

## Fünftes Übungsblatt

**Ausgabe:** 25. Juni 2014

**Abgabe:** Keine, Besprechung in einer der Übungen

### 1 Wichtiger Hinweis

Leider gibt es nächste Woche (anders als geplant) keine Übung. Stattdessen wird es eine zusätzliche Übung am 16.07 geben.

### 2 Erhöhende Wege

Sei  $G = (V_1 \cup V_2, E)$  ein bipartiter Graph. Weiter sei  $v$  ein Knoten und  $M'$  ein kardinalitätsmaximales Matching für  $G - v$ , wobei  $v$  nicht "gematcht" ist (d.h.  $v$  ist zu keiner Kante aus  $M'$  inzident). Gesucht ist nun ein kardinalitätsmaximales Matching für  $G$ . Dazu soll Lemma 5.2 der Vorlesung (siehe Skript) benutzt werden: Falls es keinen erhöhenden Weg bzgl.  $M'$  mit Endknoten  $v$  gibt, ist  $M'$  bereits das gesuchte Matching. Ansonsten müssen wir einen erhöhenden Weg  $P$  bzgl.  $M'$  mit Endknoten  $v$  bestimmen, dann ist  $(M' \cup P) \setminus (M' \cap P)$  das gewünschte Matching.

Geben Sie einen Algorithmus an, der feststellt, ob es einen erhöhenden Weg bzgl.  $M'$  mit Endknoten  $v$  gibt und diesen gegebenenfalls bestimmt. Die Laufzeit soll linear in der Anzahl der Kanten von  $G$  sein. (Hinweis: Modifizieren Sie eine Breitensuche mit Startknoten  $v$ )

### 3 Spezialfall von s-t-Wegen

Geben Sie einen einfachen Algorithmus an, der folgendes Problem in Linearzeit löst: Gegeben ein planarer Graph  $G$  mit fester Einbettung und ausgezeichneten Knoten  $s$  und  $t$ , die an der äußeren Facette liegen, bestimme eine maximale Anzahl von paarweise kantendisjunkten  $s$ - $t$ -Wegen in  $G$ .

*Hinweis:* Ein solcher Algorithmus benötigt keinen der komplizierten Schritte, die der Algorithmus für das allgemeine kantendisjunkte Menger-Problem in planaren Graphen aus der Vorlesung ausführt.