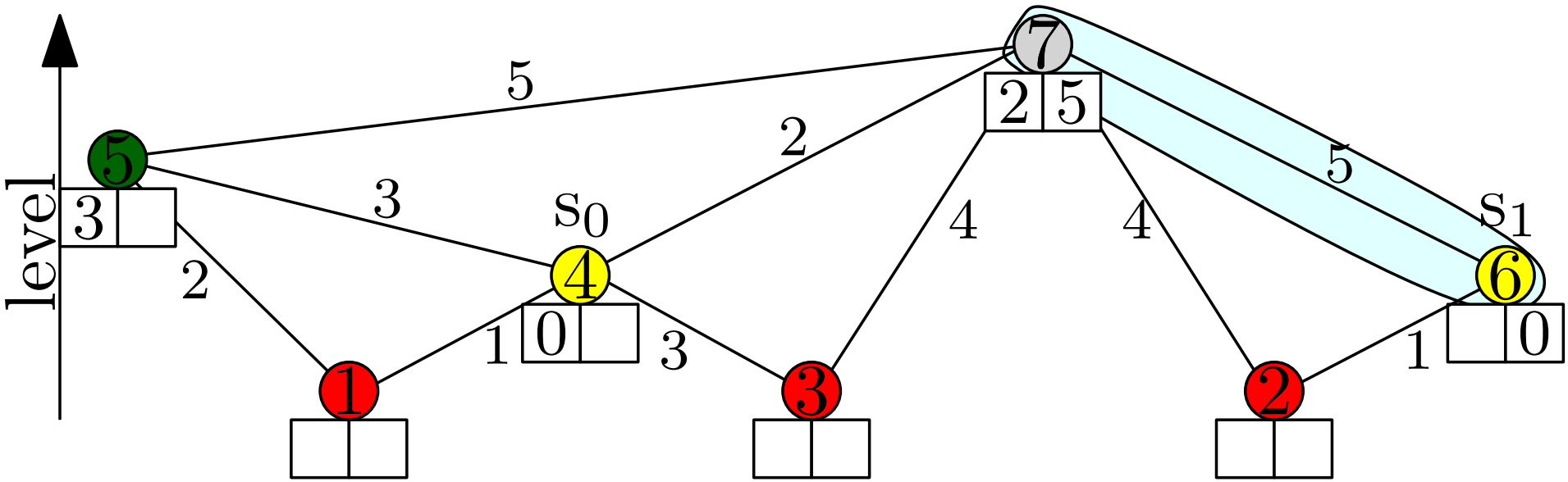


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

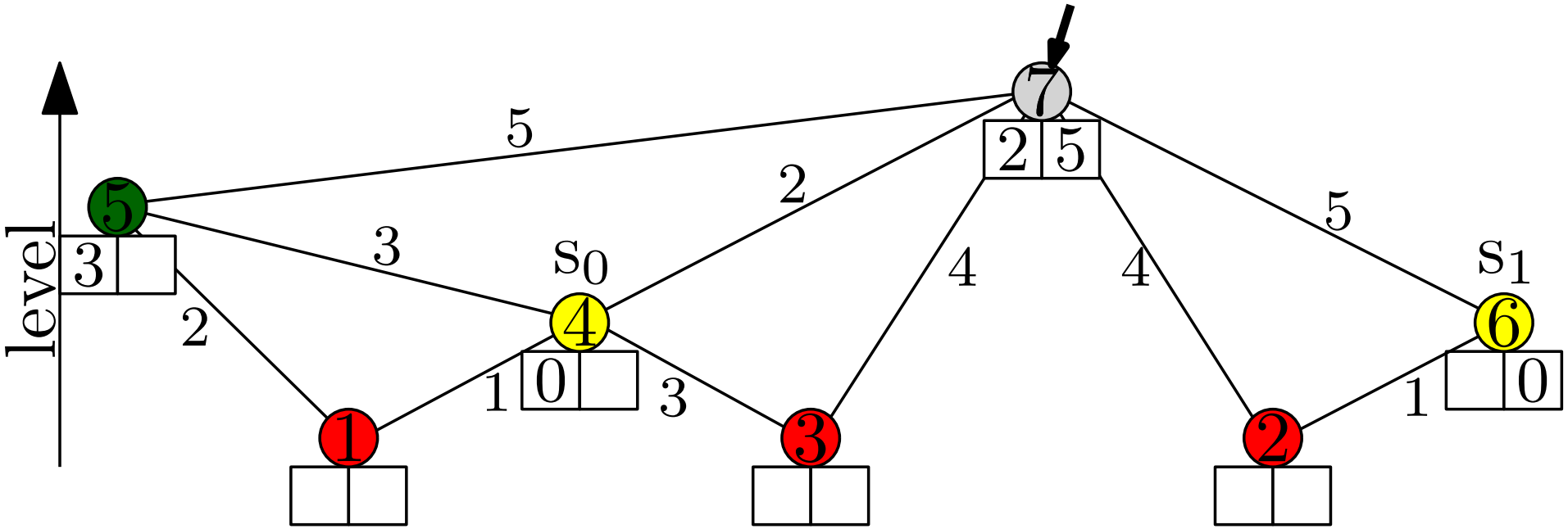
- k Vorwärtssuchen



Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

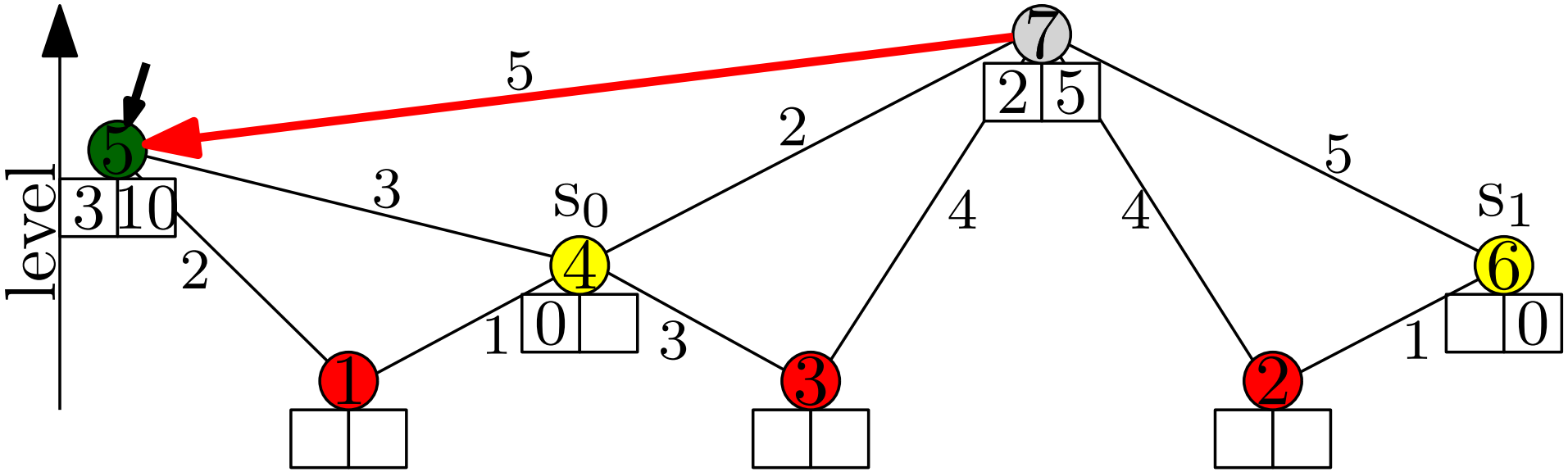
- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten



Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

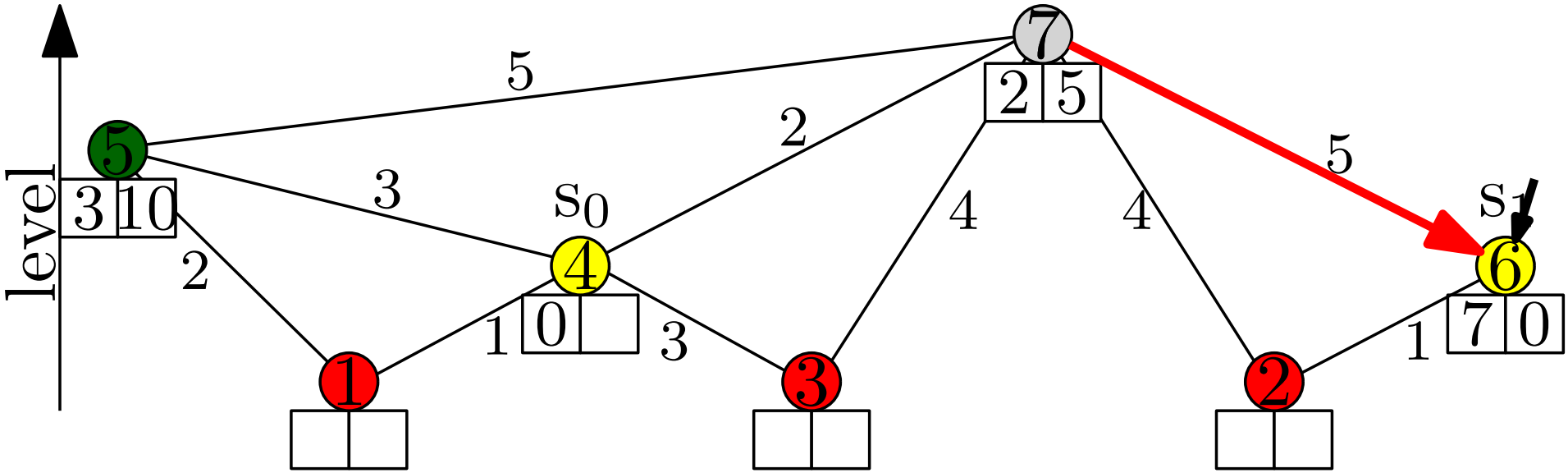
- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten



Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

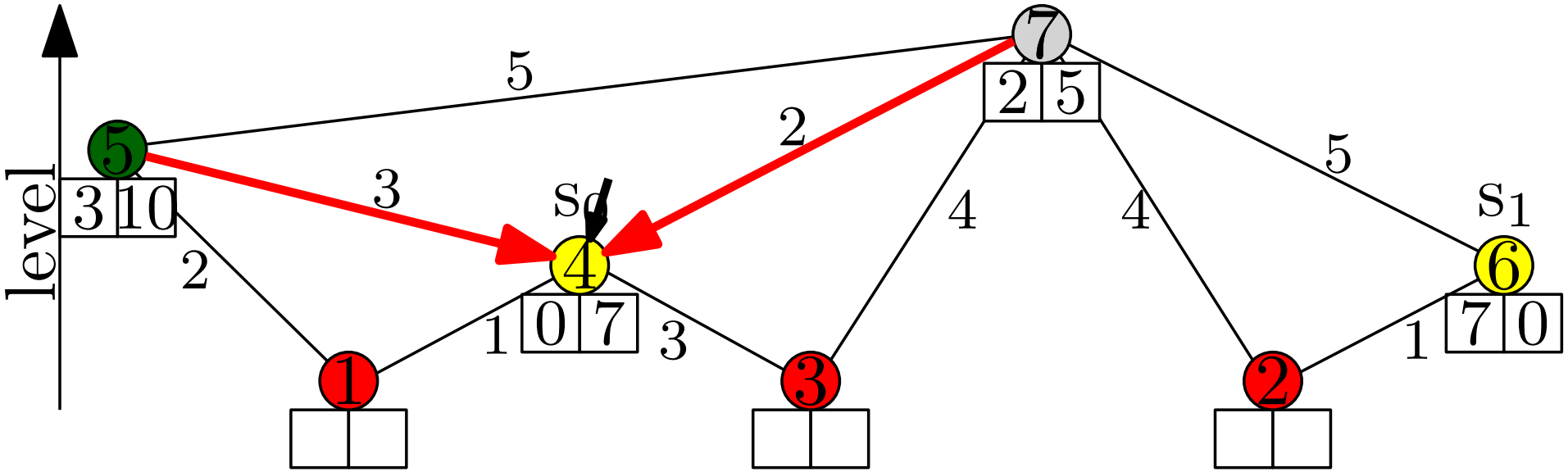
- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten



Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

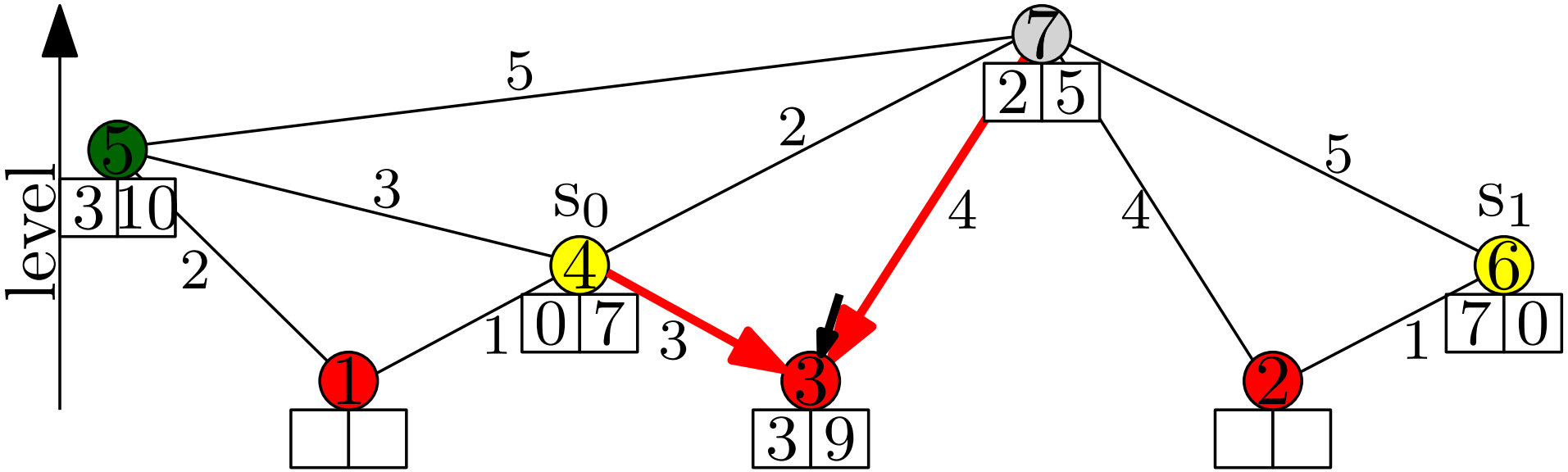
- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten



Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

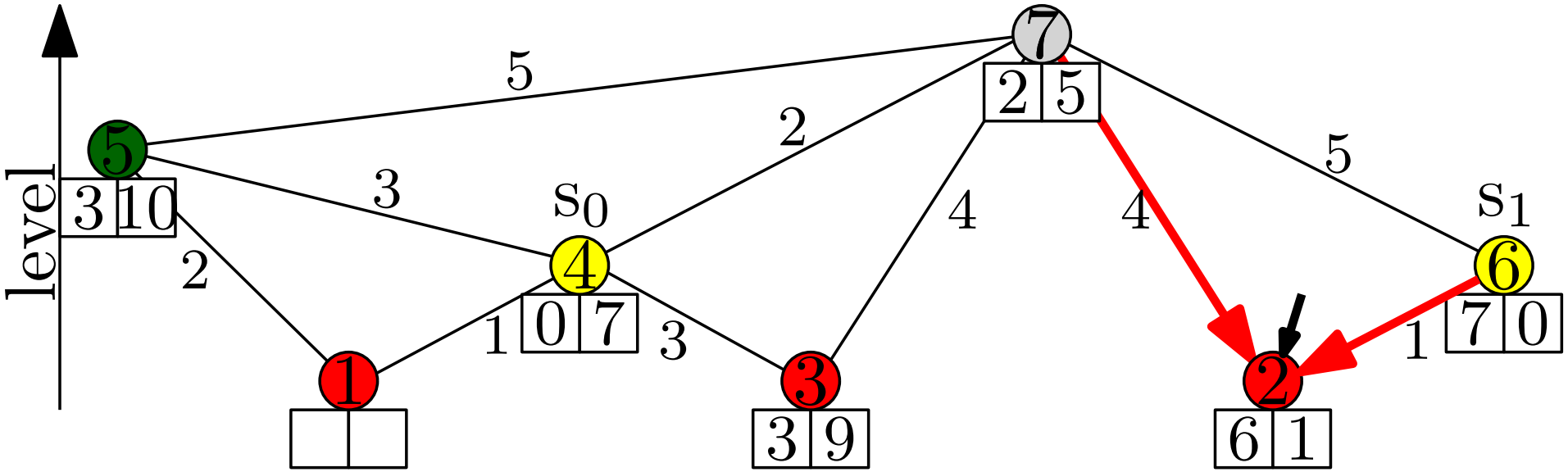
- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten



Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

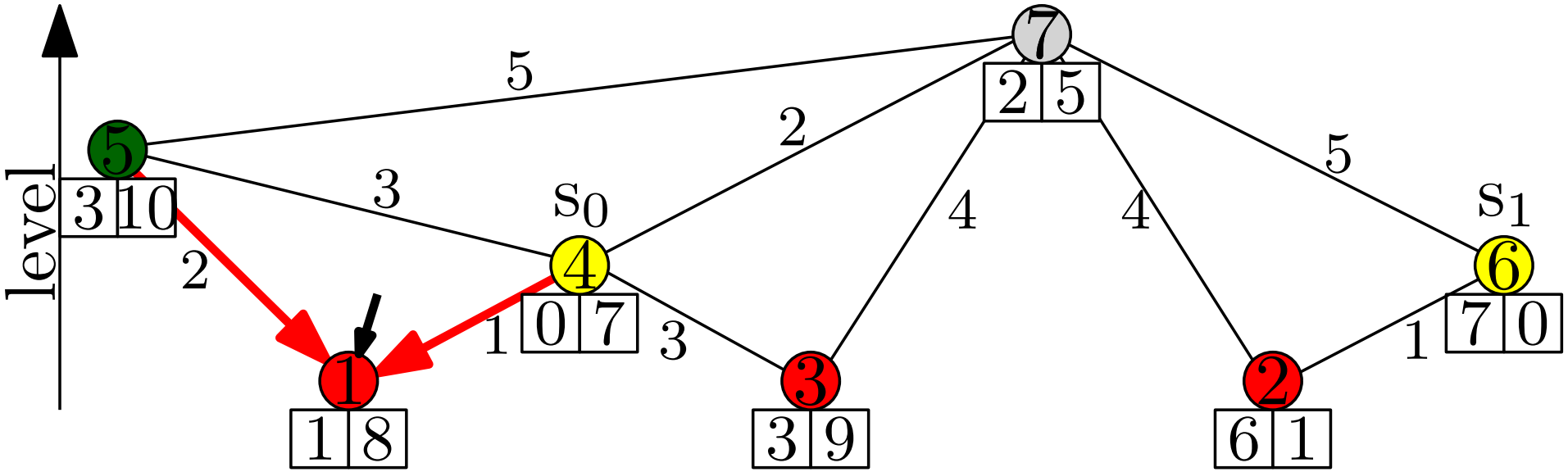
- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten



Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

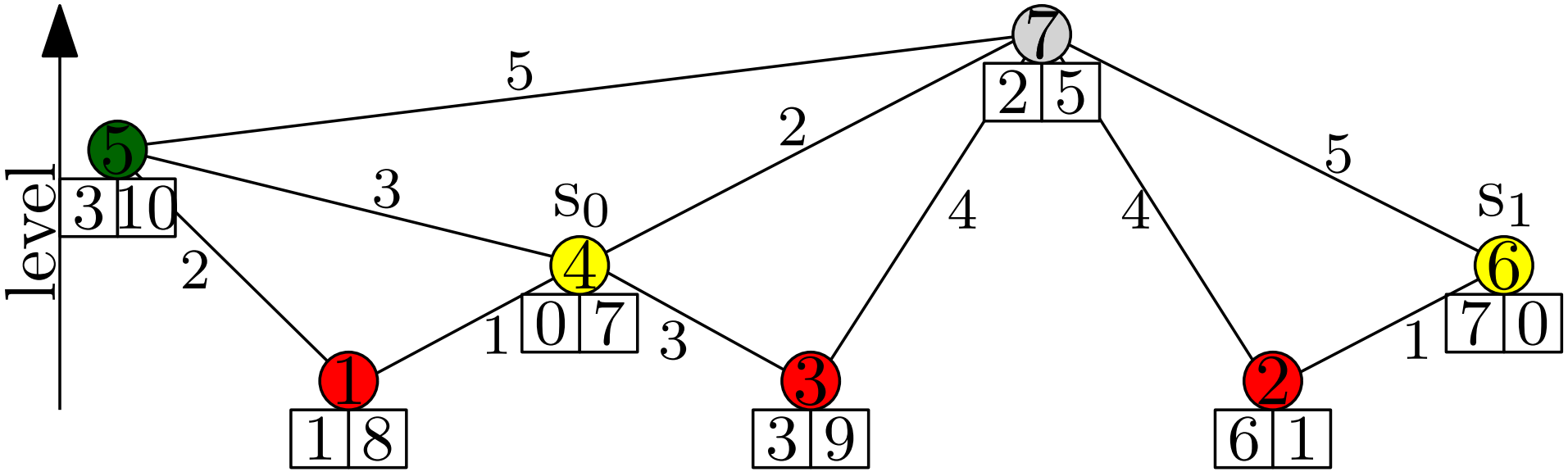
- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten



Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten
- 96.8 ms pro Baum ($k = 16$)



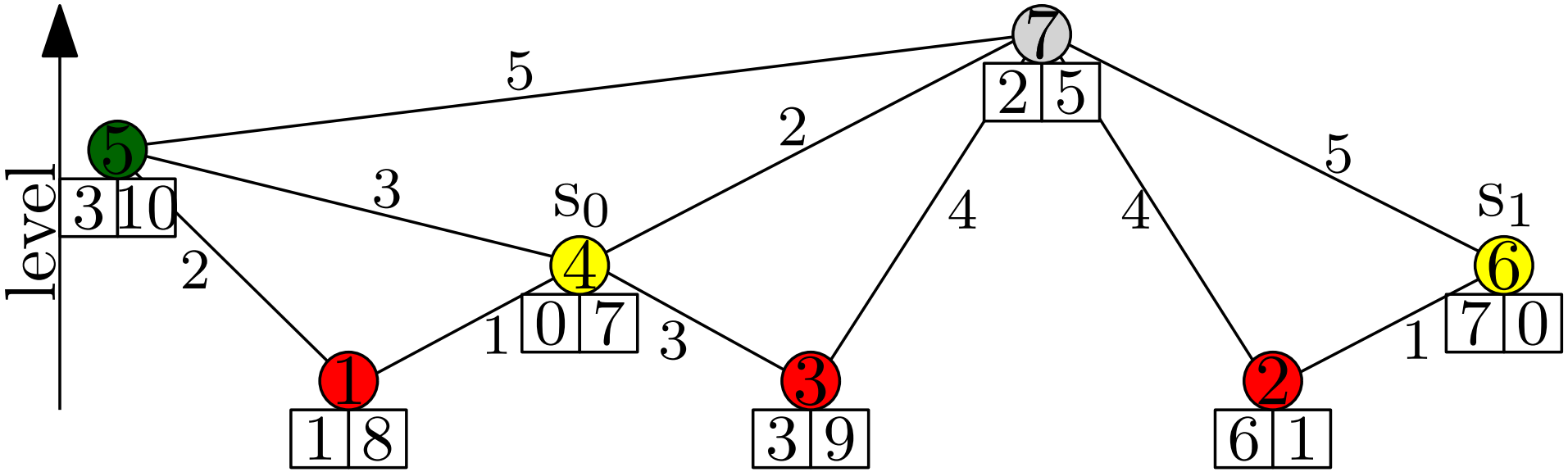
Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten
- 96.8 ms pro Baum ($k = 16$)

SSE:

- 128-bit Register
- Basisoperationen (min, add) für vier 32-bit Integer parallel
- scanne 4 Distanzlabel auf einmal



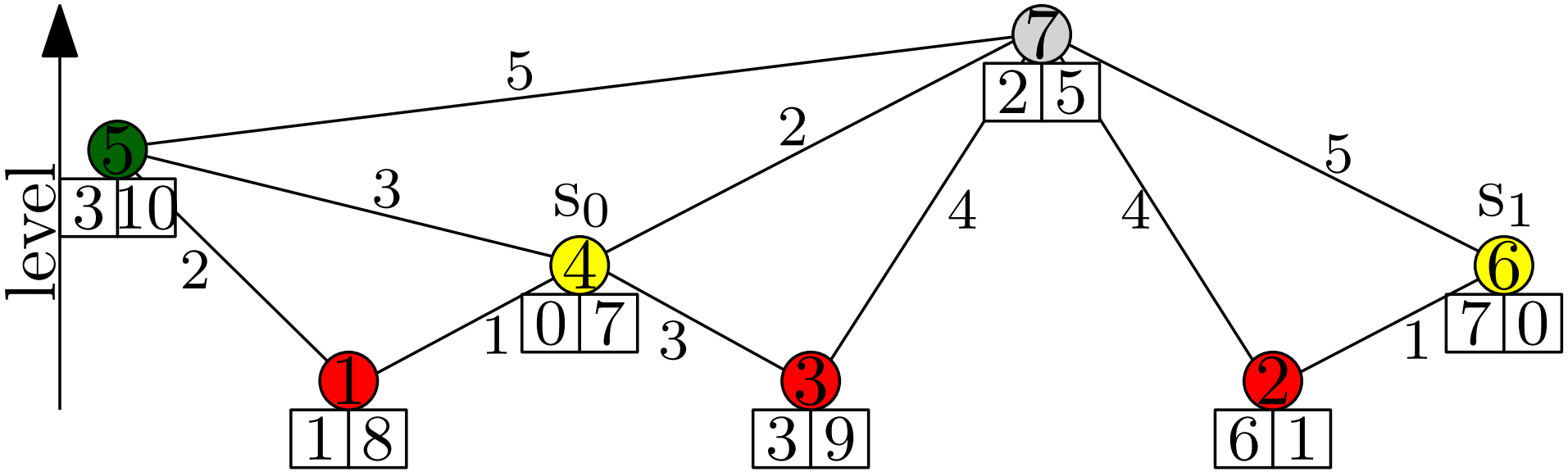
Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten
- 96.8 ms pro Baum ($k = 16$)

SSE:

- 128-bit Register
- Basisoperationen (min, add) für vier 32-bit Integer parallel
- scanne 4 Distanzlabel auf einmal
- 37.1 ms pro Baum ($k = 16$)



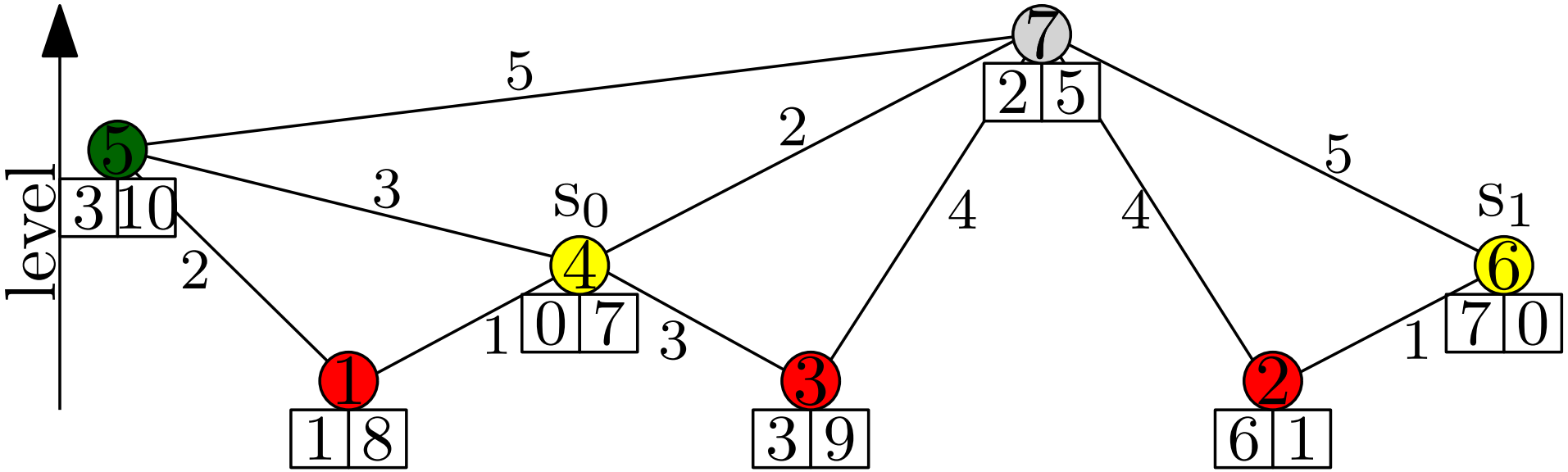
Szenario: Multiple Startknoten

Idee:

- k Vorwärtssuchen
- ein sweep (update aller k Werte)
- speicher Distanzlabel pro Knoten
- 96.8 ms pro Baum ($k = 16$)

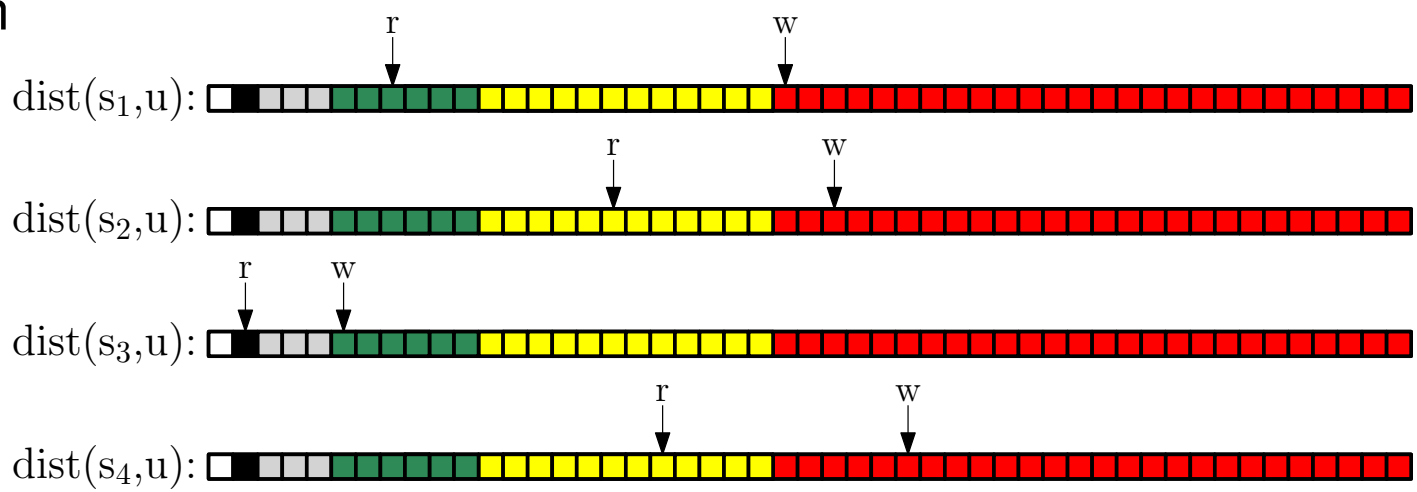
SSE:

- 128-bit Register
- Basisoperationen (min, add) für vier 32-bit Integer parallel
- scanne 4 Distanzlabel auf einmal
- 37.1 ms pro Baum ($k = 16$)
- Neuere Rechner: 256-bit Register



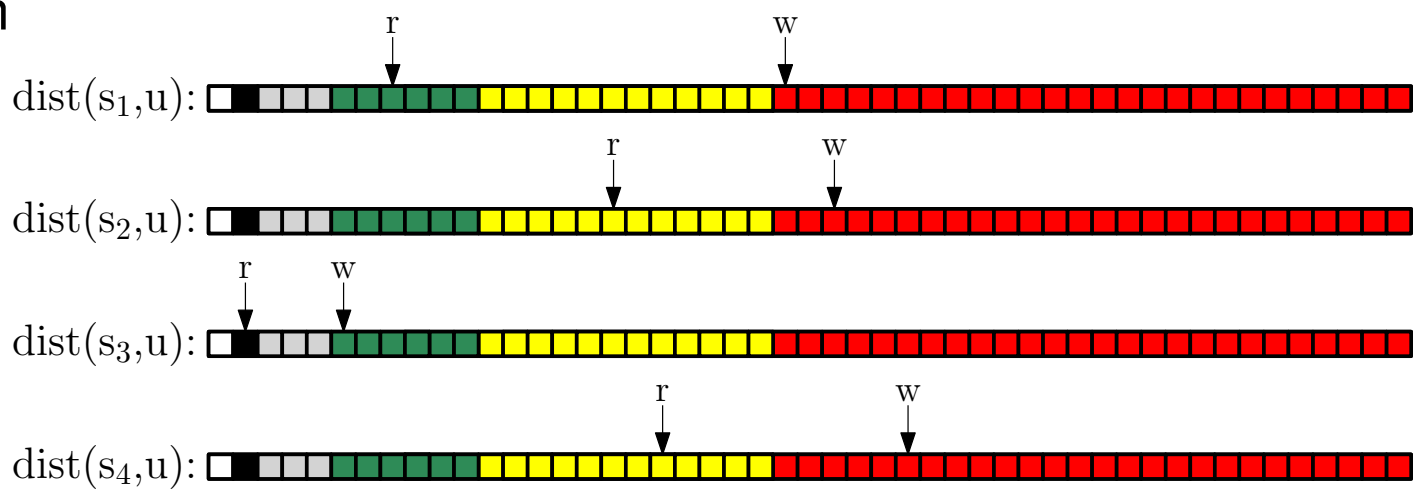
Parallelisierung

- nach Startknoten



Parallelisierung

- nach Startknoten

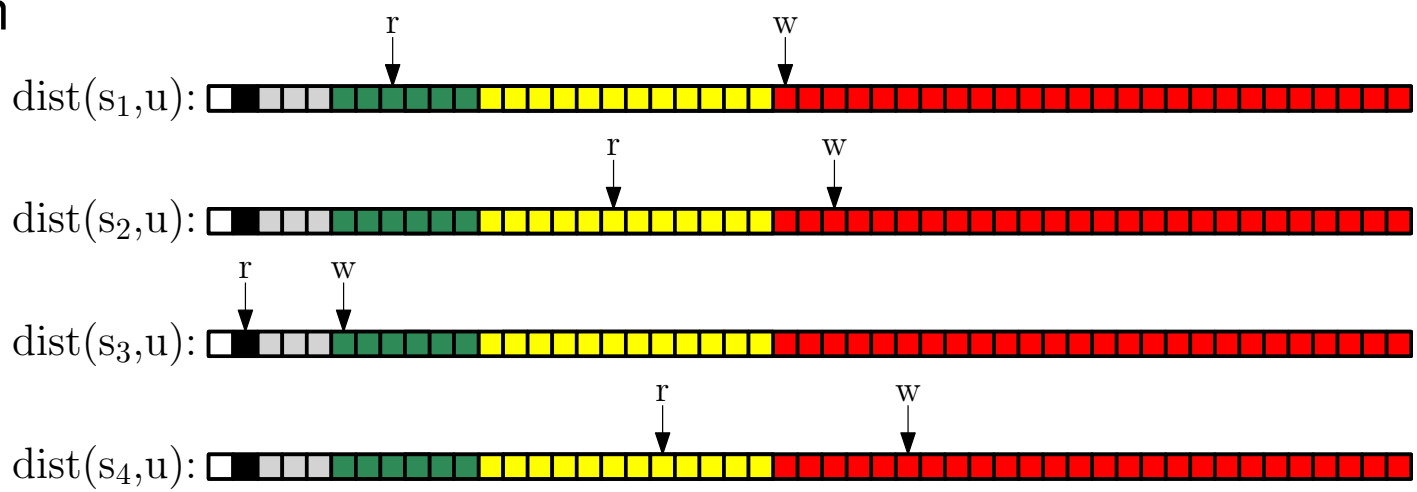


Ergebnisse:

- 16 Startenknoten pro Sweep (updates via SSE)
- multi-core nach Startknoten $\Rightarrow$ 64 Startknoten parallel (4 cores)
- 18.8 ms per Baum

Parallelisierung

- nach Startknoten

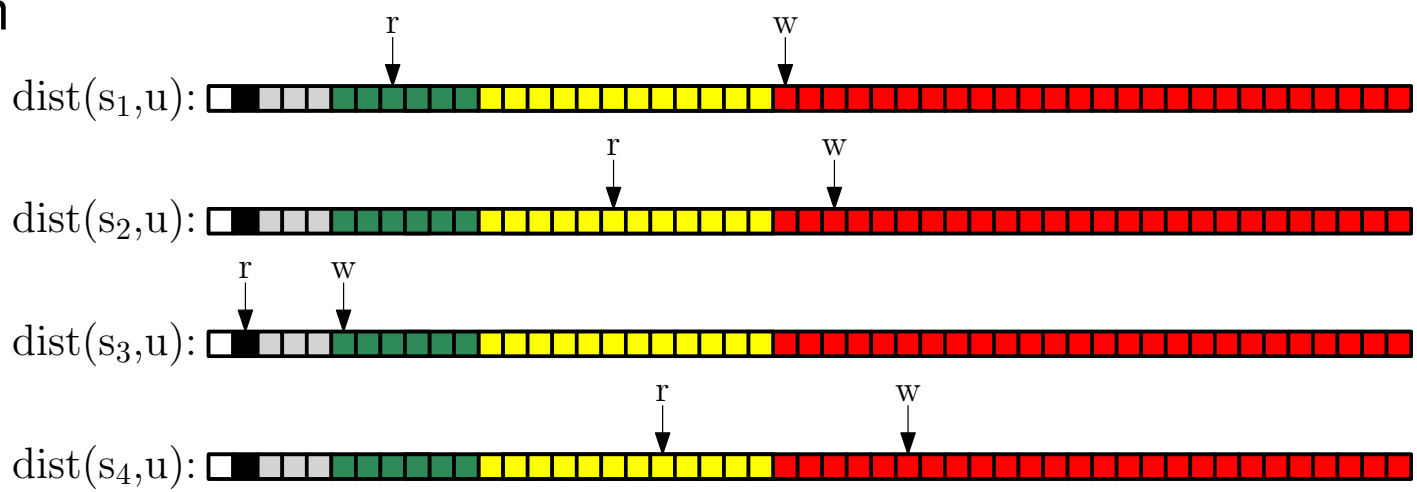


Ergebnisse:

- 16 Startenknoten pro Sweep (updates via SSE)
- multi-core nach Startknoten $\Rightarrow$ 64 Startknoten parallel (4 cores)
- 18.8 ms per Baum
- Warum kein perfekter Speedup?

Parallelisierung

- nach Startknoten

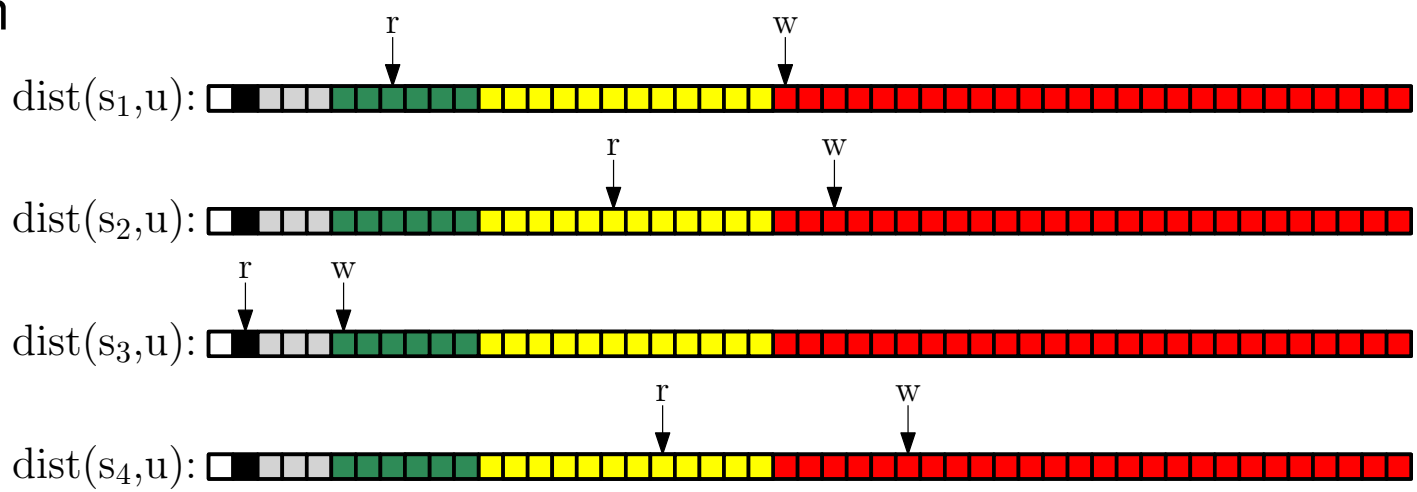


Ergebnisse:

- 16 Startenknoten pro Sweep (updates via SSE)
- multi-core nach Startknoten $\Rightarrow$ 64 Startknoten parallel (4 cores)
- 18.8 ms per Baum
- Warum kein perfekter Speedup?
- lower bound tests zeigen: nah an Speicherbandbreite

Parallelisierung

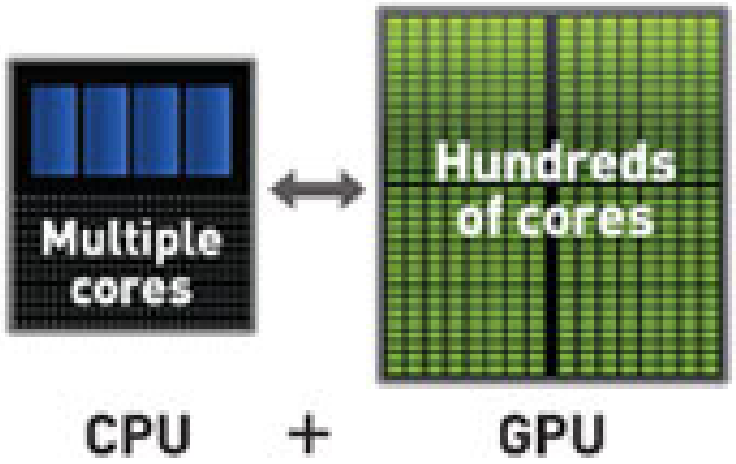
- nach Startknoten



Ergebnisse:

- 16 Startenknoten pro Sweep (updates via SSE)
- multi-core nach Startknoten $\Rightarrow$ 64 Startknoten parallel (4 cores)
- 18.8 ms per Baum
- Warum kein perfekter Speedup?
- lower bound tests zeigen: nah an Speicherbandbreite
- kann eine GPU helfen?

GPU Architektur



Intel Xeon X5680:

- 3.33 GHz, oft $\geq$ 10 GB RAM
- 32 GB/s Speicherbandbreite
- 6 Kerne
- SIMD/SSE mit 4 floats/ints per Vektor

NVIDIA GTX 580:

- 772 MHz, 1.5 GB RAM
- 192 GB/s Speicherbandbreite
- 16 Kerne, 32 parallele Threads pro Kern
  $\Rightarrow$ 512 parallele Threads
- eingeschränkte Berechnungen

512 Threads?

Gemeinsamer Codezeiger:

- GPU Threads innerhalb eines Kerns haben einen gemeinsamen Codezeiger.
- If-Bedinung wahr für ein Thread $\rightarrow$ Alle Threads durchlaufen den Wahr-Block.
  - Aber für die falsch-Threads werden die Anweisungen ausmaskiert.
- Schleifen dauern immer so lange wie der längste Thread braucht.
- Stichwort: Single Instruction Multiple Threads

Verwandt mit SIMD:

- Jede Vektorkomponent ist ein "Thread".
- Beim komponentenweisen if-else wird auch eine Seite ausmaskiert.

512 Threads?

Gemeinsamer Codezeiger:

- GPU Threads innerhalb eines Kerns haben einen gemeinsamen Codezeiger.
- If-Bedinung wahr für ein Thread $\rightarrow$ Alle Threads durchlaufen den Wahr-Block.
  - Aber für die falsch-Threads werden die Anweisungen ausmaskiert.
- Schleifen dauern immer so lange wie der längste Thread braucht.
- Stichwort: Single Instruction Multiple Threads

Verwandt mit SIMD:

- Jede Vektorkomponent ist ein "Thread".
- Beim komponentenweisen if-else wird auch eine Seite ausmaskiert.

Fairerer Vergleich:

- 772 MHz $\times$ 16 Kerne $\times$ 32 "Threads"$=$ 395264
- 3.33 GHz $\times$ 6 Kerne $\times$ 4 SIMD-Vektor $=$ 79992
- In optimalen Bedinungen bis zu 5-mal mehr Berechnungen

Weitere GPU Einschränkungen

- Der Transfer CPU-Speicher $\leftrightarrow$ GPU-Speicher ist langsam.
- GPU-Threads zwischen Kernen syncronisieren ist sehr teuer.
  Die CPU muss warten bis der erste Job fertig ist und dann einen neuen starten.
  Dauert schon mal ein paar Mikrosekunden.
- Keine Cache-coherency zwischen Cores:
  1. Core A schreibt einen neuen Wert and die Adresse 42.
  2. Core B ließt die Adresse 42 aus, aber erhält den alten Wert.

  Erklärung: Der neue Wert steckt noch im Cache von A fest.
- Langsam, wenn GPU-Threads durcheinander auf den Speicher zugreifen.

GPHAST - Ideen

Beobachtungen:

- Aufwärtsuche ist schnell
- Flaschenhals ist der lineare Sweep
- Speicherbandbreite das Problem

GPHAST - Ideen

Beobachtungen:

- Aufwärtsuche ist schnell
- Flaschenhals ist der lineare Sweep
- Speicherbandbreite das Problem

Idee:

- speicher CH und Distanzarray auf der GPU
- Aufwärtssuche auf der CPU
- kopiere Suchraum zur GPU (weniger als 2 kB)
- linearen Sweep auf der GPU

GPHAST - Ideen

Beobachtungen:

- Aufwärtsuche ist schnell
- Flaschenhals ist der lineare Sweep
- Speicherbandbreite das Problem

Idee:

- speicher CH und Distanzarray auf der GPU
- Aufwärtssuche auf der CPU
- kopiere Suchraum zur GPU (weniger als 2 kB)
- linearen Sweep auf der GPU

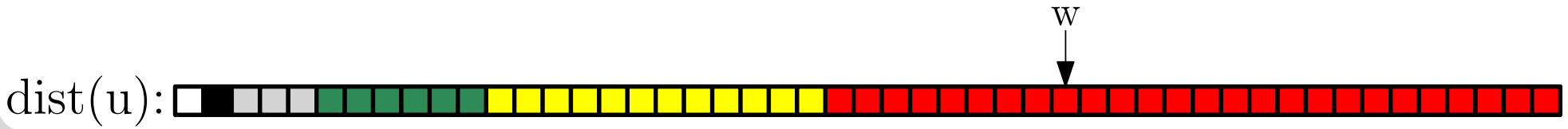
Problem:

- nicht genug Speicher auf GPU um tausende von Bäumen parallel zu bearbeiten
- wir müssen eine einzelne Baumberechnung parallelisieren

Paralleler Linearer Sweep

Beobachtung:

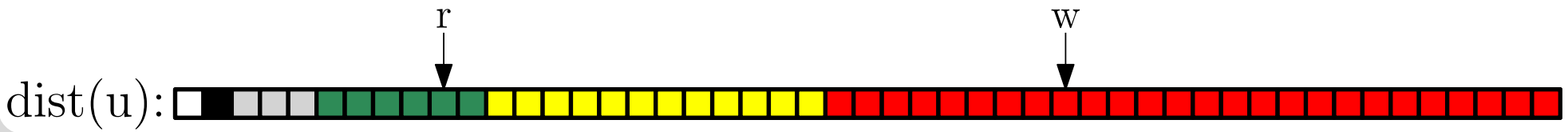
- beim Scannen von Level i:
  - nur eingehende Kanten von level $> i$ wichtig
  - schreiben von Distanzlabeln in Level i, lesen von Level $> i$
  - Distanzlabel für Level $> i$ sind korrekt
- scannen eines Level-i Knoten ist unabhängig von anderen Level-i Knoten



Paralleler Linearer Sweep

Beobachtung:

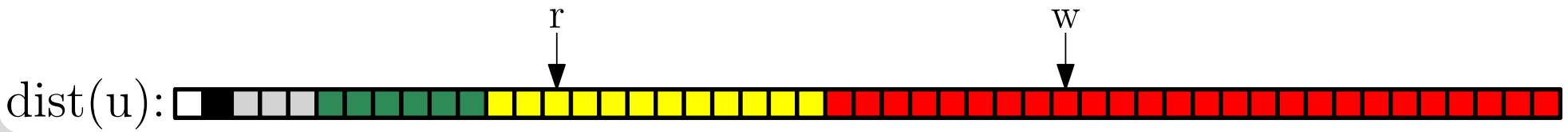
- beim Scannen von Level i:
  - nur eingehende Kanten von level $> i$ wichtig
  - schreiben von Distanzlabeln in Level i, lesen von Level $> i$
  - Distanzlabel für Level $> i$ sind korrekt
- scannen eines Level-i Knoten ist unabhängig von anderen Level-i Knoten



Paralleler Linearer Sweep

Beobachtung:

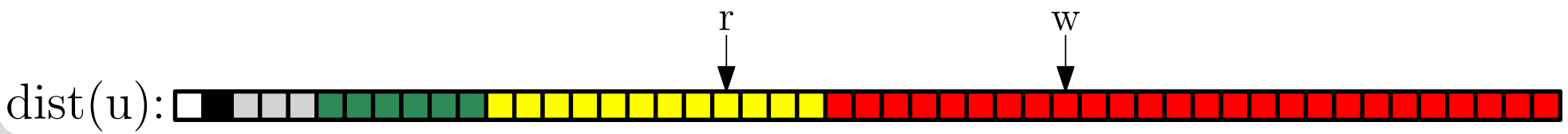
- beim Scannen von Level i:
  - nur eingehende Kanten von level $> i$ wichtig
  - schreiben von Distanzlabeln in Level i, lesen von Level $> i$
  - Distanzlabel für Level $> i$ sind korrekt
- scannen eines Level-i Knoten ist unabhängig von anderen Level-i Knoten



Paralleler Linearer Sweep

Beobachtung:

- beim Scannen von Level i:
  - nur eingehende Kanten von level $> i$ wichtig
  - schreiben von Distanzlabeln in Level i, lesen von Level $> i$
  - Distanzlabel für Level $> i$ sind korrekt
- scannen eines Level-i Knoten ist unabhängig von anderen Level-i Knoten



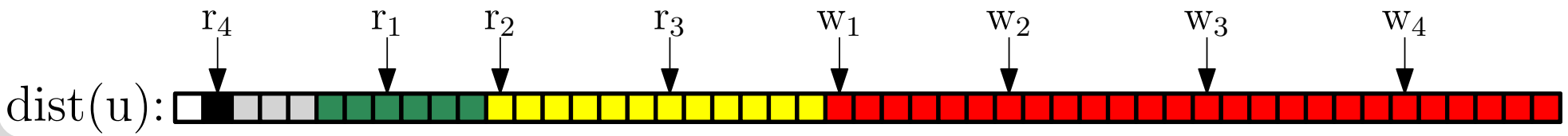
Paralleler Linearer Sweep

Beobachtung:

- beim Scannen von Level i:
  - nur eingehende Kanten von level $> i$ wichtig
  - schreiben von Distanzlabeln in Level i, lesen von Level $> i$
  - Distanzlabel für Level $> i$ sind korrekt
- scannen eines Level-i Knoten ist unabhängig von anderen Level-i Knoten

Idee:

- scanne alle Knoten auf Level i parallel
- Synchronization nach jedem Level
- ein Thread pro Knoten



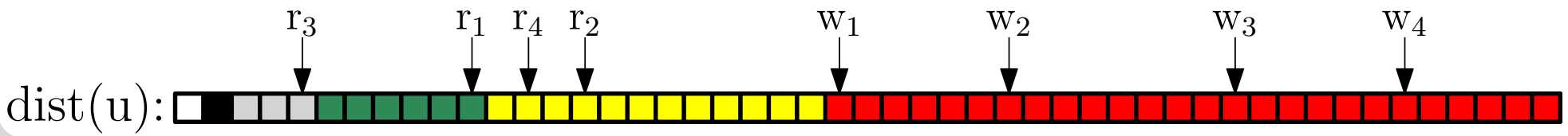
Paralleler Linearer Sweep

Beobachtung:

- beim Scannen von Level i:
  - nur eingehende Kanten von level $> i$ wichtig
  - schreiben von Distanzlabeln in Level i, lesen von Level $> i$
  - Distanzlabel für Level $> i$ sind korrekt
- scannen eines Level-i Knoten ist unabhängig von anderen Level-i Knoten

Idee:

- scanne alle Knoten auf Level i parallel
- Synchronization nach jedem Level
- ein Thread pro Knoten



Paralleler Linearer Sweep

Beobachtung:

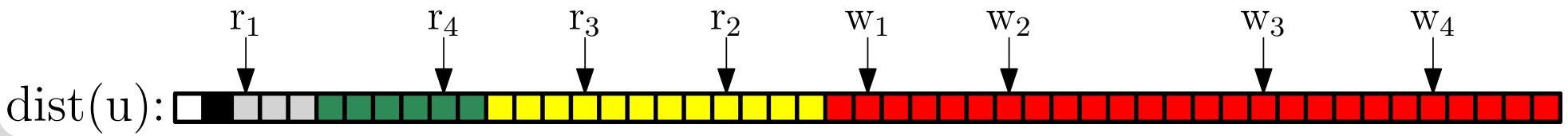
- beim Scannen von Level i:
  - nur eingehende Kanten von level $> i$ wichtig
  - schreiben von Distanzlabeln in Level i, lesen von Level $> i$
  - Distanzlabel für Level $> i$ sind korrekt
- scannen eines Level-i Knoten ist unabhängig von anderen Level-i Knoten

Idee:

- scanne alle Knoten auf Level i parallel
- Synchronization nach jedem Level
- ein Thread pro Knoten

results:

- 5.5 ms auf NVIDIA GTX 580
- Beschleunigung von 511 gegenüber Dijkstra



Paralleler Linearer Sweep

Beobachtung:

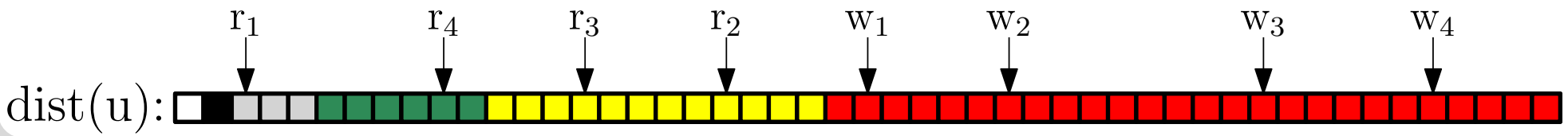
- beim Scannen von Level i:
  - nur eingehende Kanten von level $> i$ wichtig
  - schreiben von Distanzlabeln in Level i, lesen von Level $> i$
  - Distanzlabel für Level $> i$ sind korrekt
- scannen eines Level-i Knoten ist unabhängig von anderen Level-i Knoten

Idee:

- scanne alle Knoten auf Level i parallel
- Synchronization nach jedem Level
- ein Thread pro Knoten

results:

- 5.5 ms auf NVIDIA GTX 580
- Beschleunigung von 511 gegenüber Dijkstra
- (mehrere Bäume: 2.2 ms)



PHAST

PHAST auf 4-Kern Workstation (Core-i7 920)

sources/ sweep	time per tree [ms]					
	1 core		2 cores		4 cores	
1	171.9		86.7		47.1	
4	121.8	(67.6)	61.5	(35.5)	32.5	(24.4)
8	105.5	(51.2)	53.5	(28.0)	28.3	(20.8)
16	96.8	(37.1)	49.4	(22.1)	25.9	(18.8)

Werte in Klammern mit SSE aktiviert

GPHAST

PHAST auf Nvidia GTX 580

trees / sweep	memory [MB]	time [ms]
1	395	5.53
2	464	3.93
4	605	3.02
8	886	2.52
16	1448	2.21

weitere Eingaben

		Europe		USA	
algorithm	device	time	distance	time	distance
Dijkstra	4-core workstation	947.72	609.19	1269.12	947.75
	12-core server	288.81	177.58	380.40	280.17
	48-core server	168.49	108.58	229.00	167.77
PHAST	4-core workstation	18.81	22.25	27.11	28.81
	12-core server	7.20	8.27	10.42	10.71
	48-core server	4.03	5.03	6.18	6.58
GPHAST	GTX 580	2.21	3.88	3.41	4.65

Beobachtung:

- Beschleunigung für Distanzmetrik geringer

All-Pairs Shortest Paths

Eingabe: Europa mit Reisezeiten

algorithm	device	time	energy [MJ]
Dijkstra	4-core workstation	197d	
	12-core server	60d	
	48-core server	35d	
PHAST	4-core workstation	94h	
	12-core server	36h	
	48-core server	20h	
GPHAST	GTX 580		

All-Pairs Shortest Paths

Eingabe: Europa mit Reisezeiten

algorithm	device	time	energy [MJ]
Dijkstra	4-core workstation	197d	
	12-core server	60d	
	48-core server	35d	
PHAST	4-core workstation	94h	
	12-core server	36h	
	48-core server	20h	
GPHAST	GTX 580	11h	

All-Pairs Shortest Paths

Eingabe: Europa mit Reisezeiten

algorithm	device	time	energy [MJ]
Dijkstra	4-core workstation	197d	
	12-core server	60d	
	48-core server	35d	
PHAST	4-core workstation	94h	
	12-core server	36h	
	48-core server	20h	
GPHAST	GTX 580	11h	

4-core workstation without GPU: 163 watts
4-core workstation with GPU: 375 watts
12-core server: 332 watts
48-core server: 747 watts

All-Pairs Shortest Paths

Eingabe: Europa mit Reisezeiten

algorithm	device	time	energy [MJ]
Dijkstra	4-core workstation	197d	2780.6
	12-core server	60d	1725.9
	48-core server	35d	2265.5
PHAST	4-core workstation	94h	55.2
	12-core server	36h	43.0
	48-core server	20h	54.2
GPHAST	GTX 580	11h	14.9

4-core workstation without GPU: 163 watts
4-core workstation with GPU: 375 watts
12-core server: 332 watts
48-core server: 747 watts

Baumrekonstruktion

bis jetzt:

- nur Distanzen berechnet, nicht Bäume

Baumrekonstruktion

bis jetzt:

- nur Distanzen berechnet, nicht Bäume

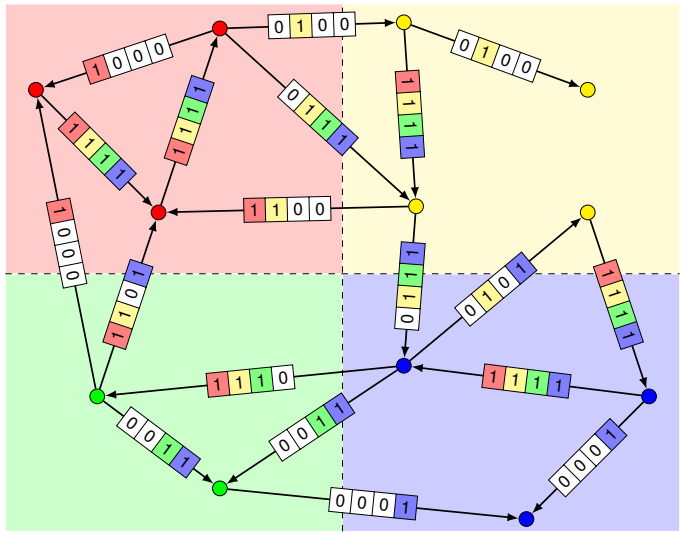
Idee:

- iteration über alle Kanten (1 Thread pro Kante)
- Wenn $d(v) + \text{len}(v, u) = d(u)$ dann ist v der Vorgänger von u (sofern kürzeste Wege eindeutig sind)

Arc-Flags

Idee:

- benutze GPHAST zum Berechnen der Bäume von den Randknoten aus

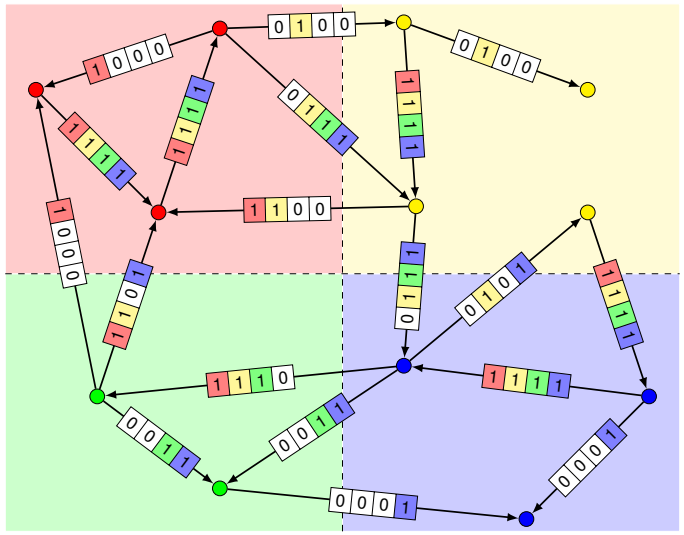


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Arc-Flags

Idee:

- benutze GPHAST zum Berechnen der Bäume von den Randknoten aus
- setze Flaggen durch zusätzlichen Sweep auf GPU
  Wichtig, weil alle Bäume “auf CPU kopieren” teuer ist

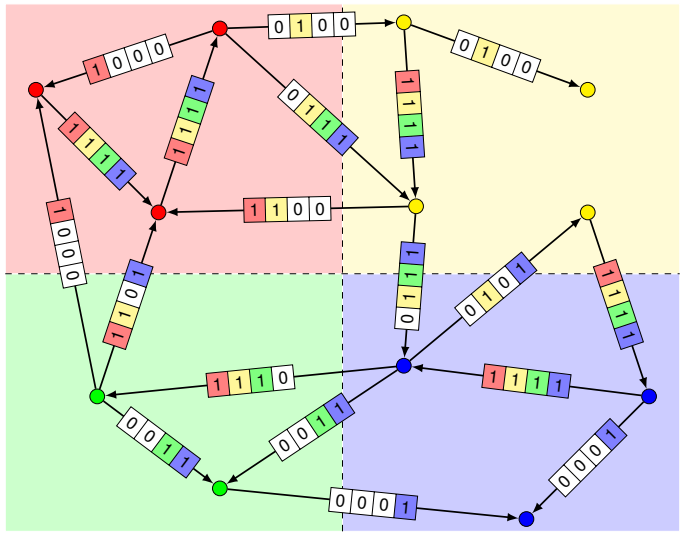


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Arc-Flags

Idee:

- benutze GPHAST zum Berechnen der Bäume von den Randknoten aus
- setze Flaggen durch zusätzlichen Sweep auf GPU
  Wichtig, weil alle Bäume “auf CPU kopieren” teuer ist
- Vorberechnung sinkt von 17 Stunden auf 3 Minuten



Hybrid GPHAST

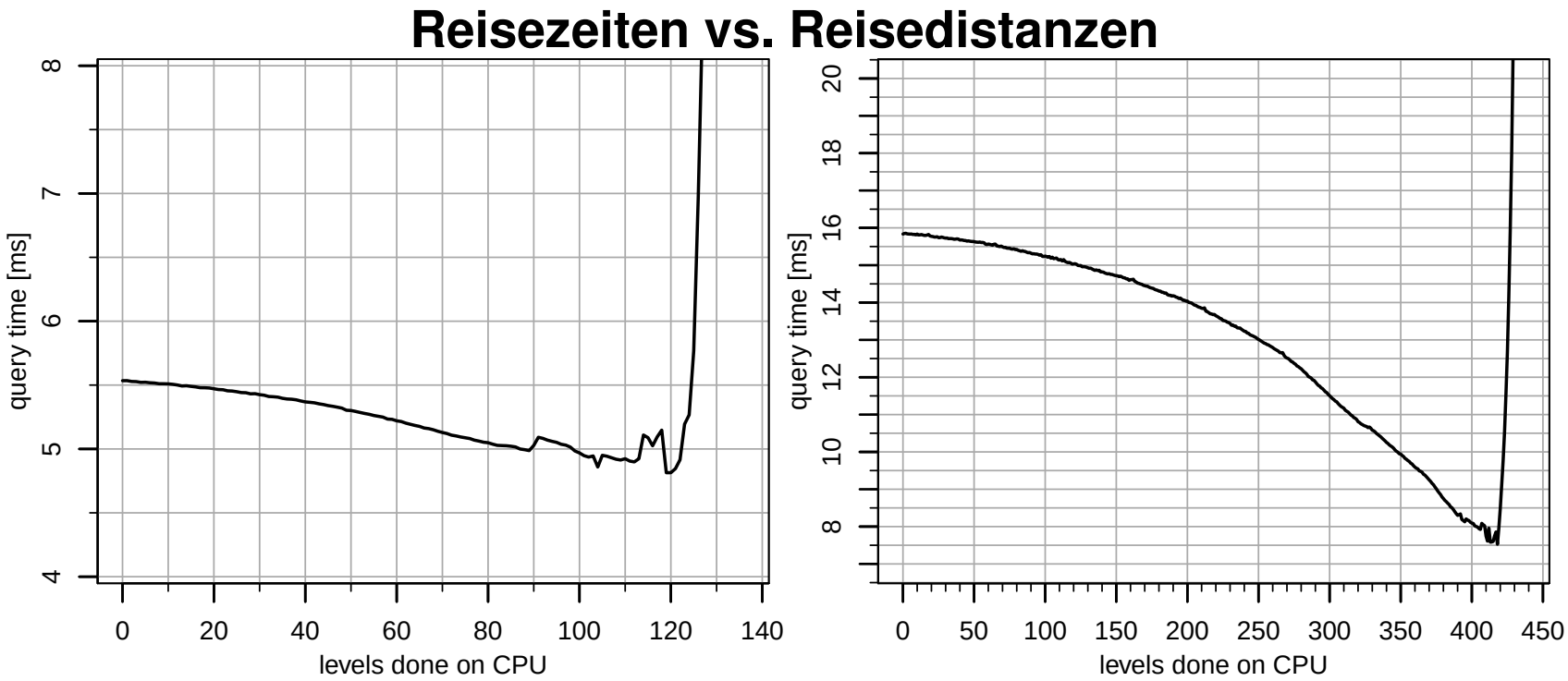
Beobachtung:

- Synchronization des Level kostet Zeit auf der GPU (5 μs pro Level)
- obere Level sind klein

Idee:

- beginne linearen Sweep auf CPU (bis level k)
- kopiere Suchraum und alle Distanzlabel für Knoten oberhalb k zur GPU
- restlicher Scan auf der GPU

Hybrid GPHAST: Ergebnisse



Es lohnt sich, ein Paar Level auf der CPU zu berechnen.

Zusammenfassung

- neuer Algorithmus für kürzeste Wege Bäume
- skaliert auf Modern Architektur
- ein Baum auf GPU: 5.5 ms
  (ungefähr 0.31 ns pro Eintrag)
- real-time Berechnung von kompletten Bäumen
- 16 Bäume auf einer GPU auf einmal: 2.2 ms pro Baum
  (ungefähr 0.13 ns pro Eintrag)
- APSP in 11 Stunden (auf workstation mit einer GPU),
  anstellen von 6 Monaten (auf 4 Kernen)
- erlaubt APSP-basierte Berechnungen
- 150 mal Energie-effizienter als Dijkstras Algorithmus
- funktioniert nur, wenn CH funktioniert

Übungsfragen

Wie kann man folgende Anwendungen mit PHAST beschleunigen? Welche sind auf der GPU schneller?

- Stau-Updates
- APSP-Matrix berechnen
- Diameter berechnen
- ALT
- Reach

Übungsfragen

Wie kann man folgende Anwendungen mit PHAST beschleunigen? Welche sind auf der GPU schneller?

- Stau-Updates
  Geht nicht, da 11h Reaktionszeit zu langsam sind
- APSP-Matrix berechnen
  Geht nicht, da es nicht genug RAM gibt um die Ergebnisse im Speicher zu halten.
- Diameter berechnen
  Geht. **CPU**: Straight-Forward **GPU**: Geht, aber man darf nur eine parallele Maximumbildung über alle n Einträge machen. Sonst ist es langsamer als auf der CPU.
- ALT
  Geht auf der CPU, GPU -> CPU Transfer zu teuer
- Reach
  Geht. **CPU**: Straight-Forward **GPU**: Baumhöhenberechnung dominiert. Auf der CPU ist es oft schneller.

Literatur I

Edsger W. Dijkstra.
A note on two problems in connexion with graphs.
Numerische Mathematik, 1:269–271, 1959.

Michael L. Fredman and Robert Tarjan.
Fibonacci heaps and their uses in improved network optimization algorithms.
Journal of the ACM, 1987.

Andrew V. Goldberg.
A simple shortest path algorithm with linear average time.
In *Proceedings of the 9th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'01)*, volume 2161 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 230–241, 2001.

Ulrich Meyer and Peter Sanders.
δ-stepping: A parallelizable shortest path algorithm.
Journal of Algorithms, 49(1):114–152, 2003.