

# Algorithmen für Routenplanung

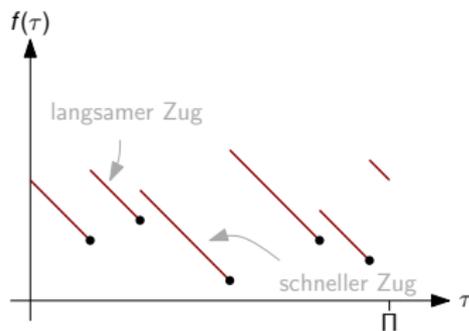
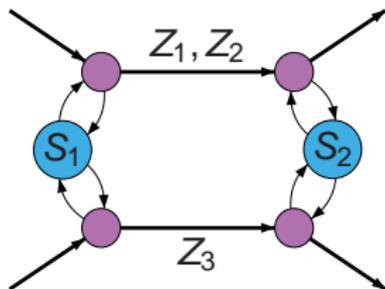
16. Sitzung, Sommersemester 2013

Thomas Pajor | 1. Juli 2013

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER



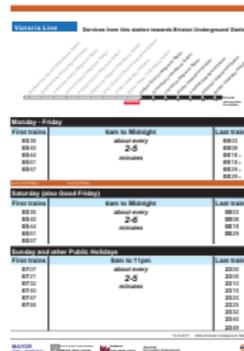
## Einführung in die Fahrplanauskunft



Funktion  $f$  durch Punkte:  $I^f := \{(t_1^f, w_1^f), \dots, (t_k^f, w_k^f)\}$

**Erinnerung:** Ein Fahrplan besteht aus

- Stops (Bahnhöfe, Bahnsteige, ...),
- Routen (Bus-, U-Bahn Linien, ...),
- Trips mit Abfahrt-/Ankunftszeiten,
- und Fußwegen zum Umsteigen.



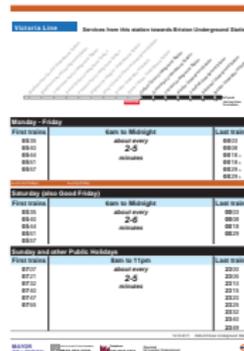
**Erinnerung:** Ein Fahrplan besteht aus

- Stops (Bahnhöfe, Bahnsteige, ...),
- Routen (Bus-, U-Bahn Linien, ...),
- Trips mit Abfahrt-/Ankunftszeiten,
- und Fußwegen zum Umsteigen.

**Earliest Arrival Problem:**

Gegeben Stops  $s$ ,  $t$  und Abfahrtszeit  $\tau$ , berechne

- Route zu  $t$  die an  $s$  nicht früher als  $\tau$  abfährt,
- und an  $t$  frühestmöglich ankommt.



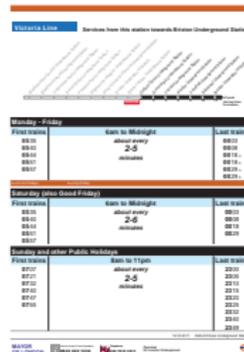
**Erinnerung:** Ein Fahrplan besteht aus

- Stops (Bahnhöfe, Bahnsteige, ...),
- Routen (Bus-, U-Bahn Linien, ...),
- Trips mit Abfahrt-/Ankunftszeiten,
- und Fußwegen zum Umsteigen.

**Earliest Arrival Problem:**

Gegeben Stops  $s$ ,  $t$  und Abfahrtszeit  $\tau$ , berechne

- Route zu  $t$  die an  $s$  nicht früher als  $\tau$  abfährt,
- und an  $t$  frühestmöglich ankommt.



Reicht uns das?

# Einbeziehen von Umstiegen

Umstiege zu betrachten ist wichtig!



Ankunft 11:08 Uhr, 2 Umstiege



Ankunft 11:09 Uhr, 0 Umstiege

# Einbeziehen von Umstiegen

Umstiege zu betrachten ist wichtig!



Ankunft 11:08 Uhr, 2 Umstiege



Ankunft 11:09 Uhr, 0 Umstiege

**Idee:** Berechne „gute“ Routen für Ankunftszeit *und* Anzahl Umstiege.

## Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge  $M$  von  $n$ -Tupeln heißt ein Tupel  $m_i = (x_1, \dots, x_n) \in M$  *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes  $m_j \in M$  gibt, so dass  $m_j$  in **allen** Werten besser als  $m_i$  ist ( $m_j$  dominiert  $m_i$ ).

## Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge  $M$  von  $n$ -Tupeln heißt ein Tupel  $m_i = (x_1, \dots, x_n) \in M$  *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes  $m_j \in M$  gibt, so dass  $m_j$  in **allen** Werten besser als  $m_i$  ist ( $m_j$  *dominiert*  $m_i$ ).

Die Menge  $M$  heißt *Pareto-Menge*, wenn alle  $m \in M$  Pareto-optimal.

## Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge  $M$  von  $n$ -Tupeln heißt ein Tupel  $m_i = (x_1, \dots, x_n) \in M$  *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes  $m_j \in M$  gibt, so dass  $m_j$  in **allen** Werten besser als  $m_i$  ist ( $m_j$  *dominiert*  $m_i$ ).

Die Menge  $M$  heißt *Pareto-Menge*, wenn alle  $m \in M$  Pareto-optimal.

**Beispiel:** Betrachte Tupel aus Ankunftszeit und # Umstiege.

$M = \{(14:00 \text{ Uhr}, 5), (15:13 \text{ Uhr}, 3), (13:45 \text{ Uhr}, 4), (15:15 \text{ Uhr}, 0)\}$ .

## Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge  $M$  von  $n$ -Tupeln heißt ein Tupel  $m_i = (x_1, \dots, x_n) \in M$  *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes  $m_j \in M$  gibt, so dass  $m_j$  in **allen** Werten besser als  $m_i$  ist ( $m_j$  *dominiert*  $m_i$ ).

Die Menge  $M$  heißt *Pareto-Menge*, wenn alle  $m \in M$  Pareto-optimal.

**Beispiel:** Betrachte Tupel aus Ankunftszeit und # Umstiege.

$M = \{(15:13 \text{ Uhr}, 3), (13:45 \text{ Uhr}, 4), (15:15 \text{ Uhr}, 0)\}$ .

## Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge  $M$  von  $n$ -Tupeln heißt ein Tupel  $m_i = (x_1, \dots, x_n) \in M$  *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes  $m_j \in M$  gibt, so dass  $m_j$  in **allen** Werten besser als  $m_i$  ist ( $m_j$  *dominiert*  $m_i$ ).

Die Menge  $M$  heißt *Pareto-Menge*, wenn alle  $m \in M$  Pareto-optimal.

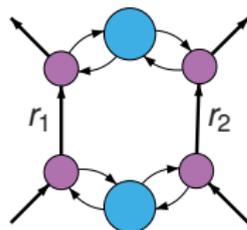
**Beispiel:** Betrachte Tupel aus Ankunftszeit und # Umstiege.

$M = \{(15:13 \text{ Uhr}, 3), (13:45 \text{ Uhr}, 4), (15:15 \text{ Uhr}, 0)\}$ .

Wie effizient berechnen?

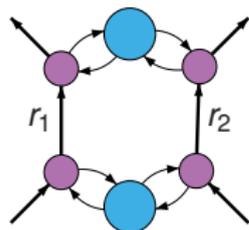
## Idee

- Benutze (zeitabhängiges) Graphmodell
- Grundlage: Dijkstra's Algorithmus



## Idee

- Benutze (zeitabhängiges) Graphmodell
- Grundlage: Dijkstra's Algorithmus



... aber ...

- Label  $\ell$  sind 2-Tupel aus Ankunftszeit und # Umstiege
- An jedem Knoten  $u \in V$ : Pareto-Menge  $B_u$  von Labeln
- Priority Queue verwaltet Label statt Knoten
- Priorität ist Ankunftszeit
- Dominanz von Labeln in  $B_u$  on-the-fly

# Multi-Label-Correcting (MLC)

---

MLC( $G = (V, E), s, \tau$ )

---

```
1  $B_u \leftarrow \{\}$  for each  $u \in V$ ;  $B_s \leftarrow \{(\tau, 0)\}$ 
2  $Q.clear()$ ,  $Q.insert(s, (\tau, 0))$ 
3 while ! $Q.empty()$  do
4    $u$  and  $\ell = (\tau, tr) \leftarrow Q.deleteMin()$ 
5   for all edges  $e = (u, v) \in E$  do
6     if  $e$  is a transfer edge then  $tr' \leftarrow tr + 1$ 
7     else  $tr' \leftarrow tr$ 
8      $\ell' \leftarrow (\tau + \text{len}(e, \tau), tr')$ 
9     if  $\ell'$  is not dominated by any  $\ell'' \in B_v$  then
10       $B_v.insert(\ell')$ 
11      Remove non-Pareto-optimal labels from  $B_v$ 
12       $Q.insert(v, \ell')$ 
```

---

## Diskussion:

- Pareto-Mengen  $B_u$  sind *dynamische* Datenstrukturen  $\rightsquigarrow$  teuer!
- Sehr viele Queue-Operationen
- Testen der Dominanz in  $\mathcal{O}(|B_u|)$  möglich
- Stoppkriterium?

## Diskussion:

- Pareto-Mengen  $B_u$  sind *dynamische* Datenstrukturen  $\rightsquigarrow$  teuer!
- Sehr viele Queue-Operationen
- Testen der Dominanz in  $\mathcal{O}(|B_u|)$  möglich
- Stoppkriterium?

## Verbesserungen für MLC:

- Jedes  $B_u$  verwaltet bestes ungesetzeltes Label selbst  
 $\Rightarrow$  Priority Queue auf Knoten statt Labeln
- Label-Forwarding:  
Wenn Kante keine Kosten hat, überspringe Queue
- Target-Pruning:  
An Knoten  $u$ , verwerfe Label  $\ell'$ , wenn  $B_t$  dominiert  $\ell'$

**Bottleneck:** Dynamische Datenstruktur für Pareto-Mengen

**Bottleneck:** Dynamische Datenstruktur für Pareto-Mengen

**Beobachtung:**

Kriterium Umstiege ist *diskret* und nimmt nur *kleine Werte*  $0 \dots K$  an.

## Bottleneck: Dynamische Datenstruktur für Pareto-Mengen

### Beobachtung:

Kriterium Umstiege ist *diskret* und nimmt nur *kleine Werte*  $0 \dots K$  an.

### Idee (Layered Dijkstra):

- Kopiere Graph  $K$ -Mal in Layer  $G_0, G_1, \dots, G_K$
- Biege in jedem Layer  $i$  die Transfer Kanten  $e = (u, v)$  so um, dass sie in den nächsten Layer zeigen ( $u \in V_i, v \in V_{i+1}$ )
- Benutze zeitabh. Dijkstra mit Startknoten  $s_0 \in V_0$  und Zeit  $\tau$
- Adaptiere Dominanz zwischen Layern und Target-Pruning

## Bottleneck: Dynamische Datenstruktur für Pareto-Mengen

### Beobachtung:

Kriterium Umstiege ist *diskret* und nimmt nur *kleine Werte*  $0 \dots K$  an.

### Idee (Layered Dijkstra):

- Kopiere Graph  $K$ -Mal in Layer  $G_0, G_1, \dots, G_K$
- Biege in jedem Layer  $i$  die Transfer Kanten  $e = (u, v)$  so um, dass sie in den nächsten Layer zeigen ( $u \in V_i, v \in V_{i+1}$ )
- Benutze zeitabh. Dijkstra mit Startknoten  $s_0 \in V_0$  und Zeit  $\tau$
- Adaptiere Dominanz zwischen Layern und Target-Pruning

**Dann:**  $d_\tau[u_i \in V_i]$  ist beste Ankunftszeit an  $u$  mit genau  $i$  Umstiegen.

# Layered Dijkstra (LD)

---

LD(Layered Graph  $G$ ,  $s$ ,  $\tau$ )

---

```
1  $d_\tau[u] \leftarrow \infty$  for each  $u \in V$ ;  $d_\tau[s_0] \leftarrow 0$ 
2  $Q.clear()$ ,  $Q.insert(s_0, 0)$ 
3 while ! $Q.empty()$  do
4    $u_i \leftarrow Q.deleteMin()$ 
5   for all edges  $e = (u_i, v_j) \in E$  do
6     if  $d_\tau[u_i] + \text{len}(e, d_\tau[u_i]) < \min_{k \leq j} \{d_\tau[v_k]\}$  then
7        $d_\tau[v_j] \leftarrow d_\tau[u_i] + \text{len}(e, d_\tau[u_i])$ 
8        $p_\tau[v_j] \leftarrow u_i$ 
9        $Q.update(v_j, d_\tau[v_j])$ 
```

---

---

LD(Layered Graph  $G, s, \tau$ )

---

```
1  $d_\tau[u] \leftarrow \infty$  for each  $u \in V$ ;  $d_\tau[s_0] \leftarrow 0$ 
2  $Q.clear()$ ,  $Q.insert(s_0, 0)$ 
3 while  $!Q.empty()$  do
4    $u_i \leftarrow Q.deleteMin()$ 
5   for all edges  $e = (u_i, v_j) \in E$  do
6     if  $d_\tau[u_i] + \text{len}(e, d_\tau[u_i]) < \min_{k \leq j} \{d_\tau[v_k], d_\tau[t_k]\}$  then
7        $d_\tau[v_j] \leftarrow d_\tau[u_i] + \text{len}(e, d_\tau[u_i])$ 
8        $p_\tau[v_j] \leftarrow u_i$ 
9        $Q.update(v_j, d_\tau[v_j])$ 
```

---

## Diskussion

- Schneller und einfacher als MLC
- Speichere Layer *implizit*: Jeder Knoten hat (festes!) Array der Länge  $K + 1$  von Labeln  $d_\tau[u_0] \dots d_\tau[u_K]$ .
- Mehr Umstiege: Verlängere Label-Arrays on-demand (kommt fast nie vor wenn  $K$  hinreichend groß)

# Graph-Modelle?

## Bis jetzt:

- Modelliere Fahrplan als gerichteten Graphen
- Zeitexpandiert vs zeitabhängig
- Verschiedene Varianten von Dijkstra's Algorithmus
- Earliest Arrival, Profil-, Multi-Criteria Suchen

## Bis jetzt:

- Modelliere Fahrplan als gerichteten Graphen
- Zeitexpandiert vs zeitabhängig
- Verschiedene Varianten von Dijkstra's Algorithmus
- Earliest Arrival, Profil-, Multi-Criteria Suchen

## Probleme

- Viele Knoten und Kanten
- Overhead von Priority Queue
- Wenig explizites Ausnutzen der Fahrplanstruktur
- Dynamische Szenarien erfordern Updates der Graph-Topologie
- Außerdem: Beschleunigungstechniken funktionieren nicht gut

## Bis jetzt:

- Modelliere Fahrplan als gerichteten Graphen
- Zeitexpandiert vs zeitabhängig
- Verschiedene Varianten von Dijkstra's Algorithmus
- Earliest Arrival, Profil-, Multi-Criteria Suchen

## Probleme

- Viele Knoten und Kanten
- Overhead von Priority Queue
- Wenig explizites Ausnutzen der Fahrplanstruktur
- Dynamische Szenarien erfordern Updates der Graph-Topologie
- Außerdem: Beschleunigungstechniken funktionieren nicht gut

Sind Graphen die beste Art Fahrpläne zu modellieren?

Anforderungen:

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets,  
mindestens Ankunftszeit und # Umstiege

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets, mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus, benutzt Routen und Trips explizit?

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets, mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus, benutzt Routen und Trips explizit?
- funktioniert in dynamischen Szenarien, Verspätungen, Zugausfälle, Routenänderungen; keine Vorberechnung

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets, mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus, benutzt Routen und Trips explizit?
- funktioniert in dynamischen Szenarien, Verspätungen, Zugausfälle, Routenänderungen; keine Vorberechnung
- Kann auf zusätzliche Kriterien erweitert werden, z.B. Tarifzonen, Umstiegssicherheit, etc

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets, mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus, benutzt Routen und Trips explizit?
- funktioniert in dynamischen Szenarien, Verspätungen, Zugausfälle, Routenänderungen; keine Vorberechnung
- Kann auf zusätzliche Kriterien erweitert werden, z.B. Tarifzonen, Umstiegssicherheit, etc
- und ist hinreichend schnell für interaktive Szenarien

## Anforderungen:

- Berechnen von Pareto-sets, mindestens Ankunftszeit und # Umstiege
- Nutzt die Struktur der Fahrpläne aus, benutzt Routen und Trips explizit?
- funktioniert in dynamischen Szenarien, Verspätungen, Zugausfälle, Routenänderungen; keine Vorberechnung
- Kann auf zusätzliche Kriterien erweitert werden, z.B. Tarifzonen, Umstiegssicherheit, etc
- und ist hinreichend schnell für interaktive Szenarien

**RAPTOR: Round-bAsed Public Transit Optimized Router**

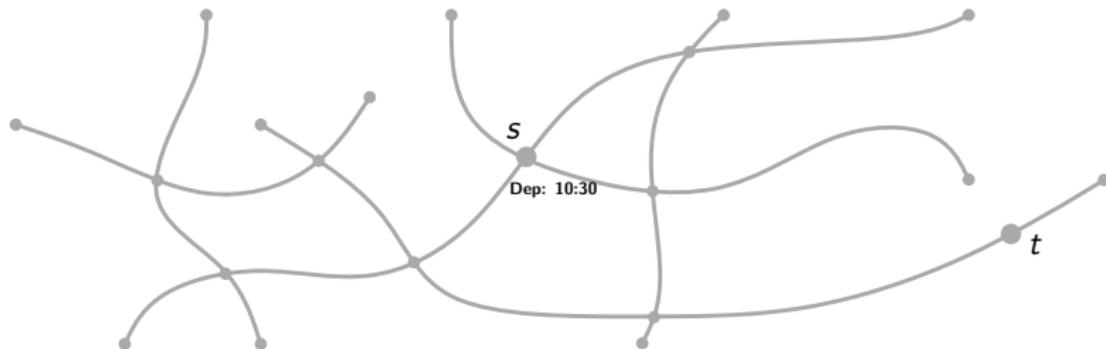
**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

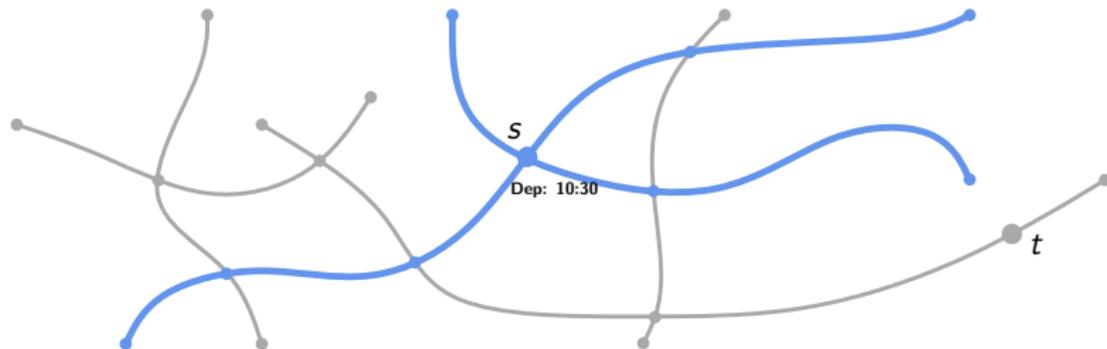
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

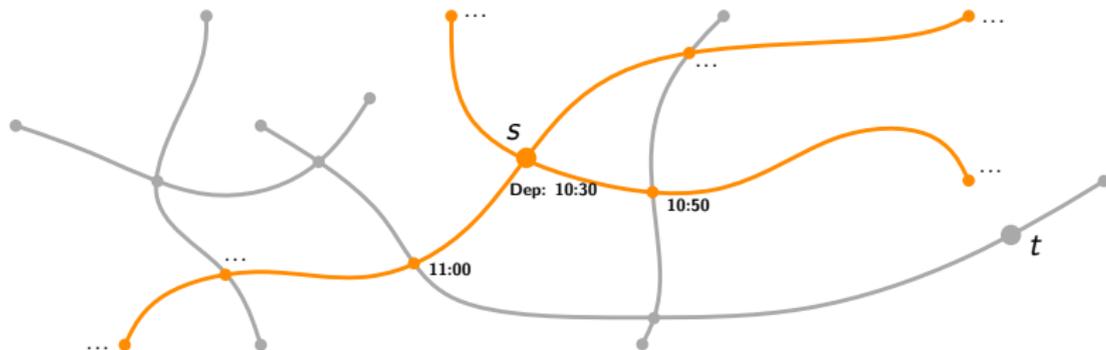
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

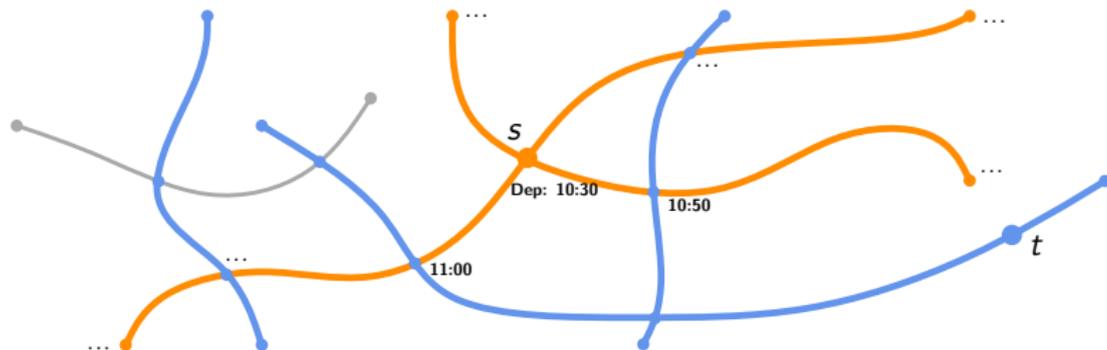
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

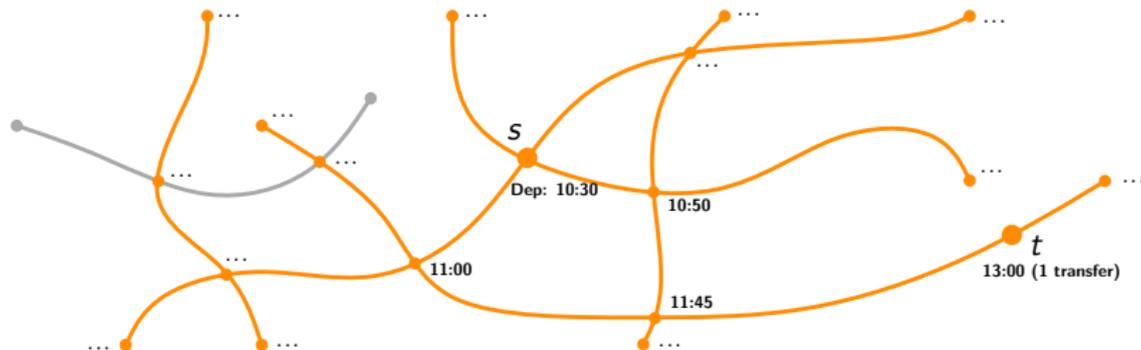
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

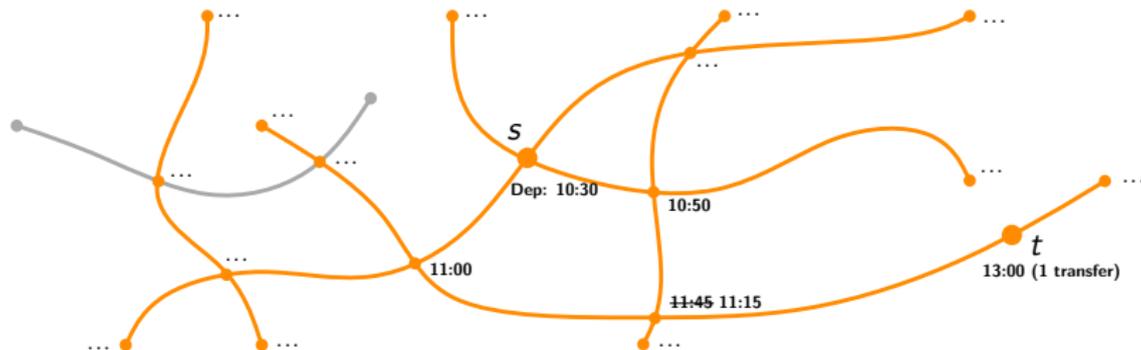
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

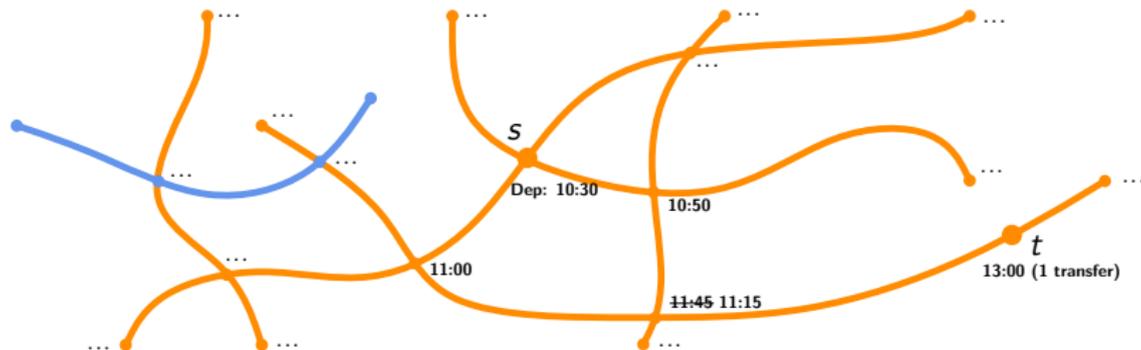
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

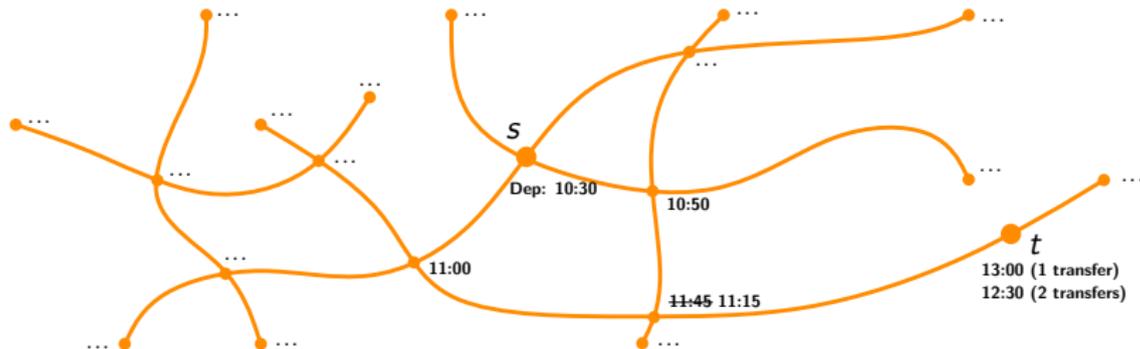
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

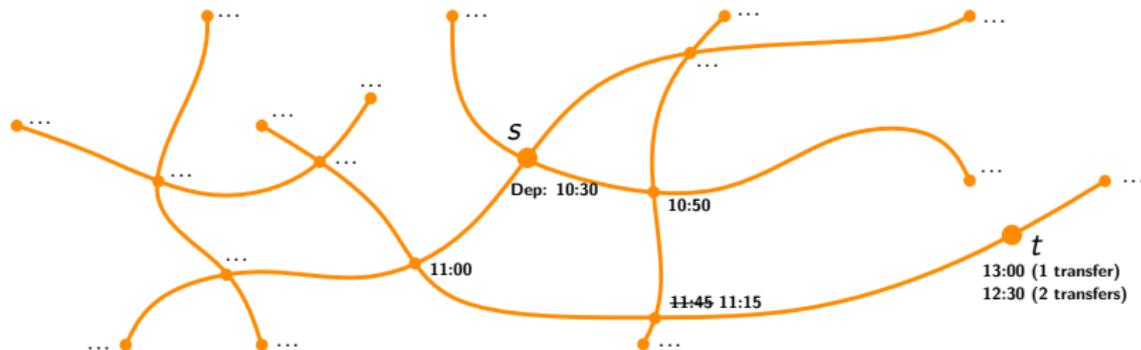
**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

**Beobachtung:** Wechseln zw. Trips führt immer zu einem Umstieg.

**Idee:** Eine *Runde* für jeden genommenen Trip.



**Ansatz:** In Runde  $k$  werden Ankunftszeiten für  $k$  Trips berechnet.

Scanne jede **Route** höchstens einmal pro Runde.

Some route

Current Trip:  $\perp$

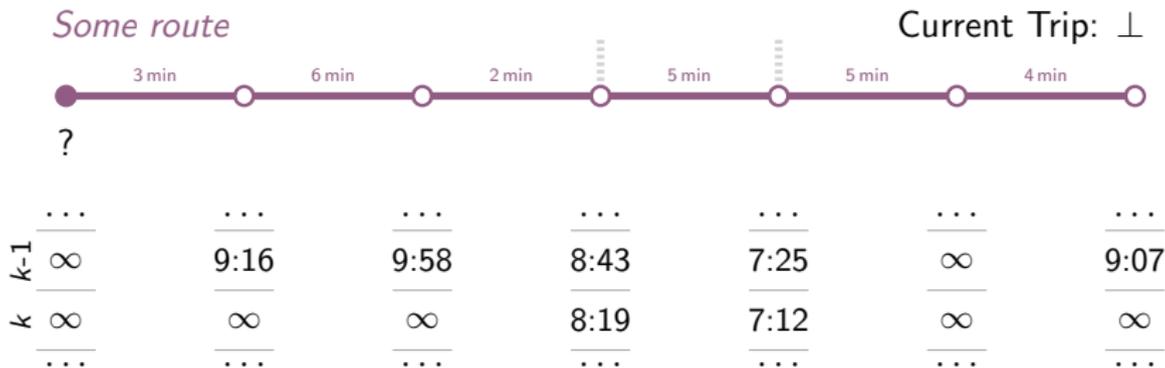


	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$
$k$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8:19	7:12	$\infty$
	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .



- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip:  $\perp$



	...	...	...	...	...	...	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8:19	7:12	$\infty$	$\infty$
	...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 13



9:20

...	...	...	...	...	...	...	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8:19	7:12	$\infty$	$\infty$
...	...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 13



9:26

...	...	...	...	...	...	...	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8:19	7:12	$\infty$	$\infty$
...	...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 13



9:26

...	...	...	...	...	...	...	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	9:26	8:19	7:12	$\infty$	$\infty$
...	...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 13



...	...	...	...	...	...	...	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	<b>9:26</b>	8:19	7:12	$\infty$	$\infty$
...	...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 11



8:58

...	...	...	...	...	...	...
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$
$k$	$\infty$	$\infty$	9:26	8:19	7:12	$\infty$
...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 11



...	...	...	...	...	...	...	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	<b>9:26</b>	8:19	7:12	$\infty$	$\infty$
...	...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



...	...	...	...	...	...	...	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	9:26	8:19	7:12	$\infty$	$\infty$
...	...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



7:38

...	...	...	...	...	...	...
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$
$k$	$\infty$	$\infty$	<b>9:26</b>	8:19	7:12	$\infty$
...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



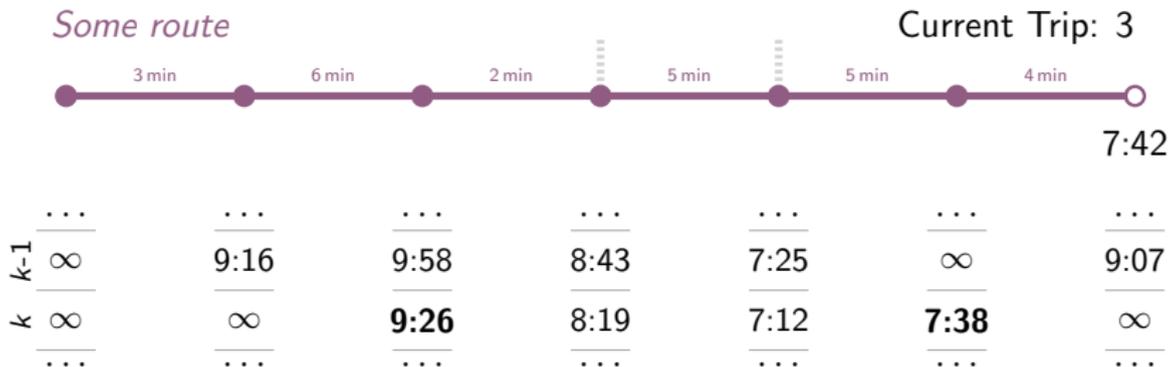
7:38

...	...	...	...	...	...	...	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	<b>9:26</b>	8:19	7:12	<b>7:38</b>	$\infty$
...	...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .



- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



...	...	...	...	...	...	...
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$
$k$	$\infty$	$\infty$	<b>9:26</b>	8:19	7:12	<b>7:38</b>
...	...	...	...	...	...	...

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	<b>9:26</b>	8:19	7:12	<b>7:38</b>	<b>7:42</b>
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Some route

Current Trip: 3



$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	
$k-1$	$\infty$	9:16	9:58	8:43	7:25	$\infty$	9:07
$k$	$\infty$	$\infty$	<b>9:26</b>	8:19	7:12	<b>7:38</b>	<b>7:42</b>
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

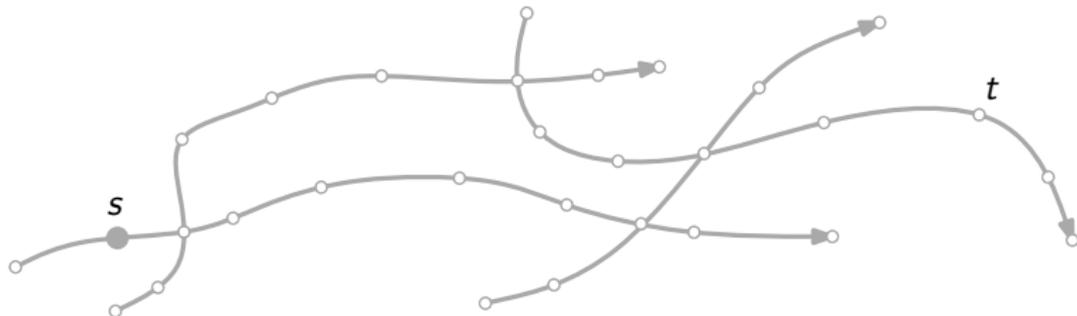
- Jeder Stop hat ein Label (Ankunftszeit) *pro Runde*
- Aktiver Trip entlang der Route wird stets verbessert.

In Runde  $k$ :

- Update Labels von Runde  $k$  mit Labels aus Runde  $k - 1$ .

Dynamischer Programmierungsansatz.

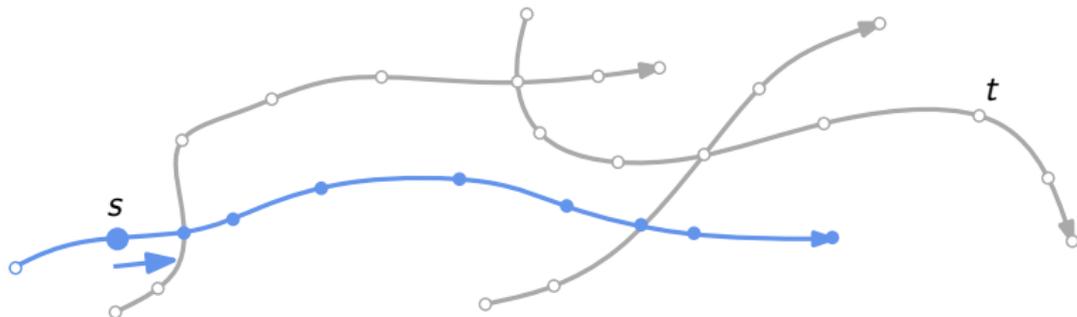
**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.

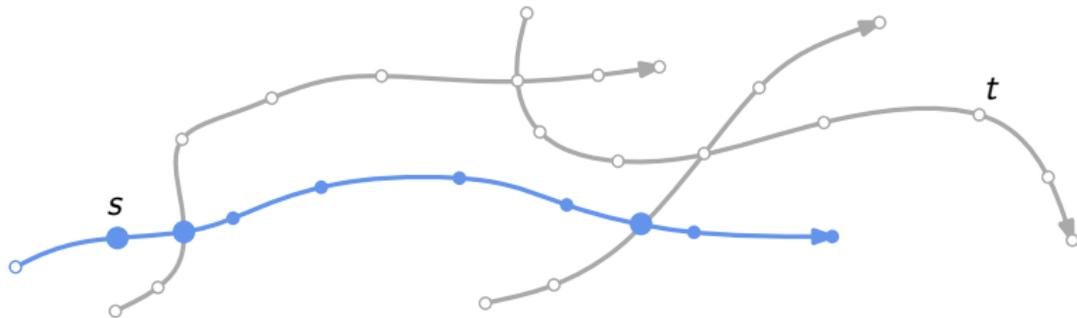
**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.

**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.

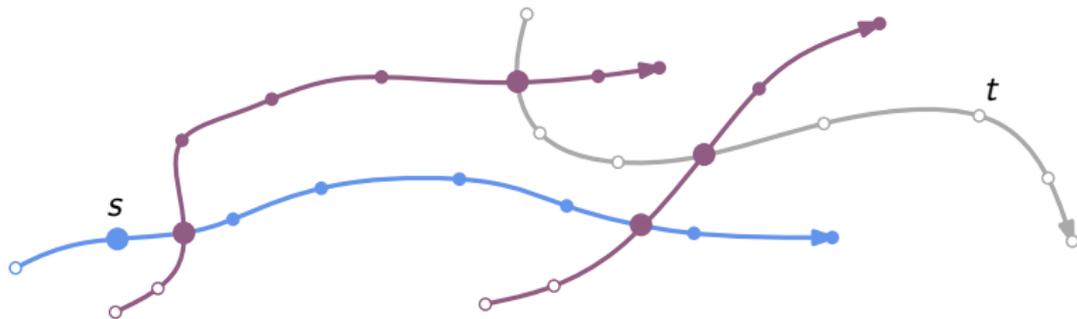
**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.

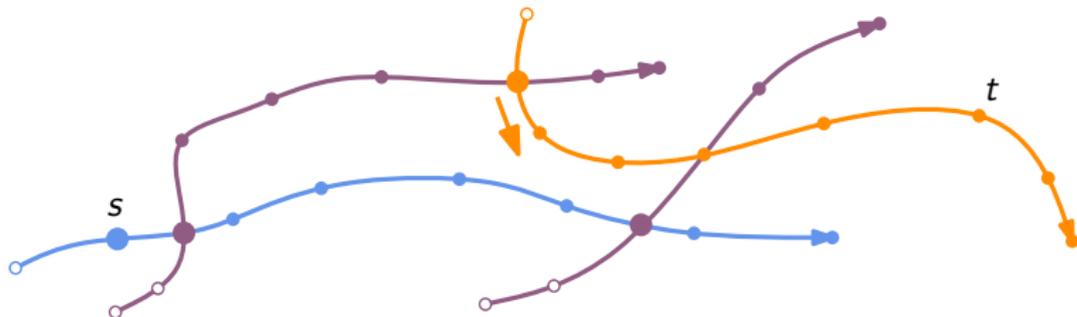
**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.

**Beobachtung:** Nicht alle Routen werden in jeder Runde erreicht.



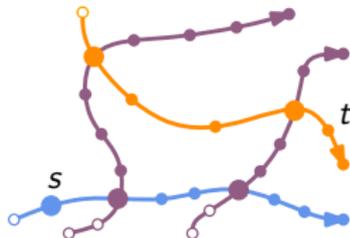
## Markieren und Pruning

- Route scannen: Markiere Stop falls Ankunftszeit verbessert.
- Nächste Runde: Nur Routen von markierten Stops scannen.
- Scanne jede Route ab ihrem ersten markierten Stop.



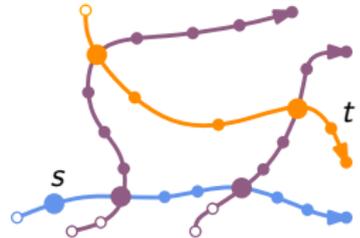
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



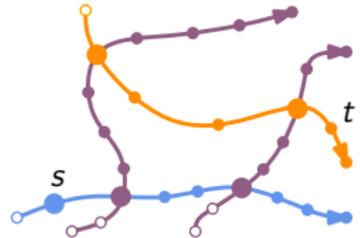
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



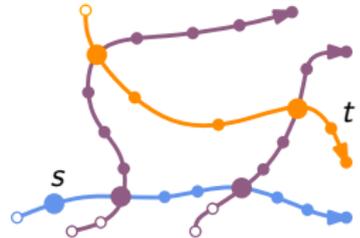
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



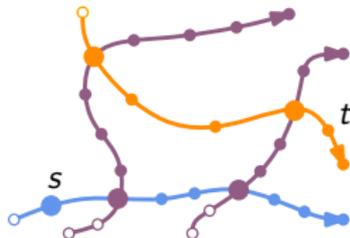
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



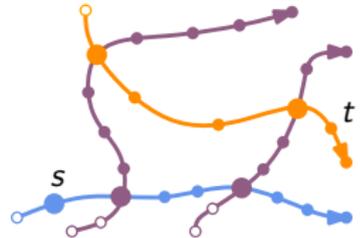
Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



Für jede Runde  $k \leftarrow 1, 2, \dots$

- 1 Wähle erreichte Routen aus letzter Runde
- 2 Scanne diese Routen
- 3 Relaxiere Fußwege



Terminiere, wenn kein Stop markiert wurde.

**Beobachtung:** Routen werden in bel. Reihenfolge gescannt.

**Beobachtung:** Routen werden in bel. Reihenfolge gescannt.

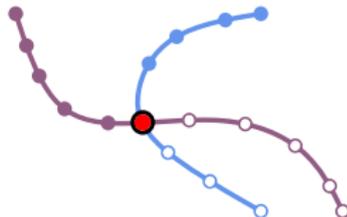
Verteile Routen auf verschiedene CPU Kerne; Scanne parallel.

**Beobachtung:** Routen werden in bel. Reihenfolge gescannt.

Verteile Routen auf verschiedene CPU Kerne; Scanne parallel.

## Vermeiden von Race-Conditions

- Lock auf Schreiben von Labels (teuer).
- Synchronisiere Labels nach jeder Runde.
- Sicherstellen dass nur „unabhängige“ Routen gleichzeitig gescannt werden.

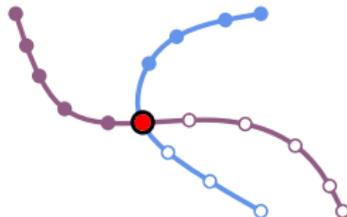


**Beobachtung:** Routen werden in bel. Reihenfolge gescannt.

Verteile Routen auf verschiedene CPU Kerne; Scanne parallel.

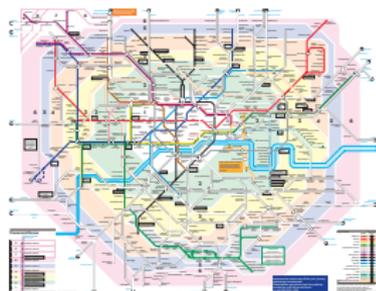
## Vermeiden von Race-Conditions

- Lock auf Schreiben von Labels (teuer).
- Synchronisiere Labels nach jeder Runde.
- Sicherstellen dass nur „unabhängige“ Routen gleichzeitig gescannt werden.



## Mögliche Erweiterungen

- Intervallanfragen (Profil-Anfragen), Flexible Abfahrtszeiten.
- Tarifzonen, Längere Routen könnten billiger sein.
- Umstiegssicherheit, Routen könnten knappe Umstiege haben.
- ...



Performance hängt von Anzahl *nichtdominierter* Routen ab.

## Mögliche Erweiterungen

- Intervallanfragen (Profil-Anfragen), Flexible Abfahrtszeiten.
- Tarifzonen, Längere Routen könnten billiger sein.
- Umstiegssicherheit, Routen könnten knappe Umstiege haben.
- ...



Performance hängt von Anzahl *nichtdominierter* Routen ab.

# More Criteria: McRAPTOR

**Ziel:** Erweitern von RAPTOR auf zusätzliche Kriterien.



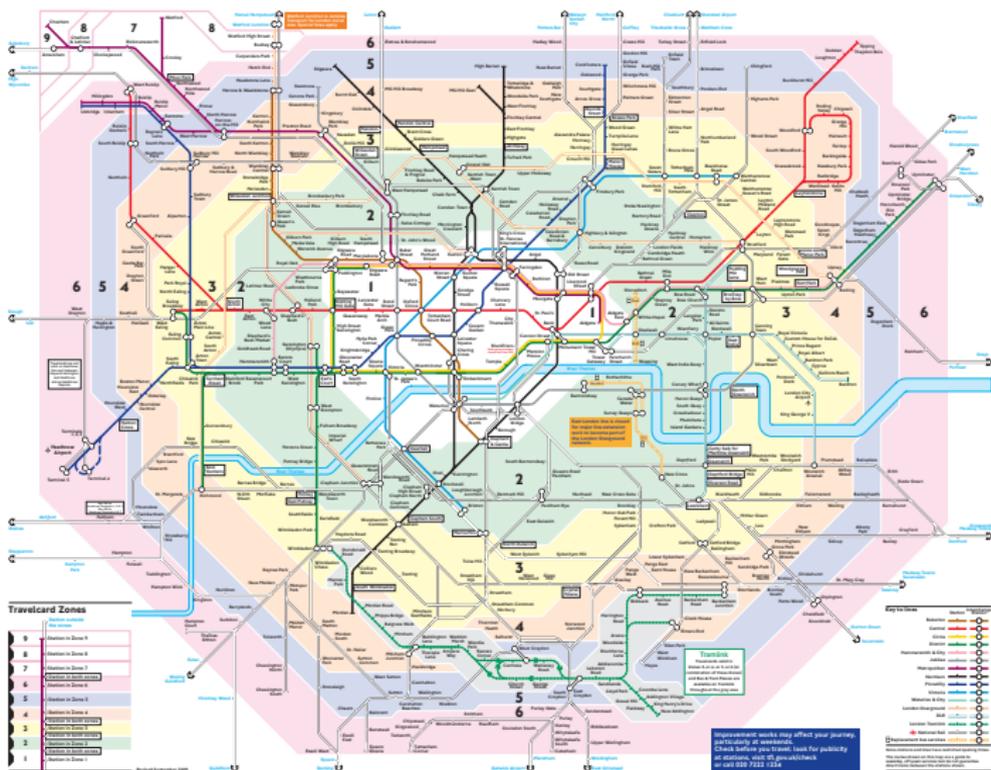
**Ziel:** Erweitern von RAPTOR auf zusätzliche Kriterien.



## Ansatz

- Labels haben Wert für jedes zusätzliche Kriterium.
- Mehrere nichtdominierte Labels pro Stop und Runde.
- Mehrere aktive Trips beim Scannen von Routen.
- Lösche dominierte Labels on-the-fly.

# McRAPTOR Beispiel: Tarifzonen



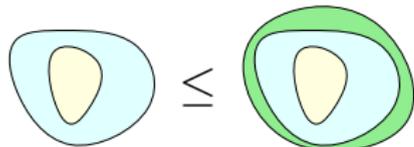
## Tarifzonen einbauen

- Direkte Preise (£) können nicht handhabbar.
- ⇒ Berechne alle Kombinationen von Tarifzonen,
- und filtere im Postprocessing.



## Tarifzonen einbauen

- Direkte Preise (£) können nicht handhabbar.
- ⇒ Berechne alle Kombinationen von Tarifzonen,
- und filtere im Postprocessing.



## Implementierung

- Mengen von Tarifzonen als Kriterium.
- Dominieren  $\hat{=}$  Teilmengenrelation.
- Benutze Bits von `int64` für Mengen.

# Intervallanfragen: rRAPTOR

**Problem:** Finde alle besten Verbindungen die in einem Zeitintervall  $\Delta$  abfahren.



# Intervallanfragen: rRAPTOR

**Problem:** Finde alle besten Verbindungen die in einem Zeitintervall  $\Delta$  abfahren.

- Lösbar mit McRAPTOR...
- ... mit Abfahrtszeit als Kriterium.



**Problem:** Finde alle besten Verbindungen die in einem Zeitintervall  $\Delta$  abfahren.

- Lösbar mit McRAPTOR...
- ... mit Abfahrtszeit als Kriterium.



## Effizienterer Ansatz: rRAPTOR

- Sammle alle Abfahrten aus Intervall  $\Delta$  in Menge  $\Psi$ .
- Dann: RAPTOR für jedes  $\tau \in \Psi$  geordnet absteigend nach Zeit.
- Reinitialisiere keine Labels zwischen den Aufrufen!

**Problem:** Finde alle besten Verbindungen die in einem Zeitintervall  $\Delta$  abfahren.

- Lösbar mit McRAPTOR...
- ... mit Abfahrtszeit als Kriterium.



## Effizienterer Ansatz: rRAPTOR

- Sammle alle Abfahrten aus Intervall  $\Delta$  in Menge  $\Psi$ .
- Dann: RAPTOR für jedes  $\tau \in \Psi$  geordnet absteigend nach Zeit.
- Reinitialisiere keine Labels zwischen den Aufrufen!

Prunt implizit Routen die früher abfahren und später ankommen.

## Das vollständige Londoner Netzwerk

- Ein Dienstag.
- Beinhaltet Tube, Bus, DLR, Tram. . .
- 20 843 Stops,
- 2 225 Routen mit 133 011 Trips,
- 5 132 672 einzelne Abfahrten pro Tag.



## Das vollständige Londoner Netzwerk

- Ein Dienstag.
- Beinhaltet Tube, Bus, DLR, Tram. . .
- 20 843 Stops,
- 2 225 Routen mit 133 011 Trips,
- 5 132 672 einzelne Abfahrten pro Tag.

Experimente: 10 000 zufällige  $s-t$ -Anfragen.



# Vergleich der Algorithmen

(Hardware: Intel Xeon X5680 mit 3.33 GHz und 96 GiB DDR3-1333 RAM)

Algorithm	Ar	R	Tr	Fz	Rounds	Journeys	[ms]
Dijkstra	●	○	○	○	—	0.9	14.2
RAPTOR	●	○	●	○	8.4	1.9	7.3
LD	●	○	●	○	—	1.9	44.5
MLC	●	○	●	○	—	1.9	67.2
McRAPTOR	●	○	●	●	10.8	9.0	107.4
MLC	●	○	●	●	—	9.0	399.5
McRAPTOR	●	●	●	○	9.5	16.3	259.8
rRAPTOR	●	●	●	○	138.5	16.3	87.0
SPCS	●	●	○	○	—	7.8	183.6

(Ar: Arrival Time, R: Range, Tr: Transfers, Fz: Fare Zones)

# Vergleich der Algorithmen

(Hardware: Intel Xeon X5680 mit 3.33 GHz und 96 GiB DDR3-1333 RAM)

Algorithm	Ar	R	Tr	Fz	Rounds	Journeys	[ms]
Dijkstra	●	○	○	○	—	0.9	14.2
RAPTOR	●	○	●	○	8.4	1.9	7.3
LD	●	○	●	○	—	1.9	44.5
MLC	●	○	●	○	—	1.9	67.2
McRAPTOR	●	○	●	●	10.8	9.0	107.4
MLC	●	○	●	●	—	9.0	399.5
McRAPTOR	●	●	●	○	9.5	16.3	259.8
rRAPTOR	●	●	●	○	138.5	16.3	87.0
SPCS	●	●	○	○	—	7.8	183.6

(Ar: Arrival Time, R: Range, Tr: Transfers, Fz: Fare Zones)

- RAPTOR schneller als Dijkstra-basierte Ansätze.

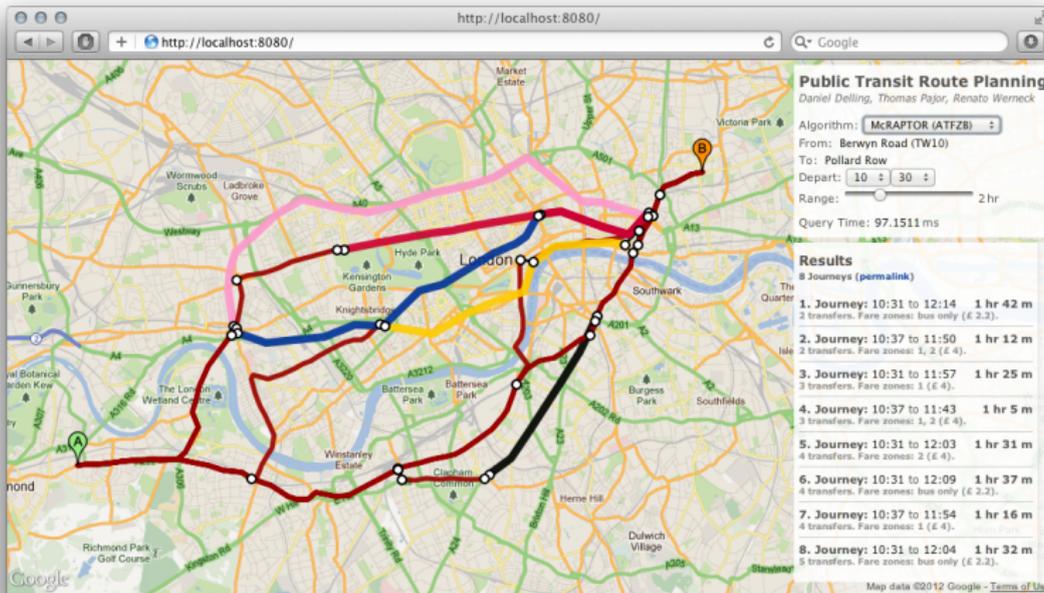
Algorithm	Ar	R	Tr	Fz	1 core [ms]	3 cores [ms]	6 cores [ms]	12 cores [ms]
RAPTOR	●	○	●	○	7.7	5.0	4.1	3.7
McRAPTOR	●	○	●	●	118.6	49.4	29.9	26.1
rRAPTOR	●	●	●	○	92.3	39.5	26.8	21.6
SPCS	●	●	○	○	183.6	69.1	44.9	38.9

(Ar: Arrival Time, R: Range, Tr: Transfers, Fz: Fare Zones)

Algorithm	Ar	R	Tr	Fz	1 core [ms]	3 cores [ms]	6 cores [ms]	12 cores [ms]
RAPTOR	●	○	●	○	7.7	5.0	4.1	3.7
McRAPTOR	●	○	●	●	118.6	49.4	29.9	26.1
rRAPTOR	●	●	●	○	92.3	39.5	26.8	21.6
SPCS	●	●	○	○	183.6	69.1	44.9	38.9

(Ar: Arrival Time, R: Range, Tr: Transfers, Fz: Fare Zones)

- Exzellente Speedups auf bis zu 6 Kernen.
- RAPTOR immer  $\leq 30$  ms.





Daniel Delling, Thomas Pajor, and Renato F. Werneck.

Round-Based Public Transit Routing.

In *Proceedings of the 14th Meeting on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX'12)*, pages 130–140. SIAM, 2012.

**Montag, 8.7.2013**

**Mittwoch, 10.7.2013**