

Sechstes Übungsblatt

Ausgabe: 10. Juni 2015

Besprechung: 23. Juni 2015

1 Entfernung von Rechtskreisen

In Schritt 2 des Algorithmus für das kantendisjunkte Menger-Problem werden in einem planaren Graphen G mit fester Einbettung einfache Kreise C_1, \dots, C_l wie folgt konstruiert:

Sei F die Menge der Facetten und f_0 die äußere Facette von G . Bezeichne weiter $\text{dist}(f)$ die Länge eines kürzesten Weges vom der Facette f entsprechenden Dualknoten zum f_0 entsprechenden Dualknoten, und $l := \max_{f \in F} \text{dist}(f)$. Für $1 \leq i \leq l$ sei C_i die Vereinigung der einfachen Kreise in G so, dass $\text{dist}(f) \geq i$ für alle Facetten f im Inneren und $\text{dist}(f) < i$ für alle Facetten f im Äußeren eines Kreises aus C_i gilt.

Aufgabe: Geben Sie einen Algorithmus mit linearer Laufzeit an, der zu einem gegebenen Graphen G mit fester Einbettung die Kantenmengen C_1, \dots, C_l bestimmt.

2 Spezialfall von s-t-Wegen

Geben Sie einen einfachen Algorithmus an, der folgendes Problem in Linearzeit löst:

Gegeben ein planarer Graph G mit fester Einbettung und ausgezeichneten Knoten s und t , die an der äußeren Facette liegen, bestimme eine maximale Anzahl von paarweise kantendisjunkten s - t -Wegen in G .

Hinweis: Ein Algorithmus für dieses Problem benötigt keinen der komplizierten Schritte, die der in der Vorlesung für das allgemeine kantendisjunkte Menger-Problem in planaren Graphen angegebene Algorithmus ausführt. Es genügt eine Vorgehensweise ähnlich wie bei einer Graphsuche, die die gegebene Einbettung des planaren Graphen ausnutzt.

Bitte wenden

3 Right-First Tiefensuche und Left-First Breitensuche

Sei G ein ungerichteter, zusammenhängender, planar eingebetteter Graph, G^* der zugehörige Dualgraph und $e = (u, v)$ eine orientierte Kante.

Algorithmus 1 : Right-First-Kanten-DFS

Lege e auf einen Stapel

Solange *Stapel nicht leer* **wiederhole**

- ┌ Betrachte oberste Kante (x, y)
- ┌ **Falls** y *inzident zu nichtorientierter Kante*
- ┌┌ Orientiere im Gegenuhrzeigersinn bzgl. y nächste nichtorientierte Kante $y \rightarrow w$ und lege diese auf den Stapel
- ┌└ **sonst**
- └└ Entferne (x, y) vom Stapel

Algorithmus 2 : Left-First-Kanten-BFS

Orientiere alle zu u inzidenten Kanten $u \rightarrow w$ und hänge diese, beginnend bei e , im Uhrzeigersinn bzgl. u an eine Warteschlange

Solange *Warteschlange nicht leer* **wiederhole**

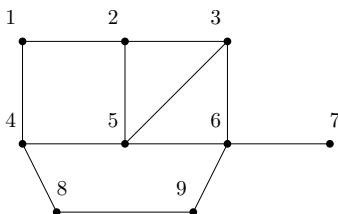
- ┌ Betrachte erste Kante (x, y)
- ┌ **Falls** y *inzident zu nichtorientierter Kante*
- ┌┌ Orientiere alle solche Kanten $y \rightarrow w$ und hänge diese im Uhrzeigersinn bzgl. y an die Warteschlange
- ┌└ **sonst**
- └└ Entferne (x, y) aus der Warteschlange

In diesen beiden Kantensuchen wird jeweils eine Reihenfolge $R = (e_1, \dots, e_m)$ der Kanten festgelegt. Die zu e „rechte“ Facette sei f_1 , und die Dualkante $e^* = (f_1, f_2)$ zu e sei orientiert ausgehend von f_1 .

Wir betrachten eine Right-First-Tiefensuche in G , beginnend bei Kante e , mit Kantenfolge $R = (e = e_1, \dots, e_m)$ und eine Left-First-Breitensuche in G^* , beginnend bei Kante e^* , mit Kantenfolge $R^* = (e^* = e_1^*, \dots, e_m^*)$. Die Reihenfolgen R und R^* heißen dual, falls e_i Dualkante zu e_i^* für alle $1 \leq i \leq m$.

- (a) Bestimmen Sie für den zweidimensionalen Würfel Q_2 sowie untenstehenden Graphen (G_1 vom 2. Übungsblatt) die Reihenfolgen R und R^* bei beliebiger Startkante e .

Hinweis: Die Reihenfolgen sind dual.



- (b) Geben Sie einen Graphen an, für den R und R^* nicht dual sind.

Hinweis: Betrachten Sie Graphen mit Brücken und Kreisen.