Vorlesung Algorithmische Kartografie

Beschriftung bewegter Punkte

LEHRSTUHL FÜR ALGORITHMIK I · INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Benjamin Niedermann · Martin Nöllenburg

30.06.2015

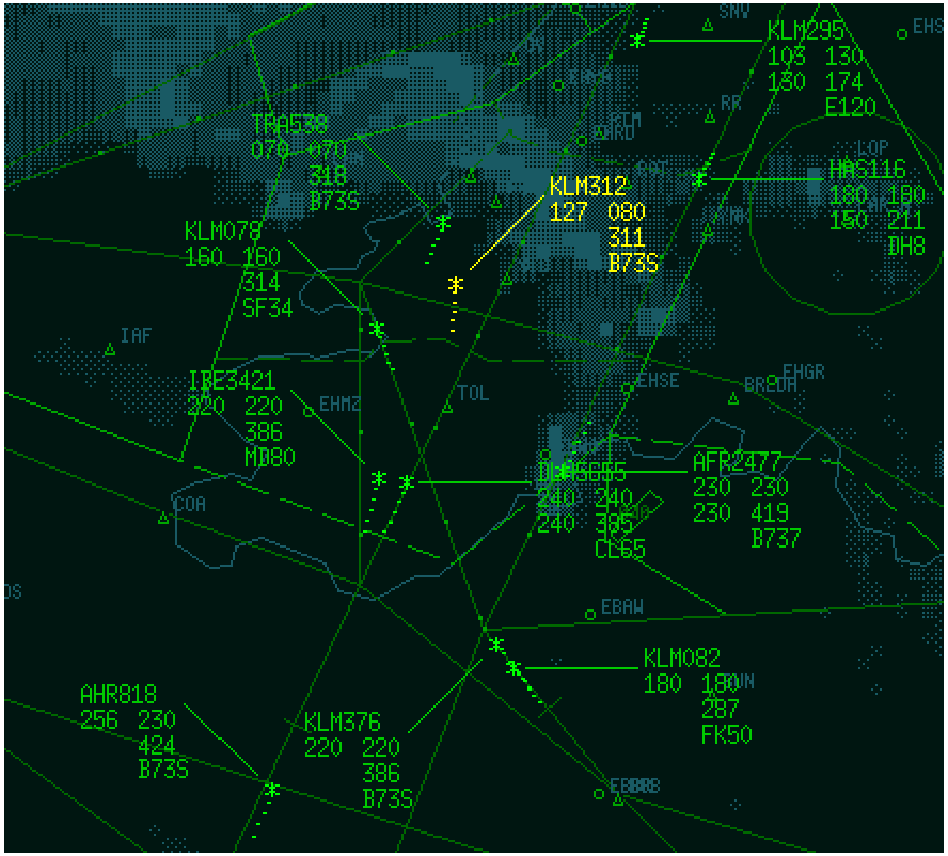
Basierend auf Vortragsfolien von Dirk Gerrits

Motivation: Flugsicherung

Flugzeuge $\rightarrow$ Bewegte Punkte + Labels

Aufgabe des Fluglotsen:

Flugsicherung...

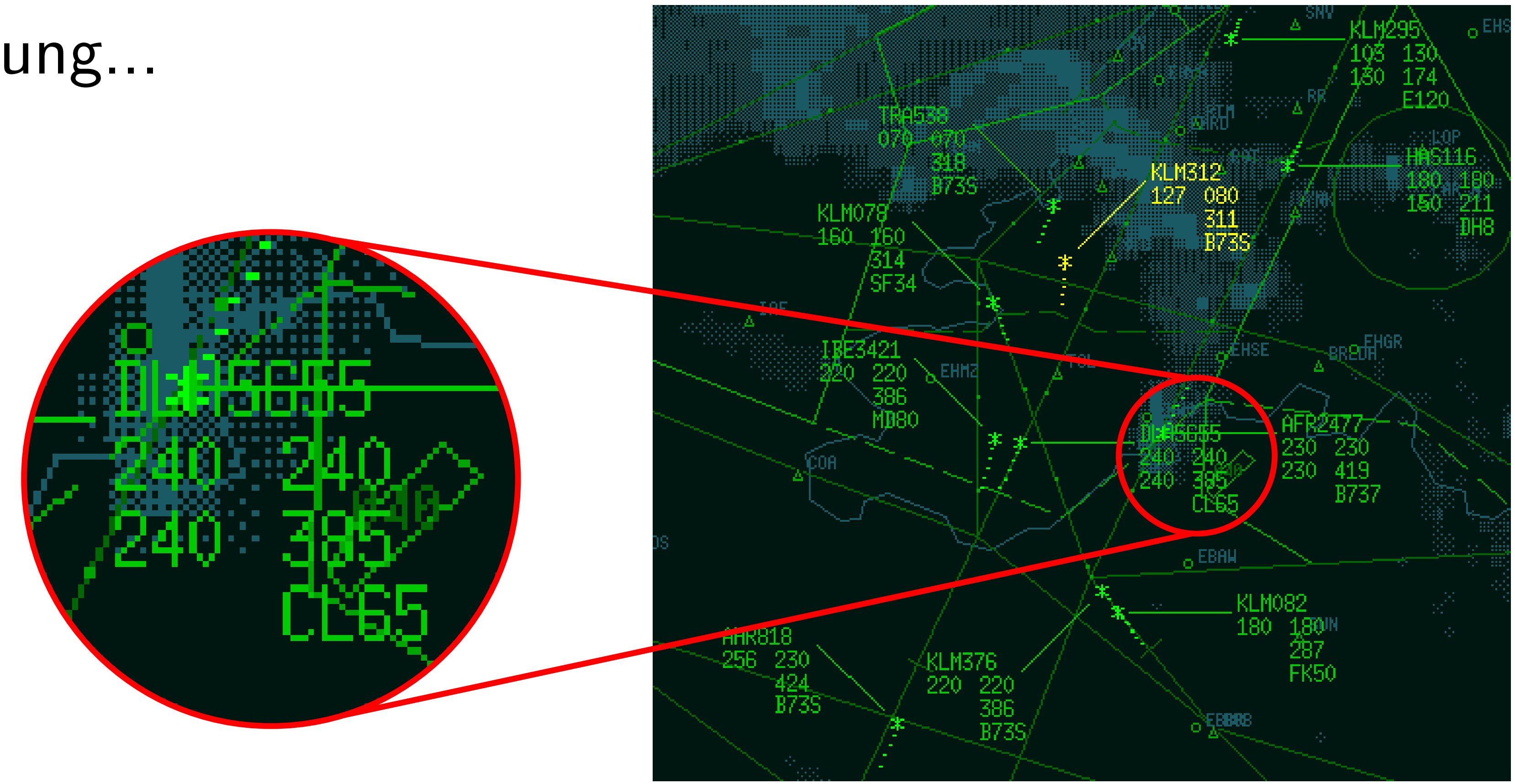


Motivation: Flugsicherung

Flugzeuge → Bewegte Punkte + Labels

Aufgabe des Fluglotsen:

Flugsicherung...

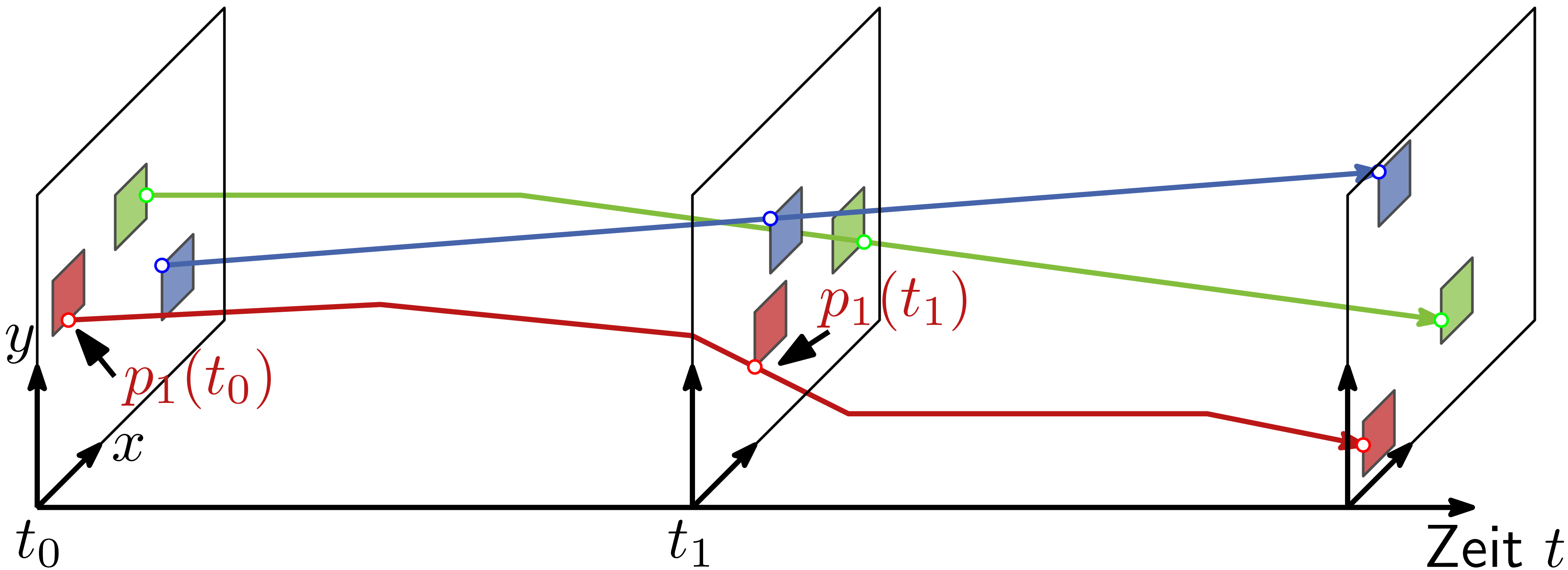


. . . während Labels sich umher bewegen, um Lesbarkeit zu erhöhen.

Problembeschreibung

Geg.: Punkttrajektorien $p_1 \dots p_n$ und Labels $\ell_1, \dots, \ell_n$.

Ges.: *Lesbare kontinuierliche dynamische Beschriftung.*



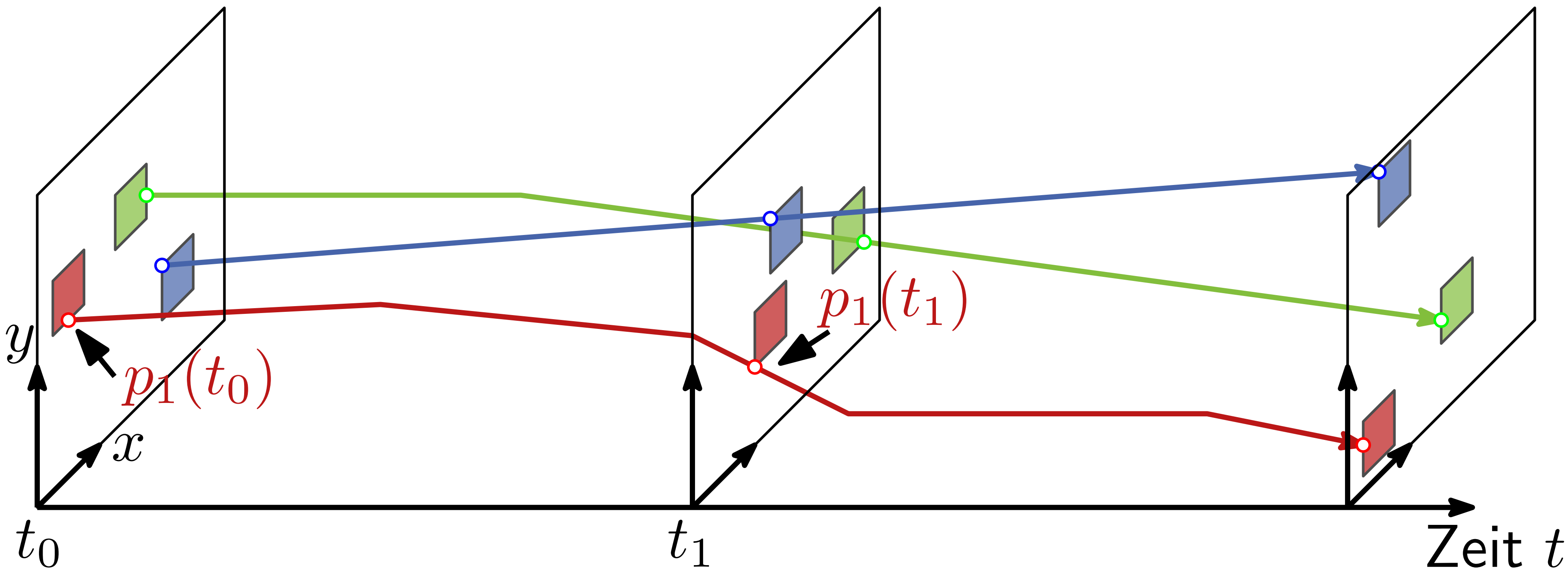
Def.: Stetige stückweise lineare Funktion $p\colon [t_{\text{start}}, t_{\text{end}}] \to \mathbb{R}^2$ heißt *Punkttrajektorie*, wobei $t_{\text{start}}, t_{\text{end}} \in \mathbb{R}^+$.

Idee: Punkttrajektorie p repräsentiert Flugzeug. Flugzeug p befindet sich zum Zeitpunkt t an Position $p(t)$.

Problembeschreibung

Geg.: Punkttrajektorien $p_1 \dots p_n$ und Labels $\ell_1, \dots, \ell_n$.

Ges.: *Lesbare kontinuierliche dynamische Beschriftung.*



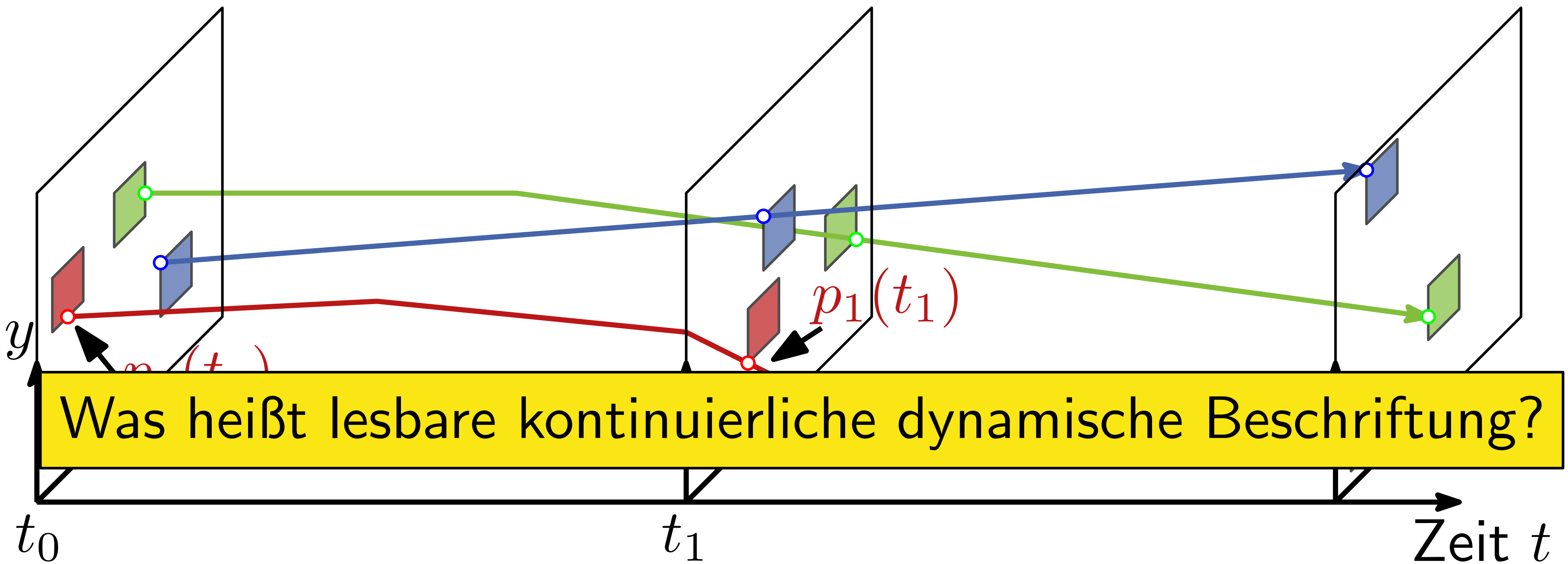
Def.: Stetige stückweise lineare Funktion $p\colon [t_{\text{start}}, t_{\text{end}}] \to \mathbb{R}^2$ heißt *Punkttrajektorie*, wobei $t_{\text{start}}, t_{\text{end}} \in \mathbb{R}^+$.

Idee: Punkttrajektorie p repräsentiert Flugzeug. Flugzeug p befindet sich zum Zeitpunkt t an Position $p(t)$.

Problembeschreibung

Geg.: Punkttrajektorien $p_1 \dots p_n$ und Labels $\ell_1, \dots, \ell_n$.

Ges.: *Lesbare kontinuierliche dynamische Beschriftung.*

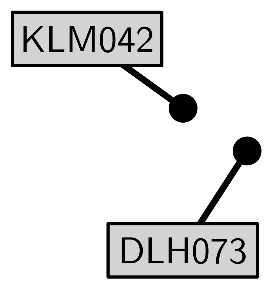


Def.: Stetige stückweise lineare Funktion $p\colon [t_{\text{start}}, t_{\text{end}}] \to \mathbb{R}^2$ heißt *Punkttrajektorie*, wobei $t_{\text{start}}, t_{\text{end}} \in \mathbb{R}^+$.

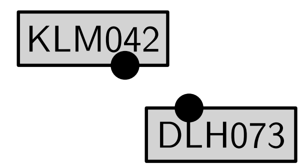
Idee: Punkttrajektorie p repräsentiert Flugzeug. Flugzeug p befindet sich zum Zeitpunkt t an Position $p(t)$.

Kriterien für Beschriftung

1) Punkt-Label-Zuordnung sollte eindeutig sein.



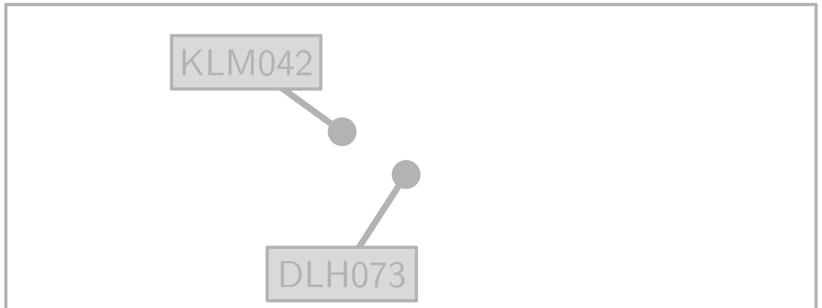
Verbunden durch Leader.



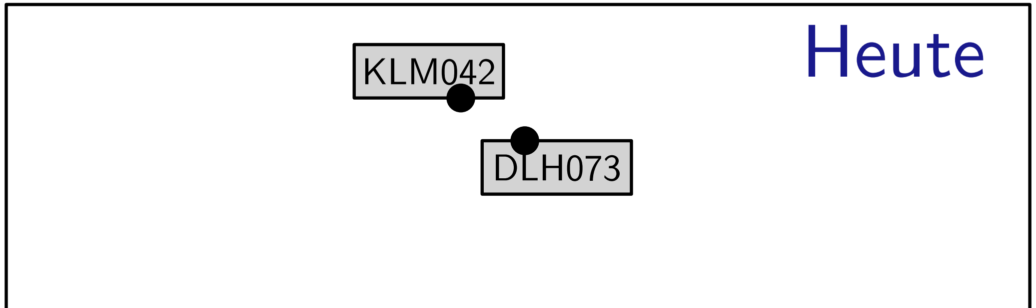
Punkt liegt auf Rand von Label

Kriterien für Beschriftung

1) Punkt-Label-Zuordnung sollte eindeutig sein.



Verbunden durch Leader.

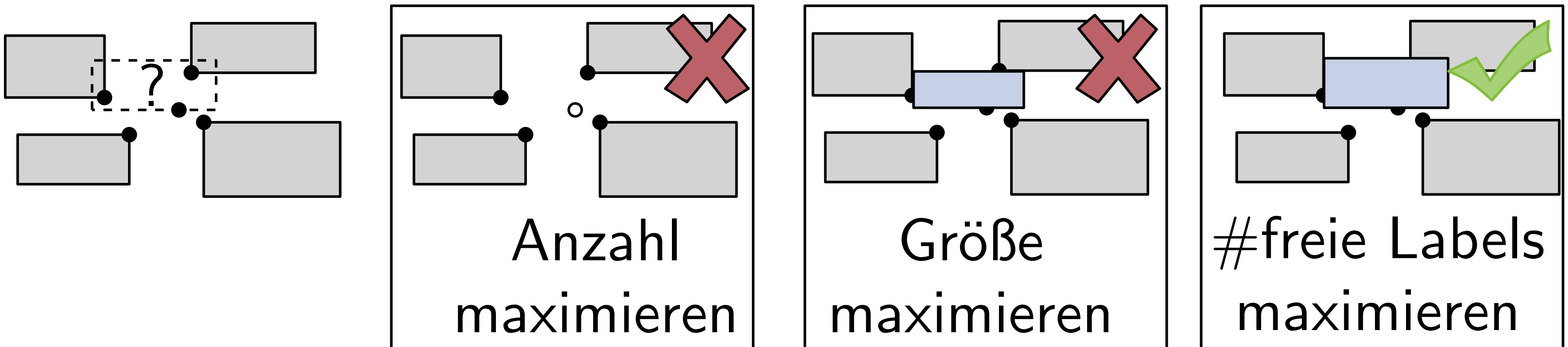


Punkt liegt auf Rand von Label

Kriterien für Beschriftung

1) Punkt-Label-Zuordnung sollte eindeutig sein.

2) Möglichst viele Labels sollten lesbar sein.

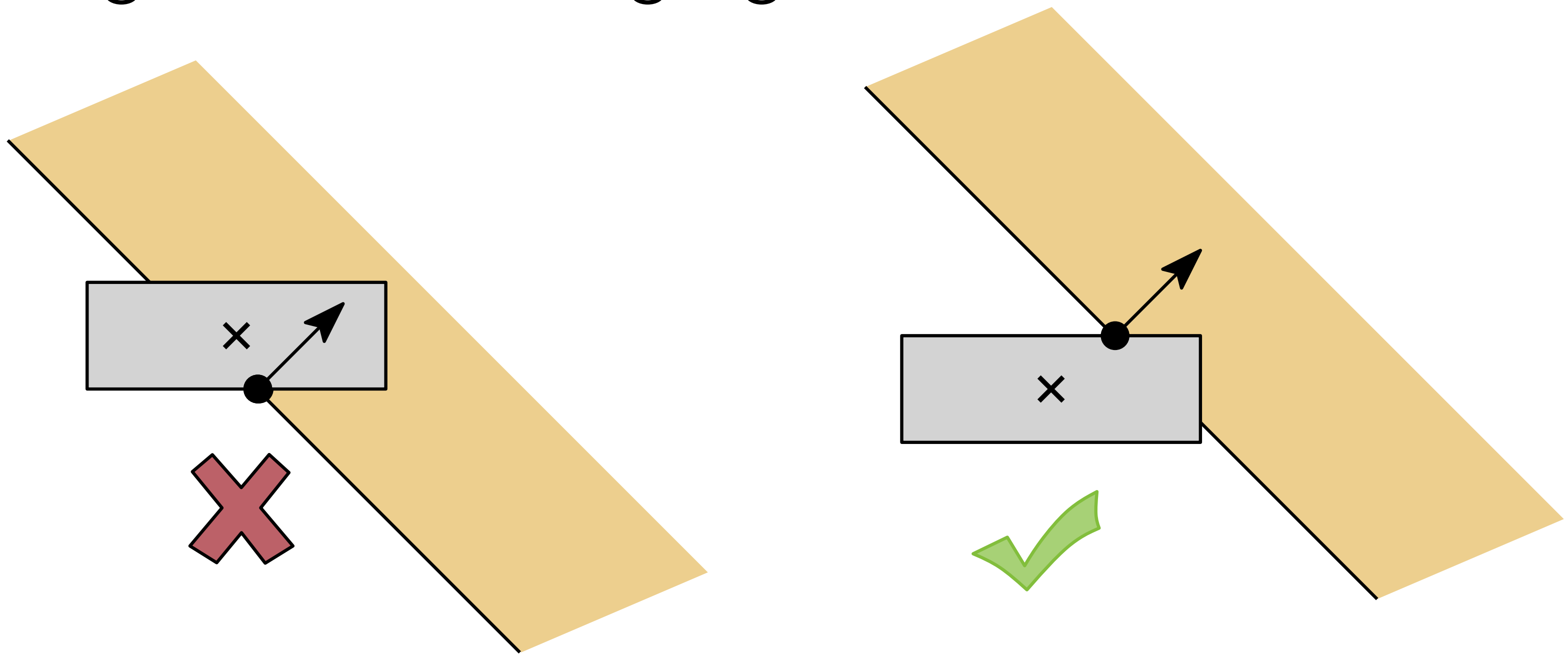


Nicht alle Flugzeuge werden beschriftet!

Labels können sehr klein werden!

Kriterien für Beschriftung

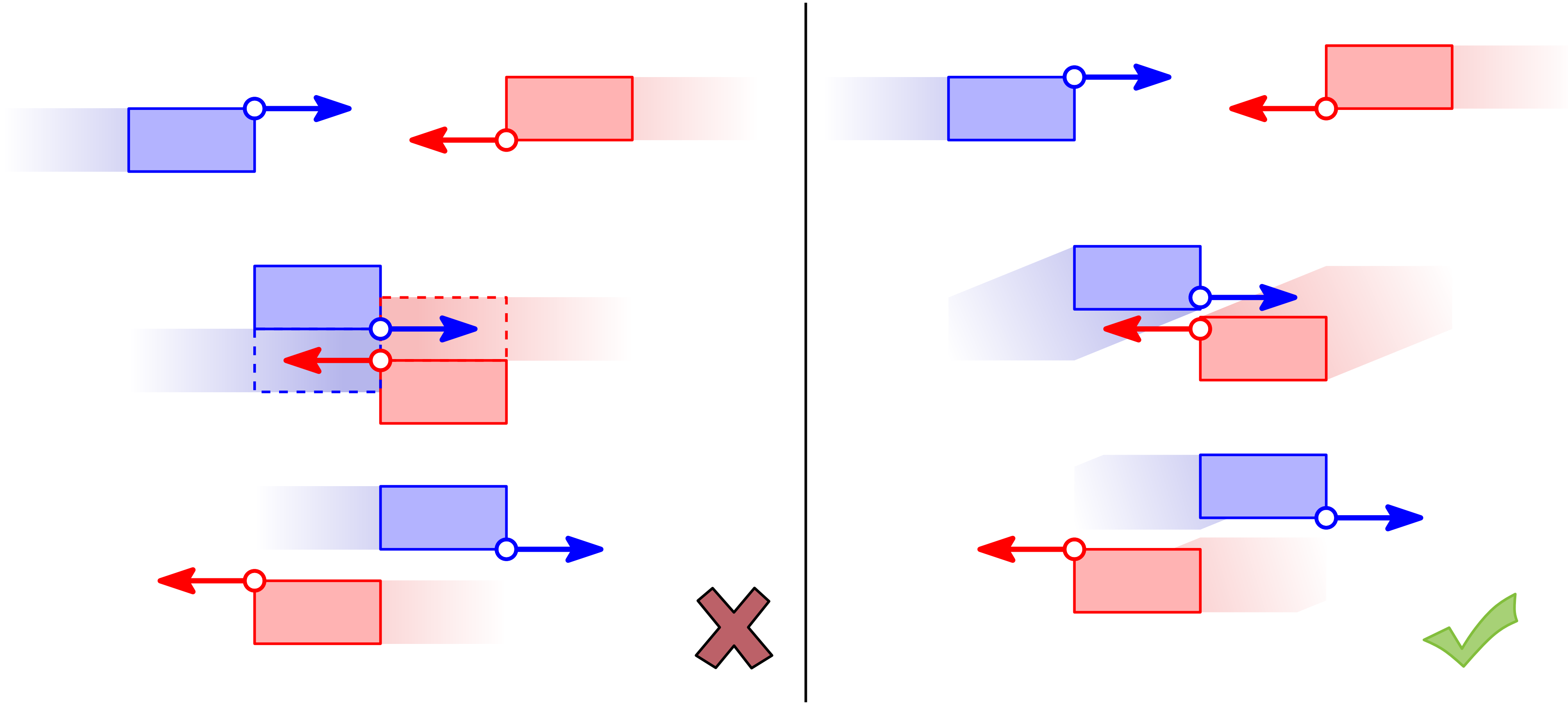
1) Punkt-Label-Zuordnung sollte eindeutig sein.
2) Möglichst viele Labels sollten lesbar sein.
3) Richtung der Punktbewegung darf nicht verdeckt sein.



Bewegungsrichtung induziert Halbebene $\mathcal{H}$.
Zentrum von Label liegt außerhalb der Halbebene $\mathcal{H}$.

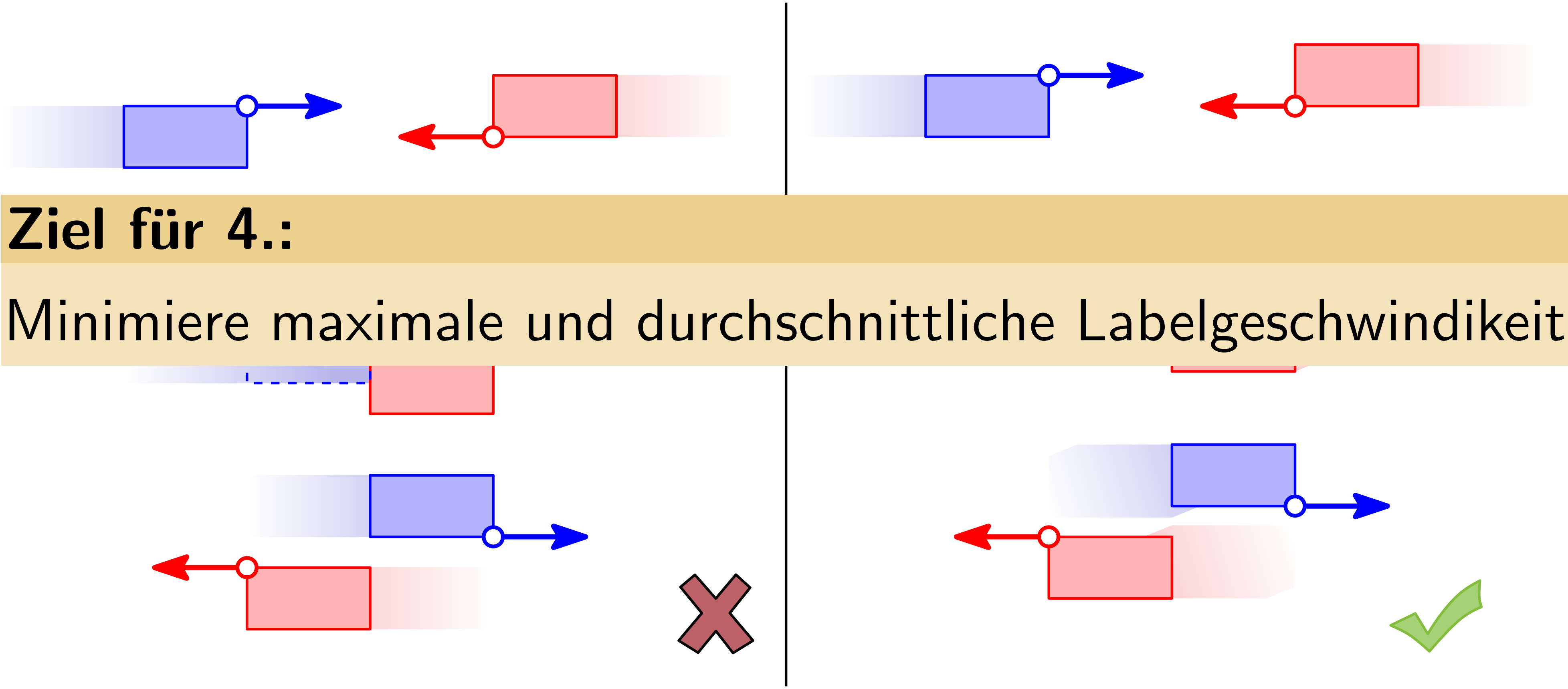
Kriterien für Beschriftung

1) Punkt-Label-Zuordnung sollte eindeutig sein.
2) Möglichst viele Labels sollten lesbar sein.
3) Richtung der Punktbewegung darf nicht verdeckt sein.
4) Langsame, kontinuierliche Labelbewegung bzgl. Ankerpunkt.



Kriterien für Beschriftung

1) Punkt-Label-Zuordnung sollte eindeutig sein.
2) Möglichst viele Labels sollten lesbar sein.
3) Richtung der Punktbewegung darf nicht verdeckt sein.
4) Langsame, kontinuierliche Labelbewegung bzgl. Ankerpunkt.



Ziel für 4.:

Minimiere maximale und durchschnittliche Labelgeschwindikeit.

Kriterien für Beschriftung

1) Punkt-Label-Zuordnung sollte eindeutig sein.
2) Möglichst viele Labels sollten lesbar sein.
3) Richtung der Punktbewegung darf nicht verdeckt sein.
4) Langsame, kontinuierliche Labelbewegung bzgl. Ankerpunkt.

= muss eingehalten werden

= soll möglichst gut erreicht werden.

Finde guten Kompromiss zwischen 2. und 4.

Kriterien für Beschriftung

1) Punkt-Label-Zuordnung sollte eindeutig sein.
2) Möglichst viele Labels sollten lesbar sein.
3) Richtung der Punktbewegung darf nicht verdeckt sein.
4) Langsame, kontinuierliche Labelbewegung bzgl. Ankerpunkt.

(blau) = muss eingehalten werden

(gelb) = soll möglichst gut erreicht werden.

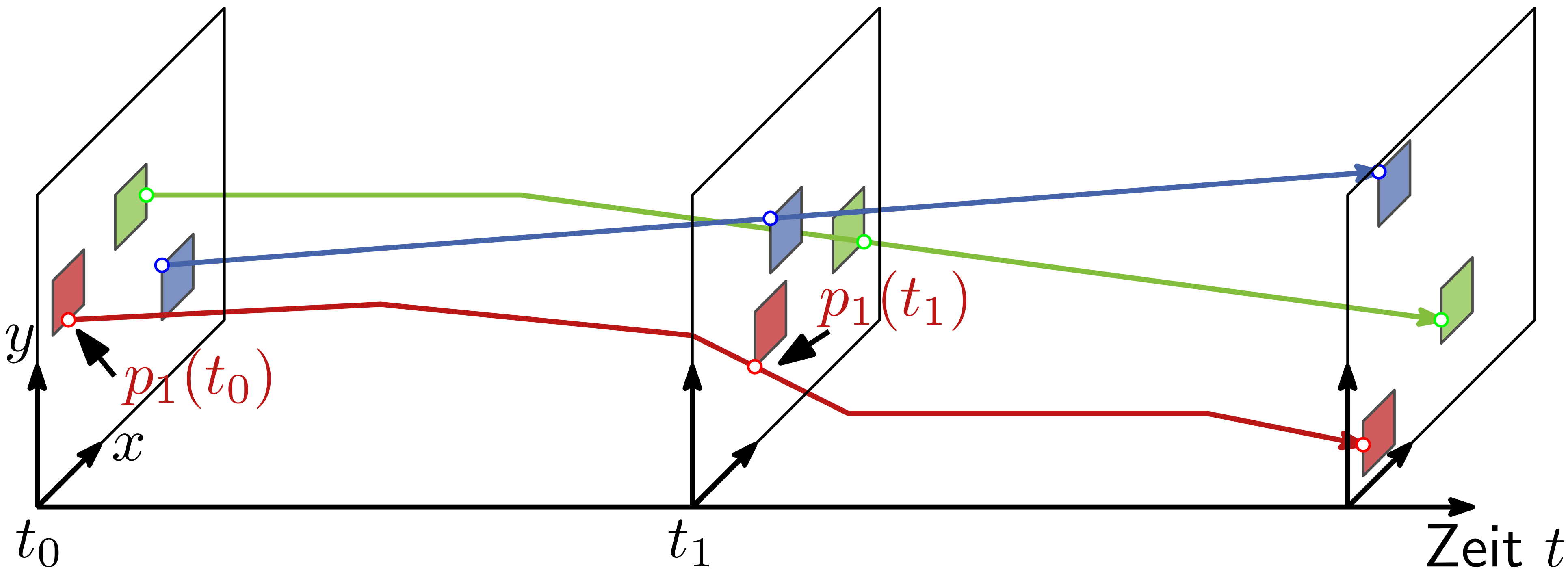
Finde guten Kompromiss zwischen 2. und 4.

Gesucht: Beschriftung $\mathcal{L}$ über die Zeit, die Bedingungen 1) und 3) einhält und 2) und 4) optimiert.

Problembeschreibung

Geg.: Punkttrajektorien $p_1 \dots p_n$ und Labels $\ell_1, \dots, \ell_n$.

Ges.: *Lesbare kontinuierliche dynamische Beschriftung.*



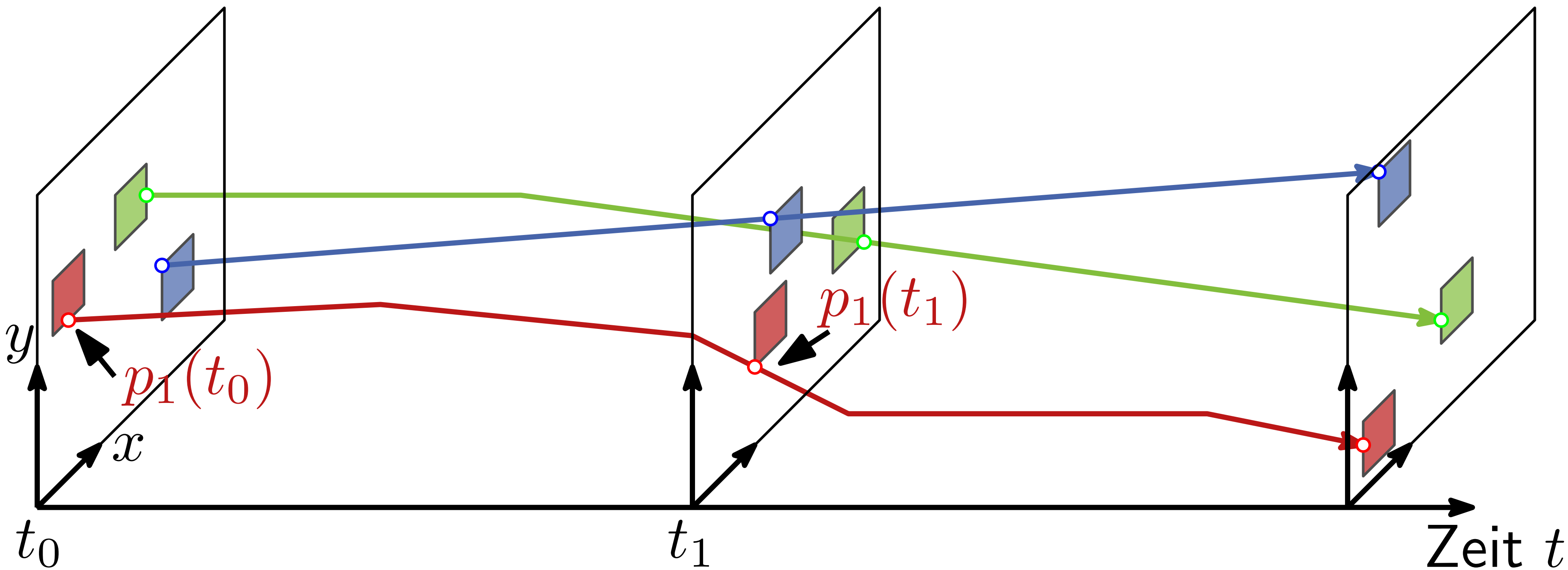
Def.: Stetige stückweise lineare Funktion $p\colon [t_{\text{start}}, t_{\text{end}}] \to \mathbb{R}^2$ heißt *Punkttrajektorie*, wobei $t_{\text{start}}, t_{\text{end}} \in \mathbb{R}^+$.

Idee: Punkttrajektorie p repräsentiert Flugzug. Flugzeug p befindet sich zum Zeitpunkt t an Position $p(t)$.

Problembeschreibung

Geg.: Punkttrajektorien $p_1 \dots p_n$ und Labels $\ell_1, \dots, \ell_n$.

Ges.: *Lesbare kontinuierliche dynamische Beschriftung.*



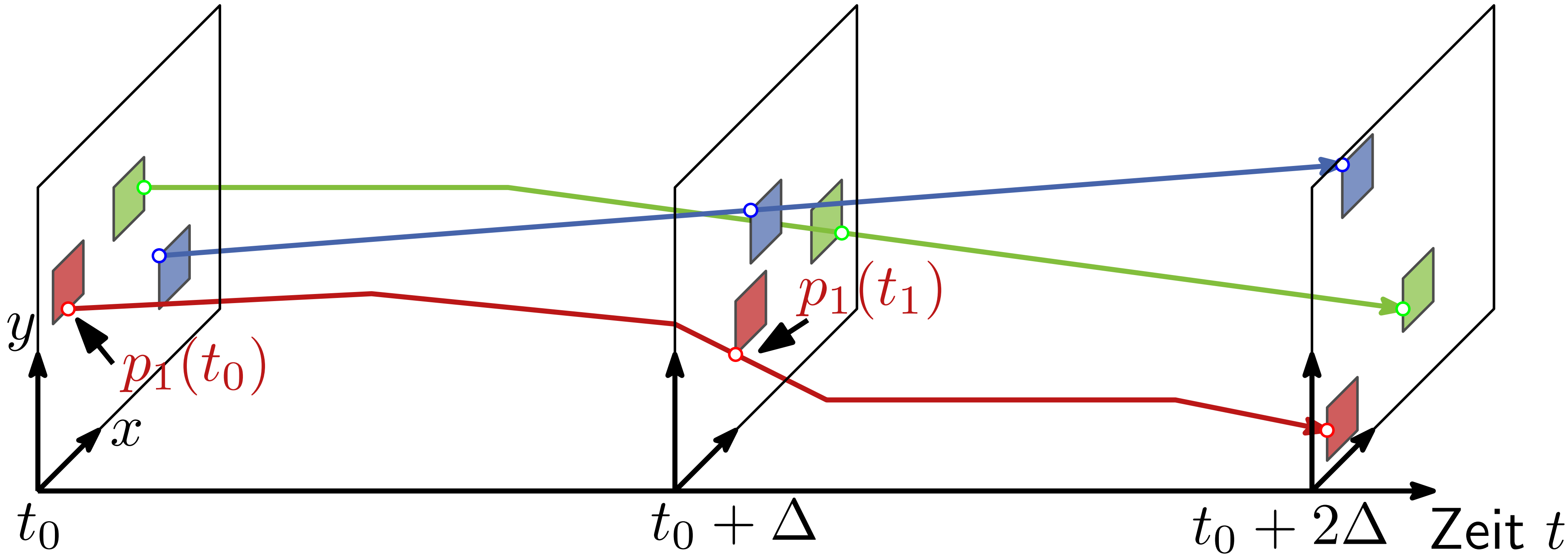
Def.: Stetige stückweise lineare Funktion $p\colon [t_{\text{start}}, t_{\text{end}}] \to \mathbb{R}^2$ heißt *Punkttrajektorie*, wobei $t_{\text{start}}, t_{\text{end}} \in \mathbb{R}^+$

Wie könnte man heursitisch vorgehen?

Idee: Punkttrajektorie p repräsentiert Flugzeug: Flugzeug p befindet sich zum Zeitpunkt t an Position $p(t)$.

Vorgehen

Gebe Zeitschritt Δt vor.



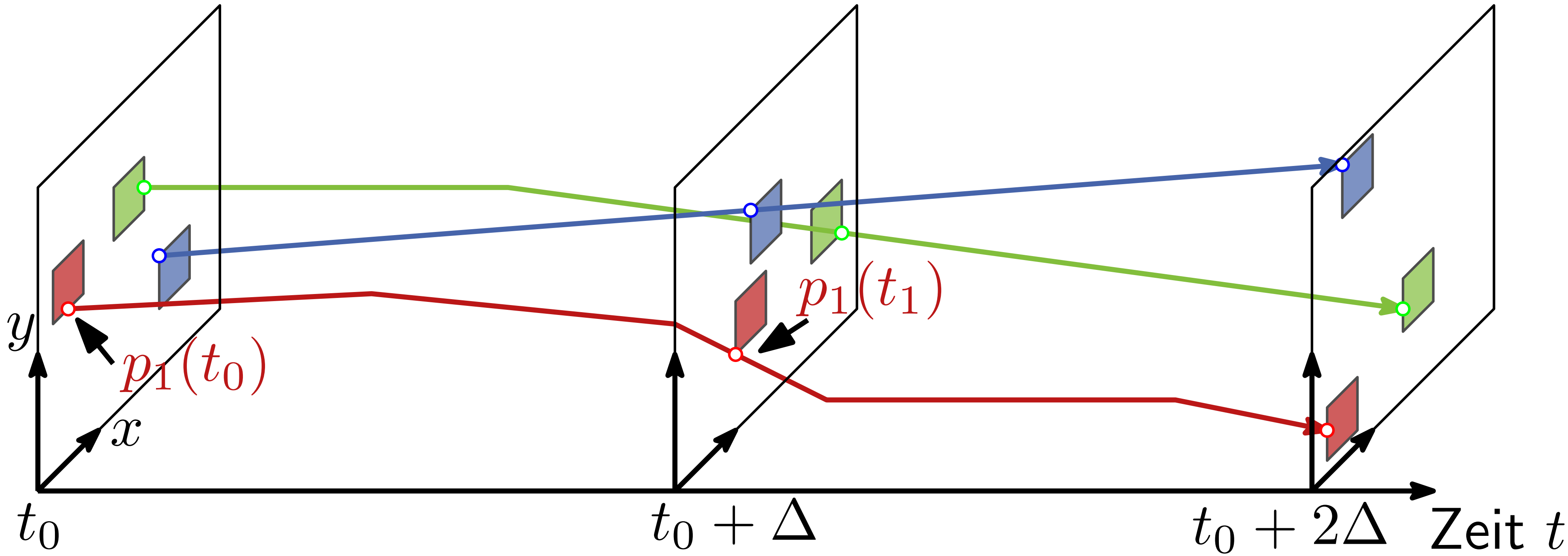
Algorithmus:

1. Berechne jeden Δt-Schritt eine statische Beschriftung mit möglichst vielen freien Labels.
2. Interpoliere zwischen stat. Beschriftungen und minimiere dabei durchschnittliche und maximale Geschwindigkeit.

Vorgehen

Karlsruhe Institute of Technology

Gebe Zeitschritt Δt vor.

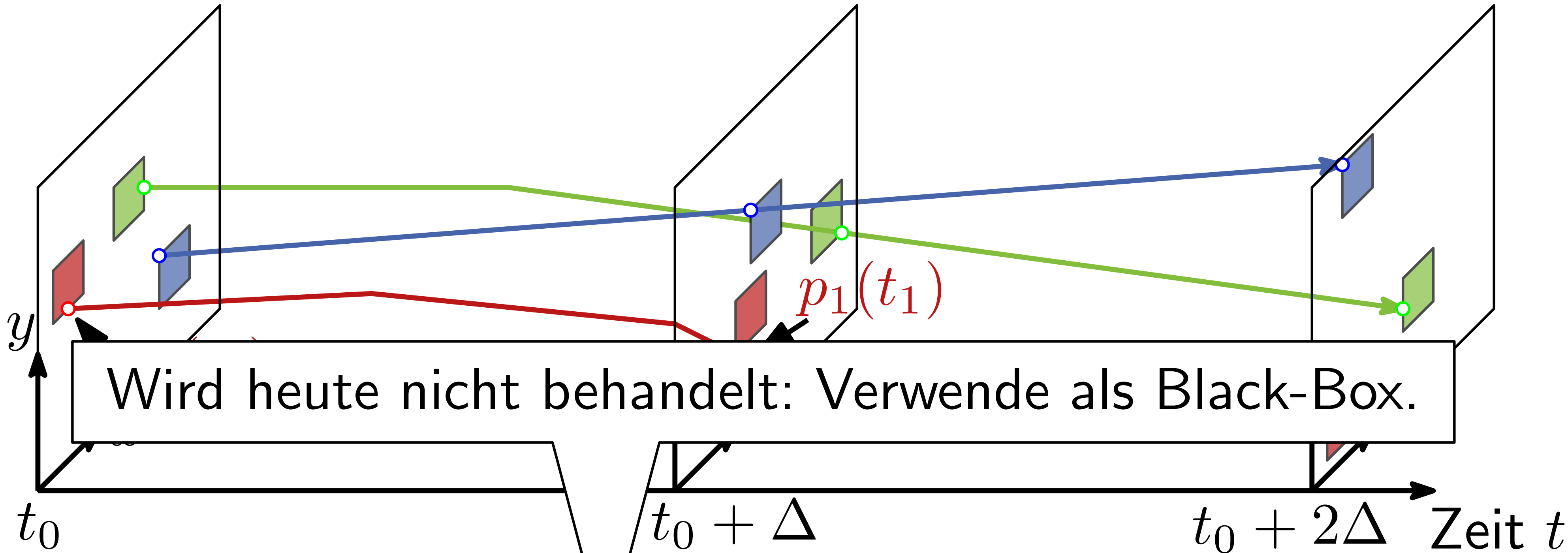


Algorithmus:

1. Berechne jeden Δt-Schritt eine statische Beschriftung mit möglichst vielen freien Labels.
2. Interpoliere zwischen stat. Beschriftungen und minimiere dabei durchschnittliche und maximale Geschwindigkeit.

Vorgehen

Gebe Zeitschritt Δt vor.



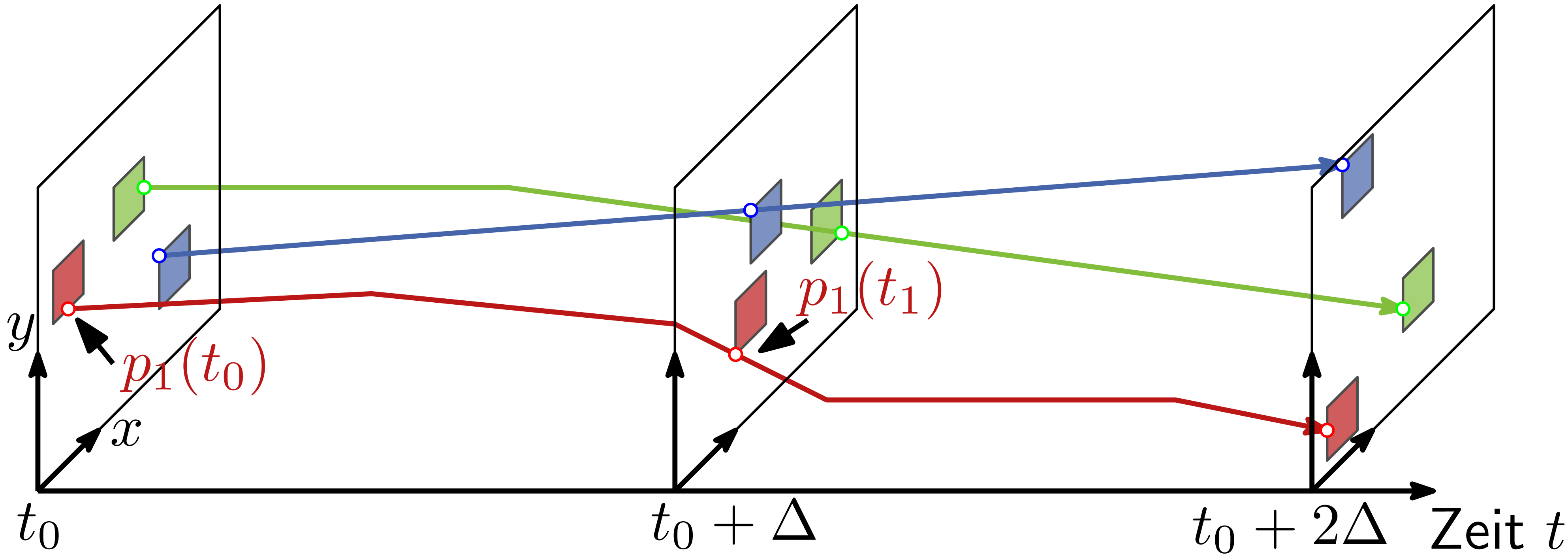
Wird heute nicht behandelt: Verwende als Black-Box.

Algorithmus:

1. Berechne jeden Δt-Schritt eine statische Beschriftung mit möglichst vielen freien Labels.
2. Interpoliere zwischen stat. Beschriftungen und minimiere dabei durchschnittliche und maximale Geschwindigkeit.

Vorgehen

Gebe Zeitschritt Δt vor.



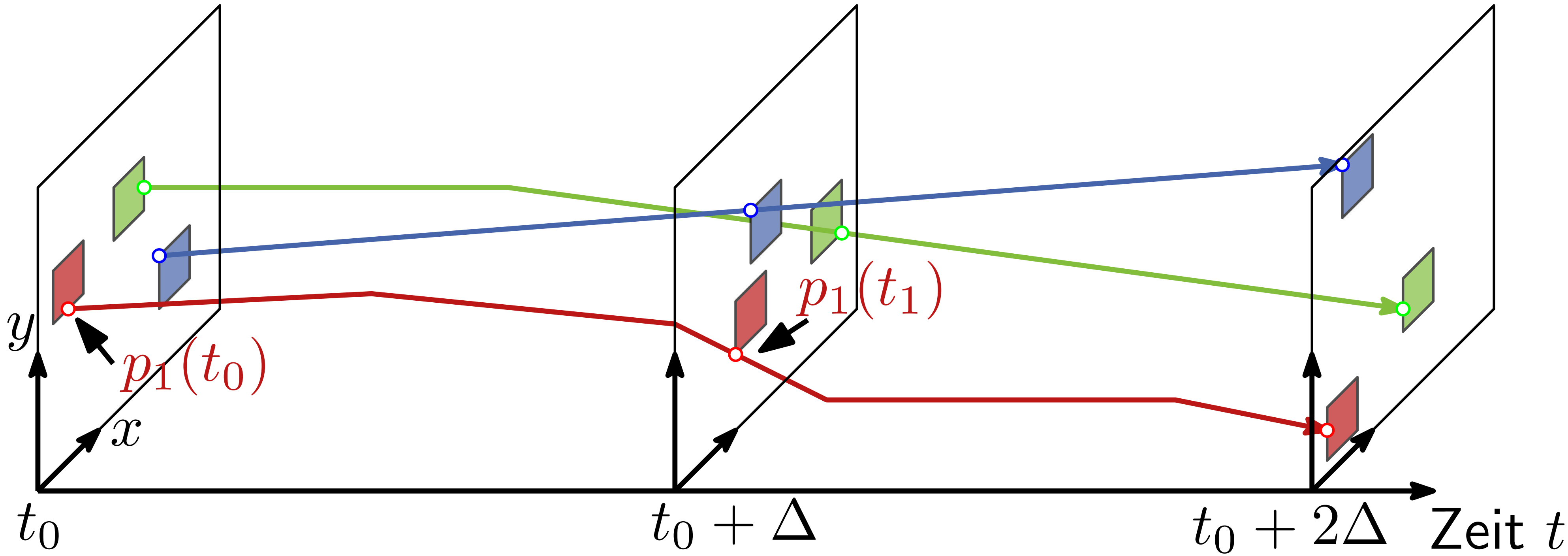
Algorithmus:

1. Berechne jeden Δt-Schritt eine statische Beschriftung mit möglichst vielen freien Labels.
2. Interpoliere zwischen stat. Beschriftungen und minimiere dabei durchschnittliche und maximale Geschwindigkeit.

Vorgehen

Karlsruhe Institute of Technology

Gebe Zeitschritt Δt vor.



Algorithmus:

1. Be… ng
mit n…

2. Int… miere
dabei durchschnittliche und maximale Geschwindigkeit.

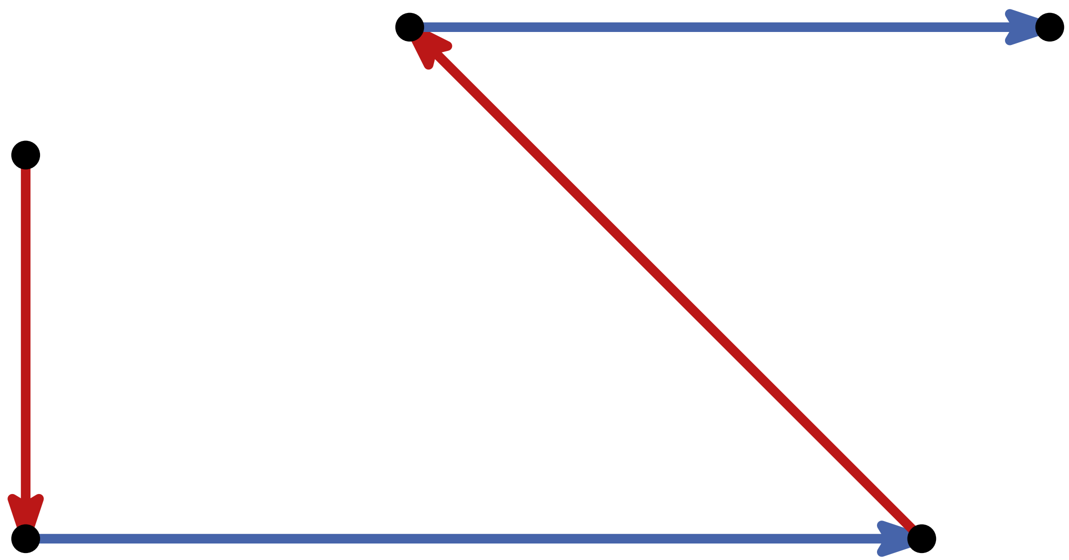
Notation

$\mathcal{L}(t)$ Beschriftung zum Zeitpunkt t.

$\longrightarrow$ $\mathcal{L}(t_0 + k \cdot \Delta)$ für $k \in \mathbb{N}$ ist vorgegeben.

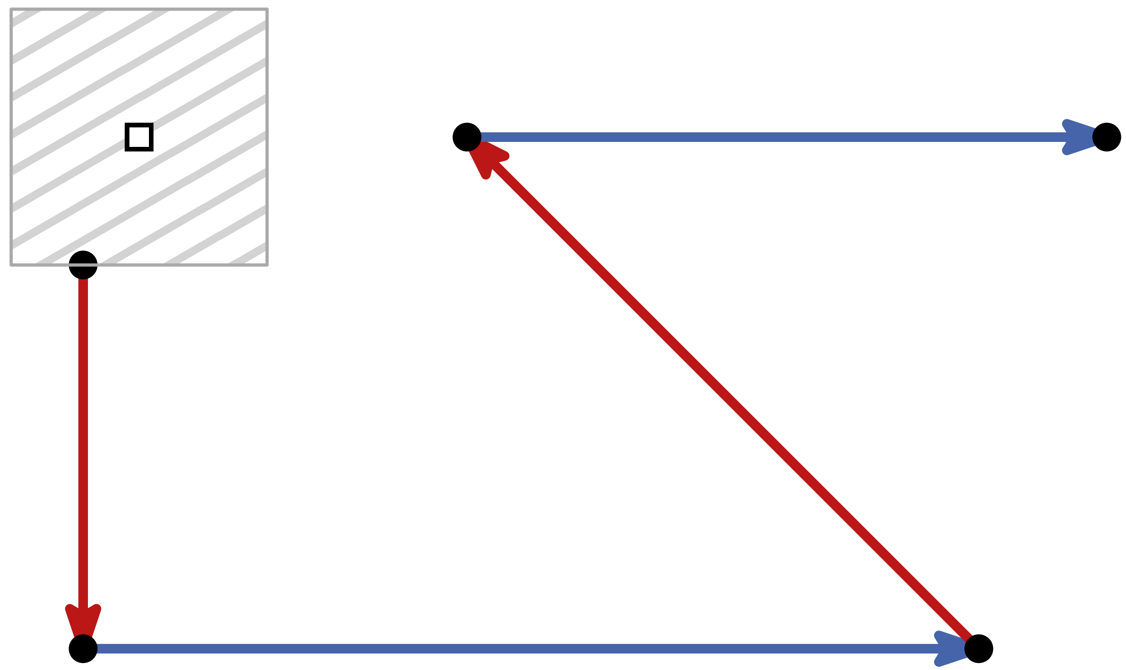
Interpolation von Beschriftungen

Betrachte einzelne Punkttrajektorie $p\colon [t_{\mathsf{start}}, t_{\mathsf{end}}] \to \mathbb{R}^2$:



Interpolation von Beschriftungen

Betrachte einzelne Punkttrajektorie $p\colon [t_{\mathsf{start}}, t_{\mathsf{end}}] \to \mathbb{R}^2$:

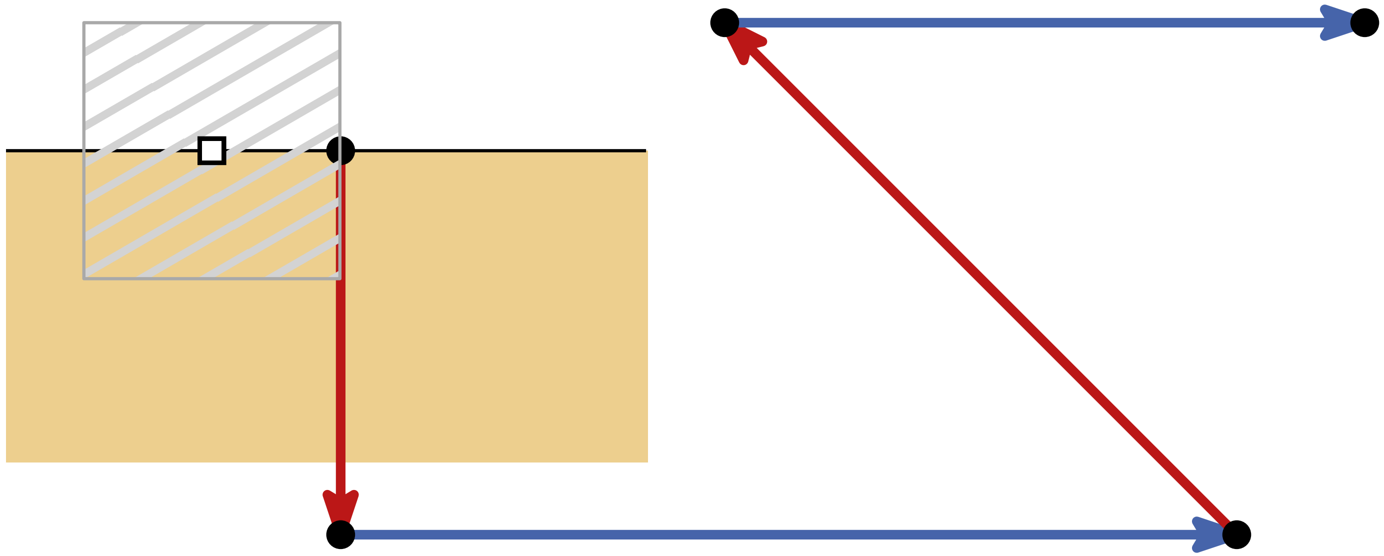


Betrachte Punkt $t = t_{\mathsf{start}}$.

Wo kann das Zentrum des Labels liegen?

Interpolation von Beschriftungen

Betrachte einzelne Punkttrajektorie $p\colon [t_{\text{start}}, t_{\text{end}}] \to \mathbb{R}^2$:

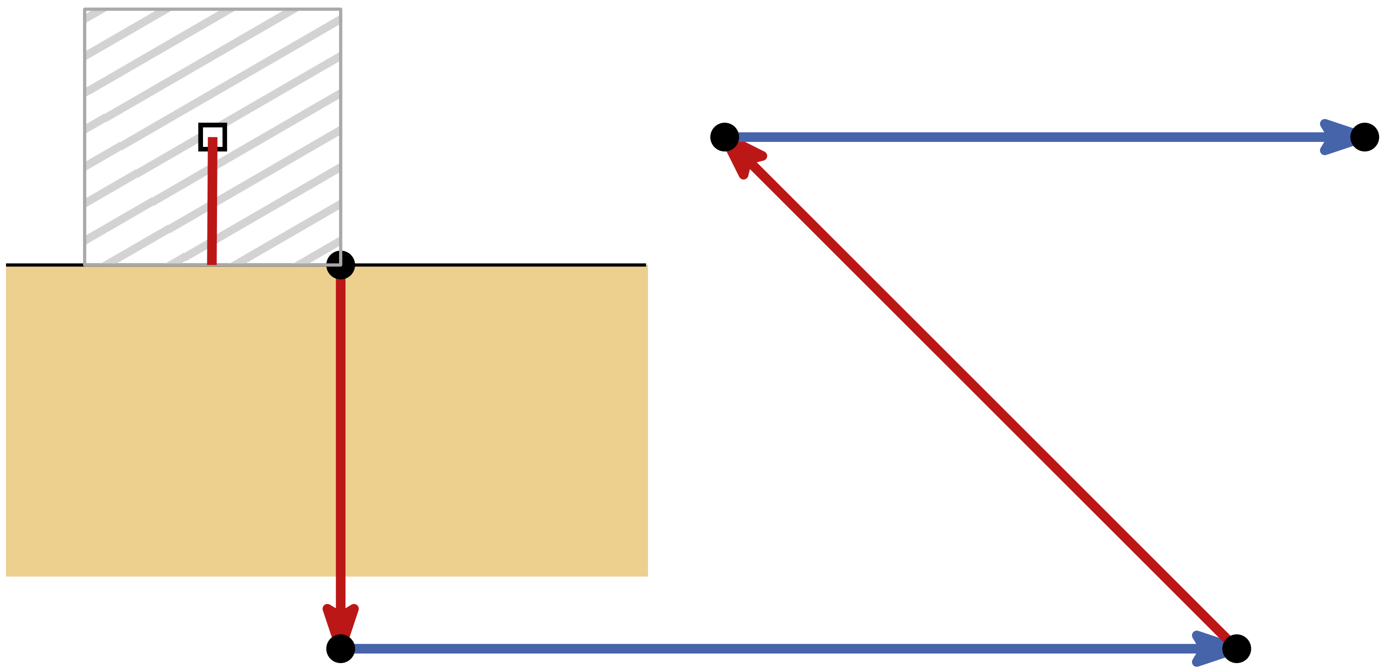


Betrachte Punkt $t = t_{\text{start}}$.

Wo kann das Zentrum des Labels liegen?

Interpolation von Beschriftungen

Betrachte einzelne Punkttrajektorie $p\colon [t_{\text{start}}, t_{\text{end}}] \to \mathbb{R}^2$:

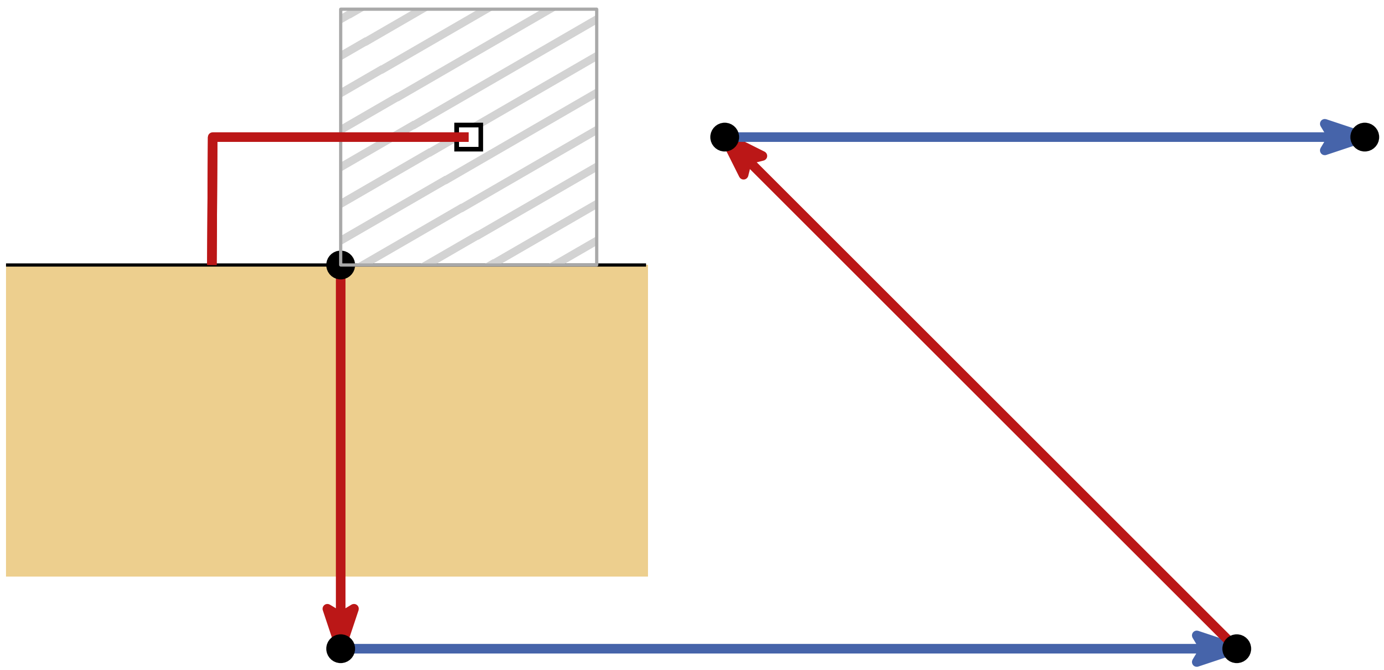


Betrachte Punkt $t = t_{\text{start}}$.

Wo kann das Zentrum des Labels liegen?

Interpolation von Beschriftungen

Betrachte einzelne Punkttrajektorie $p\colon [t_{\mathsf{start}}, t_{\mathsf{end}}] \to \mathbb{R}^2$:

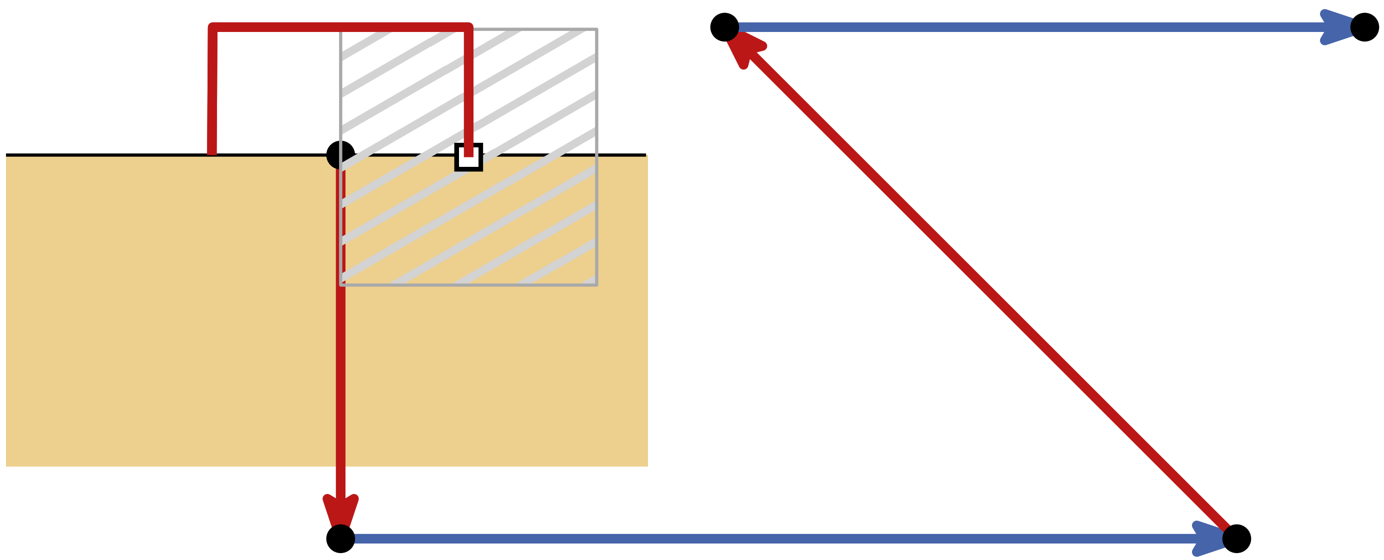


Betrachte Punkt $t = t_{\mathsf{start}}$.

Wo kann das Zentrum des Labels liegen?

Interpolation von Beschriftungen

Betrachte einzelne Punkttrajektorie $p\colon [t_{\mathsf{start}}, t_{\mathsf{end}}] \to \mathbb{R}^2$:

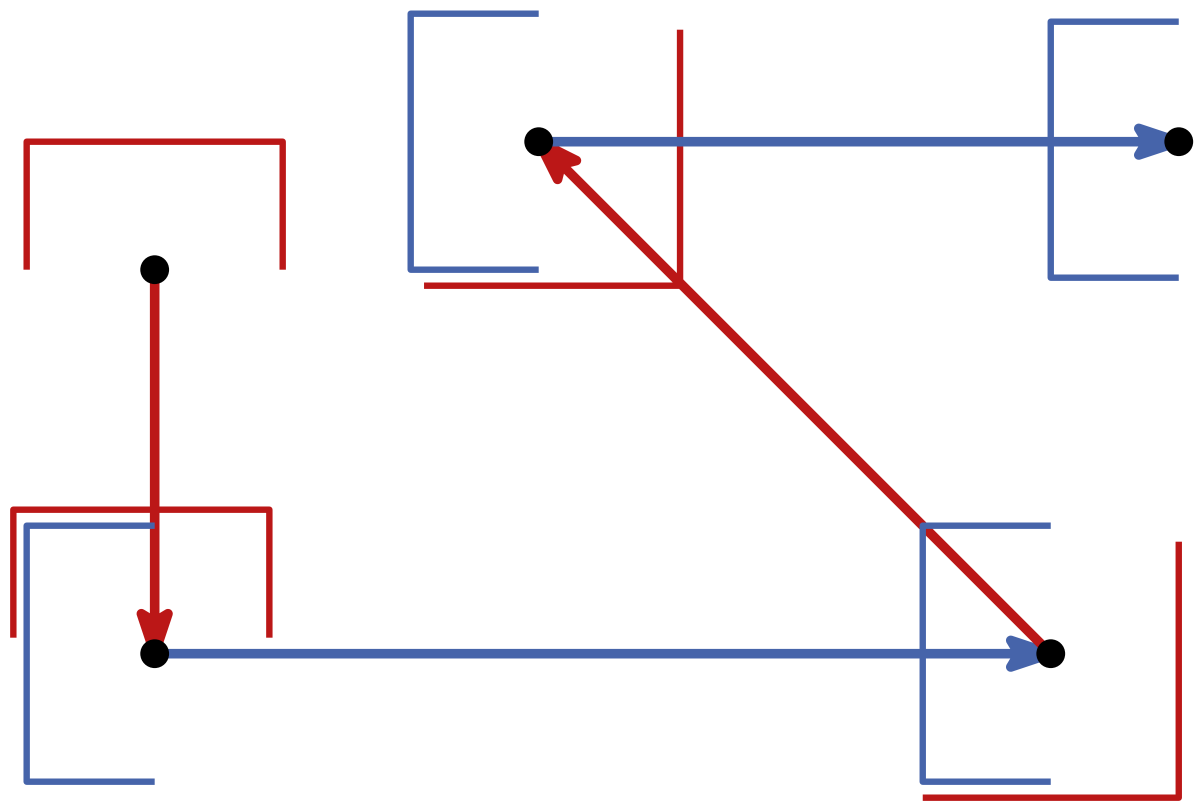


Betrachte Punkt $t = t_{\mathsf{start}}$.

Wo kann das Zentrum des Labels liegen?

Interpolation von Beschriftungen

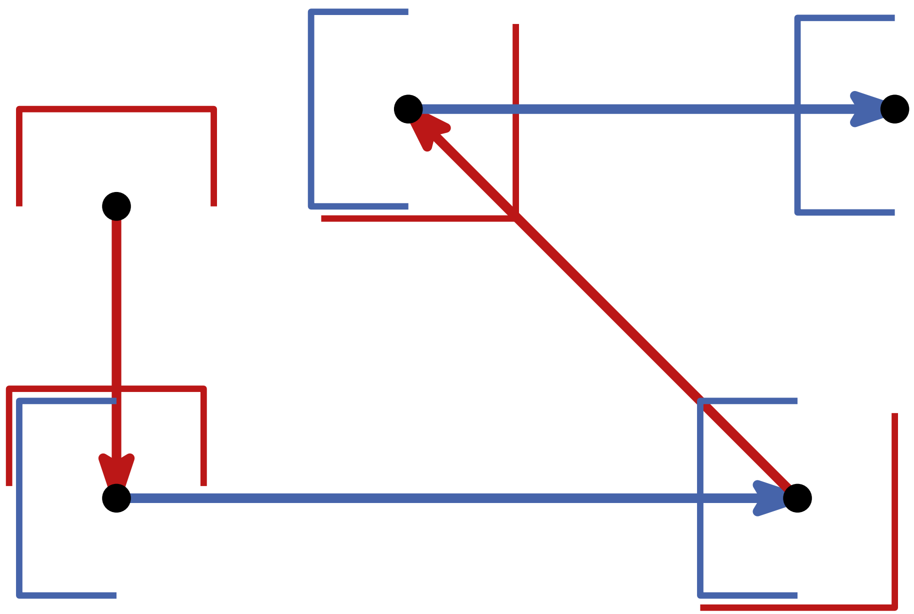
Betrachte einzelne Punkttrajektorie $p\colon [t_{\mathsf{start}}, t_{\mathsf{end}}] \to \mathbb{R}^2$:



Für jeden Zeitpunkt t erhält man *Konfiguration* $C(t)$ von p.

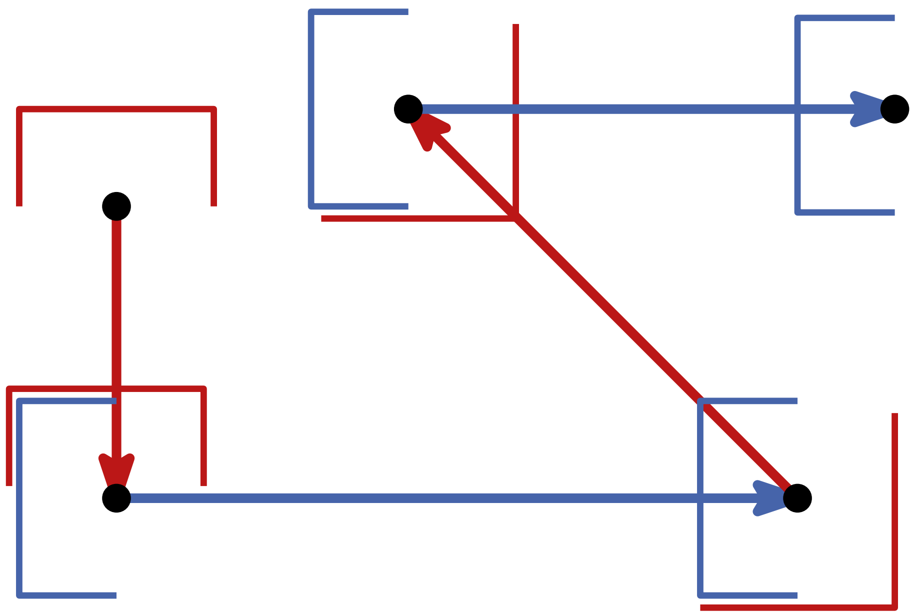
Fasse $C(t)$ als Polygonzug auf.

Interpolation von Beschriftungen



Betrachte $C(t)$ mit Ursprung $p(t)$.

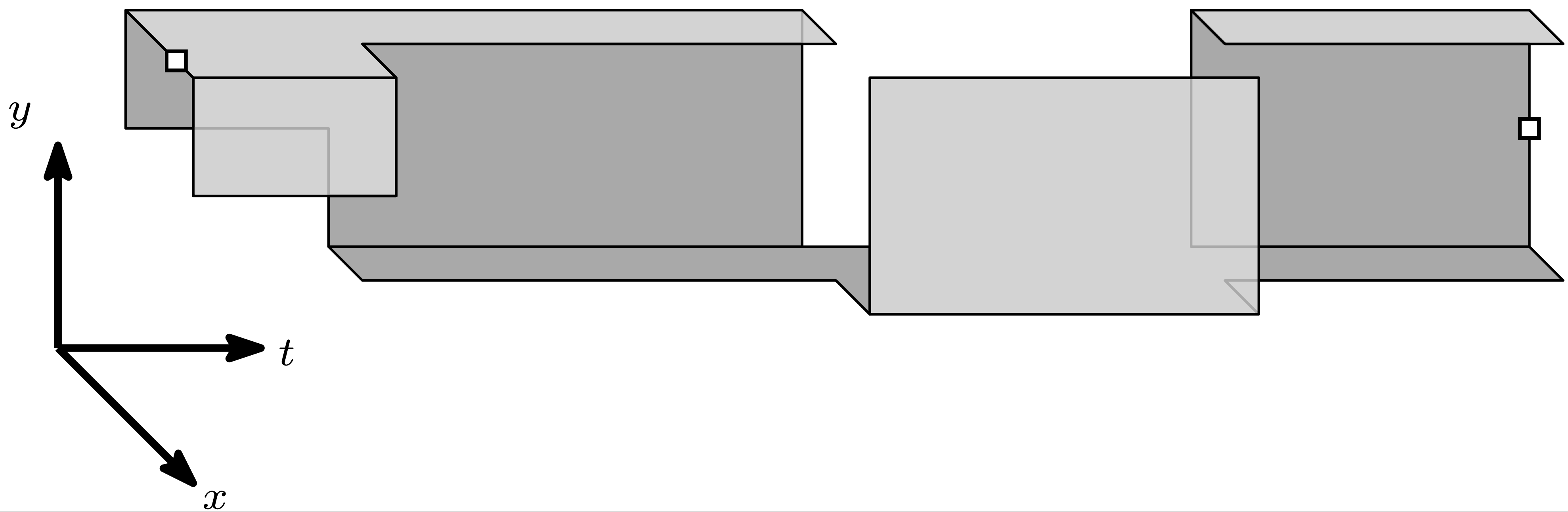
Interpolation von Beschriftungen



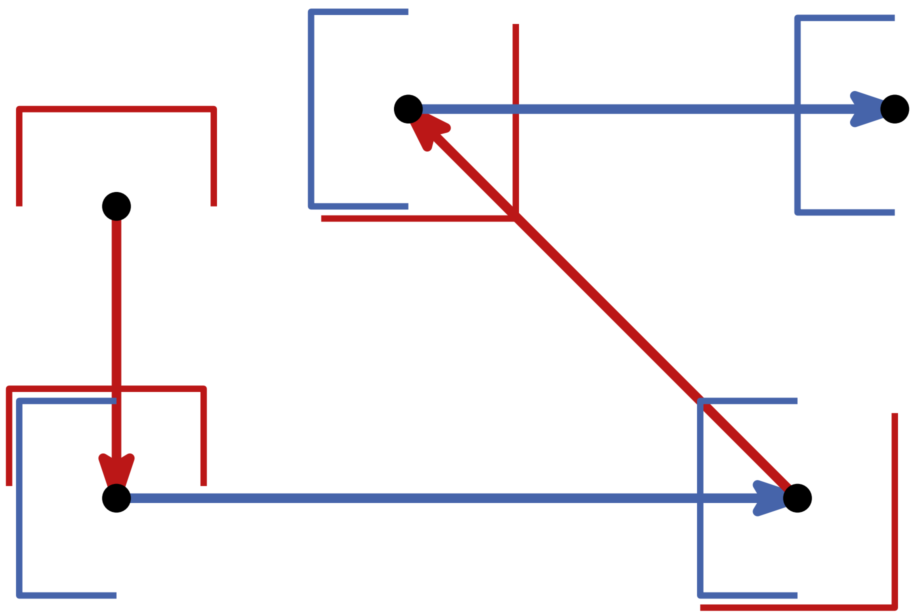
Betrachte $C(t)$ mit Ursprung $p(t)$.

Trage $C(t)$ über t auf.

$\longrightarrow$ 3D-Objekt



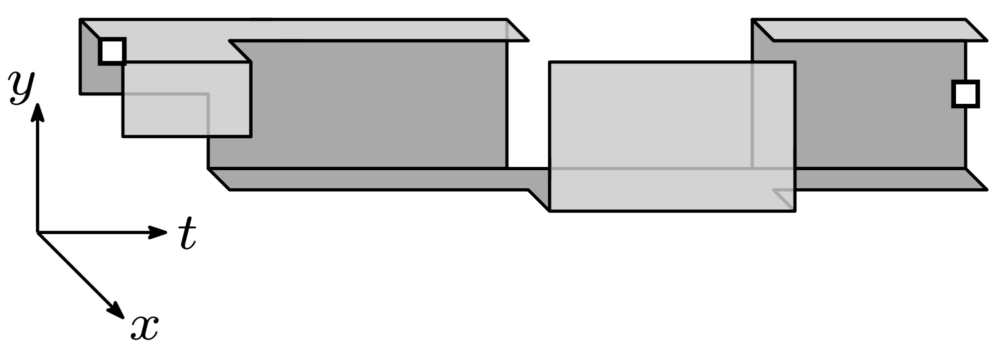
Interpolation von Beschriftungen



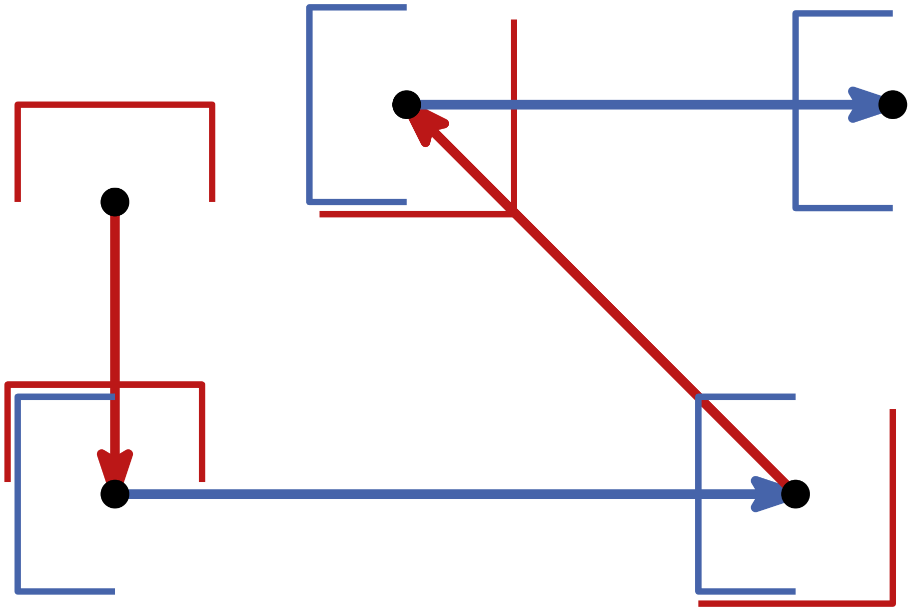
Betrachte $C(t)$ mit Ursprung $p(t)$.

Trage $C(t)$ über t auf.

$\longrightarrow$ 3D-Objekt



Interpolation von Beschriftungen



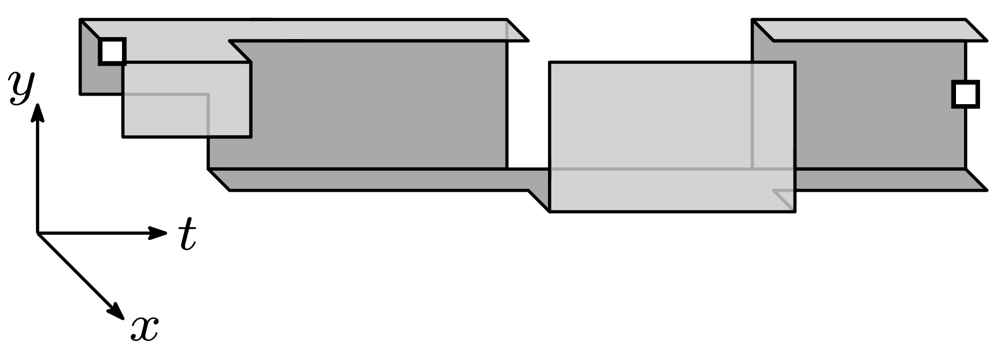
Betrachte $C(t)$ mit Ursprung $p(t)$.

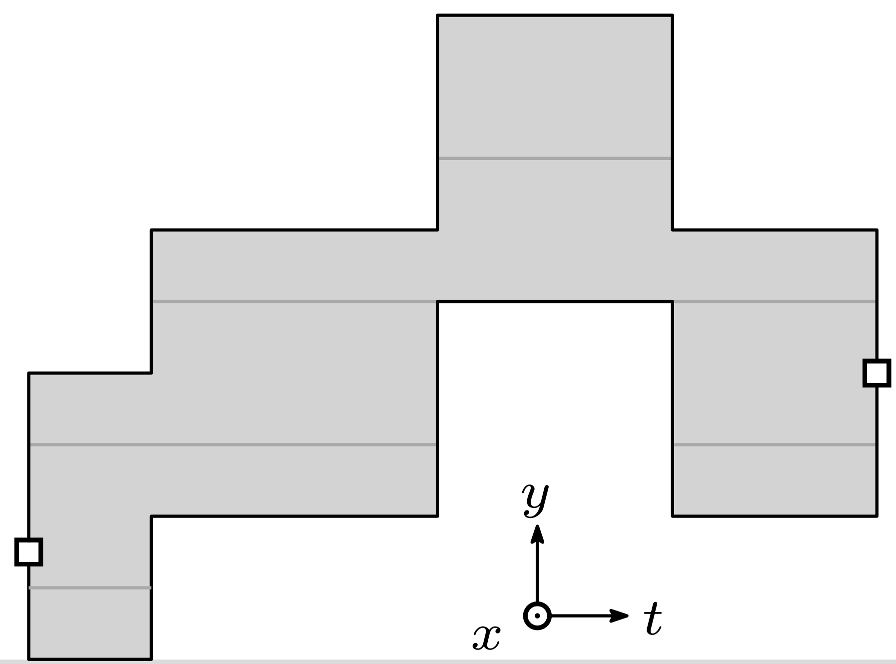
Trage $C(t)$ über t auf.

$\longrightarrow$ 3D-Objekt

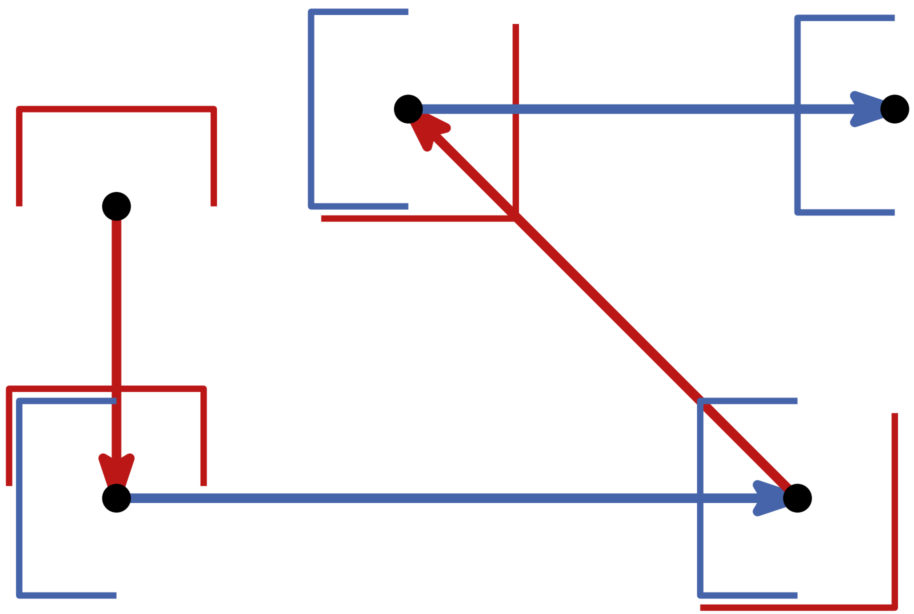
Falte Objekt auf.

$\longrightarrow$ Rektilin. Polygon R





Interpolation von Beschriftungen



Betrachte $C(t)$ mit Ursprung $p(t)$.

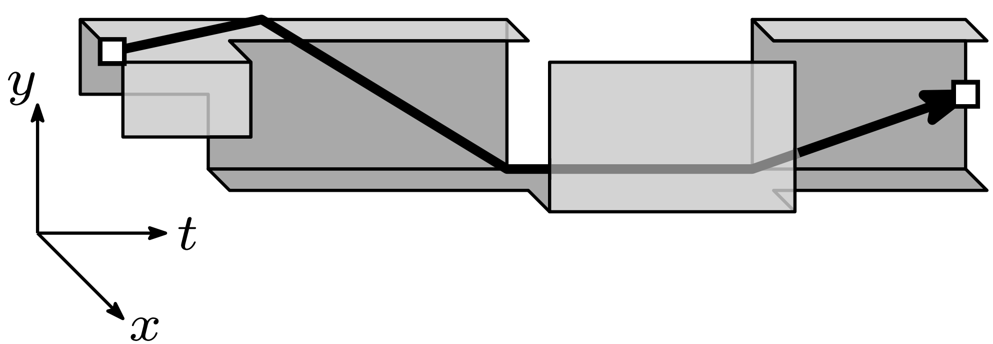
Trage $C(t)$ über t auf.

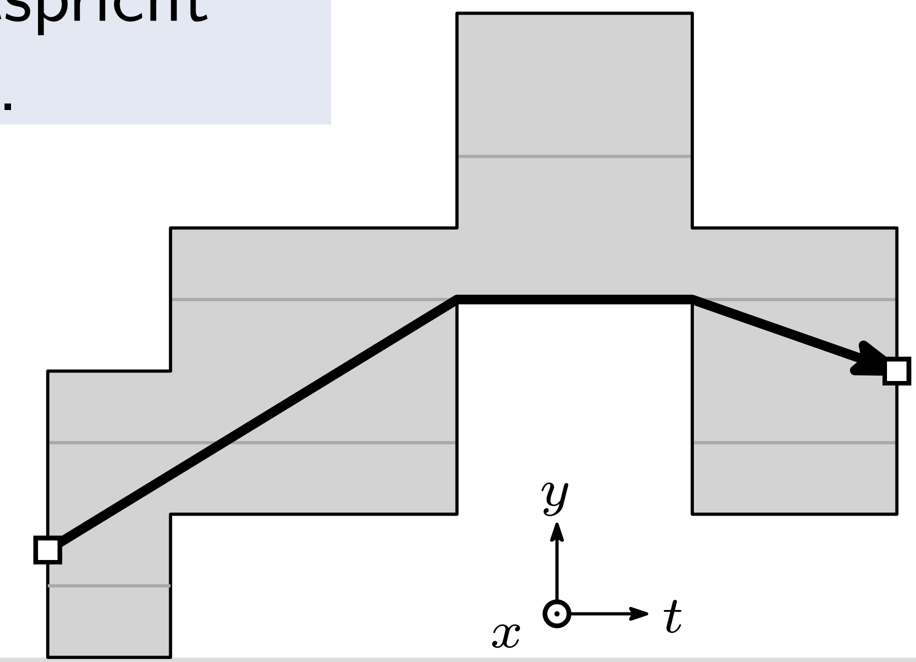
⟶ 3D-Objekt

Falte Objekt auf.

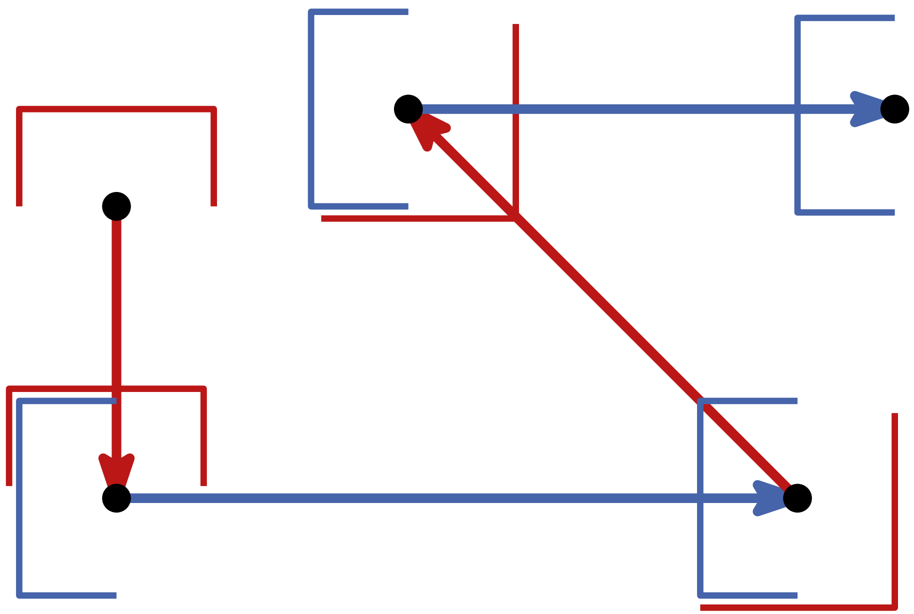
⟶ Rektilin. Polygon R

t-monotoner Pfad durch R entspricht Bewegung des Zentrums von ℓ.





Interpolation von Beschriftungen



Betrachte $C(t)$ mit Ursprung $p(t)$.

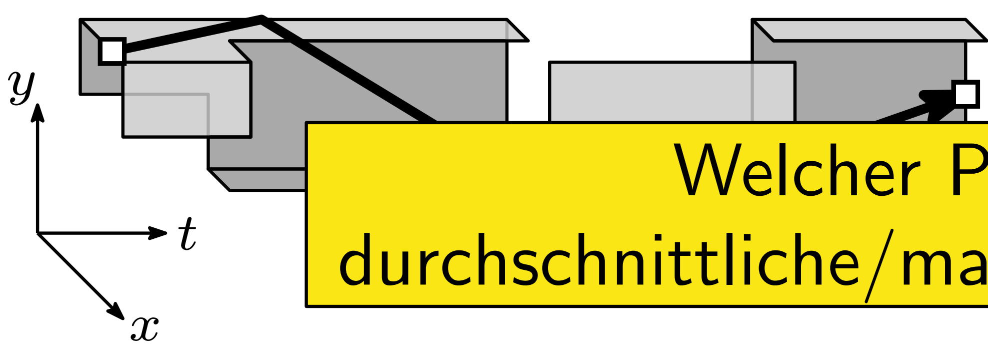
Trage $C(t)$ über t auf.

$\longrightarrow$ 3D-Objekt

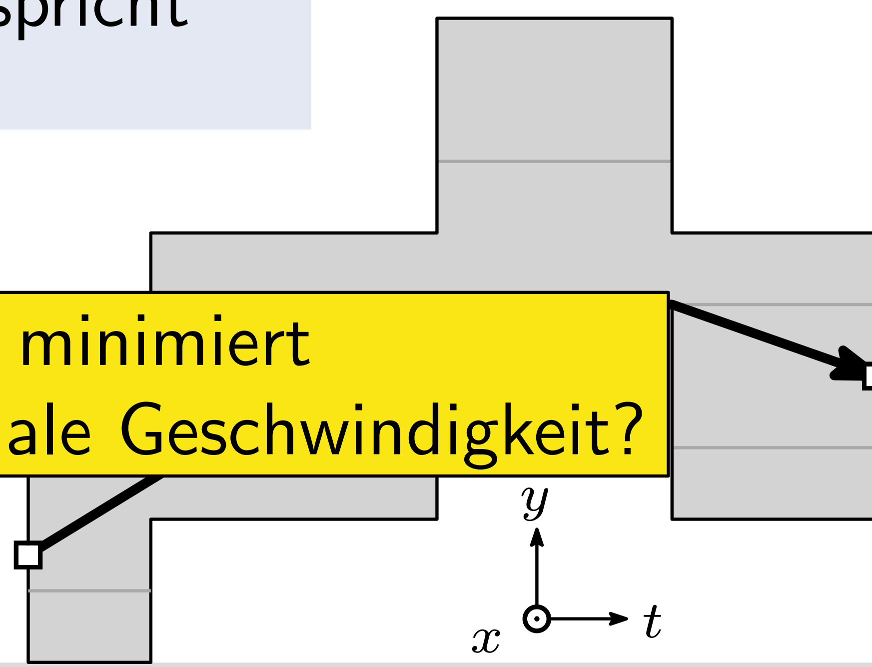
Falte Objekt auf.

$\longrightarrow$ Rektilin. Polygon R

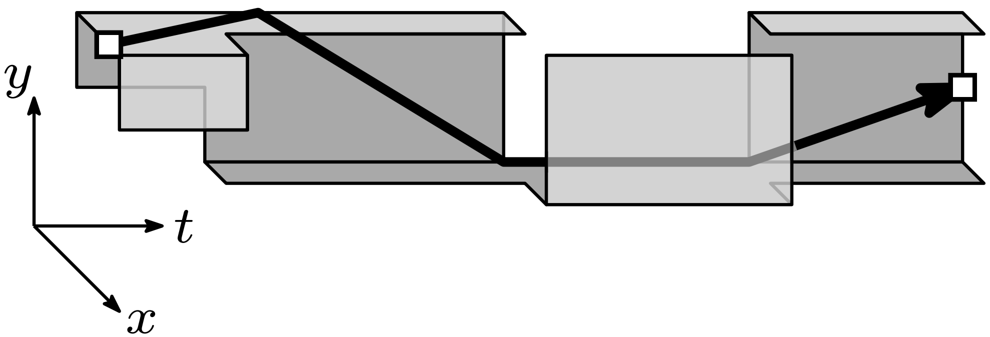
t-monotoner Pfad durch R entspricht Bewegung des Zentrums von ℓ.

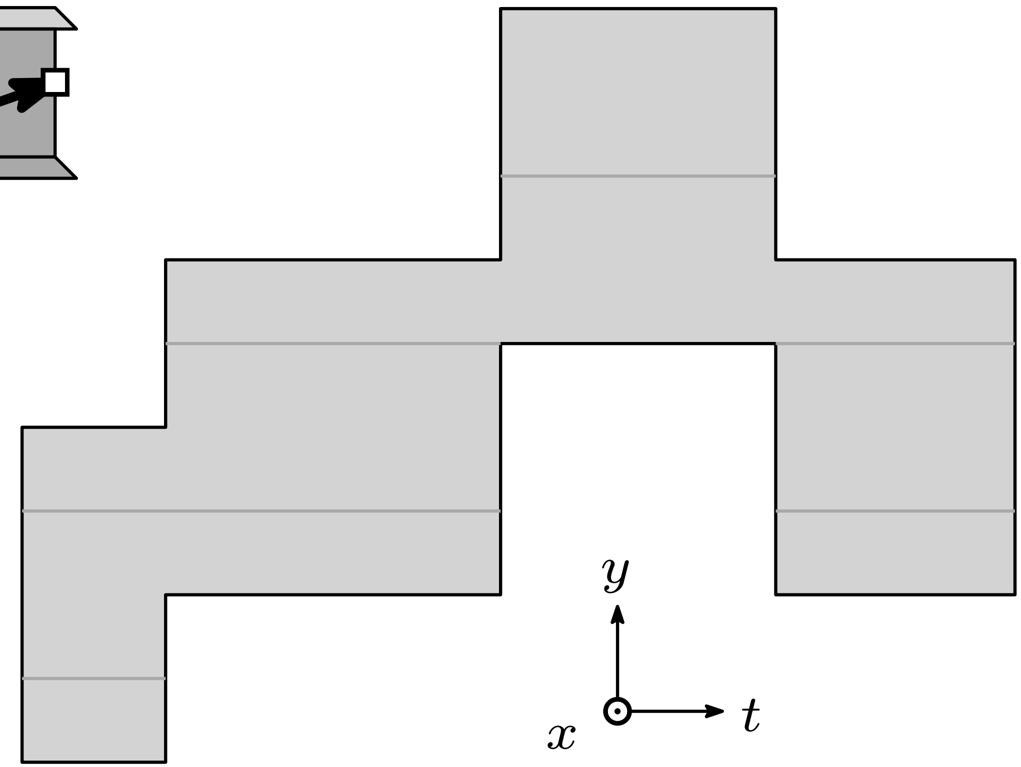


Welcher Pfad minimiert durchschnittliche/maximale Geschwindigkeit?

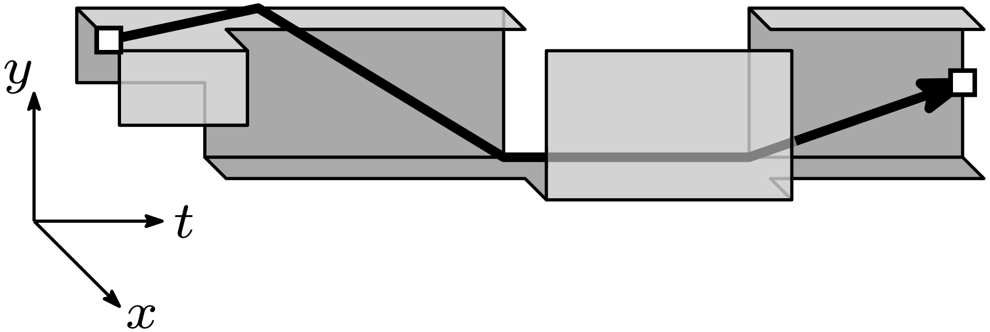


Interpolation von Beschriftungen



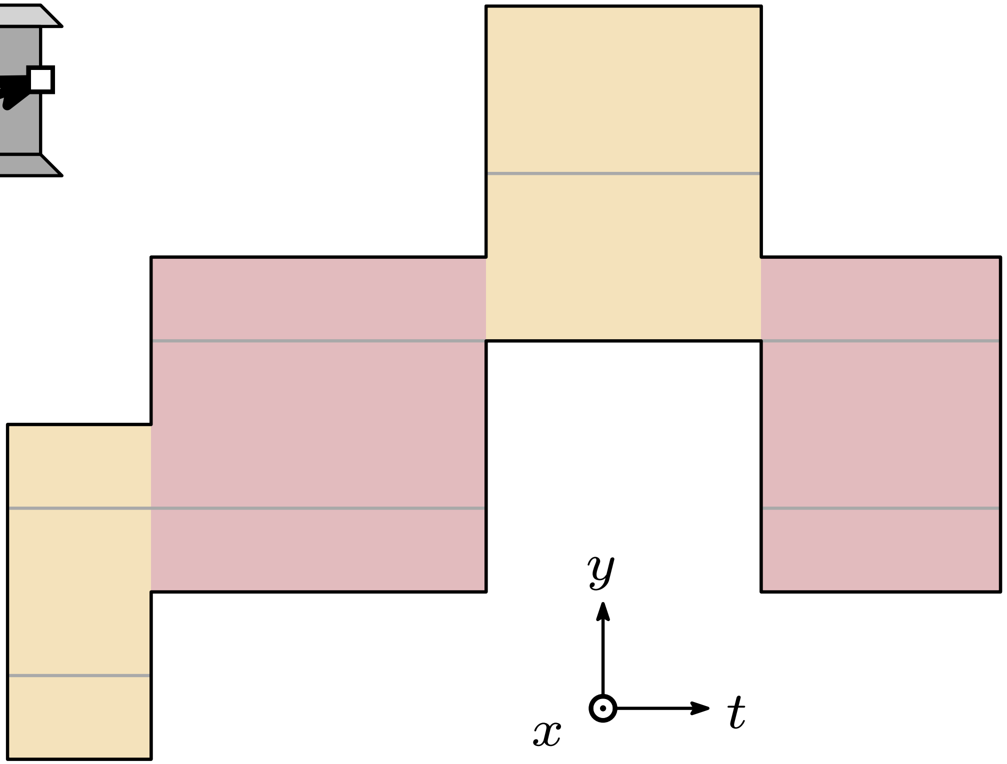


Interpolation von Beschriftungen

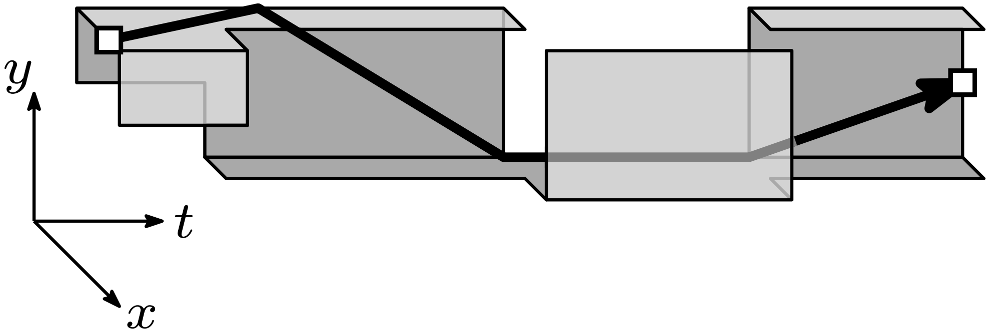


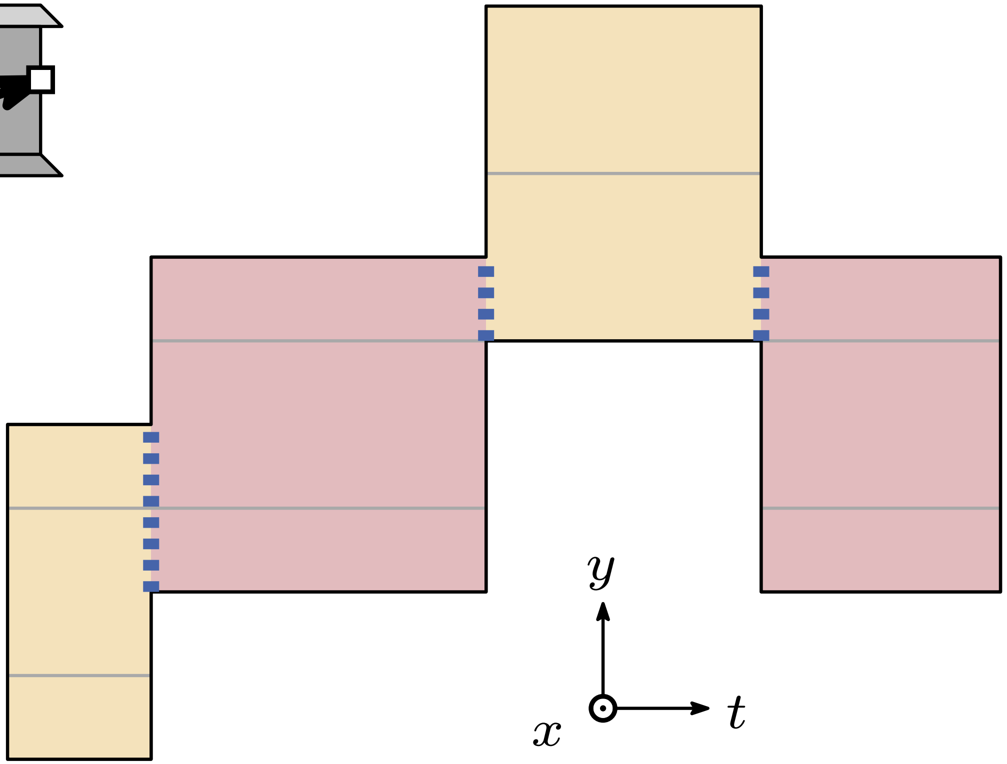
Beob.: Wenn Trajektorie p aus k Ecken besteht:

R ist Vereinigung von $k-1$ disjunkten achsen-parallellen Rechtecken.



Interpolation von Beschriftungen

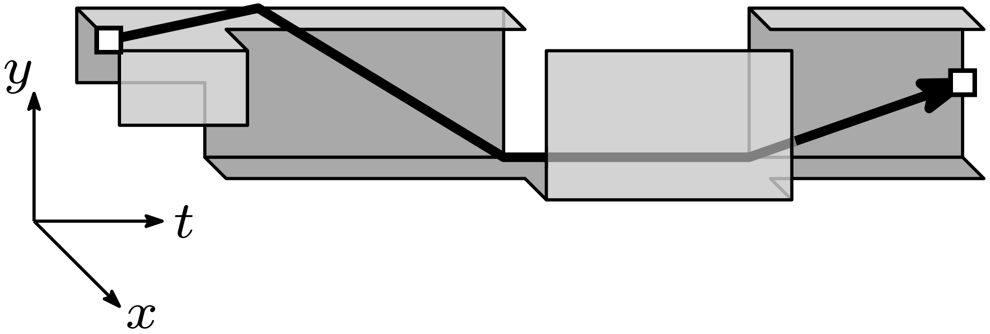




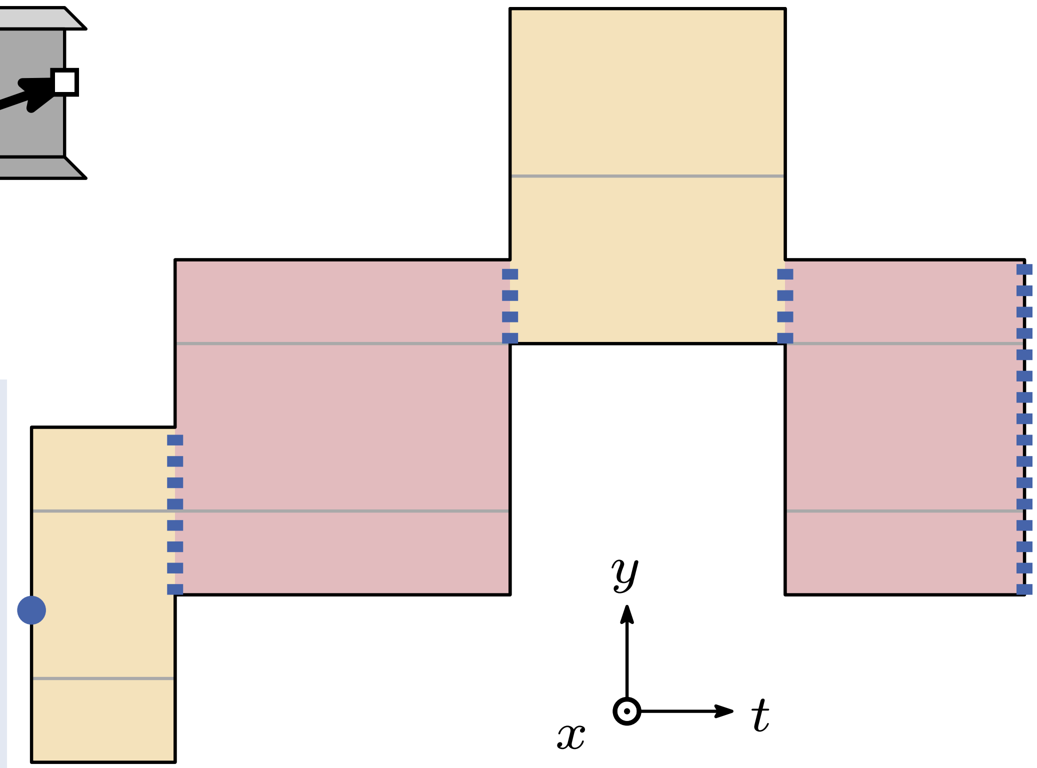
Beob.: Wenn Trajektorie p aus k Ecken besteht: R ist Vereinigung von $k-1$ disjunkten achsen-parallelen Rechtecken.

Portal $=$ vertikale Verbindungsstrecke zweier aufeinanderfolgender Rechtecke.

Interpolation von Beschriftungen



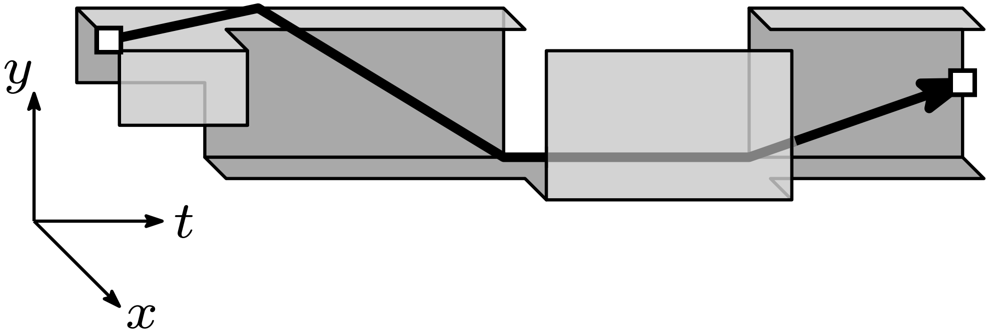
Beob.: Wenn Trajektorie p aus k Ecken besteht:
R ist Vereinigung von $k-1$ disjunkten achsen-parallellen Rechtecken.

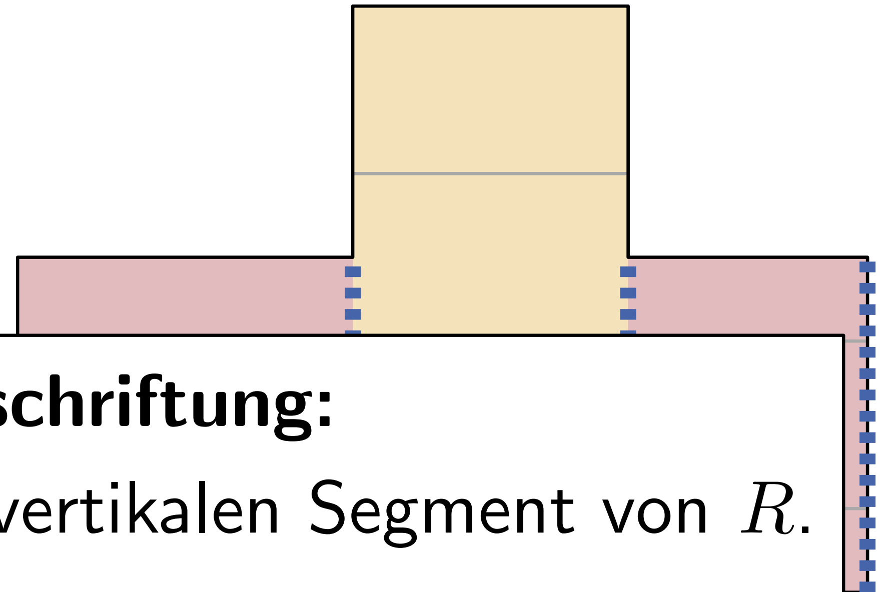


Portal $=$ vertikale Verbindungsstrecke zweier aufeinander-folgender Rechtecke.

Zusätzlich: Portal bei t_{start} und t_{end}, die $\mathcal{L}(t_{\text{start}})$ bzw. $\mathcal{L}(t_{\text{end}})$ beachten.

Interpolation von Beschriftungen





$\mathcal{L}(t_{\text{start}})$ ist vorgegebene Beschriftung:
Portal ist Punkt auf linkesten vertikalen Segment von R.

$\mathcal{L}(t_{\text{start}})$ ist nicht vorgegebene Beschriftung:
Portal ist linkestes vertikales Segment von R.

Analog für t_{end}.

folgender Rechtecke.

Zusätzlich: Portal bei t_{start} und t_{end}, die $\mathcal{L}(t_{\text{start}})$ bzw. $\mathcal{L}(t_{\text{end}})$ beachten.

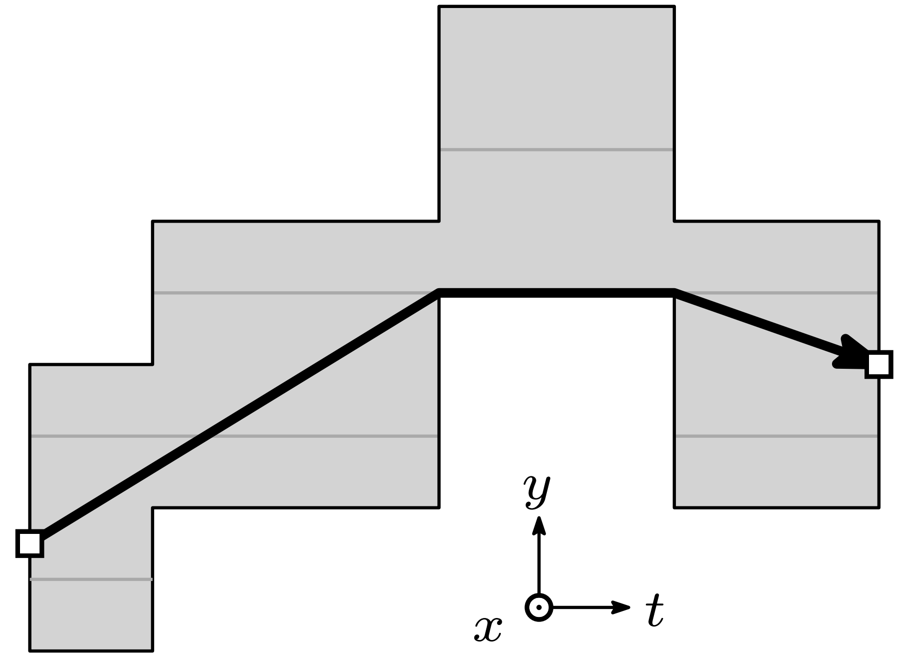
Interpolation von Beschriftungen

Lemma 1: Gegeben sei Punkttrajektorie p. Der kürzeste Pfad vom Portal $\Psi(t_{\text{start}})$ zum Portal $\Psi(t_{\text{end}})$ durch R liefert eine Label-Trajektorie, die

1. die durchschnittliche Geschwindikeit und
2. die maximale Geschwindigkeit

für das Label von p relativ zu p minimiert.

$\Psi(t)=$ Portal zum Zeitpunkt t.



Interpolation von Beschriftungen

Gegeben sei

- Menge P an n Punkttrajektorien und
- stat. Beschriftungen $\mathcal{L}(t_1)$ und $\mathcal{L}(t_2)$ zu Zeiten t_1 und t_2.

Bezeichne k_p die Anzahl Eckpunkte einer Trajektorie $p \in P$.

Theorem 1:
In $O(\sum_{p \in P} k_p)$ Zeit kann dyn. Beschriftung $\mathcal{L}(t_1, t_2)$ berechnet werden, die

- $\mathcal{L}(t_1)$ und $\mathcal{L}(t_2)$ berücksichtigt und
- für jede Trajektorie $p \in P$ die durchschnittliche und maximale Label-Geschwindigkeit minimiert.

Interpolation von Beschriftungen

Gegeben sei

- Menge P an n Punkttrajektorien und
- stat. Beschriftungen $\mathcal{L}(t_1)$ und $\mathcal{L}(t_2)$ zu Zeiten t_1 und t_2.

Bezeichne k_p die Anzahl Eckpunkte einer Trajektorie $p \in P$.

Theorem 1:
In $O(\sum_{p \in P} k_p)$ Zeit kann dyn. Beschriftung $\mathcal{L}(t_1, t_2)$ berechnet werden, die

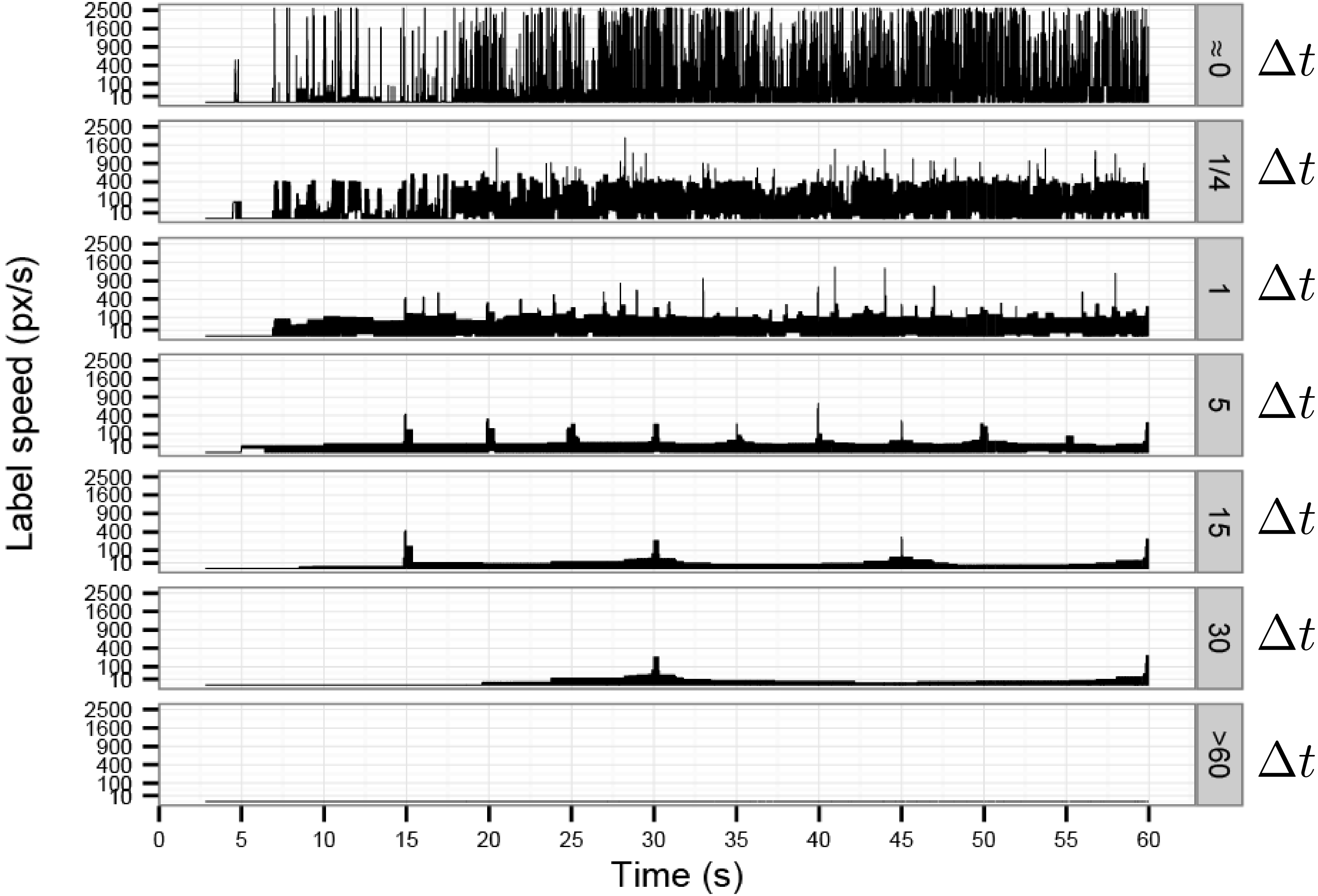
- $\mathcal{L}(t_1)$ und $\mathcal{L}(t_2)$ berücksichtigt und
- für jede Trajektorie $p \in P$ die durchschnittliche und maximale Label-Geschwindigkeit minimiert.

Beweis:

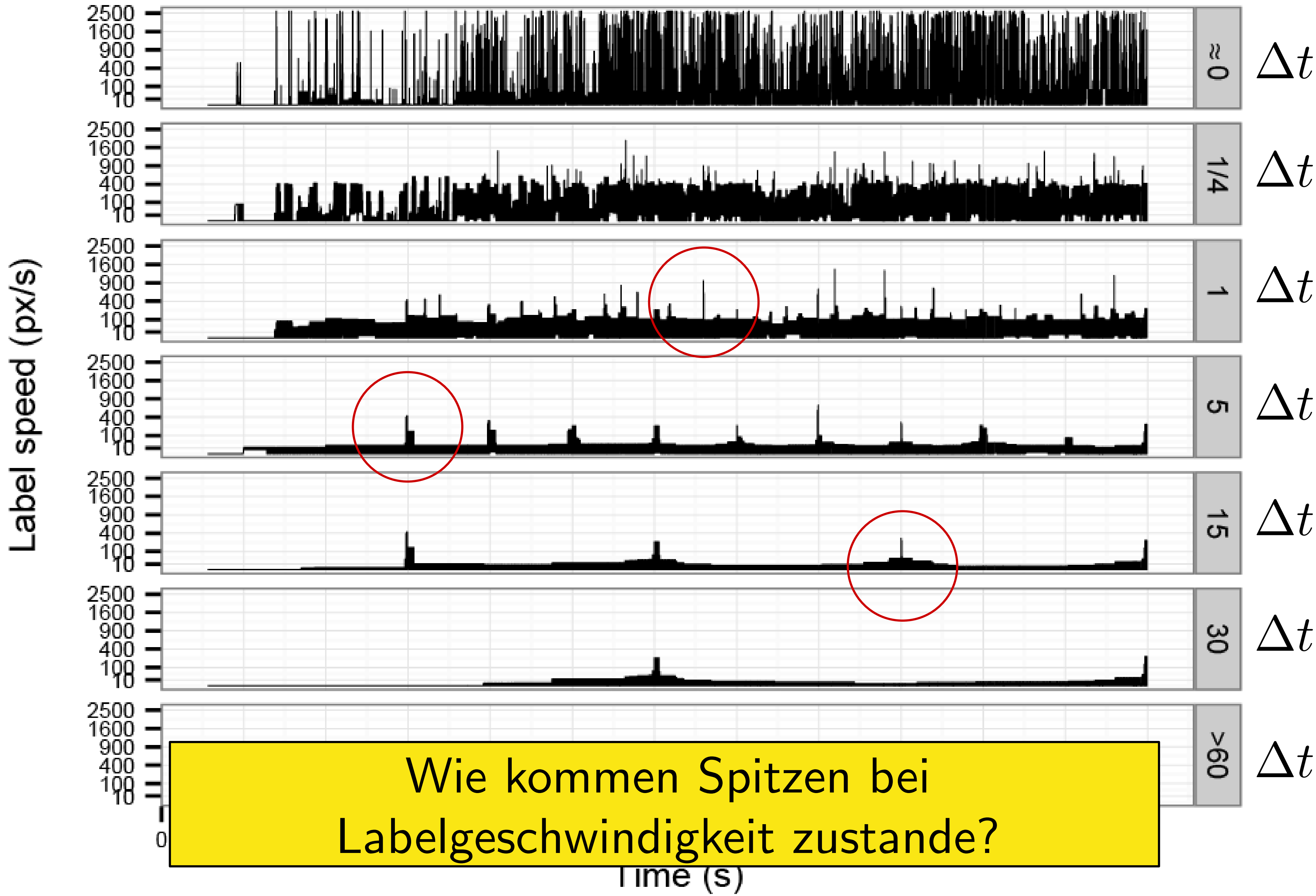
Berechne für jede Trajektorie kürzesten Pfad durch R (Lemma 1).

Kann in lin. Zeit gemacht werden (ohne Beweis).

Experimentelle Ergebnisse

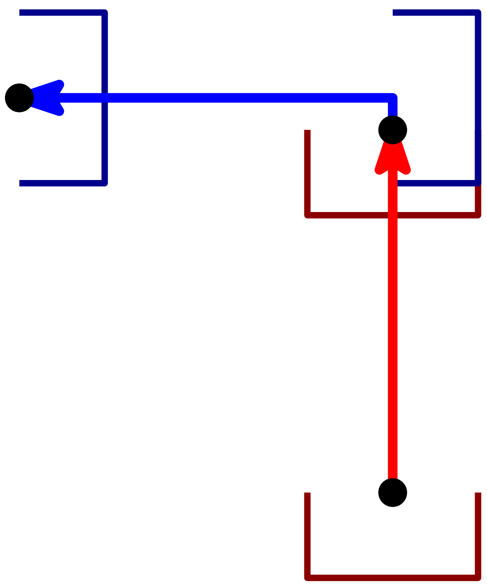


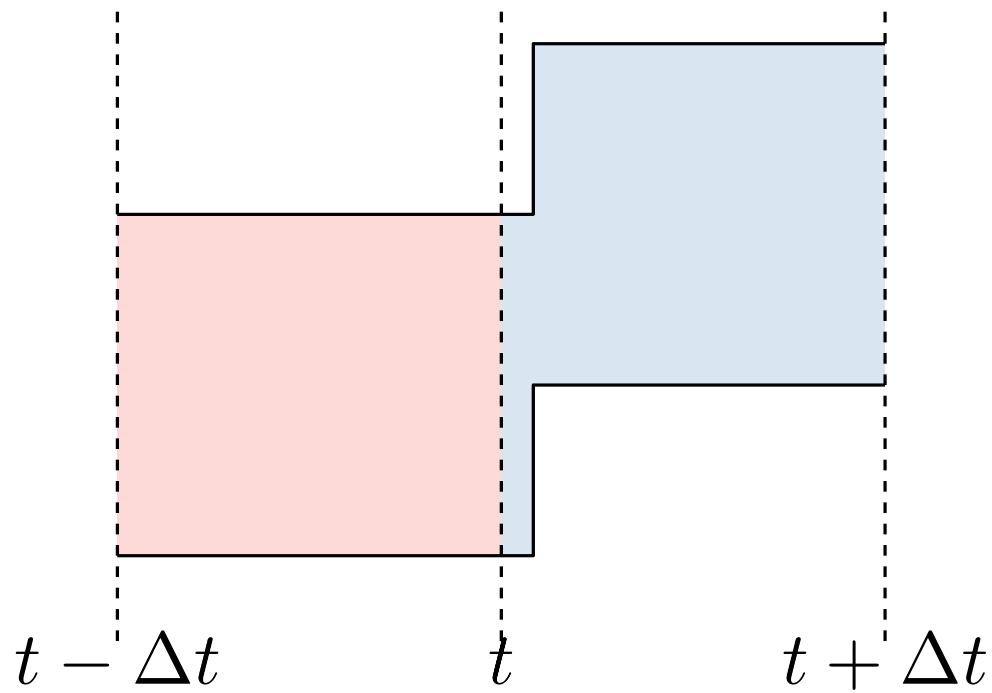
Experimentelle Ergebnisse



Wie kommen Spitzen bei Labelgeschwindigkeit zustande?

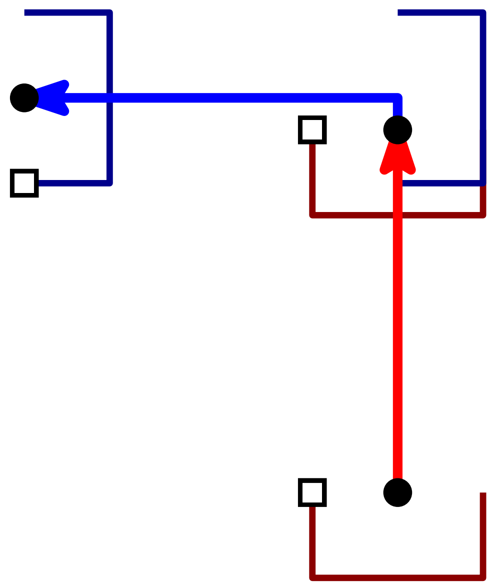
Problem

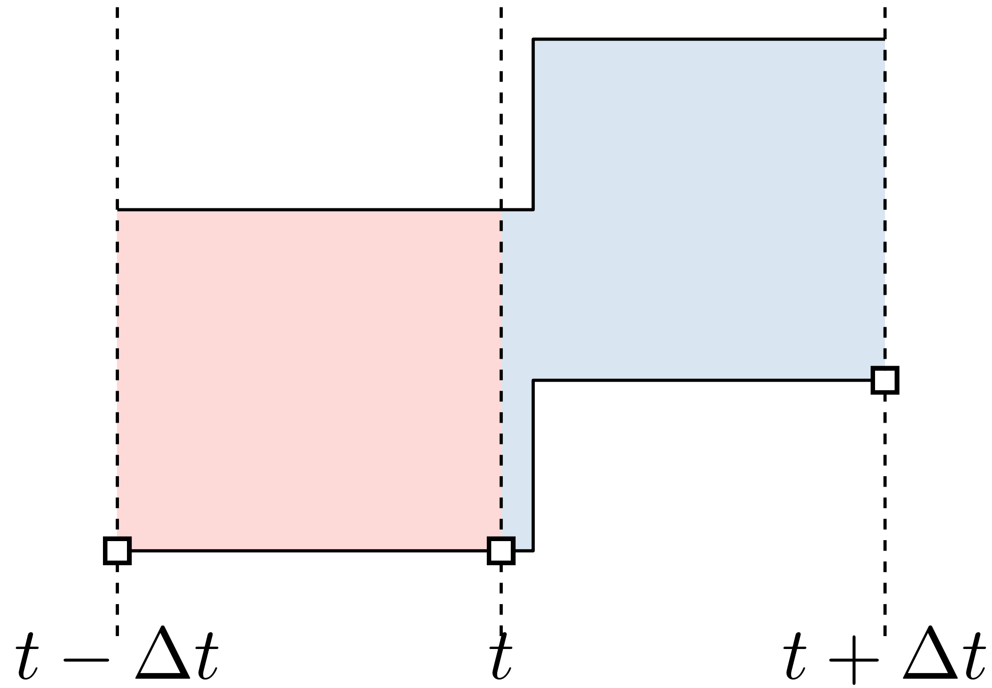




Vorgegebene statische Beschriftungen können ungeeignet gewählt sein.

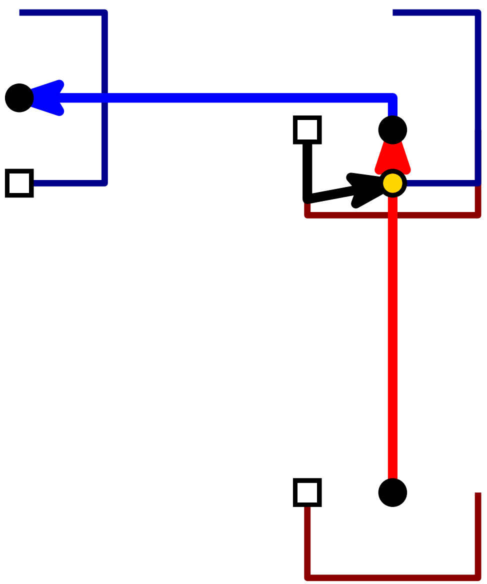
Problem

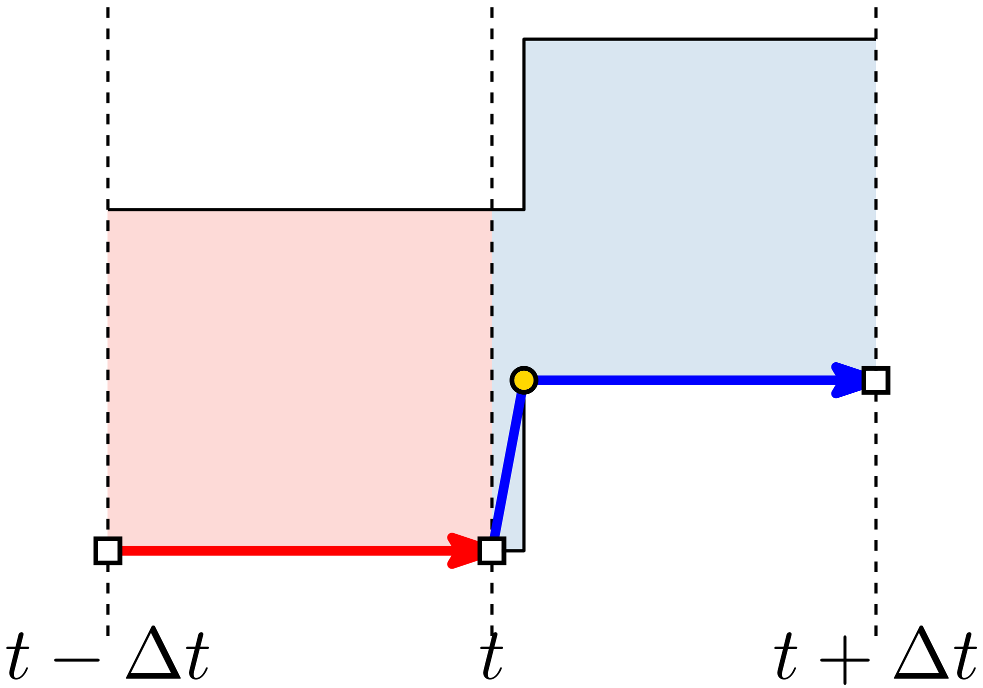




Vorgegebene statische Beschriftungen können ungeeignet gewählt sein.

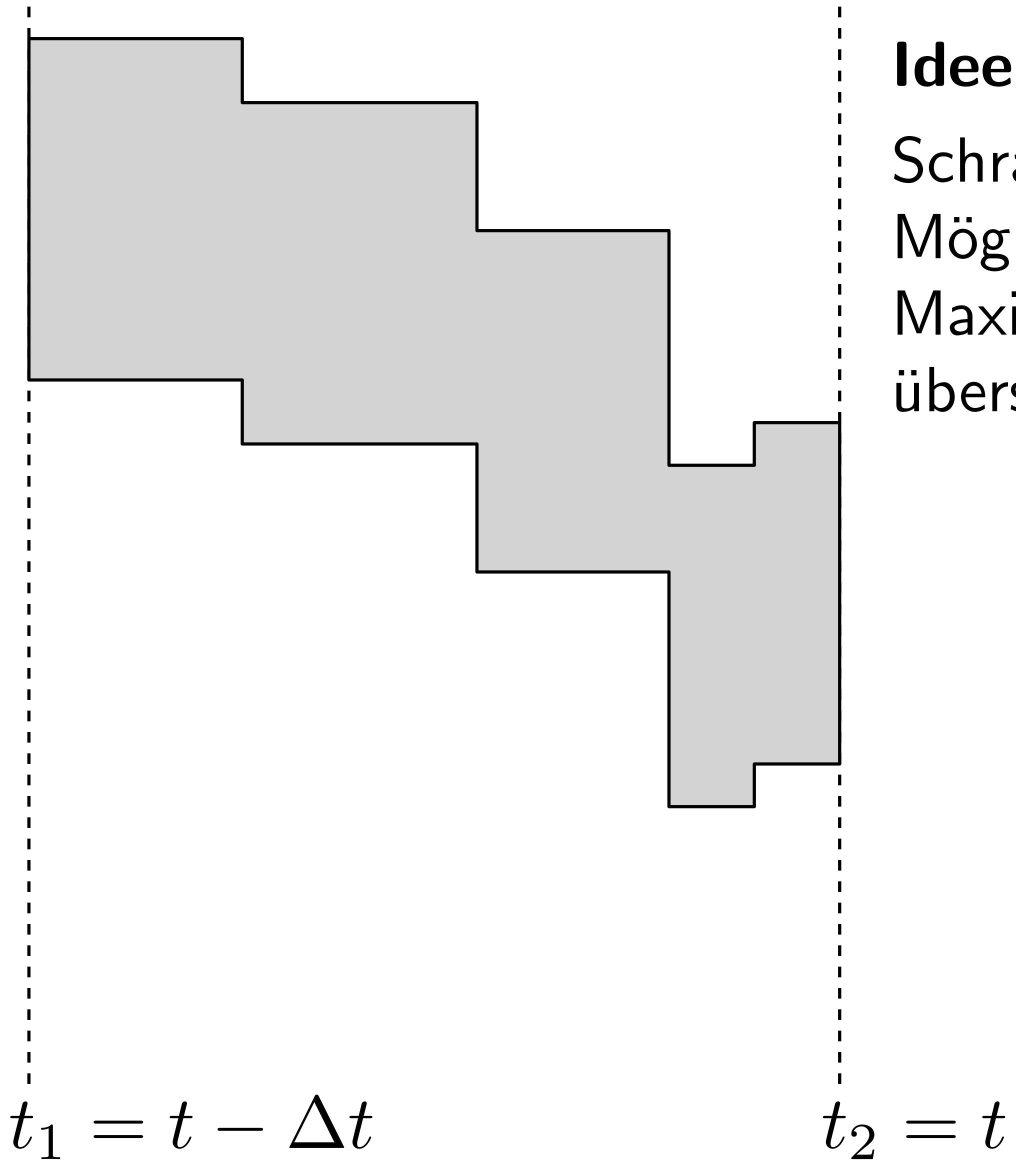
Problem





Vorgegebene statische Beschriftungen können ungeeignet gewählt sein.

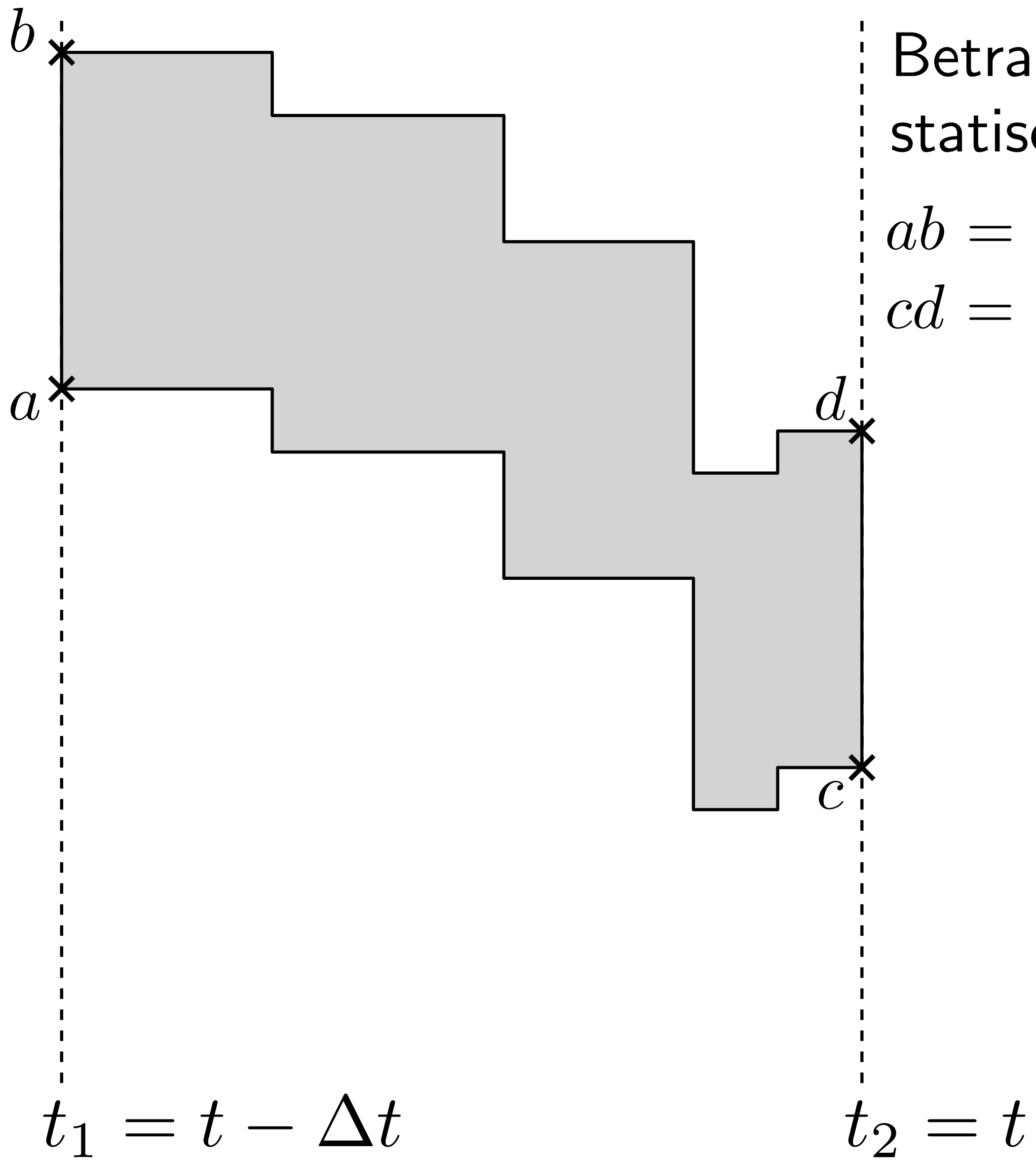
Verbesserung: Trimmen



Idee:

Schränke R so ein, dass Pfade nach Möglichkeit vorgegebene Maximalgeschwindigkeit v nicht überschreiten.

Verbesserung: Trimmen

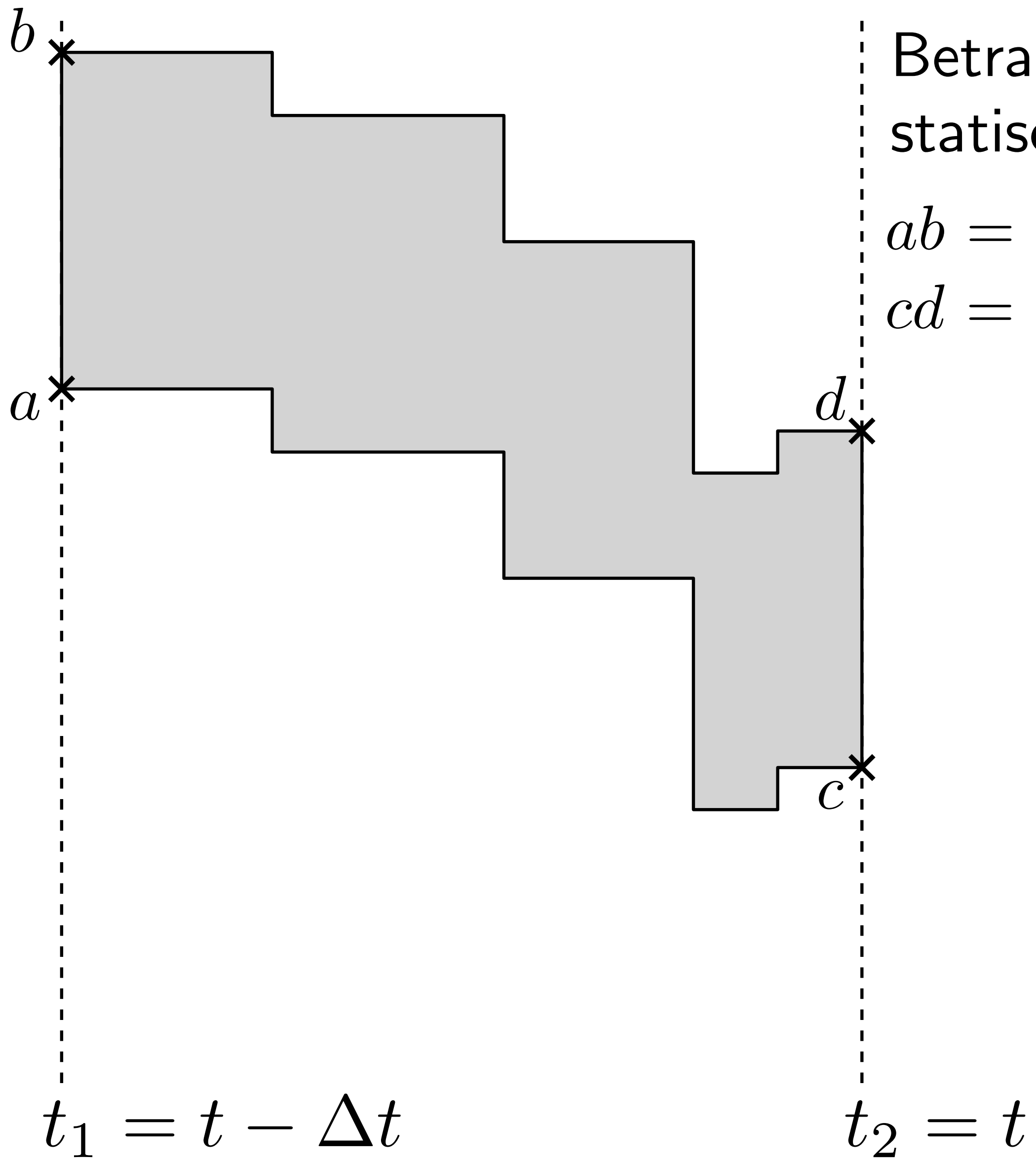


Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

ab = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1

cd = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

Verbesserung: Trimmen

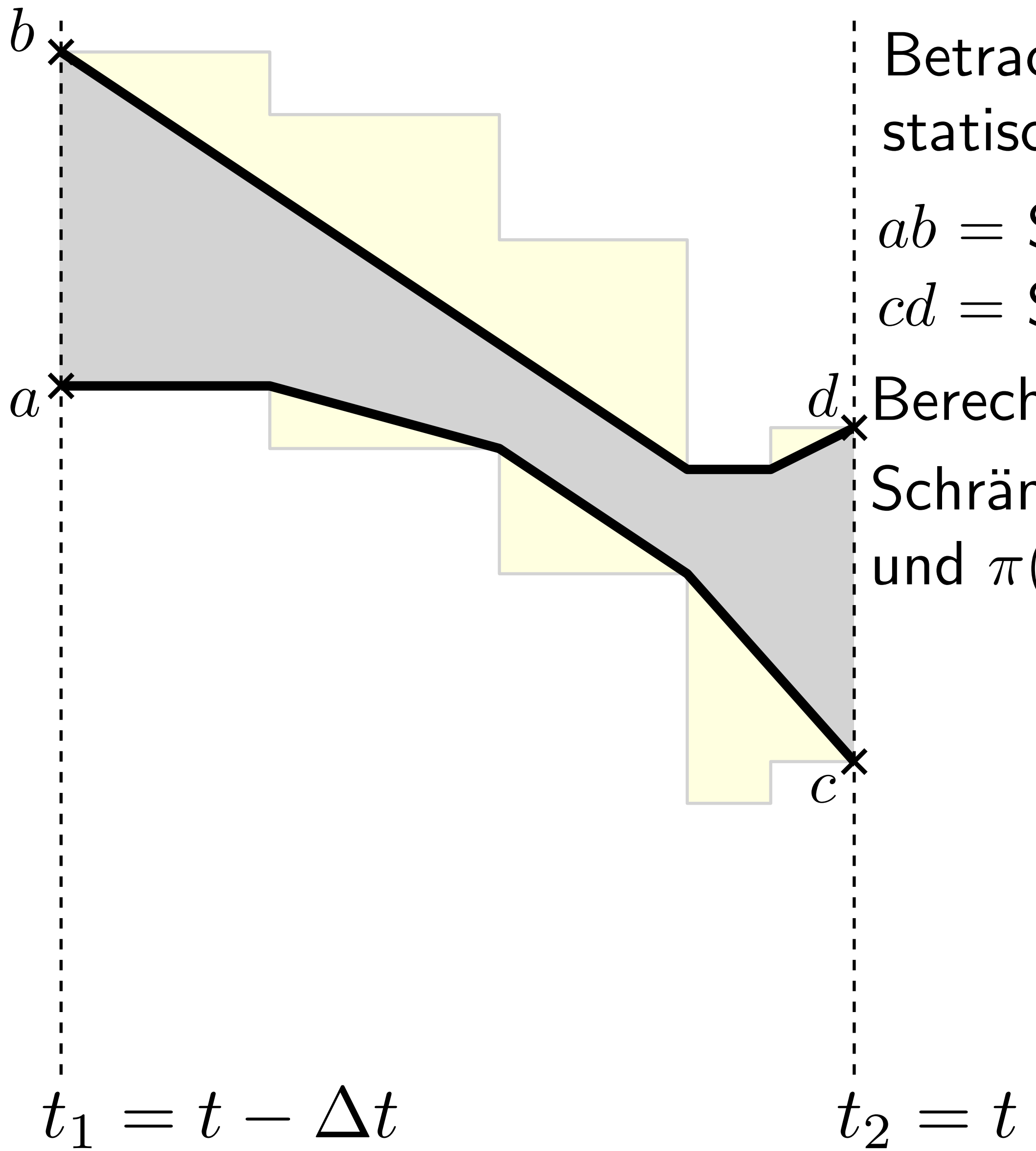


Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

ab = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1

cd = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

Verbesserung: Trimmen



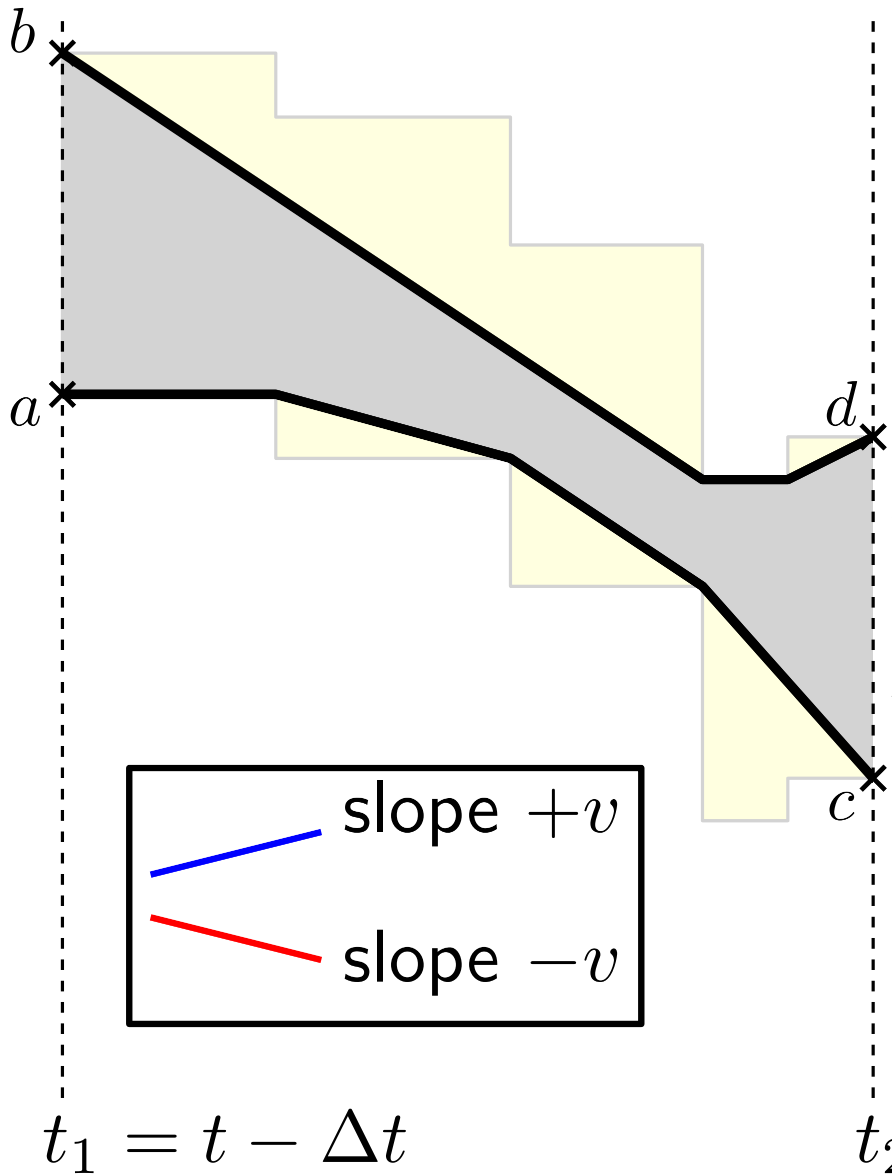
Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

$ab =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
$cd =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

$ab =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
$cd =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

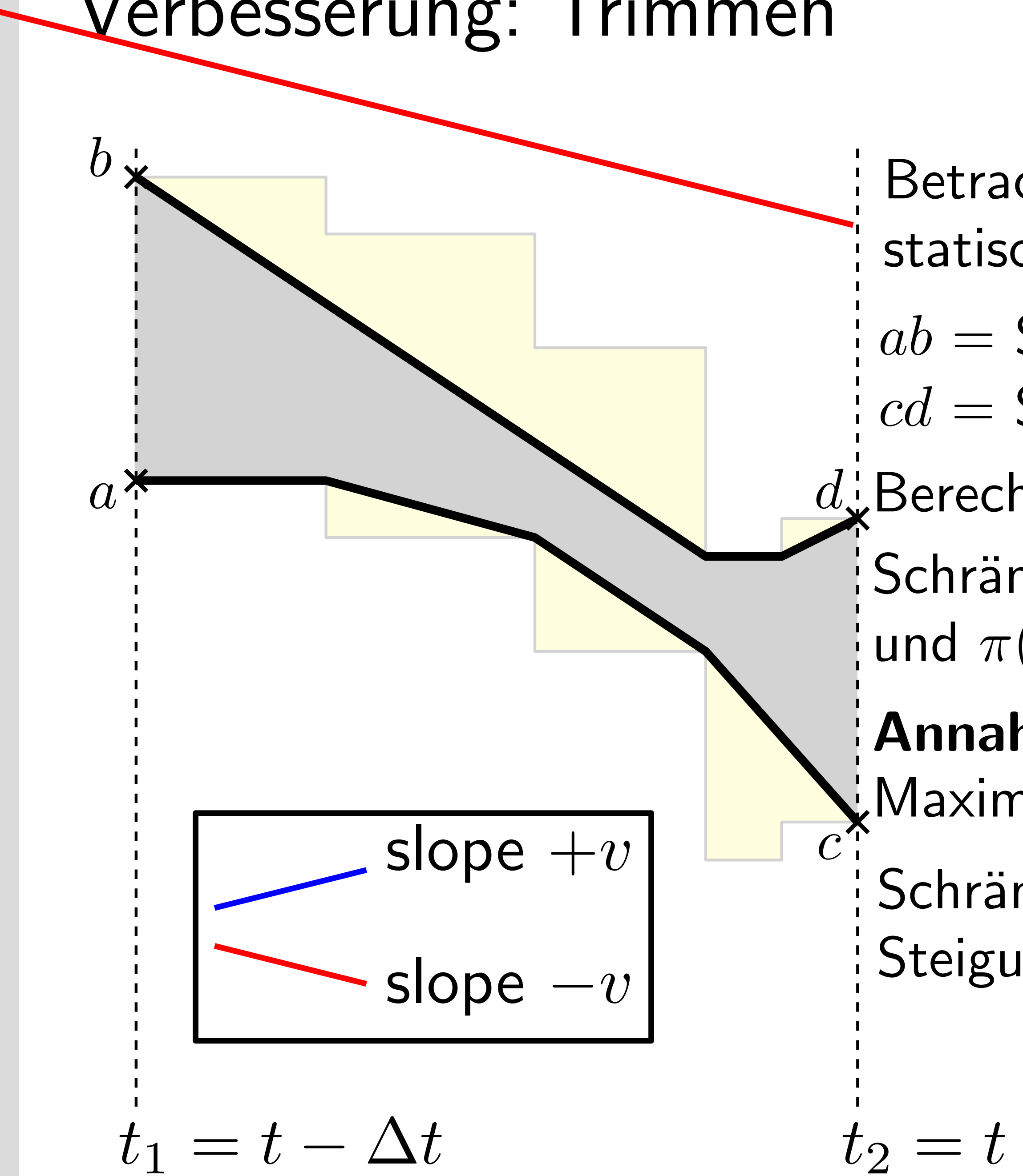
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

$ab =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
$cd =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

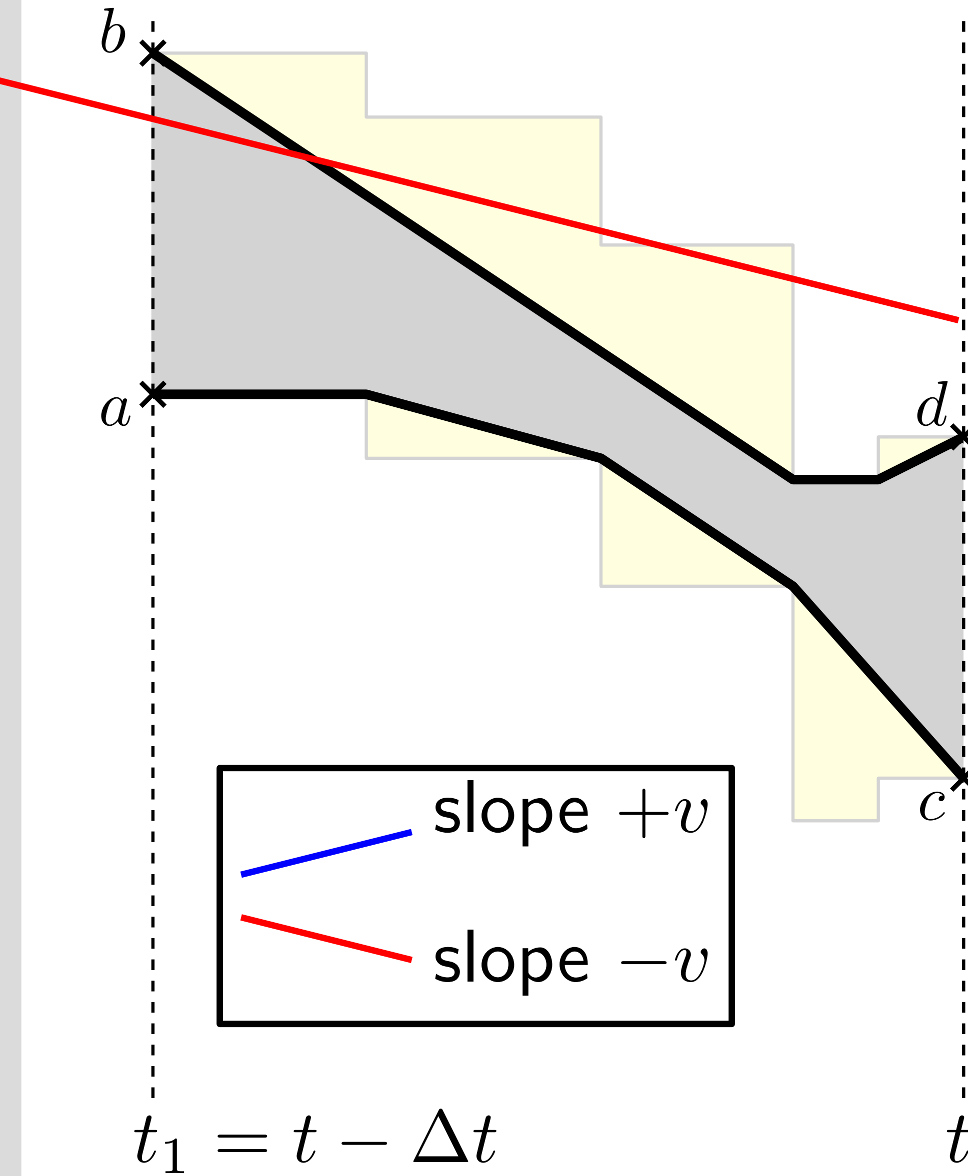
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

$ab =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
$cd =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

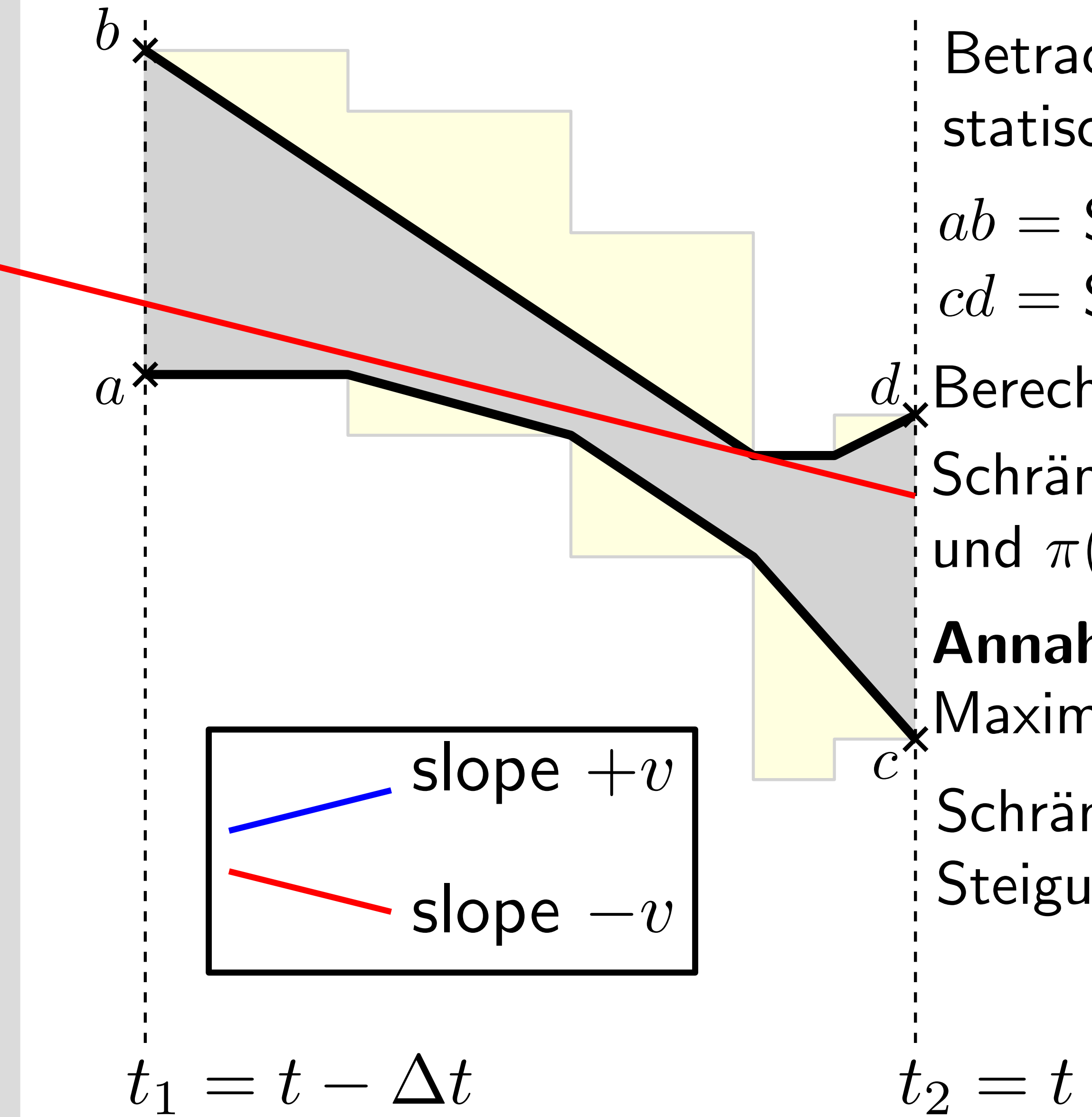
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

$ab =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
$cd =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

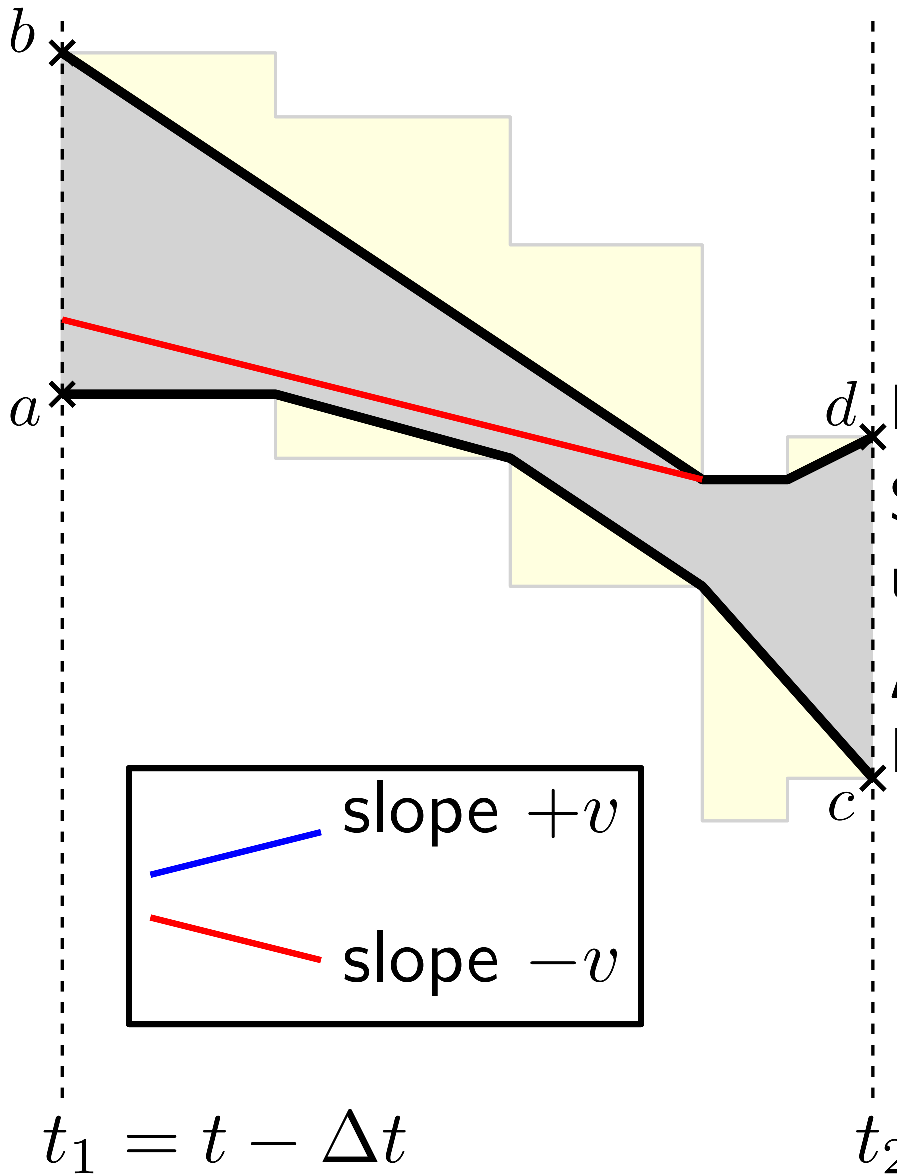
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

$ab =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
$cd =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

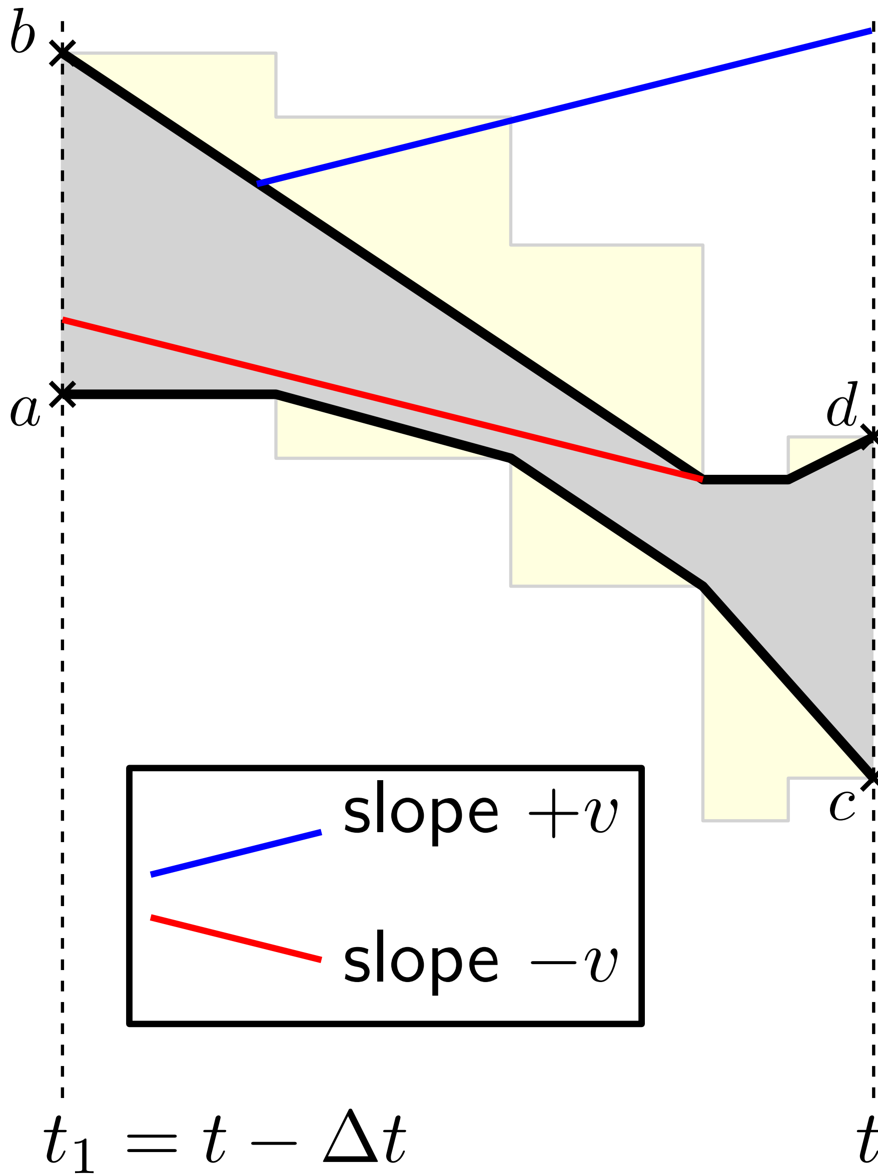
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

$ab =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
$cd =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

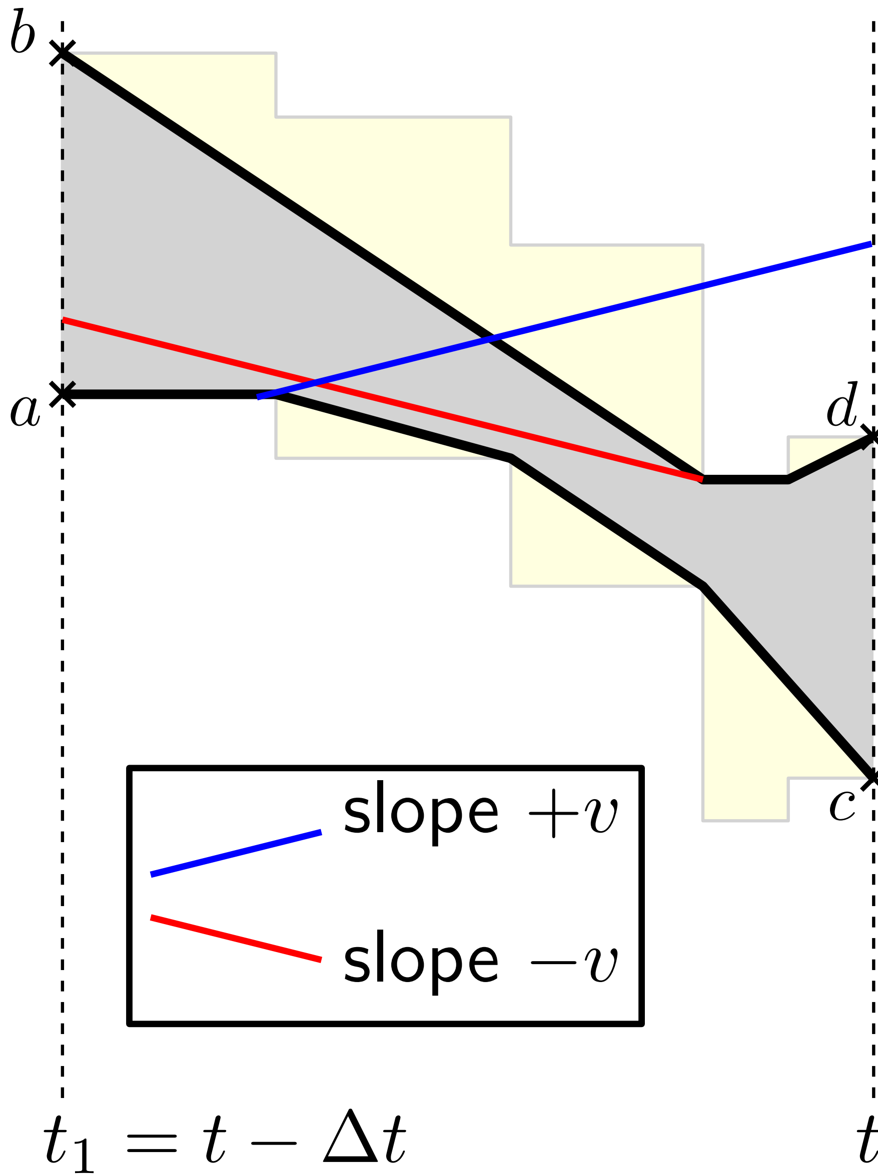
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

ab = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
cd = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

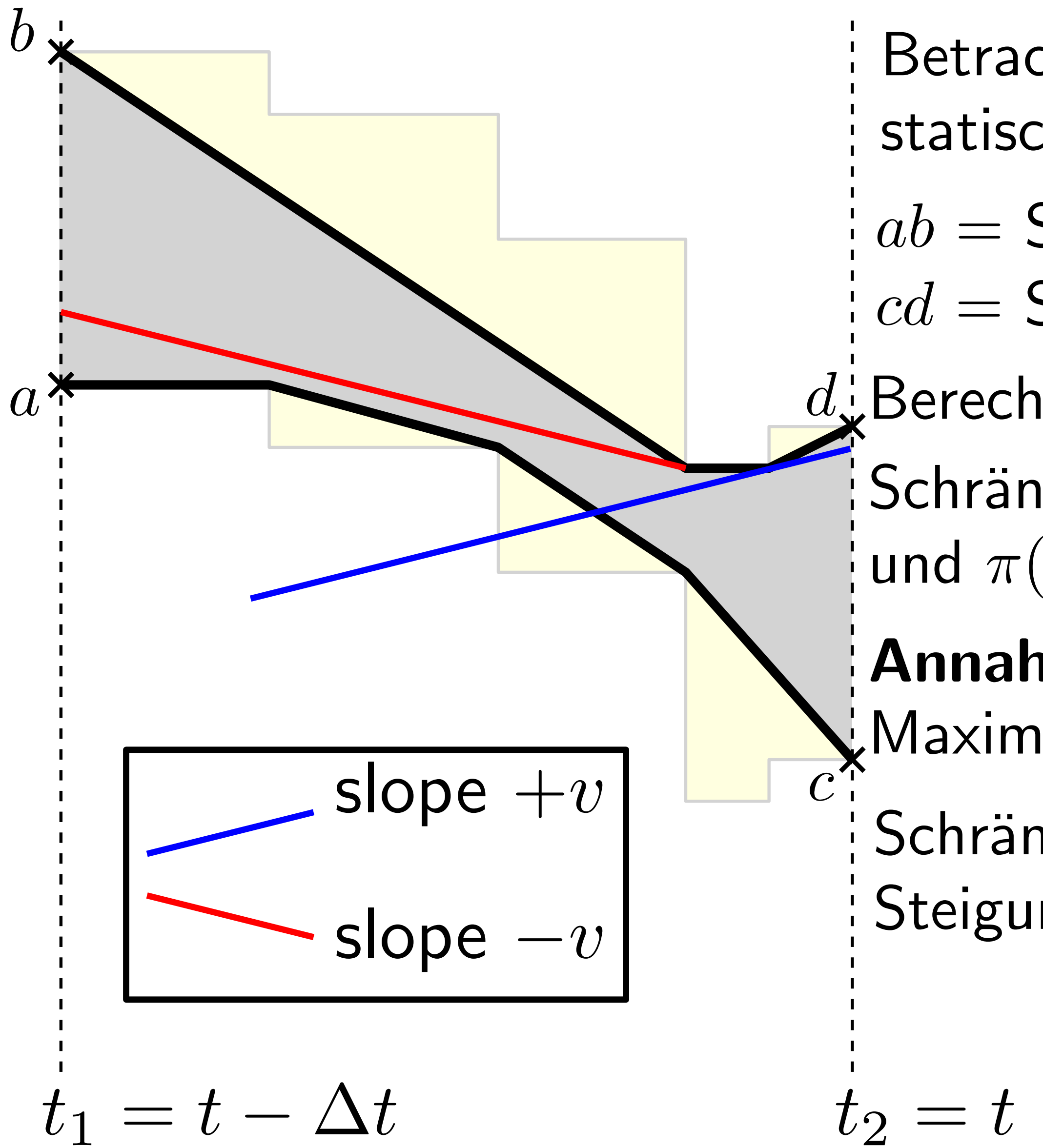
Berechne kürzeste Wege $\pi(a,c)$, $\pi(b,d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a,c)$ und $\pi(b,d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

ab = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
cd = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

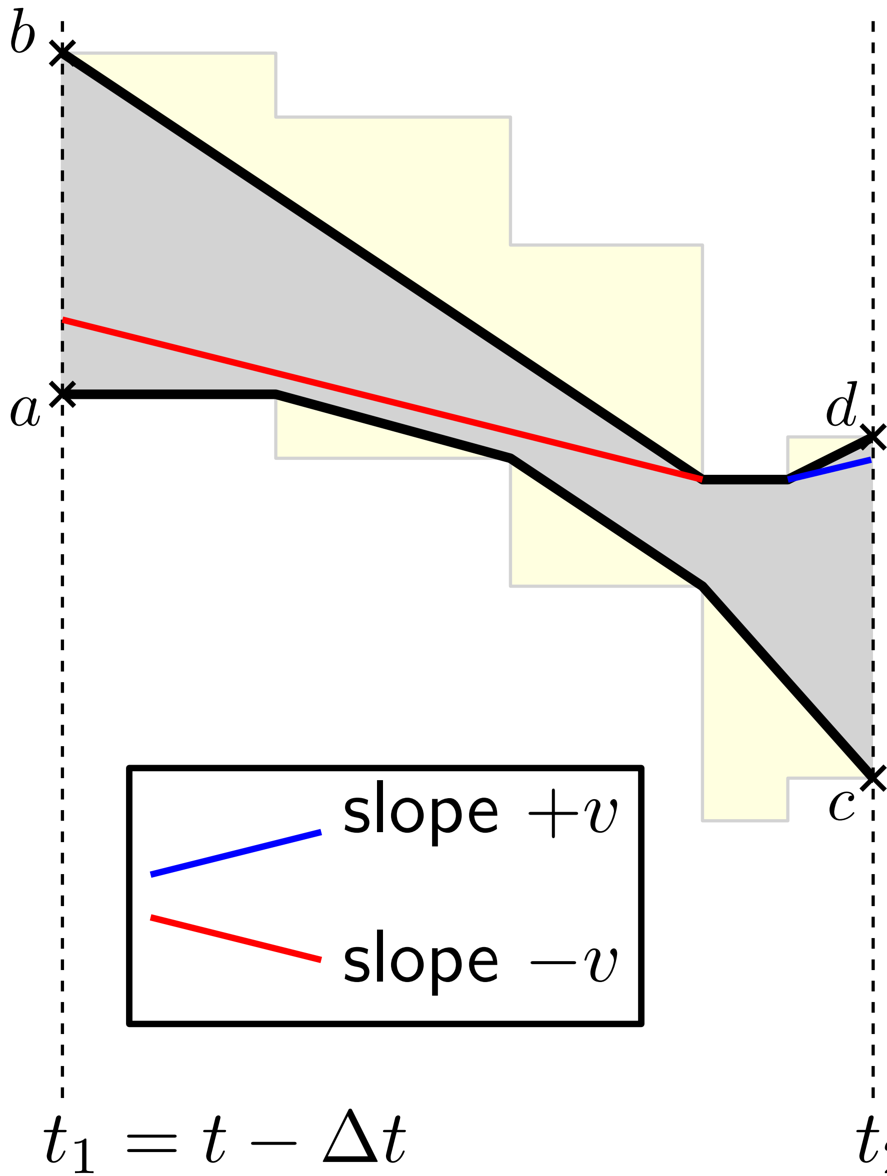
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

ab = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
cd = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

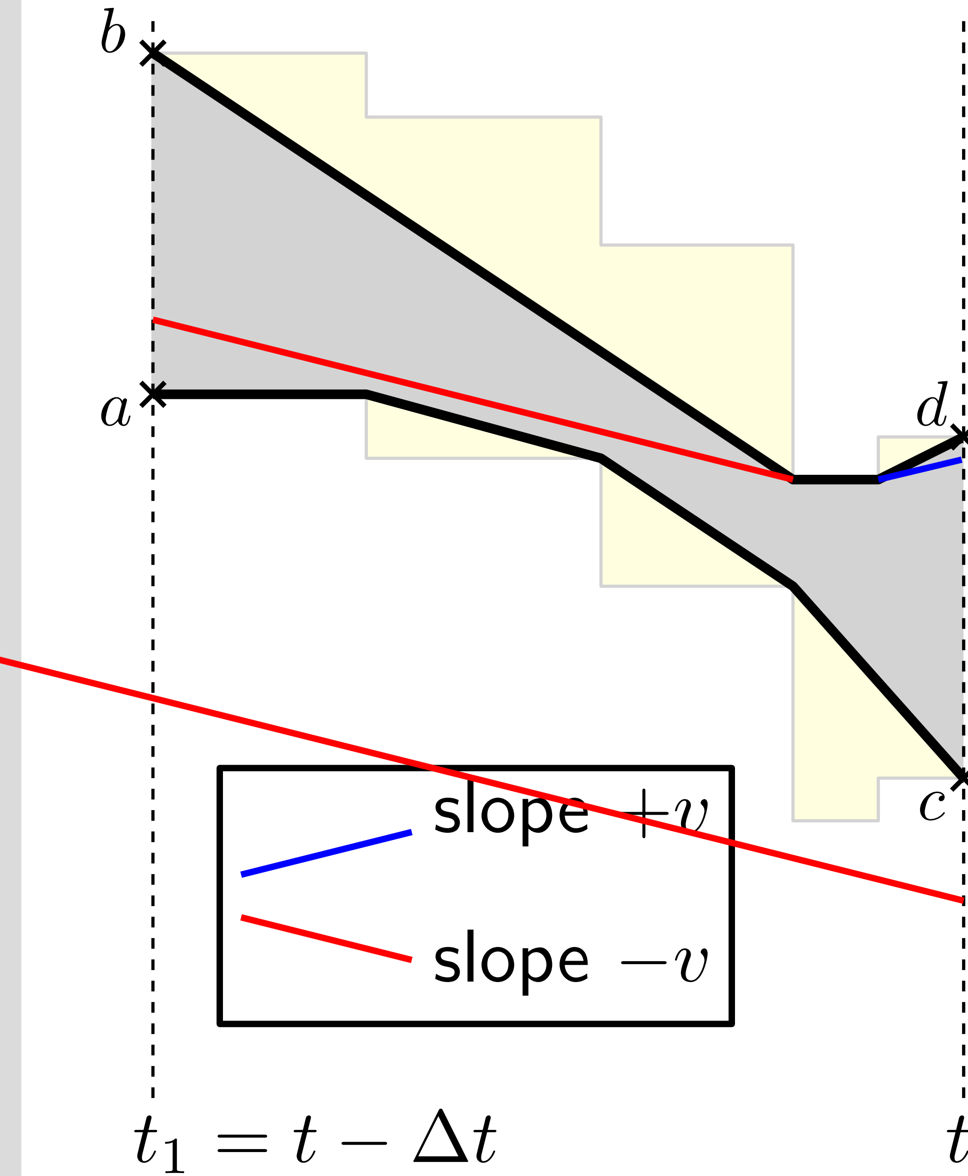
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

ab = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
cd = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

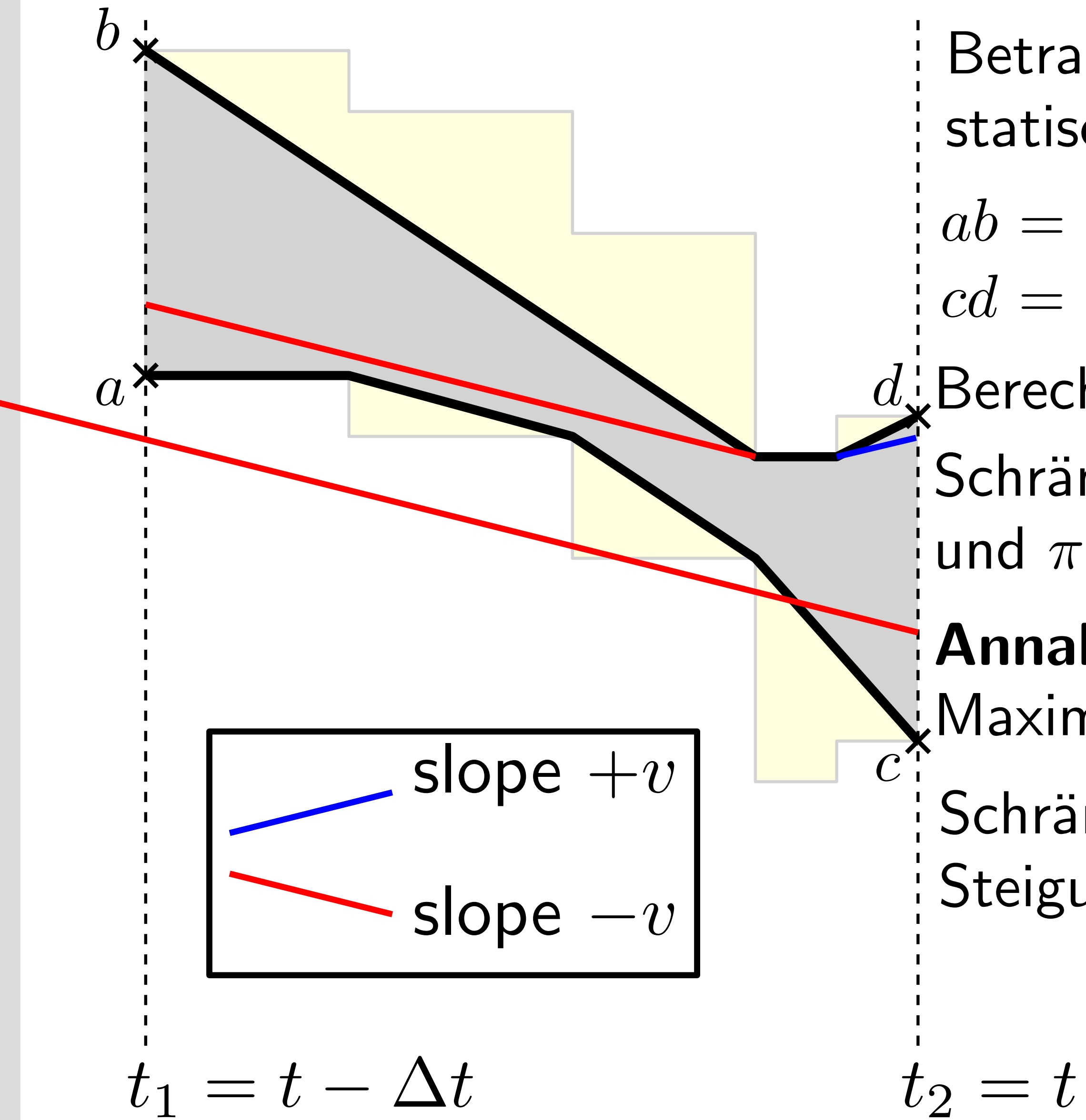
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

ab = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
cd = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

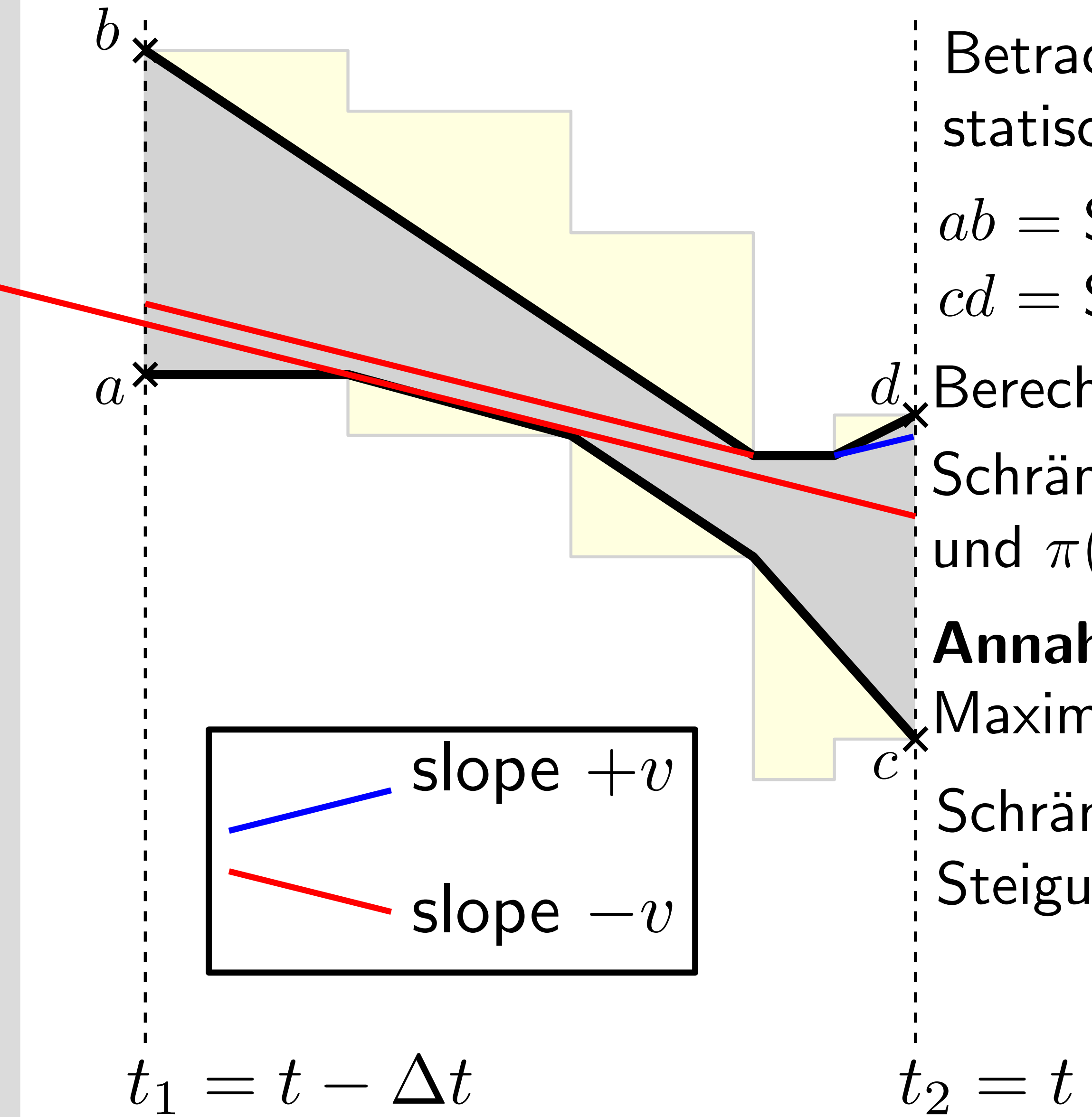
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

$ab =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
$cd =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

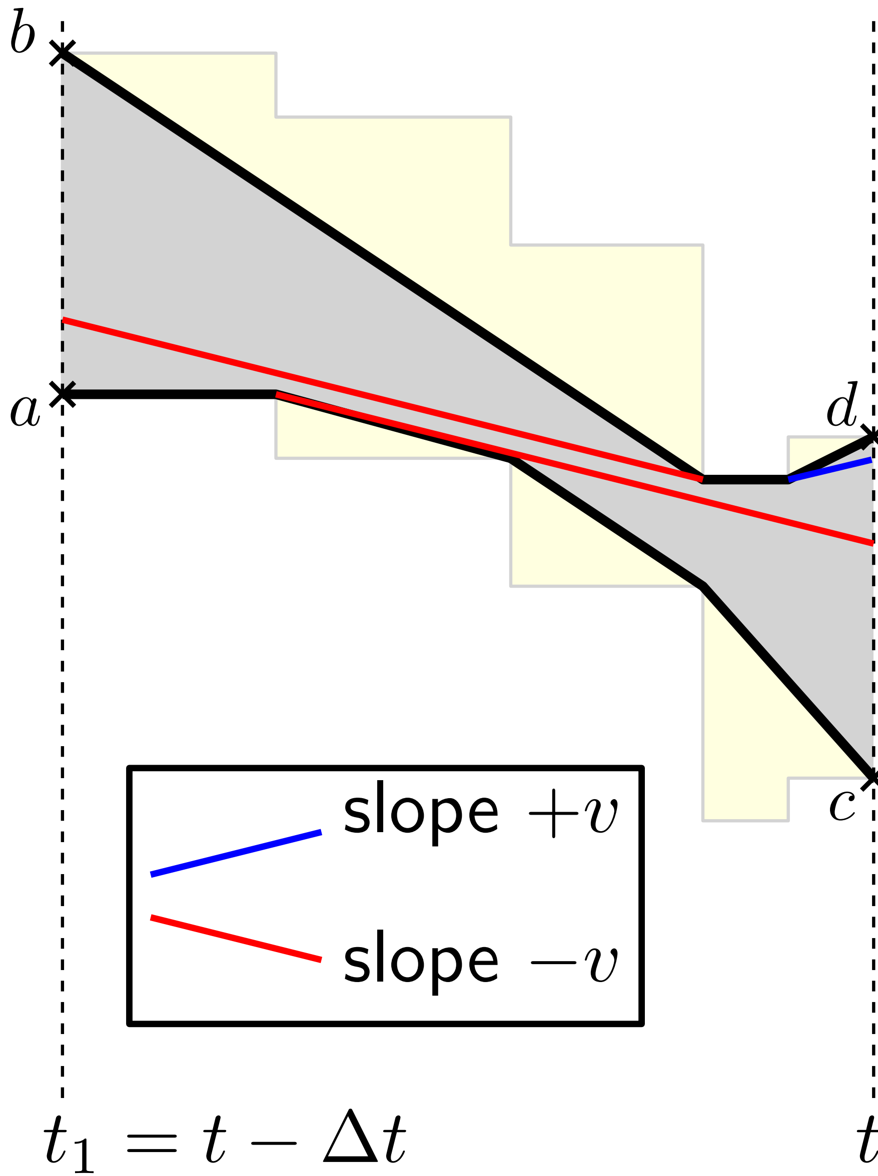
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

$ab =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1

$cd =$ Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

Berechne kürzeste Wege $\pi(a,c)$, $\pi(b,d)$

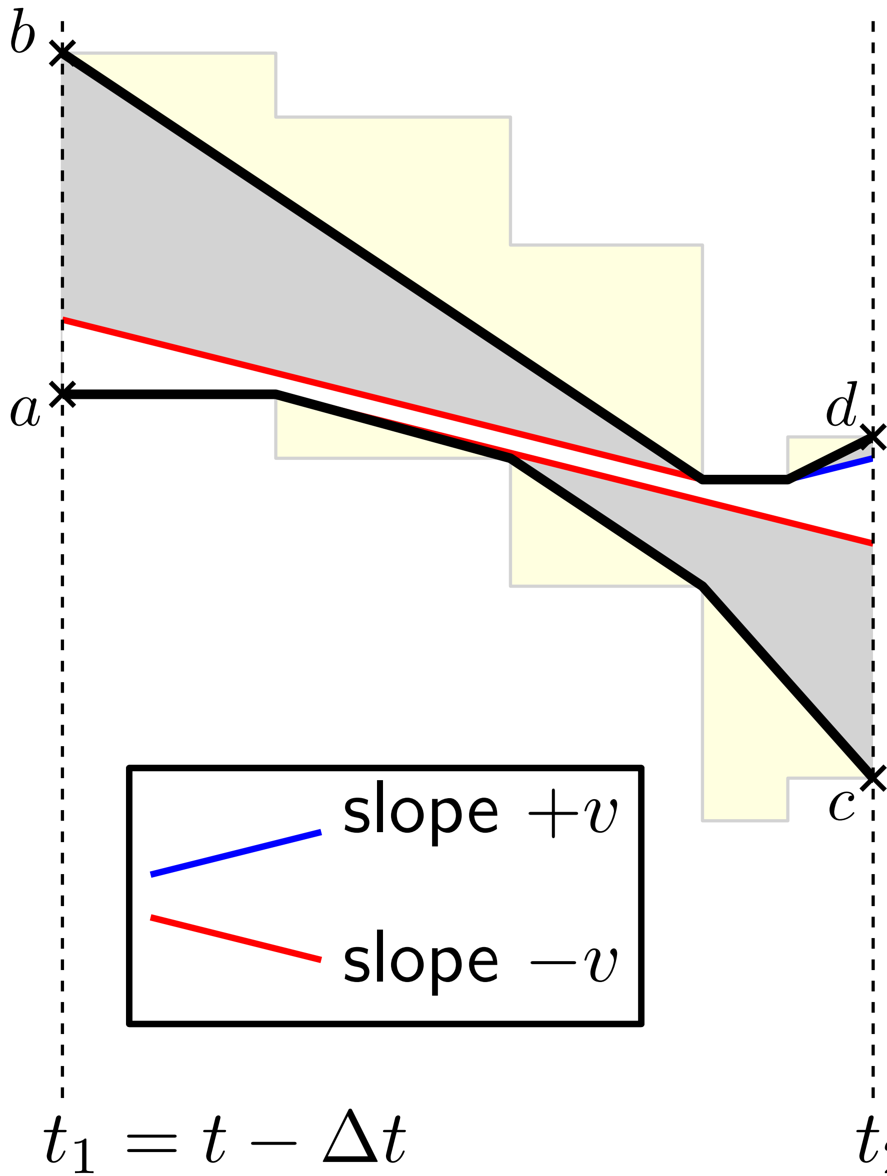
Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a,c)$ und $\pi(b,d)$ ein.

Annahme:

Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

Verbesserung: Trimmen



Betrachte Abschnitt zwischen zwei statischen Beschriftungen:

ab = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_1
cd = Schnitt von R mit Vertikalen bei t_2

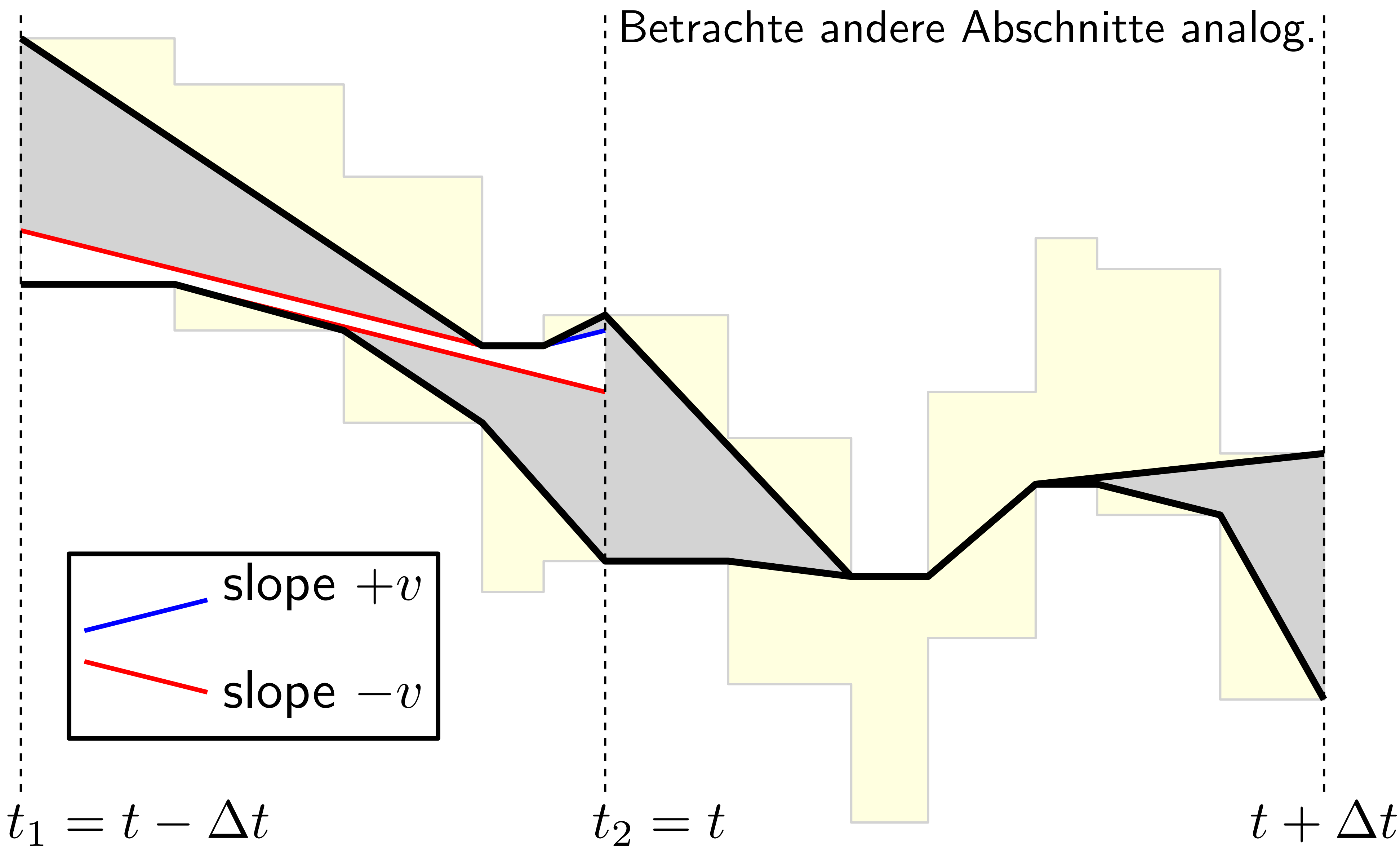
Berechne kürzeste Wege $\pi(a, c)$, $\pi(b, d)$

Schränke R auf Bereich zwischen $\pi(a, c)$ und $\pi(b, d)$ ein.

Annahme:
Maximale Geschwindigkeit v vorgegeben.

Schränke R mithilfe von Tangenten mit Steigung $+v$ und $-v$ weiter ein.

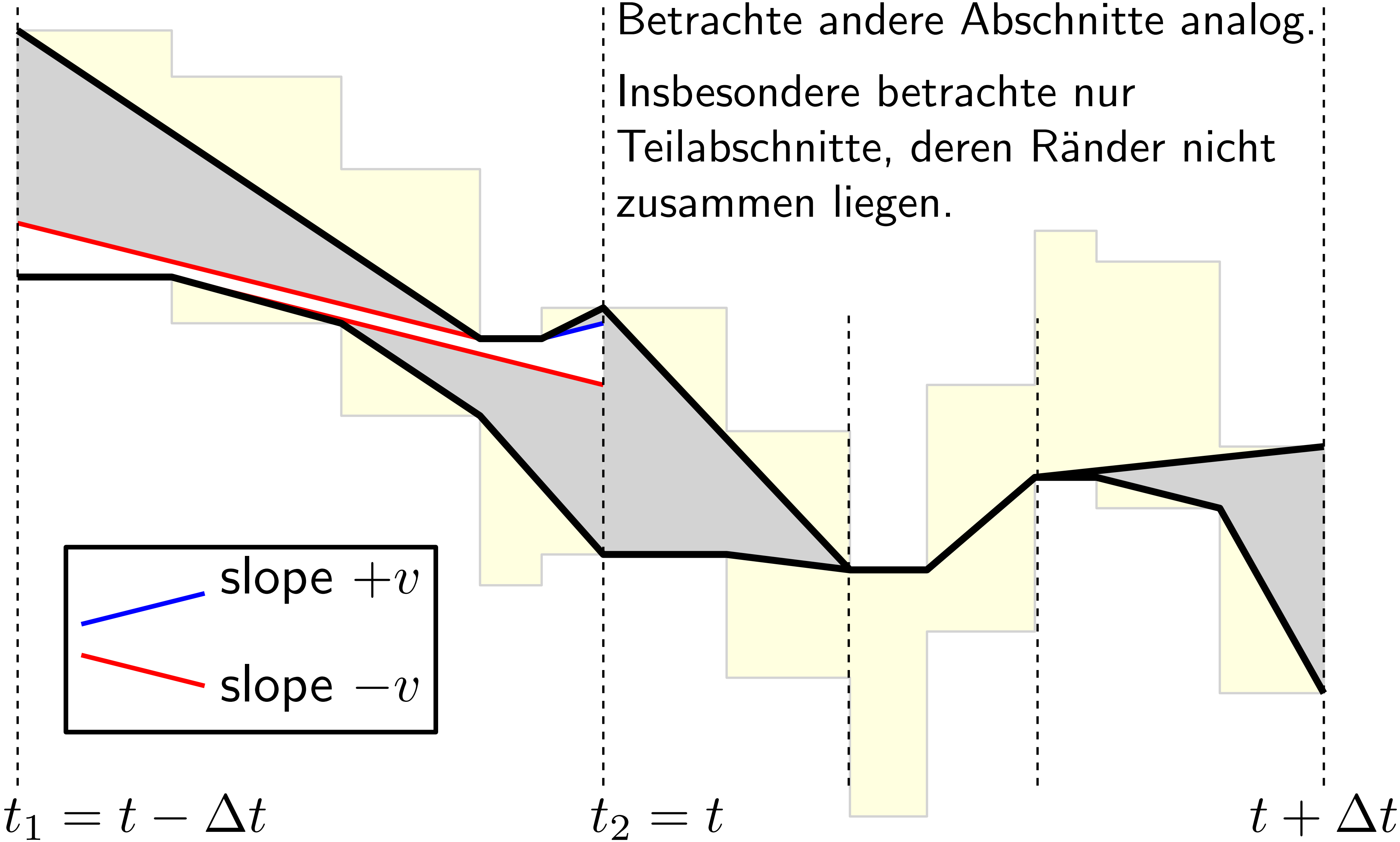
Verbesserung: Trimmen



Verbesserung: Trimmen

Betrachte andere Abschnitte analog.

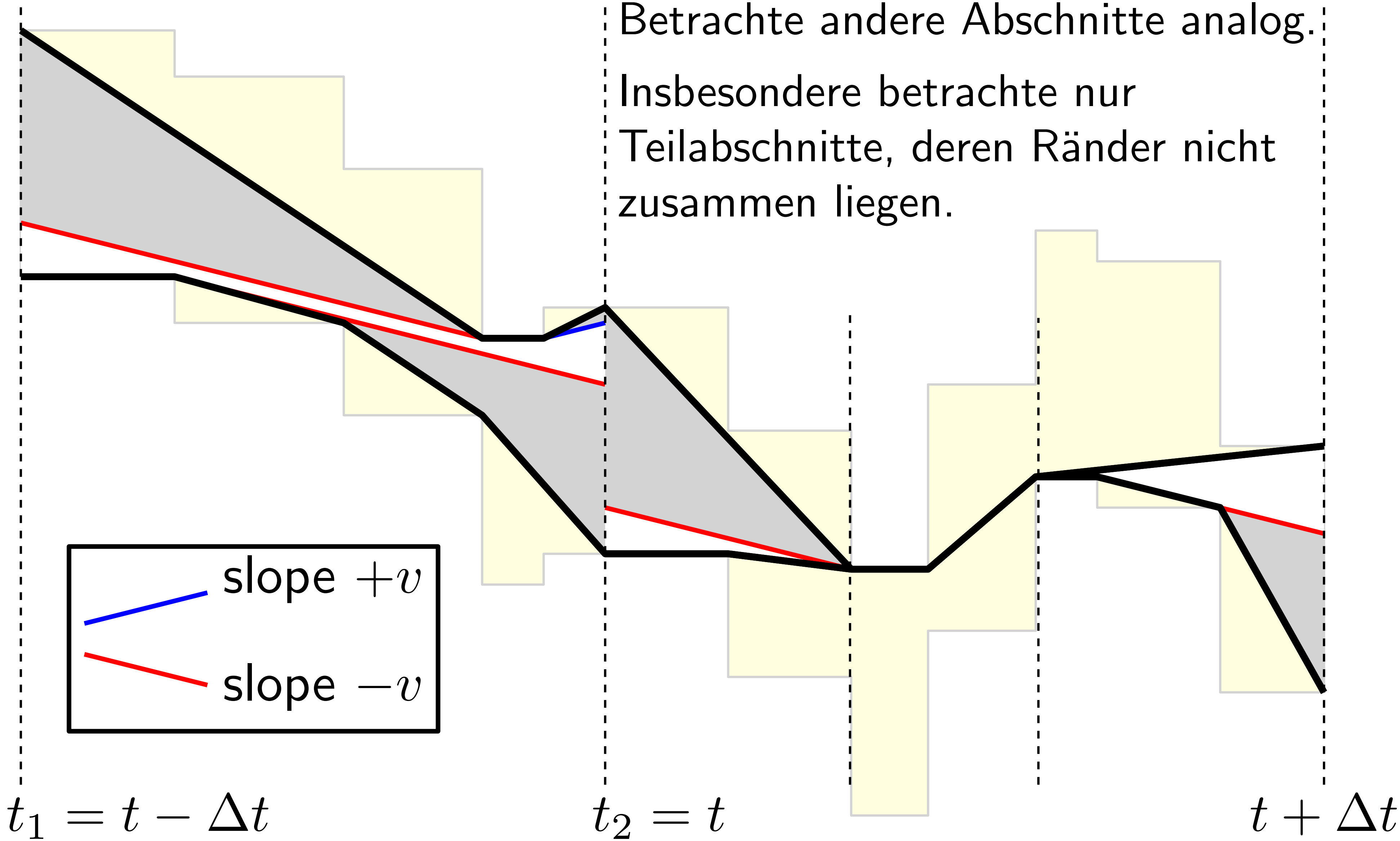
Insbesondere betrachte nur Teilabschnitte, deren Ränder nicht zusammen liegen.



Verbesserung: Trimmen

Betrachte andere Abschnitte analog.

Insbesondere betrachte nur Teilabschnitte, deren Ränder nicht zusammen liegen.

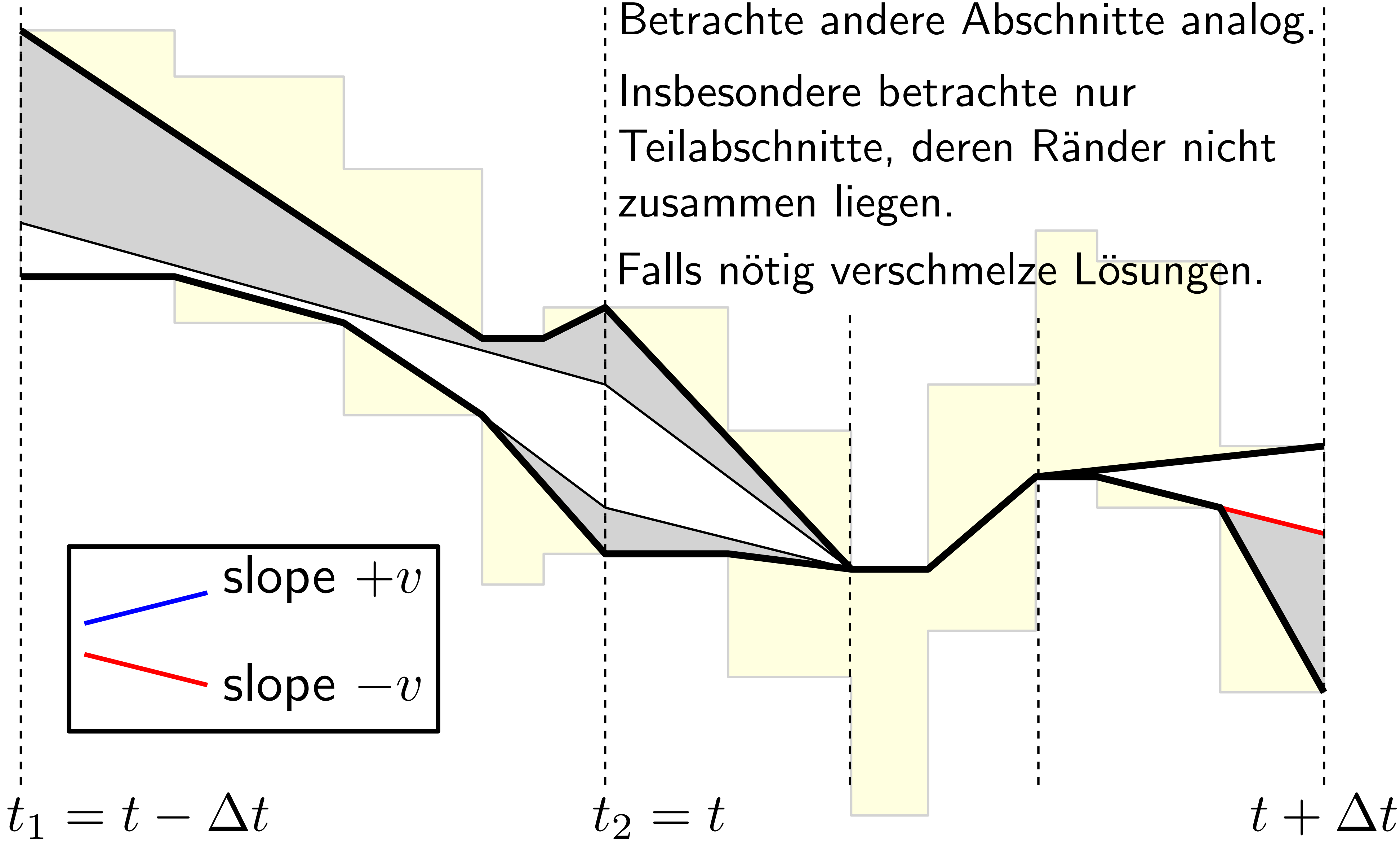


Verbesserung: Trimmen

Betrachte andere Abschnitte analog.

Insbesondere betrachte nur Teilabschnitte, deren Ränder nicht zusammen liegen.

Falls nötig verschmelze Lösungen.

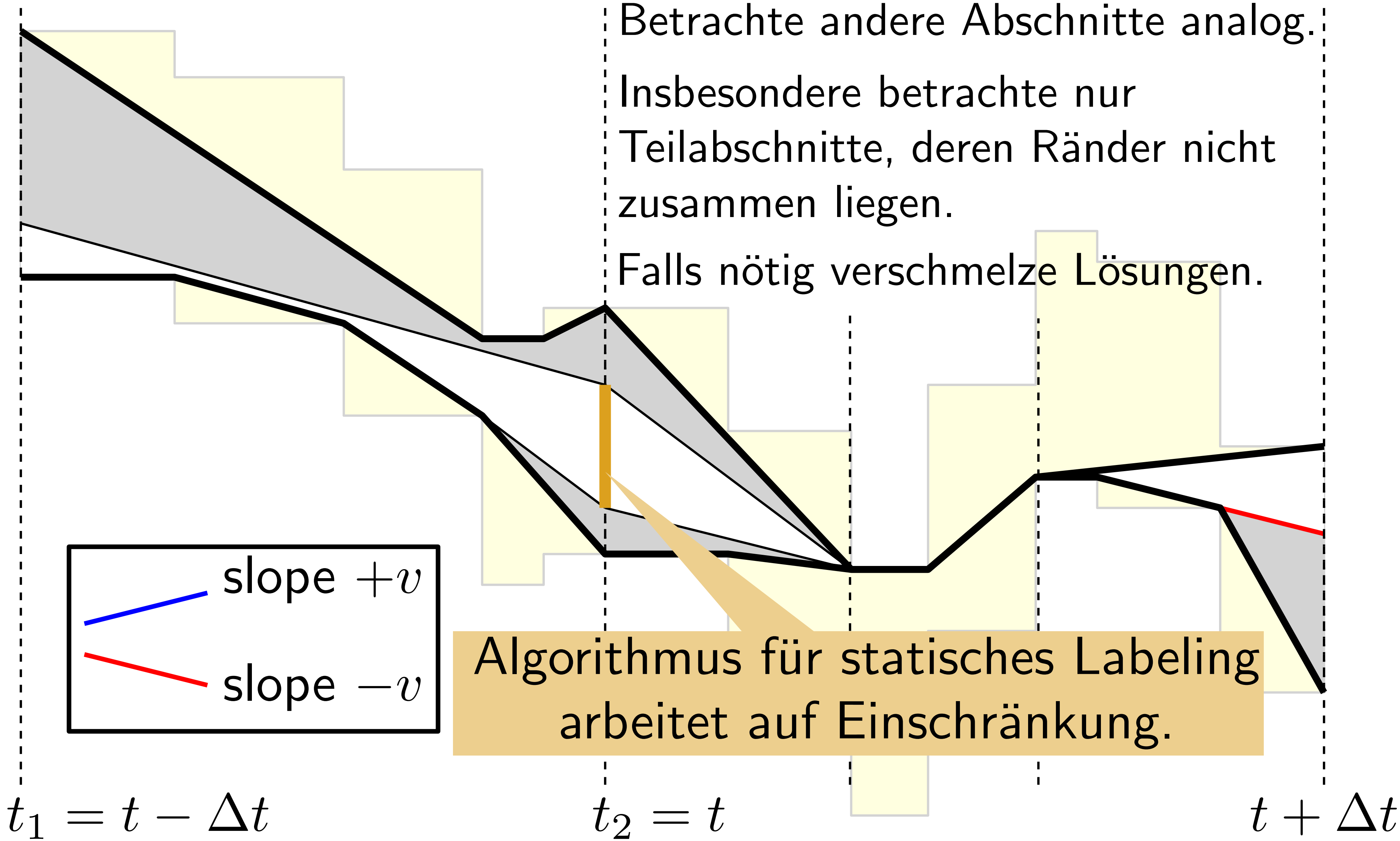


Verbesserung: Trimmen

Betrachte andere Abschnitte analog.

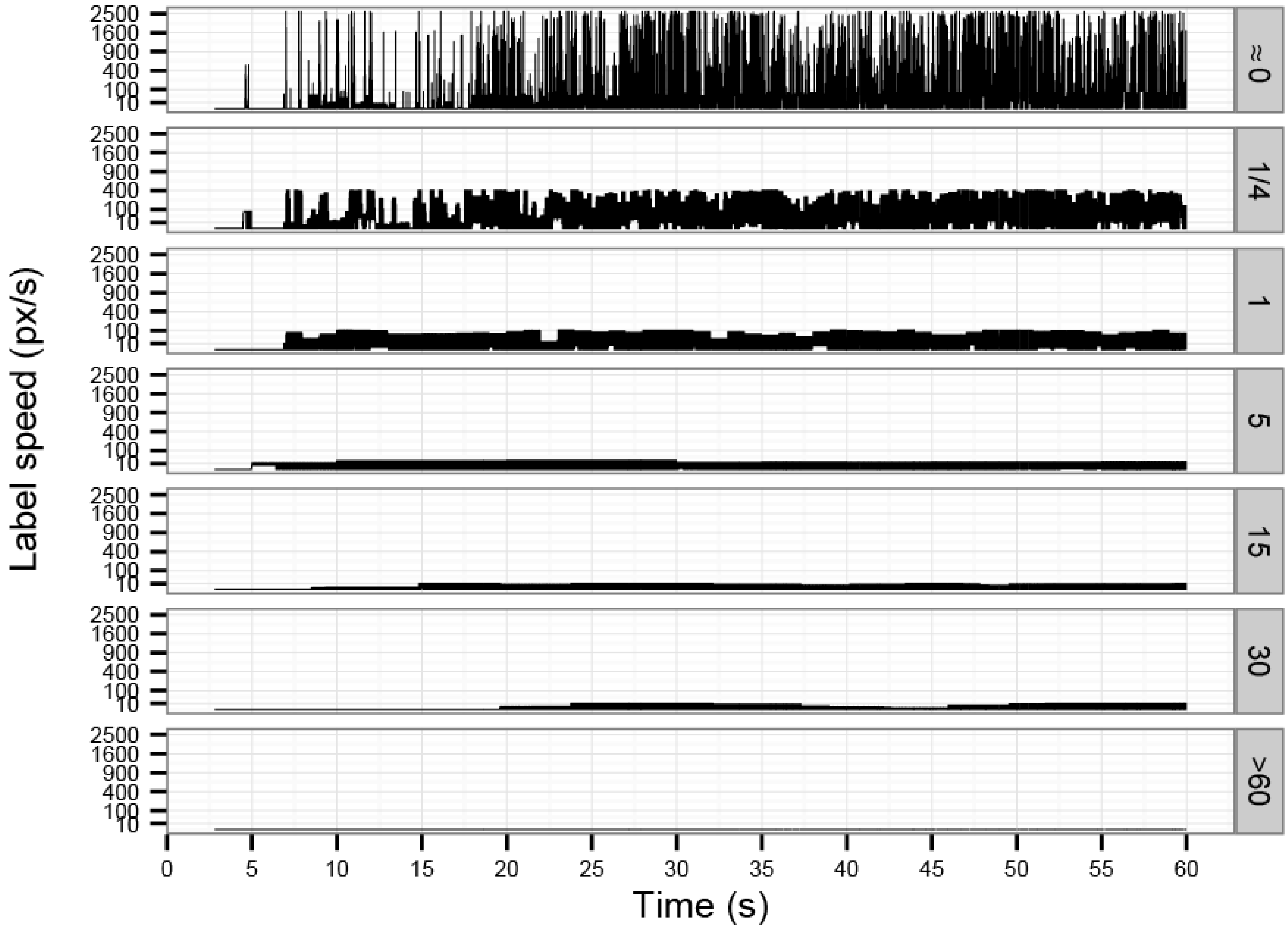
Insbesondere betrachte nur Teilabschnitte, deren Ränder nicht zusammen liegen.

Falls nötig verschmelze Lösungen.

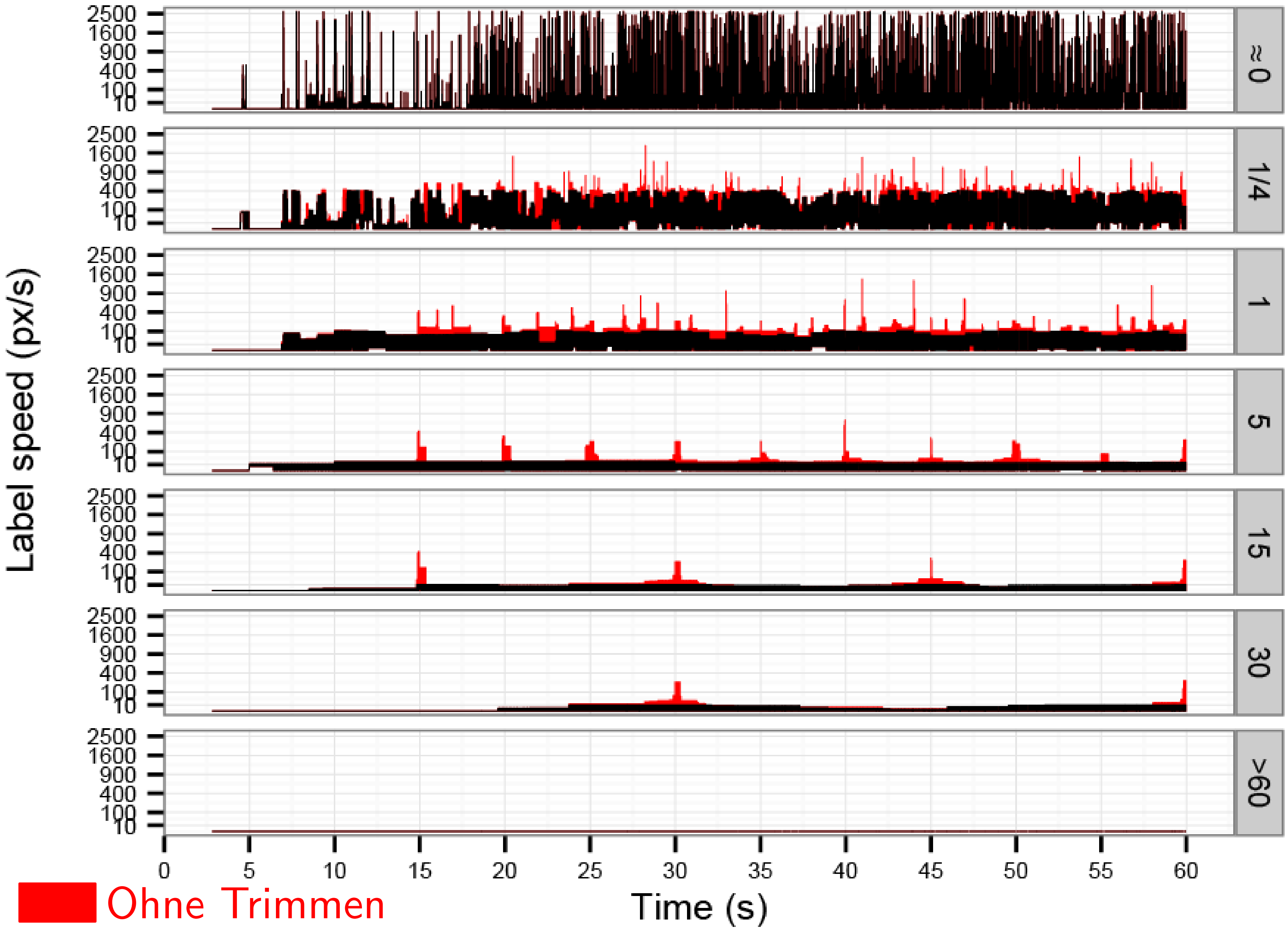


Algorithmus für statisches Labeling arbeitet auf Einschränkung.

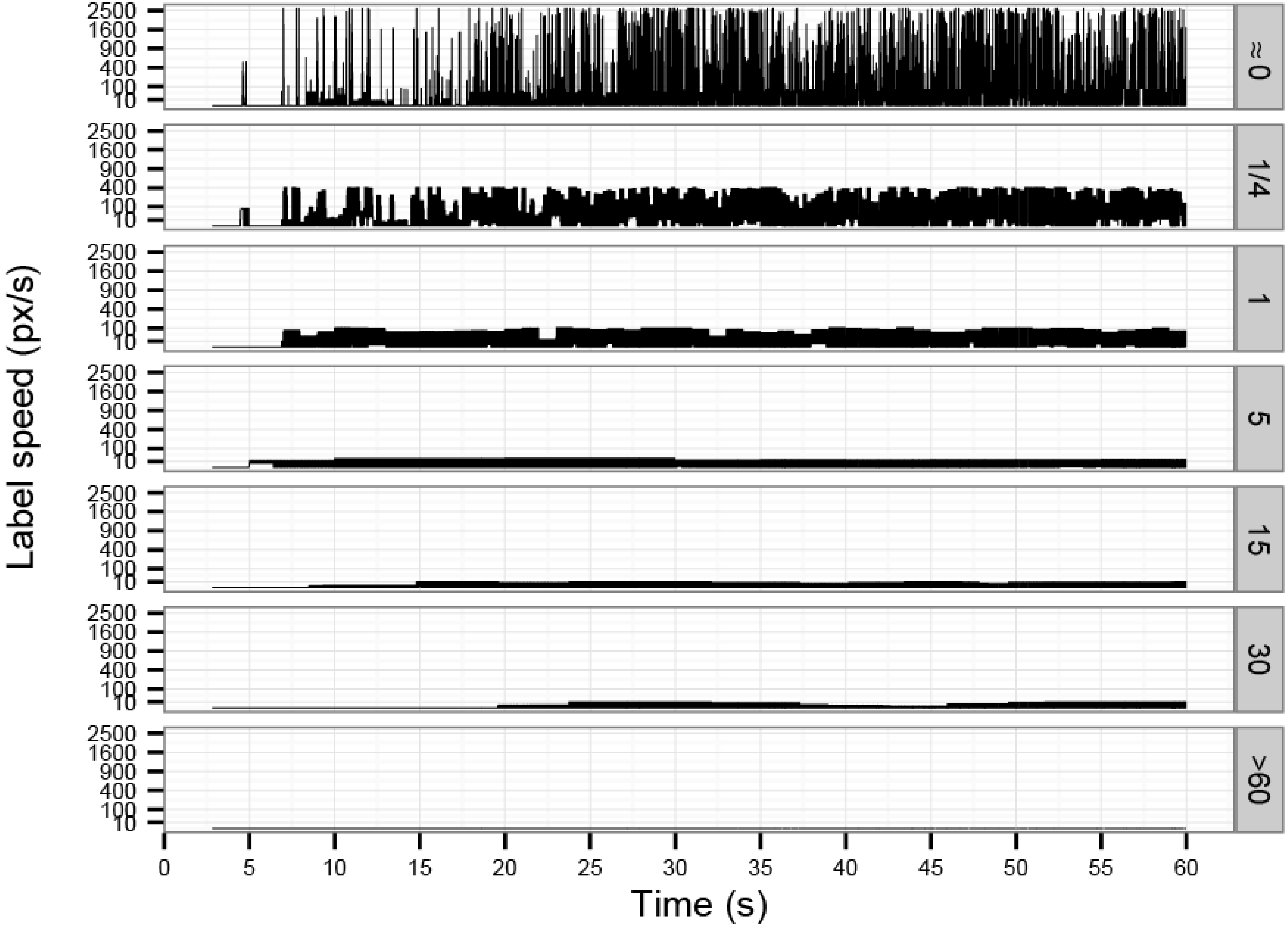
Ergebnisse für Trimmen



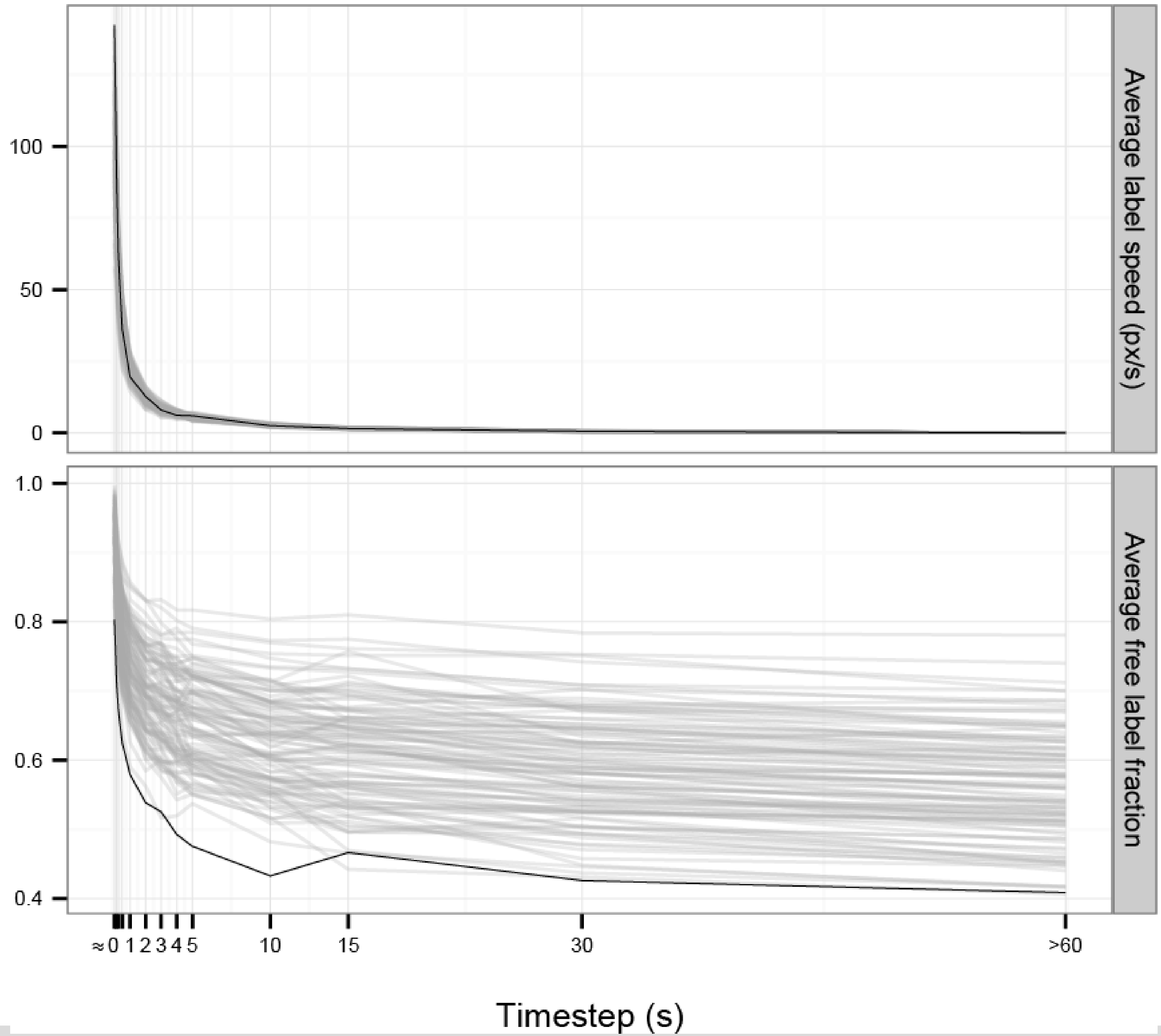
Ergebnisse für Trimmen



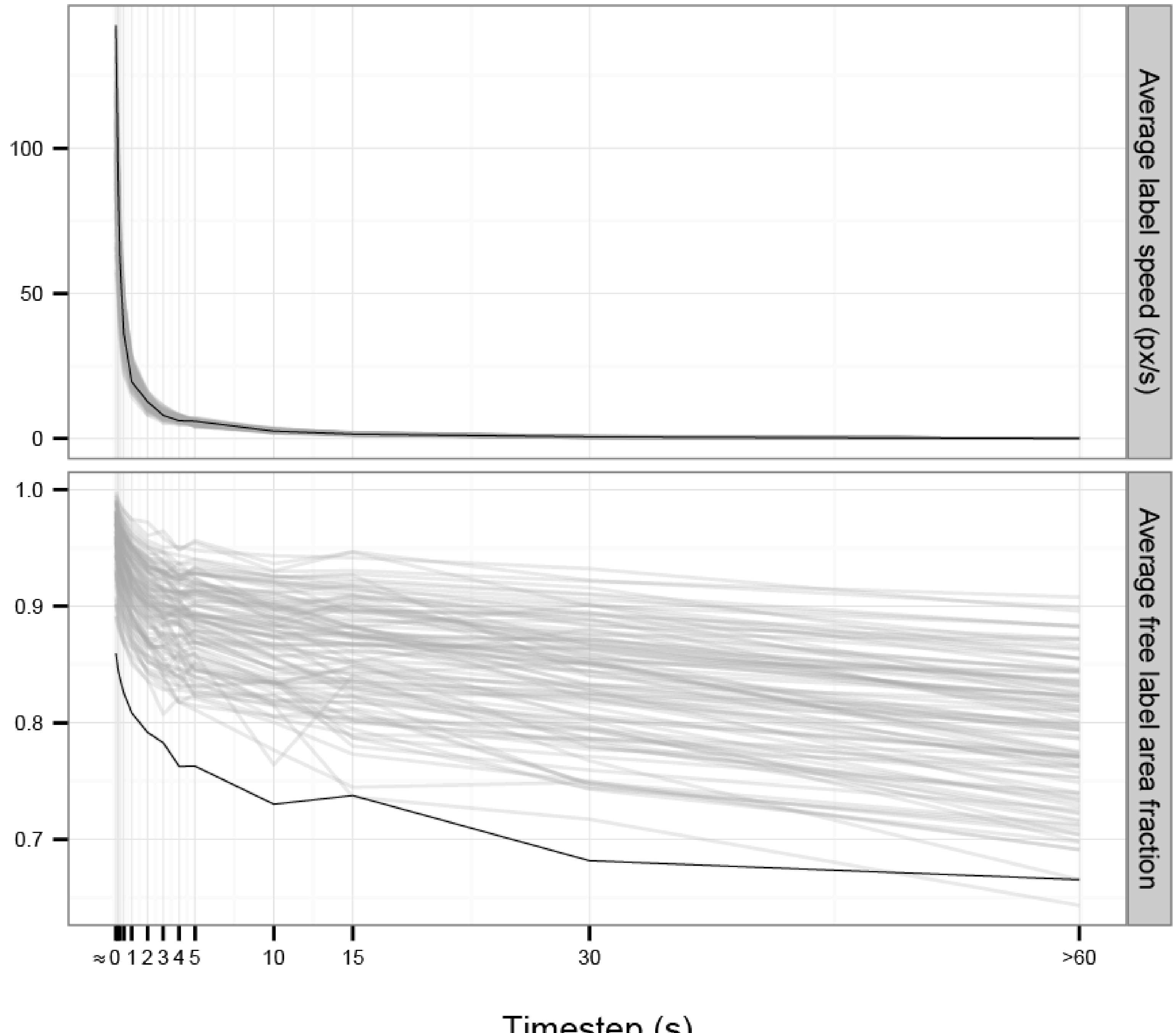
Ergebnisse für Trimmen



Geschwindigkeit vs. Überlappung

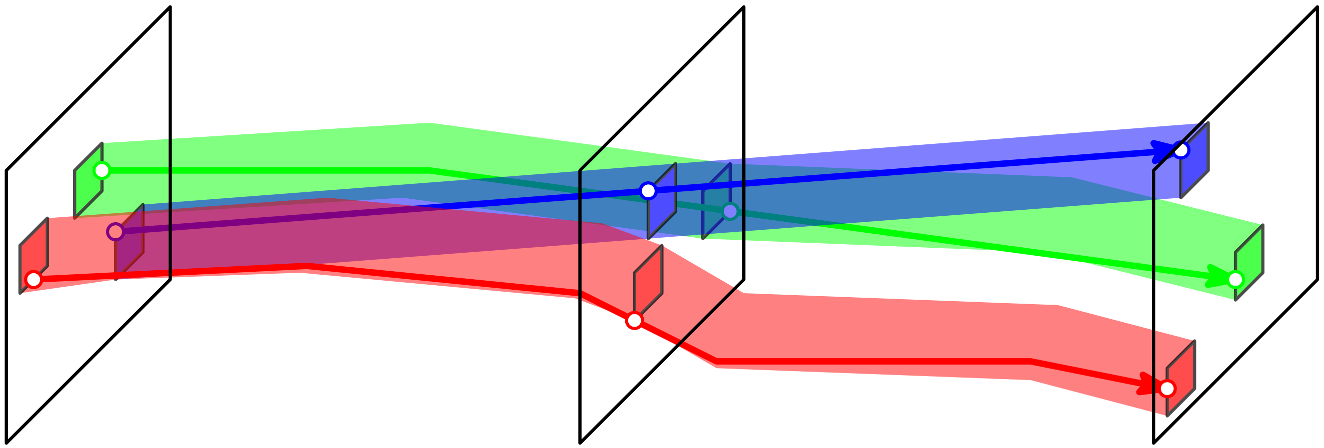


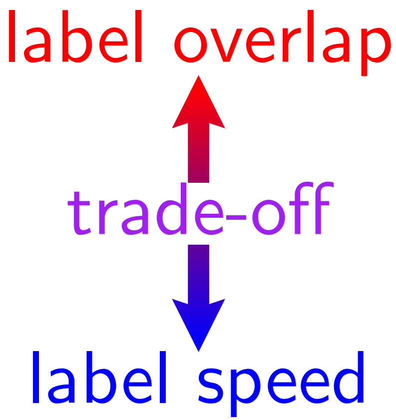
Geschwindigkeit vs. Überlappung



Zusammenfassung

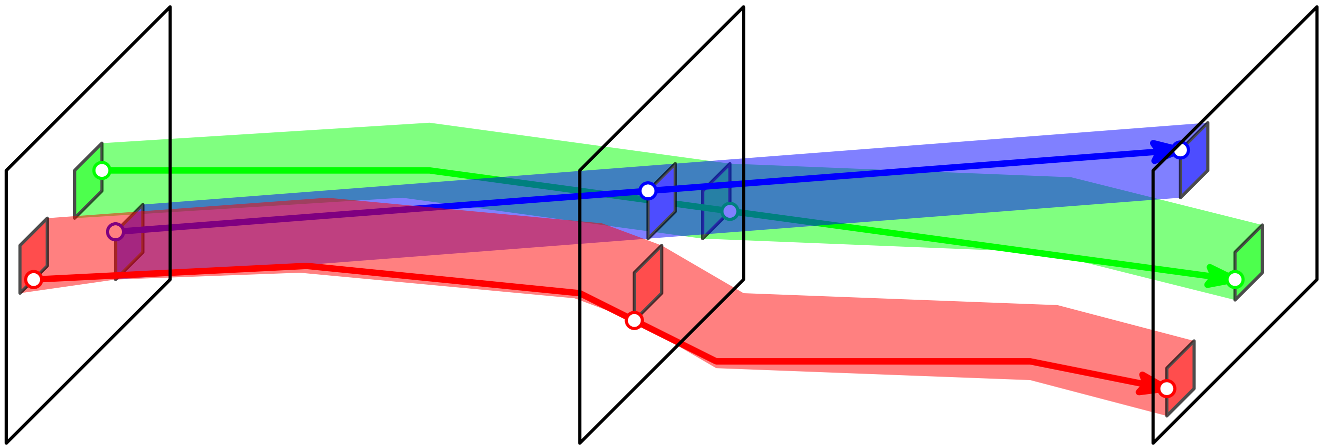
Heuristik für Beschriftung von bewegten Punkten.





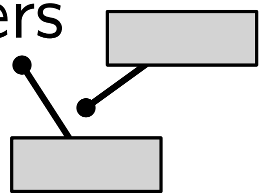
Zusammenfassung

Heuristik für Beschriftung von bewegten Punkten.



Offene Fragen:

- Leaders



- Benutzerstudie
- Maximiere
  - gesamte freie Label-Fläche?
  - maximiere kleinste freie Label-Fläche?