Algorithmen für Routenplanung

11. Sitzung, Sommersemester 2013

Julian Dibbelt | 10. Juni 2013

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER

Wiederholung Punkt-zu-Punkt

Karlsruher Institut für Technologie

Anfrage:

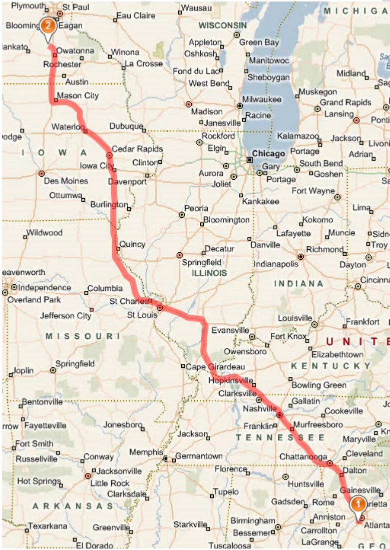
- finde die beste Route in einem Transportnetz

Idee:

- Netzwerk als Graph $G = (V, E)$
- Kantengewichte sind Reisezeiten
- kürzester Weg in G entspricht schnellster Verbindung

Ergebnisse:

- schnelle Algorithmen existieren

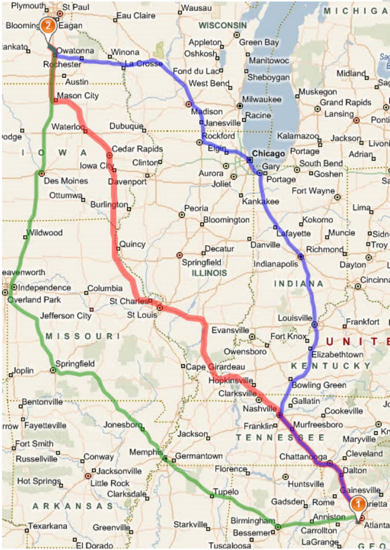


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Alternativ-Routen

Anfrage:

- finde gute Alternativen in einem Transportnetz



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

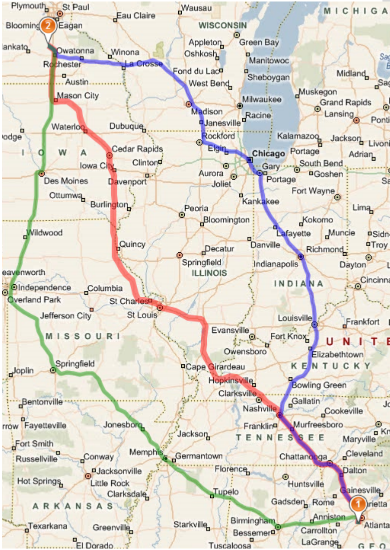
Alternativ-Routen

Anfrage:

- finde gute Alternativen in einem Transportnetz

Problem:

- der kürzeste Weg ist wohl definiert
- Was aber ist eine gute Alternative?
- Problem erscheint rein heuristischer Natur
- nur auf den ersten Blick



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Alternativ-Routen

Anfrage:

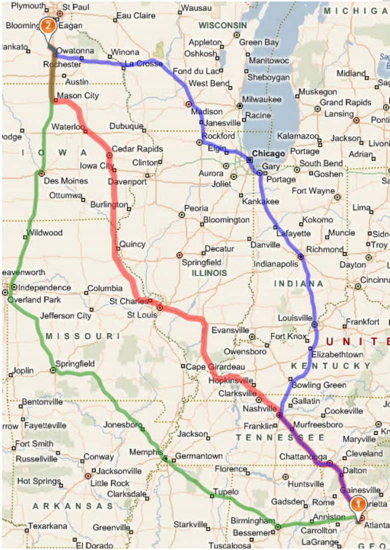
- finde gute Alternativen in einem Transportnetz

Problem:

- der kürzeste Weg ist wohl definiert
- Was aber ist eine gute Alternative?
- Problem erscheint rein heuristischer Natur
- nur auf den ersten Blick

Ziele:

- lieber keine als schlechte Routen zeigen
- sollte nicht deutlich langsamer als Punkt-zu-Punkt sein



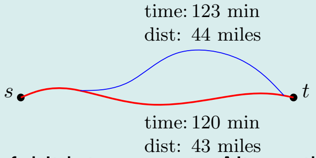
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Erste Ansätze

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Erste Ansätze

Optimiere andere Metriken

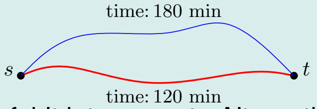


⇒ verfehlt interessante Alternativen

Berechne k-kürzeste Wege

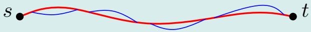
⇒ Alternative wahrscheinlich nicht unter den ersten 1000+ Pfaden

Disjunkte Pfade



⇒ verfehlt interessante Alternativen

++Gewicht auf kürzesten Weg



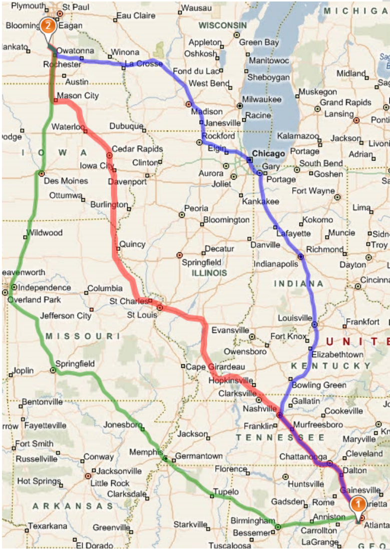
⇒ sieht seltsam aus

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Intuition

Karlsruher Institut für Technologie

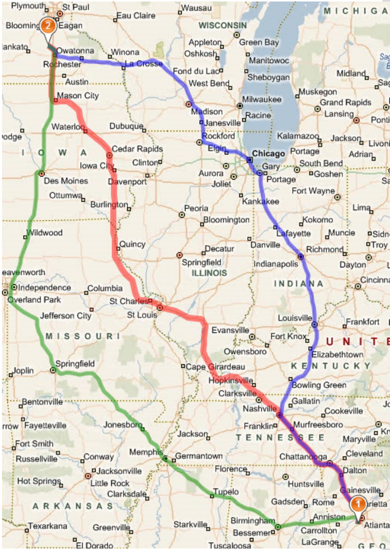
Alternativen sollten:



Intuition

Alternativen sollten:

- nicht viel länger als der schnellste Weg sein
- signifikant verschieden



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

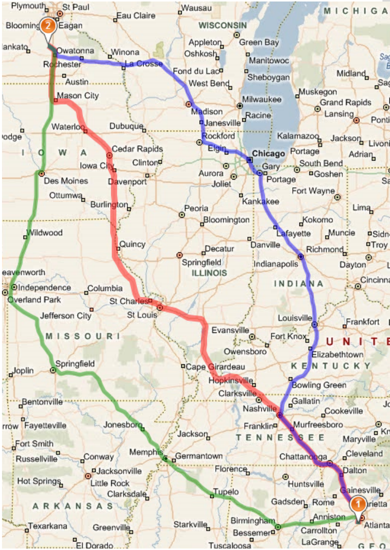
Intuition

Alternativen sollten:

- nicht viel länger als der schnellste Weg sein
- signifikant verschieden

Erste Idee:

- finde einen Pfad, der Länge und Gemeinsamkeit minimiert
  - maixmal $x\%$ länger
  - teilt maximal $y\%$



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Intuition

Karlsruher Institut für Technologie

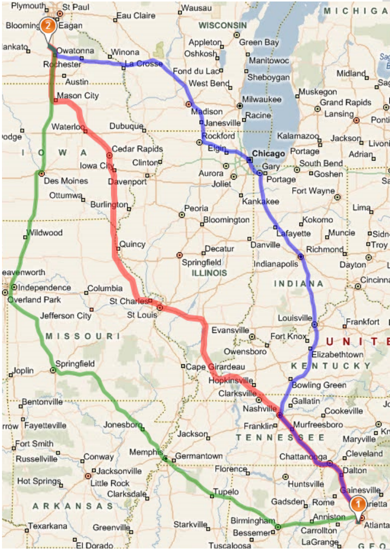
Alternativen sollten:

- nicht viel länger als der schnellste Weg sein
- signifikant verschieden

Erste Idee:

- finde einen Pfad, der Länge und Gemeinsamkeit minimiert
  - maixmal $x\%$ länger
  - teilt maximal $y\%$

Ist das genug?

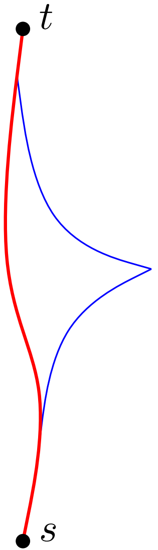


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Das dritte Kriterium

Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- User denkt sich “das kann ich besser”



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Das dritte Kriterium

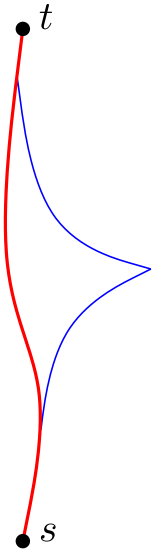
Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- User denkt sich “das kann ich besser”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfade sollen kleinen stretch haben

$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege



Das dritte Kriterium

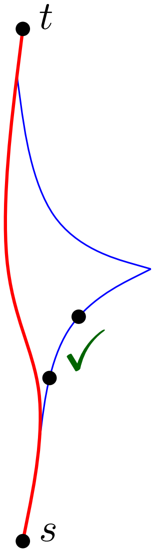
Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- User denkt sich “das kann ich besser”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfade sollen kleinen stretch haben

$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege



Das dritte Kriterium

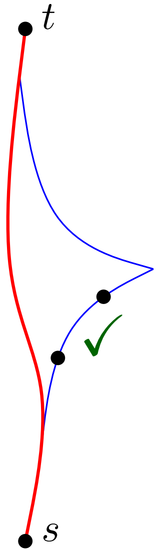
Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- User denkt sich “das kann ich besser”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfade sollen kleinen stretch haben

$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege



Das dritte Kriterium

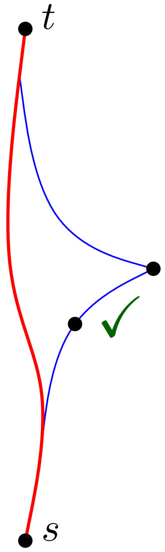
Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- User denkt sich “das kann ich besser”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfade sollen kleinen stretch haben

$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege



Das dritte Kriterium

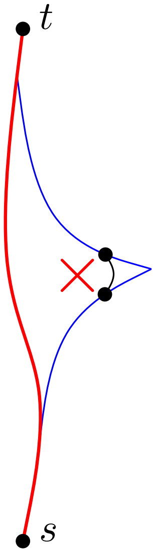
Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- User denkt sich “das kann ich besser”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfade sollen kleinen stretch haben

$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Eigenschaften eines Pfades P

- **Gemeinsamkeit:**
  der gemeinsame Teil von P und dem kürzestem Pfad Opt

$$\sigma(P) := \ell(Opt \cap P)$$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Eigenschaften eines Pfades P

- **Gemeinsamkeit:**
  der gemeinsame Teil von P und dem kürzestem Pfad *Opt*

$$\sigma(P) := \ell(Opt \cap P)$$

- **Lokale Optimalität:**
  für alle $u, v \in P$: wenn $\ell(P_{uv}) < lo(P)$, dann ist P_{uv} ein kürzester Pfad

$$lo(P) := \min_{u,v \in P} \{\ell(P_{uv}) \mid P_{uv} \text{ ist kein kürzester Pfad}\} + 1$$

Eigenschaften eines Pfades P

- **Gemeinsamkeit:**
  der gemeinsame Teil von P und dem kürzestem Pfad *Opt*

$$\sigma(P) := \ell(Opt \cap P)$$

- **Lokale Optimalität:**
  für alle $u, v \in P$: wenn $\ell(P_{uv}) < lo(P)$, dann ist P_{uv} ein kürzester Pfad

$$lo(P) := \min_{u,v \in P} \{\ell(P_{uv}) \mid P_{uv} \text{ ist kein kürzester Pfad}\} + 1$$

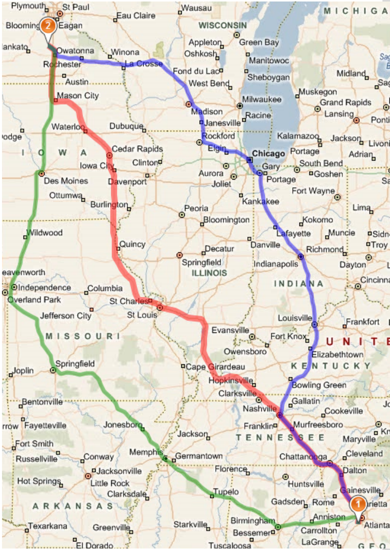
- **uniformly bounded stretch:**
  der stretch zwischen beliebigen zwei Knoten auf P muss klein sein

$$ubs(P) := \max_{u,v \in P} \{\ell(P_{uv}) / \operatorname{dist}(u, v)\}$$

Gute Alternativen

ein gute Alternative *P*

- hat wenig Gemeinsamkeit mit dem kürzesten Weg *Opt*
- hat hohe lokale Optimalität
- hat niedrigen uniformly bounded stretch (UBS)

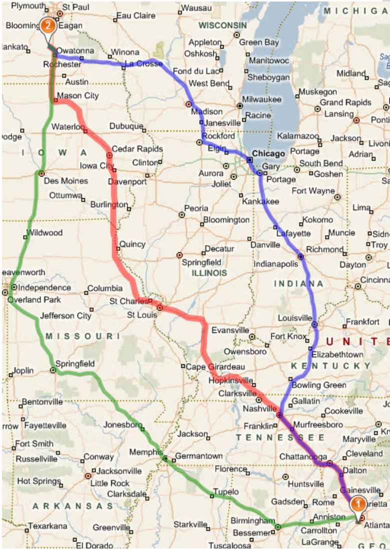


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Gute Alternativen

ein gute Alternative *P*

- hat wenig Gemeinsamkeit mit dem kürzesten Weg *Opt*
- hat hohe lokale Optimalität
- hat niedrigen uniformly bounded stretch (UBS)



Idee:

- definiere Optimierungsfunktion *f*
  - lineare Kombination der drei Maße
- finde *P* mit optimalem *f* und
  - *P* hat maximal *x*% Gemeinsamkiet mit *Opt*
  - *P* hat mindestens *y*% lokale Optimalität
  - *P* hat einen UBS von maximal *z*%

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Einschränkung der Möglichkeiten

Probleme:

- hohe Anzahl von Pfaden
- effiziente Berechnung von lokaler Optimalität and UBS?
  - $|P|$ Dijkstra Suchen
  - $|P|^2$ p2p Anfragen
  - Many-to-Many?

  $\Rightarrow$ zu langsam

Einschränkung der Möglichkeiten

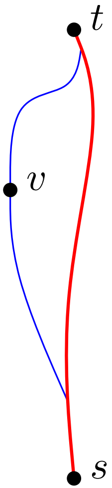
Probleme:

- hohe Anzahl von Pfaden
- effiziente Berechnung von lokaler Optimalität and UBS?
  - $|P|$ Dijkstra Suchen
  - $|P|^2$ p2p Anfragen
  - Many-to-Many?

  $\Rightarrow$ zu langsam

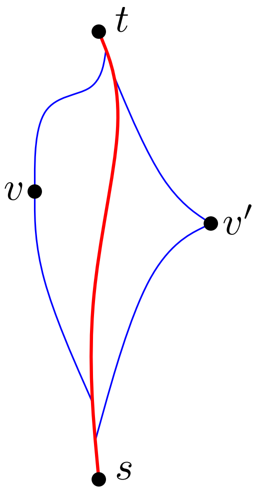
Single via paths:

- Konkatenation von zwei kürzesten Pfaden: s–v und v–t
- Eigenschaften:
  - lineare Anzahl Pfade
  - Einzelner Pfad ist definiert durch via Knoten v (Notation: P_v)
  - lokal optimal von s nach v und v nach t
  - müssen uns nur um den Bereich um v kümmern
  - wir können für UBS was zeigen
  - Alternativen können effizient berechnet werden



Single Via Paths

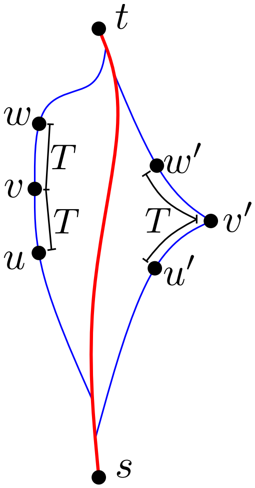
2-Approximation von lokaler Optimalität:



Single Via Paths

2-Approximation von lokaler Optimalität:

- wähle zwei Knoten $u, w \in P_v$ die T vor und nach v sind



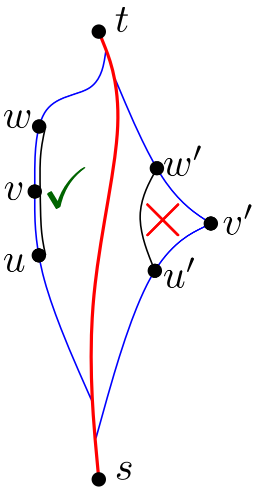
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Single Via Paths

2-Approximation von lokaler Optimalität:

- wähle zwei Knoten $u, w \in P_v$ die T vor und nach v sind
- checke ob der kürzeste Pfad von u nach w v enthält
  - **JA:** P_v ist T-lokal optimal
  - **NEIN:** P_v ist nicht $2T$-lokal optimal

$\Rightarrow$ schneller Test für lokale Optimalität



Uniformly Bounded Stretch

Lemma (Uniformly Bounded Stretch)

Wenn $\ell(P_v) = (1+\epsilon)\,\mathrm{dist}(s,t)$ und $lo(P_v) = \beta \cdot \mathrm{dist}(s,t)$ gilt, dann ist der UBS von P_v maximal $\beta/(\beta-\epsilon)$.

$\Rightarrow$ es reicht die Pfadlänge zu betrachten, also den absoluten Stretch.
Wir müssen nicht prüfen, ob jeder Teilpfad auch relativ begrenzten Stretch hat (def uniformly bounded).

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Erweiterter Dijkstra

Anfrage:

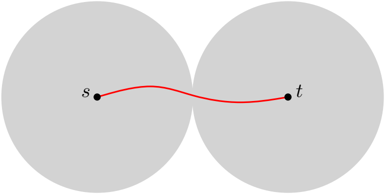
- starte 2 Dijkstras
  - von s
  - nach t

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Erweiterter Dijkstra

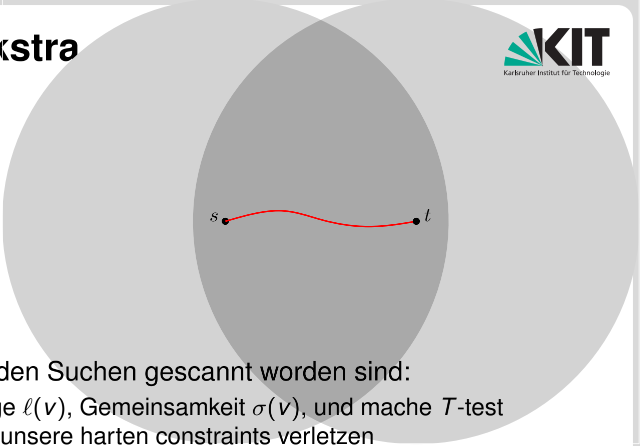
Anfrage:

- starte 2 Dijkstras
  - von *s*
  - nach *t*



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Erweiterter Dijkstra



Anfrage:

- starte 2 Dijkstras
  - von s
  - nach t
- stoppe Suche wenn radii größer $(1 + \epsilon)\ell(Opt)$

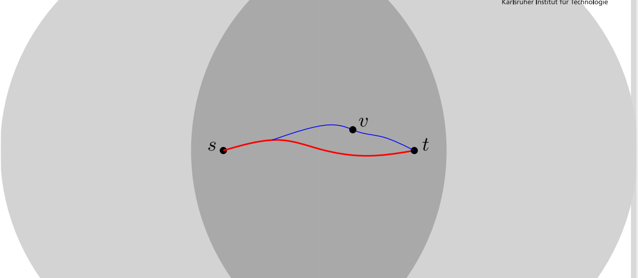
finde Alternative:

- für alle v, die von beiden Suchen gescannt worden sind:
  - berechne Pfadlänge $\ell(v)$, Gemeinsamkeit $\sigma(v)$, und mache T-test
  - entferne alle v die unsere harten constraints verletzen
- gebe P_v, der Optimierungsfunktion f minimiert, aus

Erweiterter Dijkstra

Anfrage:

- starte 2 Dijkstras
  - von s
  - nach t
- stoppe Suche wenn radii größer $(1+\epsilon)\ell(Opt)$



finde Alternative:

- für alle v, die von beiden Suchen gescannt worden sind:
  - berechne Pfadlänge $\ell(v)$, Gemeinsamkeit $\sigma(v)$, und mache T-test
  - entferne alle v die unsere harten constraints verletzen
- gebe P_v, der Optimierungsfunktion f minimiert, aus

problem:

- Anzahl der Kandidaten ist sehr hoch ($\approx 1M$)

$\Rightarrow$ Anzahl der T-tests ist $\Rightarrow$ zu langsam

RE/CH

Beobachtung:

- unwichtige Teile werden geprunt
- die wichtigen Alternativen werden (hoffentlich?) nicht geprunt
- reduziert Anzahl der Kandidaten

Probleme:

- Distanzen in den Suchbäumen ist inkorrekt
  - für jeden Kandidaten muss der Pfad durch 2 Queries rekonstruiert werden (z.B. $s\uparrow$-$v\downarrow$, $v\uparrow$-$t\downarrow$)

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

RE/CH

Beobachtung:

- unwichtige Teile werden geprunt
- die wichtigen Alternativen werden (hoffentlich?) nicht geprunt
- reduziert Anzahl der Kandidaten

Probleme:

- Distanzen in den Suchbäumen ist inkorrekt
  - für jeden Kandidaten muss der Pfad durch 2 Queries rekonstruiert werden (z.B. $s\uparrow$-$v\downarrow$, $v\uparrow$-$t\downarrow$)

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

RE/CH

Beobachtung:

- unwichtige Teile werden geprunt
- die wichtigen Alternativen werden (hoffentlich?) nicht geprunt
- reduziert Anzahl der Kandidaten

Probleme:

- Distanzen in den Suchbäumen ist inkorrekt
  - für jeden Kandidaten muss der Pfad durch 2 Queries rekonstruiert werden (z.B. s↑-v↓, v↑-t↓)
- Anzahl Kandidaten immer noch zu hoch ($\approx 1K$)

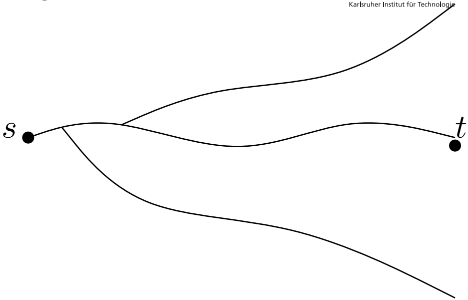
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Bounding Local Optimality

Plateaus:

Bounding Local Optimality

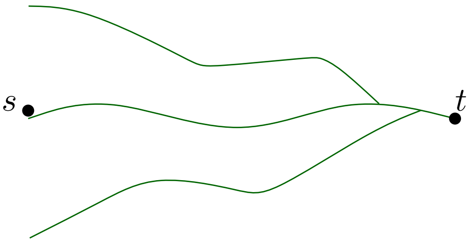
Plateaus:



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Bounding Local Optimality

Plateaus:

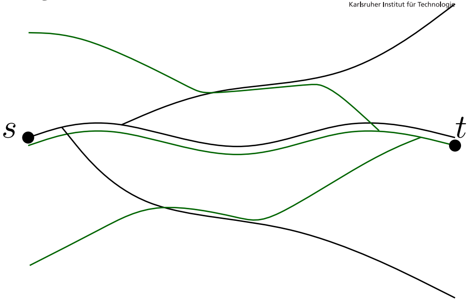


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Bounding Local Optimality

Plateaus:

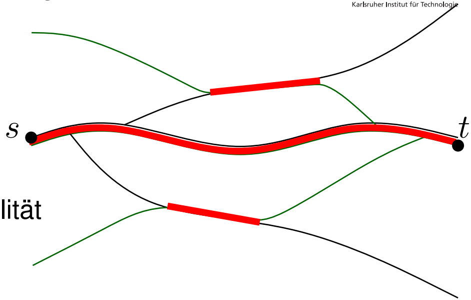
- Vorwärts- und Rückwärtsbäume schneiden sich



Bounding Local Optimality

Plateaus:

- Vorwärts- und Rückwärtsbäume schneiden sich
- definiere die Plateau-Länge $pl(v)$ für jeden Kandidaten v
- untere Schranke für lokale Optimalität
- Berechnung in linearer Zeit (für alle Kandidaten) möglich

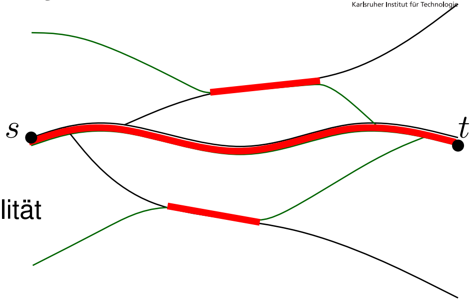


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Bounding Local Optimality

Plateaus:

- Vorwärts- und Rückwärtsbäume schneiden sich
- definiere die Plateau-Länge $pl(v)$ für jeden Kandidaten v
- untere Schranke für lokale Optimalität
- Berechnung in linearer Zeit (für alle Kandidaten) möglich



Problem

- klappt nur wenn Bäume korrekt sind
- rein heuristisch für CH/RE
- aber korrekt für MLD ($\rightarrow$ CRP)

Algorithmen

X–BDV/ X–MLDV:

- bidirektionale BD/MLD-Query (mit erweitertem Stoppkriterium)
- sortiere Kandidaten nach $2 \cdot \ell(v) + \sigma(v) - pl(v)$
- gebe erste Knoten aus, der Nebenbedingungen erfüllt

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Algorithmen

Karlsruher Institut für Technologie

X–BDV/ X–MLDV:

- bidirektionale BD/MLD-Query (mit erweitertem Stoppkriterium)
- sortiere Kandidaten nach $2 \cdot \ell(v) + \sigma(v) - pl(v)$
- gebe erste Knoten aus, der Nebenbedingungen erfüllt

X–REV/ X–CHV:

- bidirektionale RE/CH-Query (mit erweitertem Stoppkriterium)
- sortiere Kandidaten nach $2 \cdot \ell(v) + \sigma(v) - pl(v)$
- in dieser Sortierung:
  - rekonstruiere richtigen Pfad durch v
  - mache T-test
- gebe erste Knoten aus, der Nebenbedingungen erfüllt

$\Rightarrow$ nur 1–2 T-tests

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Experimente

input: Straßennetzwerk von Westeuropa

		PATH QUALITY							PERFORMANCE		
		success	UBS[%]		sharing[%]		loc opt[%]		#scanned	time	slow-
p	algo	rate[%]	avg	max	avg	max	avg	min	vertices	[ms]	down
1	X-BDV	94.5	9.4	35.8	47.2	79.9	73.1	30.3	16 963 507	26 352.0	6.0
	X-REV	91.3	9.9	41.8	46.9	79.9	71.8	30.7	16 111	20.4	5.6
	X-CHV	58.2	9.6	45.8	42.9	79.9	74.3	30.6	1 510	3.1	4.6
2	X-BDV	81.1	11.8	38.5	62.4	80.0	71.8	29.6	16 963 507	29 795.0	6.8
	X-REV	70.3	12.2	38.1	60.3	80.0	71.3	29.6	25 322	33.6	9.2
	X-CHV	28.6	10.8	45.4	55.3	79.6	77.6	30.3	1 685	3.6	5.3
3	X-BDV	61.6	13.2	41.2	68.9	80.0	68.7	30.6	16 963 507	33 443.0	7.7
	X-REV	43.0	12.8	41.2	66.6	80.0	74.9	33.3	30 736	42.6	11.7
	X-CHV	10.9	12.0	41.4	59.3	80.0	79.0	36.1	1 748	3.9	5.8

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Erhöhen der Erfolgsrate bei Reach

Karlsruher Institut für Technologie

Beobachtung:

- pruning entfernt eventuell gute Alternativen
- reach sagt aus, was der laengste kürzeste Pfad durch v ist

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Erhöhen der Erfolgsrate bei Reach

Karlsruher Institut für Technologie

Beobachtung:

- pruning entfernt eventuell gute Alternativen
- reach sagt aus, was der laengste kürzeste Pfad durch v ist

Idee:

- multipliziere alle reach-werte mit δ
- vergrößert den Suchraum

$\Rightarrow$ mehr Alternativen

$\Rightarrow$ langsamer

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Erhöhen der Erfolgsrate bei X−CHV

Beobachtung:

- sehr kleine Suchräume
- Anzahl Kandidaten sehr gering

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Erhöhen der Erfolgsrate bei X−CHV

Beobachtung:

- sehr kleine Suchräume
- Anzahl Kandidaten sehr gering

Idee:

- vergrößer den Suchraum
- erlaube Abstieg in CH
- prune (u, v) nur, wenn Rank von v kleiner als Rank aller k Vorgänger von u

$\Rightarrow$ mehr Alternativen

$\Rightarrow$ langsamer

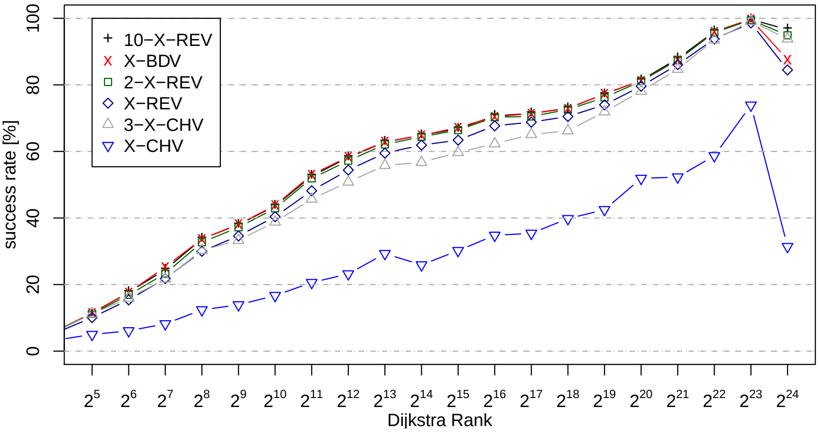
Erhöhung der Erfolgsrate

		PATH QUALITY							PERFORMANCE		
		success	UBS[%]		sharing[%]		loc opt[%]		#scanned	time	slow-
algo	δ, k	rate[%]	avg	max	avg	max	avg	min	vertices	[ms]	down
X-REV	1	91.3	9.9	41.8	46.9	79.9	71.8	30.7	16 111	20.4	5.6
	2	94.2	9.7	31.6	46.6	79.9	71.3	27.6	31 263	34.3	9.4
	3	94.2	9.5	29.2	46.7	79.9	71.9	31.2	53 464	55.3	15.2
	4	94.3	9.5	29.3	46.7	79.9	71.8	31.2	80 593	83.2	22.8
	5	94.4	9.5	29.3	46.7	79.9	71.8	31.4	111 444	116.6	31.9
	10	94.6	9.5	30.2	46.8	79.9	71.7	31.4	289 965	344.3	94.3
X-CHV	0	58.2	9.6	45.8	42.9	79.9	74.3	30.6	1 510	3.1	4.6
	1	80.0	10.8	63.4	46.9	80.0	70.6	27.6	3 652	6.2	9.1
	2	87.5	11.5	52.5	45.8	80.0	67.8	26.2	6 756	9.4	13.9
	3	90.7	11.5	45.4	45.4	80.0	67.7	30.0	12 104	16.9	25.0
	5	92.9	11.3	41.9	44.8	80.0	66.8	27.9	39 835	55.2	81.8
	6	93.7	11.1	41.9	44.3	80.0	66.9	27.9	71 098	105.2	155.9
	8	94.3	11.0	41.9	44.0	80.0	66.8	27.9	210 046	368.8	546.4
	10	94.7	11.0	47.7	43.6	80.0	66.4	26.3	558 516	1 225.6	1815.7
X-BDV	–	94.5	9.4	35.8	47.2	79.9	73.1	30.3	16 963 507	26 352.0	6.0

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

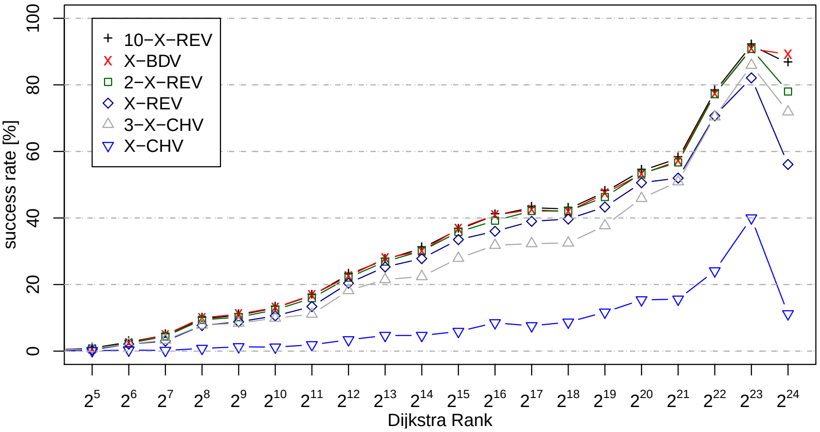
Lokale Queries

Erfolgsquote 1 Alternative



Lokale Queries

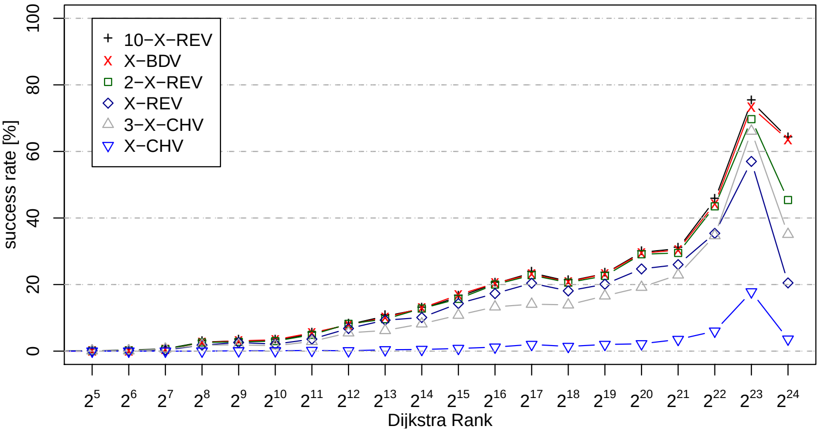
Erfolgsquote 2 Alternativen



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Lokale Queries

Erfolgsquote 3 Alternativen



Weitere Verbesserungen

Idee:

- benutze CHASE oder HL zur Rekonstruktion der Pfade vor T-Test bei X-REV/X-CHV
- Vorberechnung von guten Kandidaten
  - partitioniere den Graphen
  - bestimme für jedes Paar von Zellen gute Kandidaten
  - teste diese Kandidaten zuerst
  - benutze bisherige Algorithmen nur als fall-back

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Weitere Verbesserungen

Idee:

- benutze CHASE oder HL zur Rekonstruktion der Pfade vor T-Test bei X-REV/X-CHV
- Vorberechnung von guten Kandidaten
  - partitioniere den Graphen
  - bestimme für jedes Paar von Zellen gute Kandidaten
  - teste diese Kandidaten zuerst
  - benutze bisherige Algorithmen nur als fall-back

Ergebnisse:

- Berechnung von Alternativen nicht viel langsamer als Punkt-zu-Punkt Anfragen

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Zusammenfassung Alternativ-Routen

- Definition von Alternativ-Pfaden
- UBS, Gemeinsamkeit, Lokale Optimalität
- effiziente Algorithmen für single via Pfade
- nur 3–5 mal langsamer als point-to-point queries
- dieser Slow-Down kann noch weiter gesenkt werden
  - Vorberechnung von Kandidaten
  - schnellere Punkt-zu-Punkt Algorithmen

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Zusammenfassung Alternativ-Routen

Karlsruher Institut für Technologie

- Definition von Alternativ-Pfaden
- UBS, Gemeinsamkeit, Lokale Optimalität
- effiziente Algorithmen für single via Pfade
- nur 3–5 mal langsamer als point-to-point queries
- dieser Slow-Down kann noch weiter gesenkt werden
  - Vorberechnung von Kandidaten
  - schnellere Punkt-zu-Punkt Algorithmen

Offene Frage:

- Mit HubLabeling (und HLDB) vereinbar?

Literatur

Alternativ Routen:

- Ittai Abraham, Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, Renato F. Werneck
  Alternative Routes in Road Networks
  In: *Proceedings of the 9th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA '10)*, 2010
- Dennis Luxen, Dennis Schieferdecker
  Candidate Sets for Alternative Routes in Road Networks
  In: *Proceedings of the 11th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA '12)*, 2012

Nächste Termine

Montag, 17.6.2013

Mittwoch, 19.6.2013
Montag, 24.6.2013

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik