Übung Algorithmische Kartografie
Übungsblatt 7

LEHRSTUHL FÜR ALGORITHMIK I · INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Benjamin Niedermann

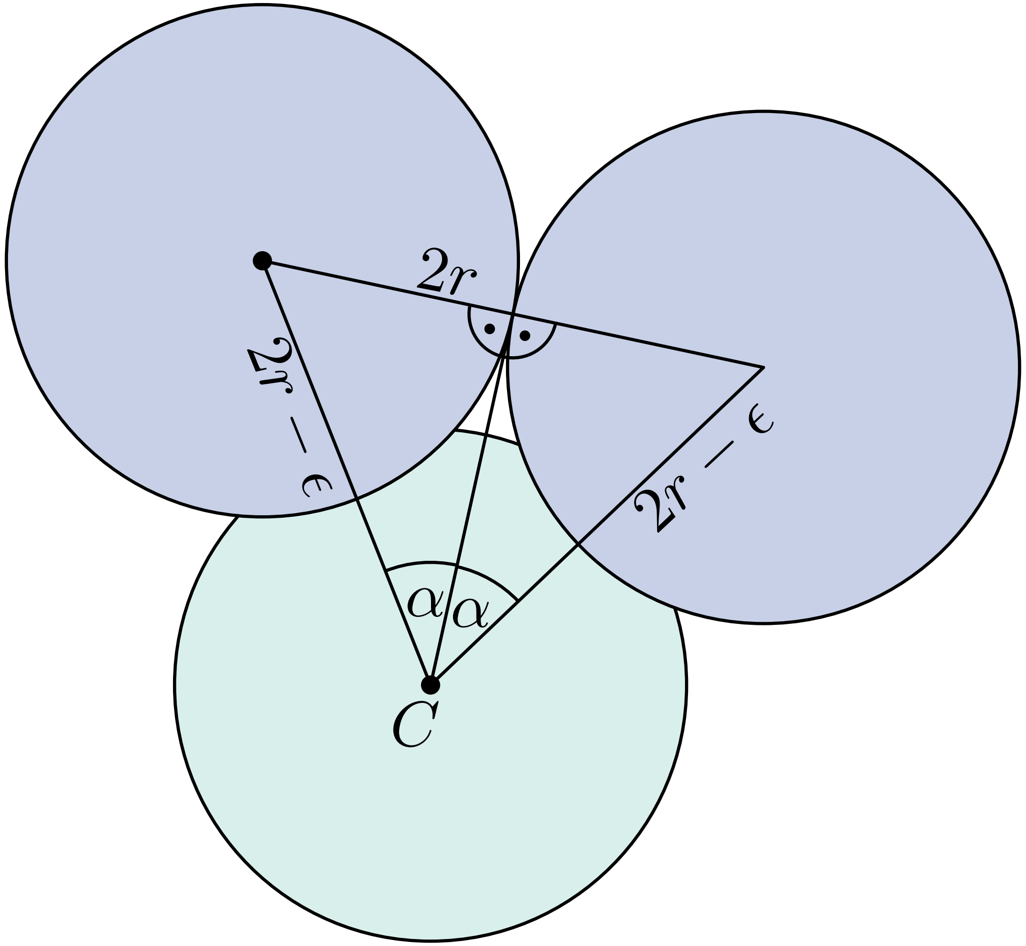
20.06.2013

Nachtrag

Gegeben ein Kreis C mit Radius r.

Wie viele Kreise mit Radius r können C schneiden, ohne dass sie sich gegenseitig schneiden?

Annahme: Kreise sind offen.

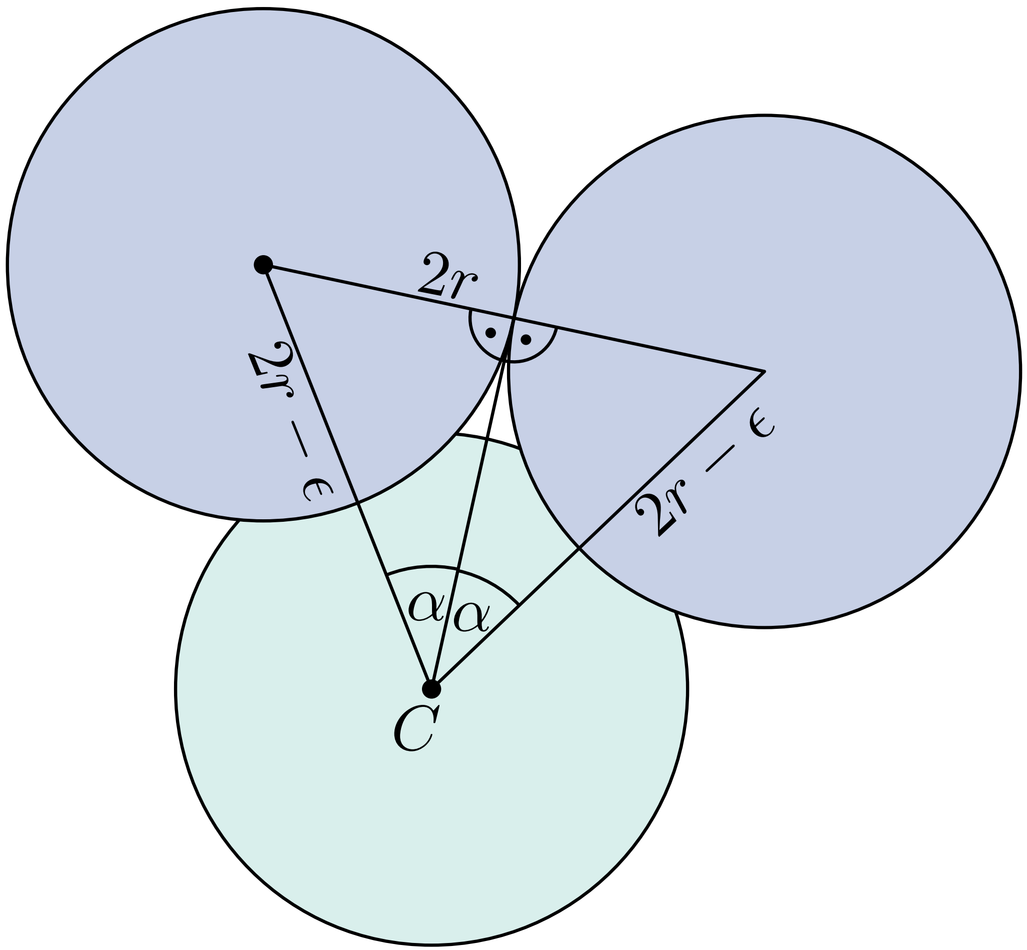


Nachtrag

Gegeben ein Kreis C mit Radius r.

Wie viele Kreise mit Radius r können C schneiden, ohne dass sie sich gegenseitig schneiden?

Annahme: Kreise sind offen.



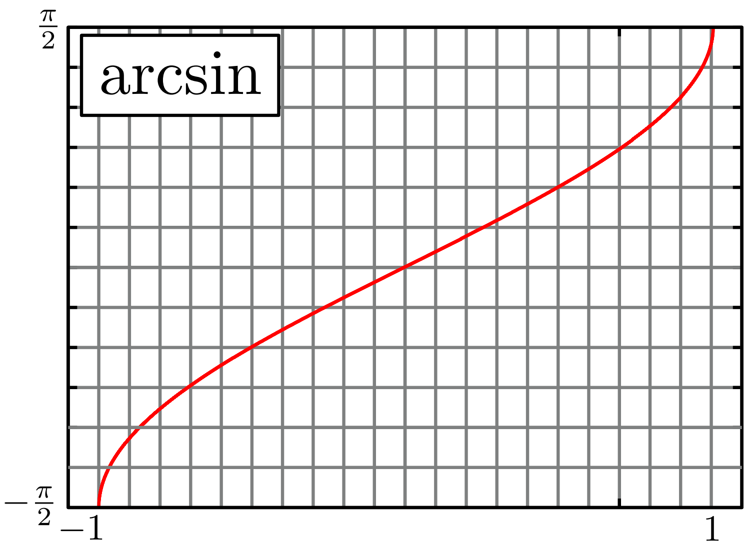
$$\alpha = \arcsin\left(\frac{r}{2r-\epsilon}\right) > \arcsin\left(\frac{r}{2r}\right) = 30^\circ$$

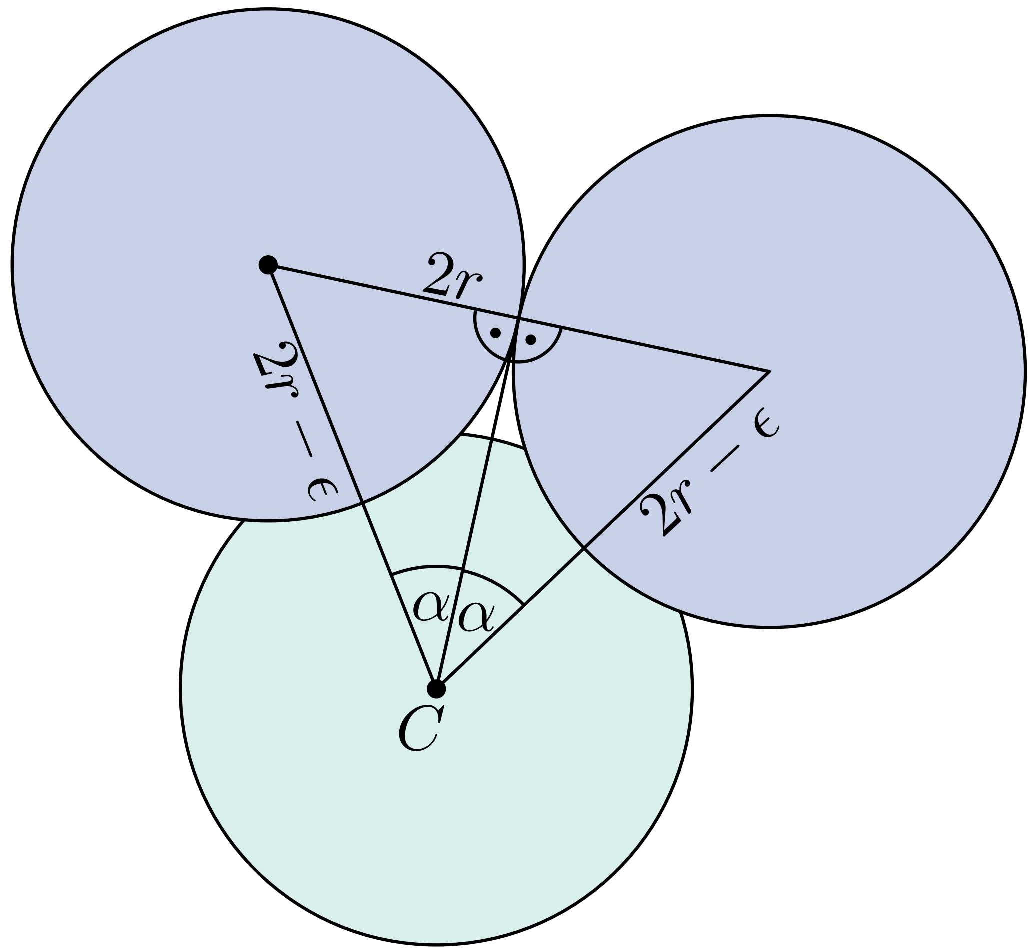
Nachtrag

Gegeben ein Kreis C mit Radius r.

Wie viele Kreise mit Radius r können C schneiden, ohne dass sie sich gegenseitig schneiden?

Annahme: Kreise sind offen.





weil $\frac{r}{2r-\epsilon} > \frac{r}{2r}$

$$\downarrow$$

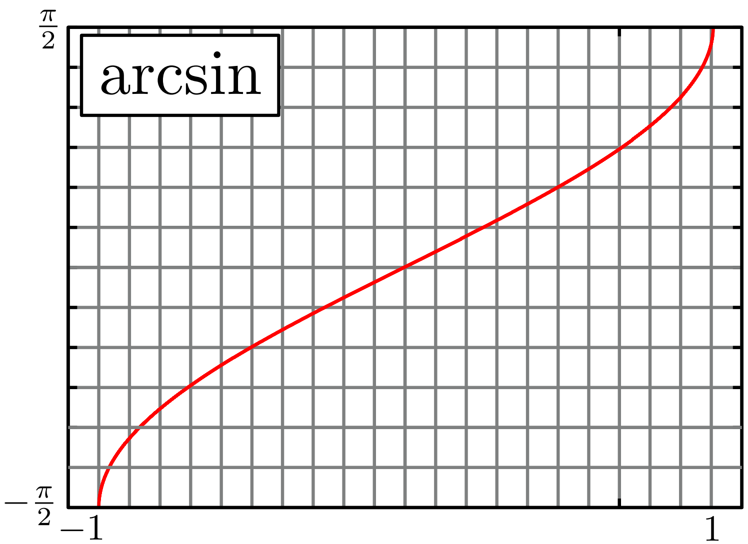
$$\alpha = \arcsin\left(\frac{r}{2r-\epsilon}\right) > \arcsin\left(\frac{r}{2r}\right) = 30^\circ$$

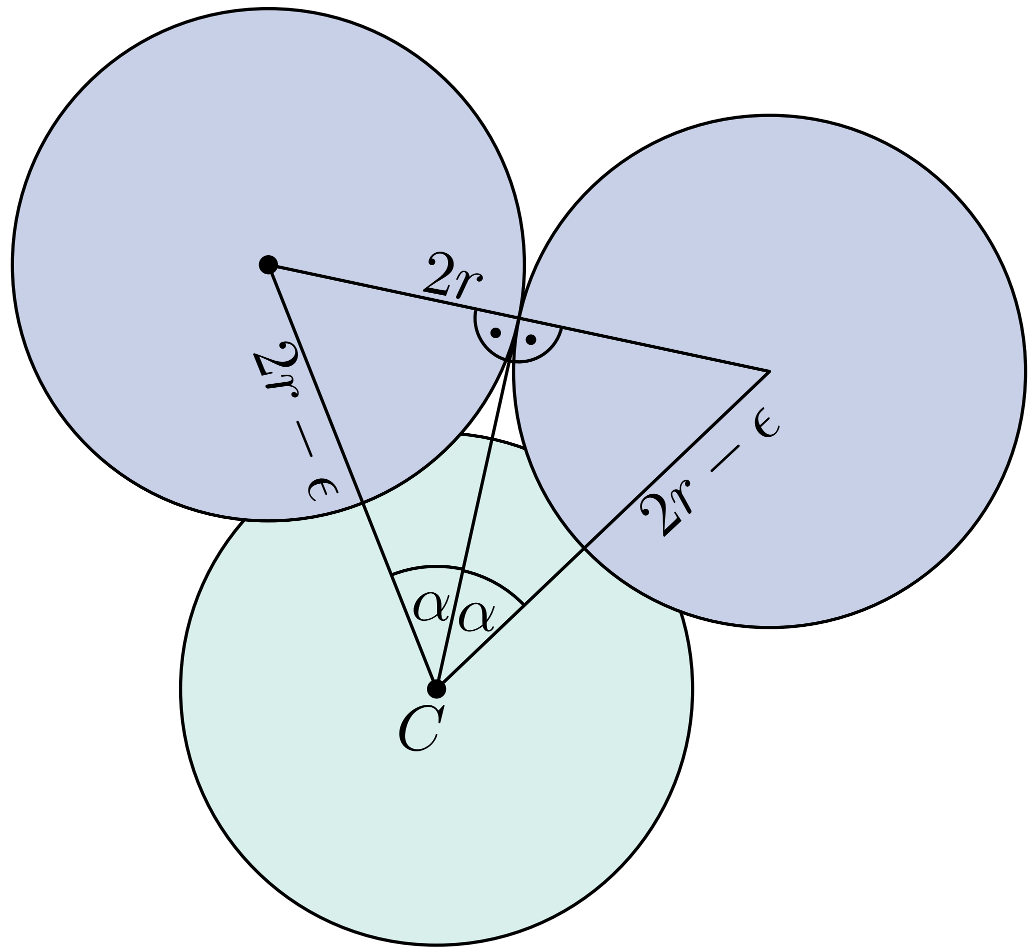
Nachtrag

Gegeben ein Kreis C mit Radius r.

Wie viele Kreise mit Radius r können C schneiden, ohne dass sie sich gegenseitig schneiden?

Annahme: Kreise sind offen.



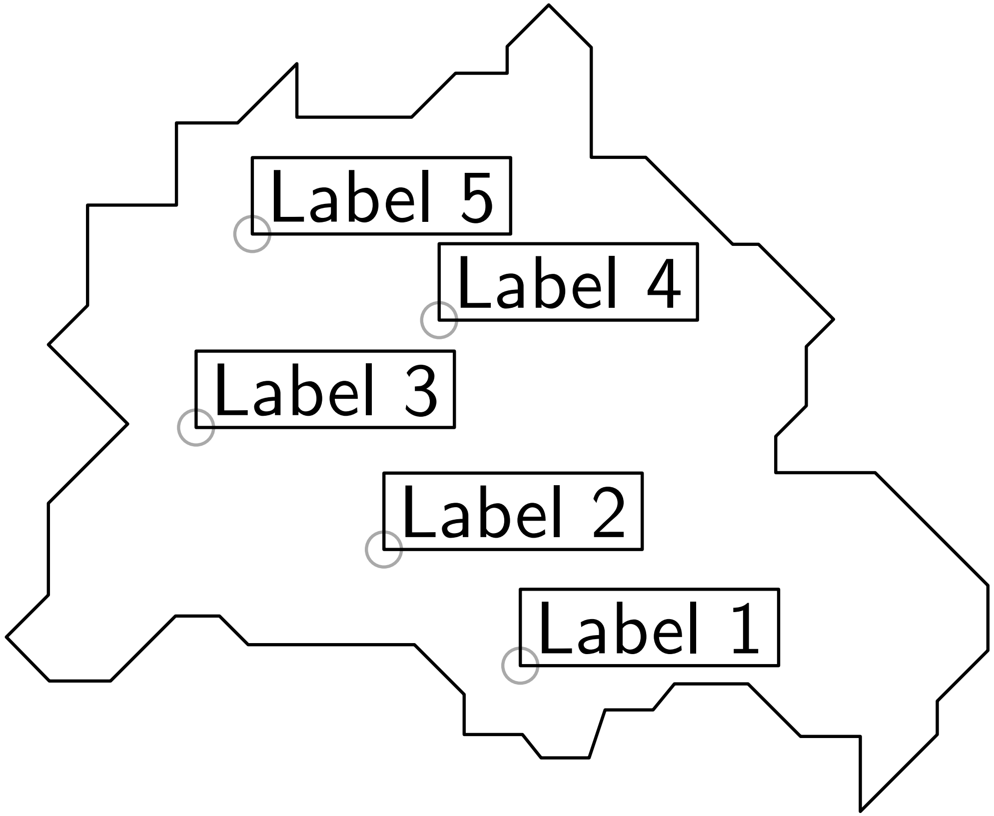


weil $\frac{r}{2r-\epsilon} > \frac{r}{2r}$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{r}{2r-\epsilon}\right) > \arcsin\left(\frac{r}{2r}\right) = 30^\circ \longrightarrow \frac{360}{2\alpha} < 6$$

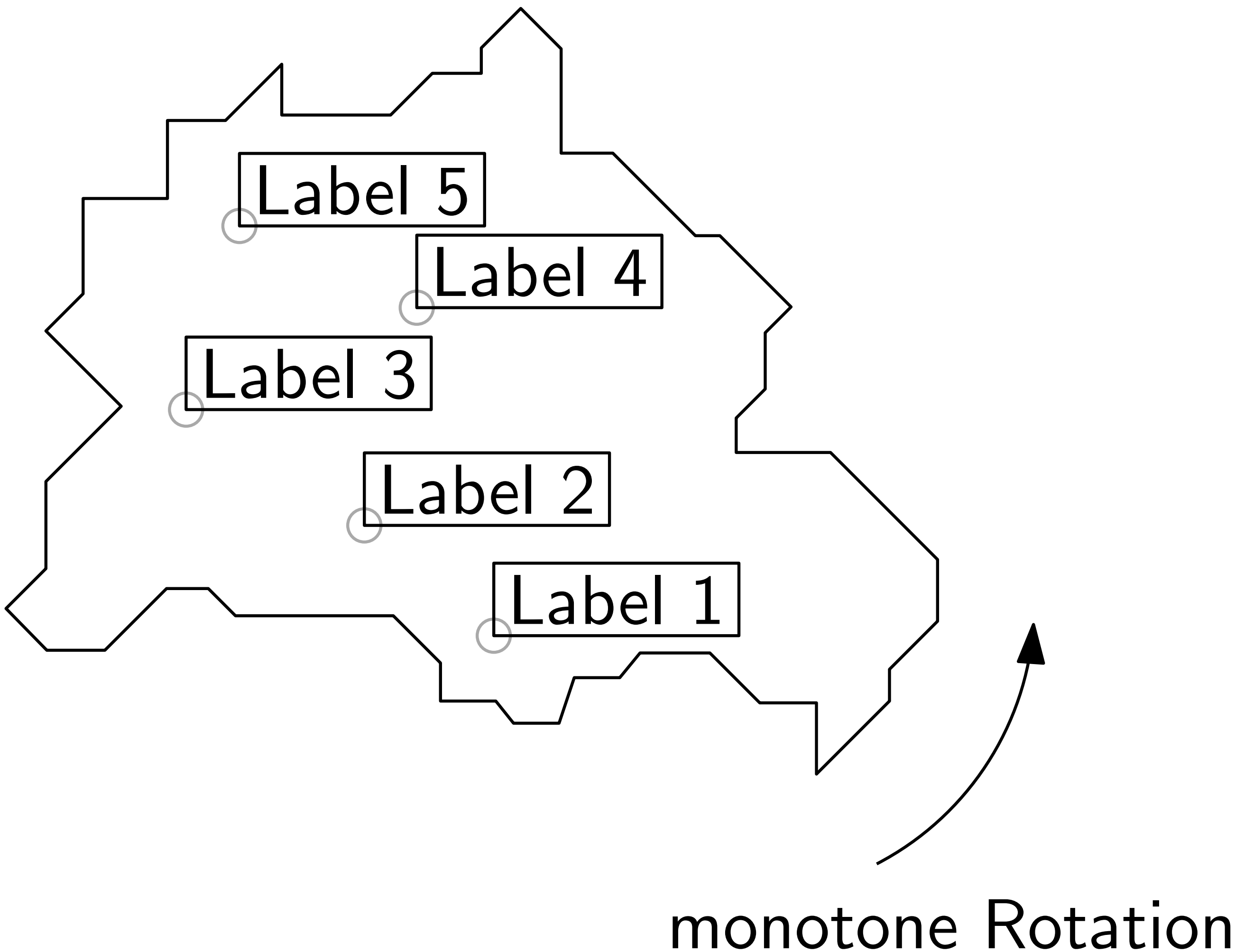
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



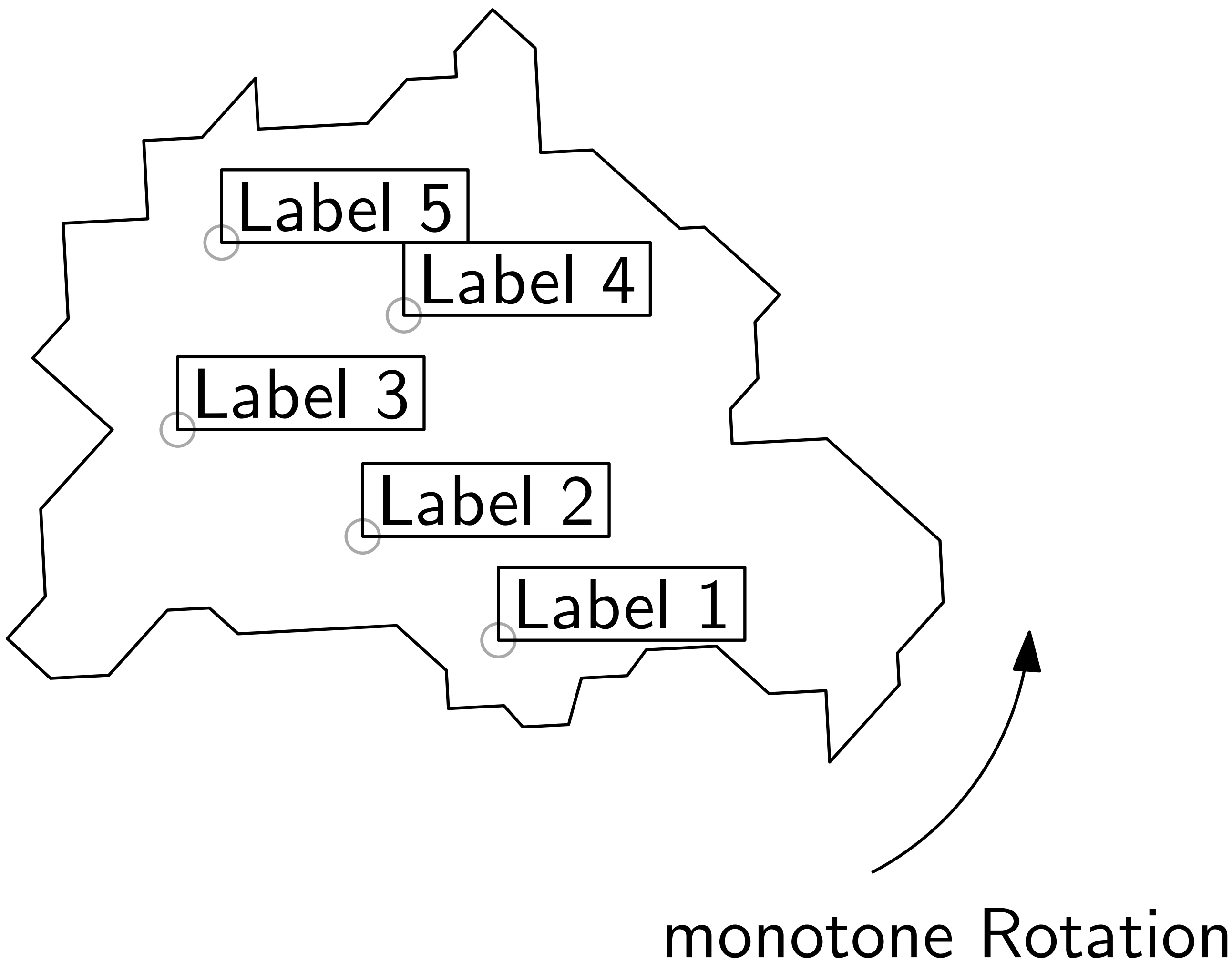
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



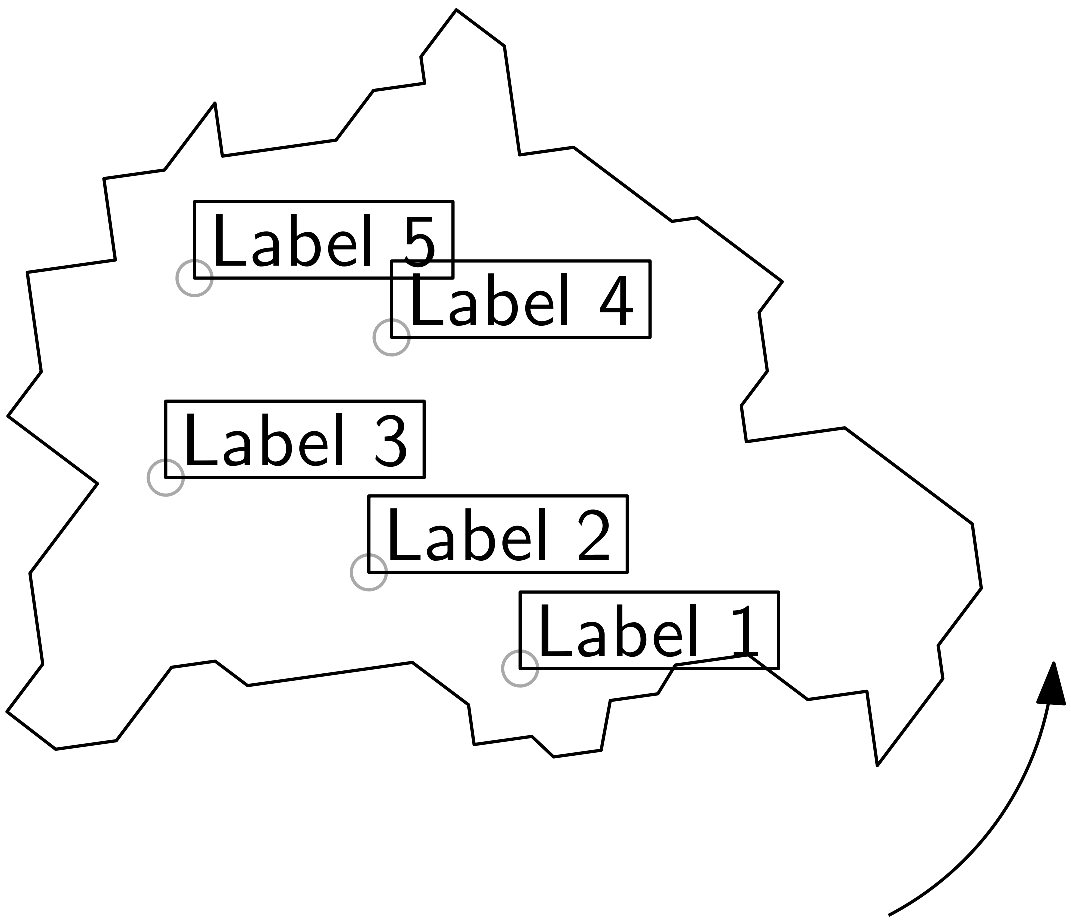
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



Problemstellung

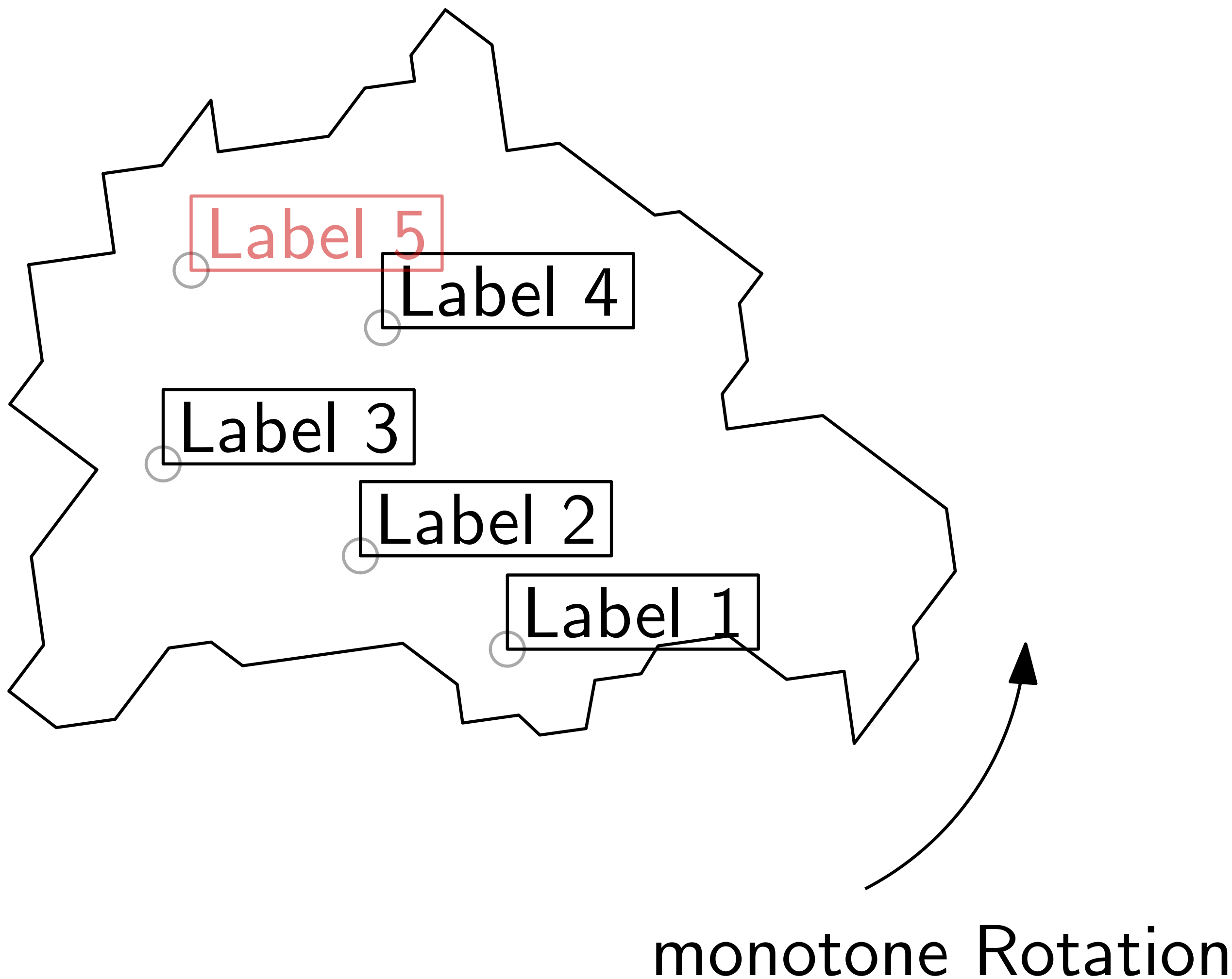
Eingabe: Beschriftete Karte



monotone Rotation

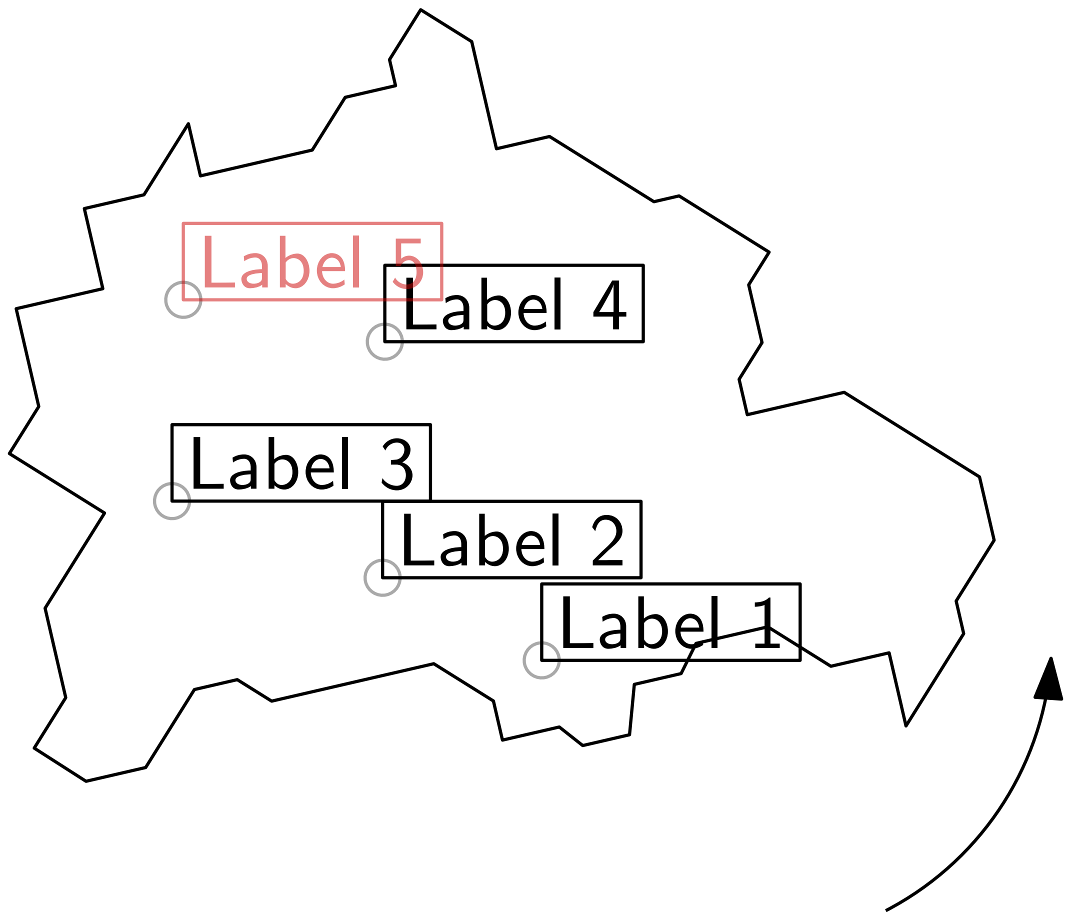
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



Problemstellung

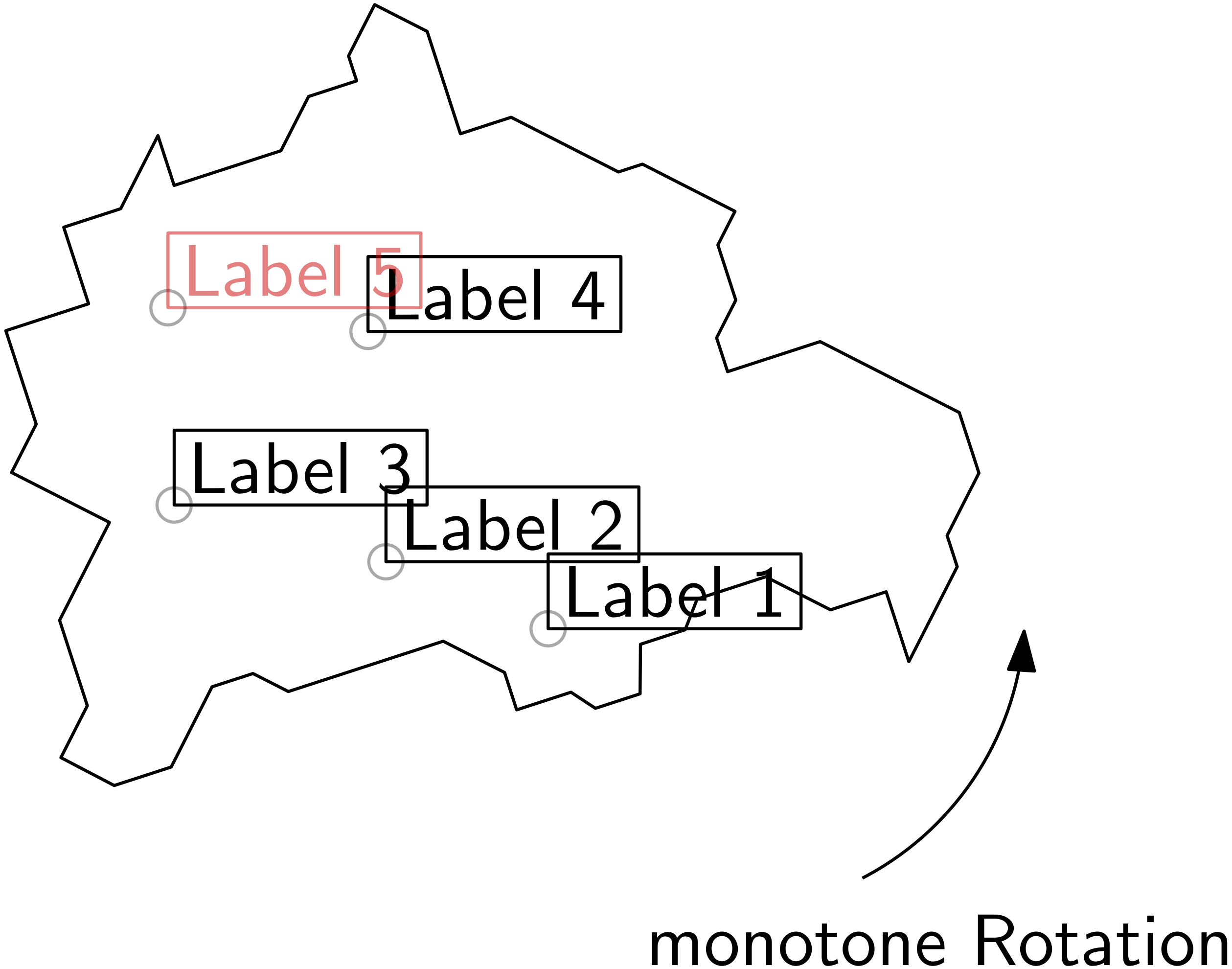
Eingabe: Beschriftete Karte



monotone Rotation

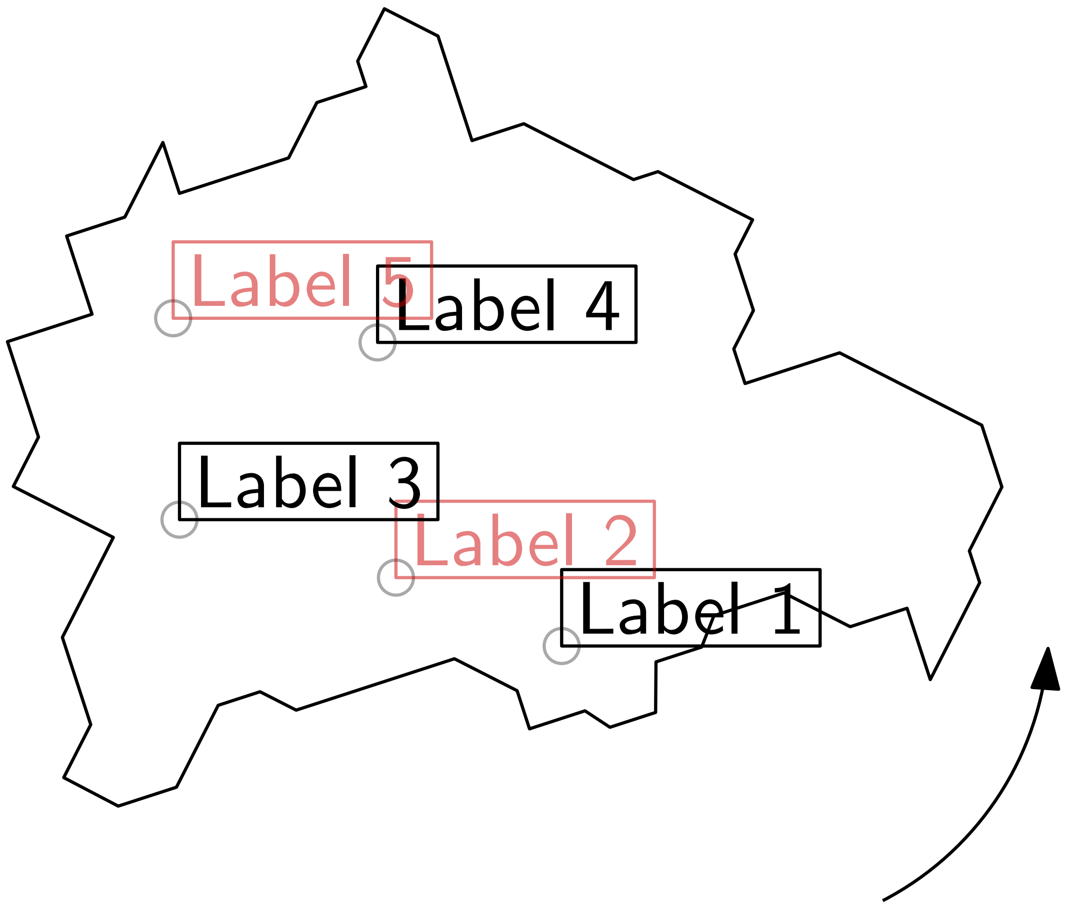
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



Problemstellung

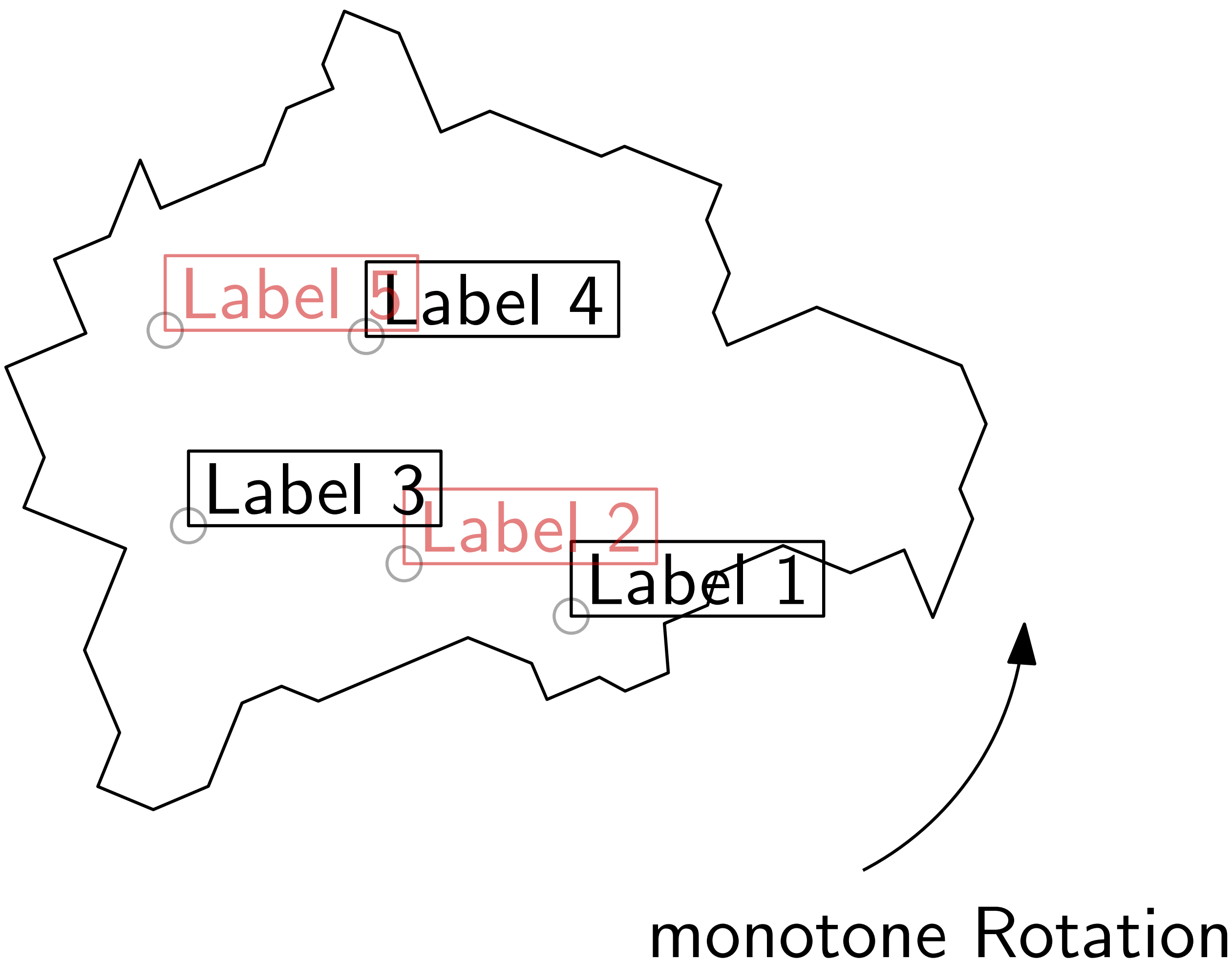
Eingabe: Beschriftete Karte



monotone Rotation

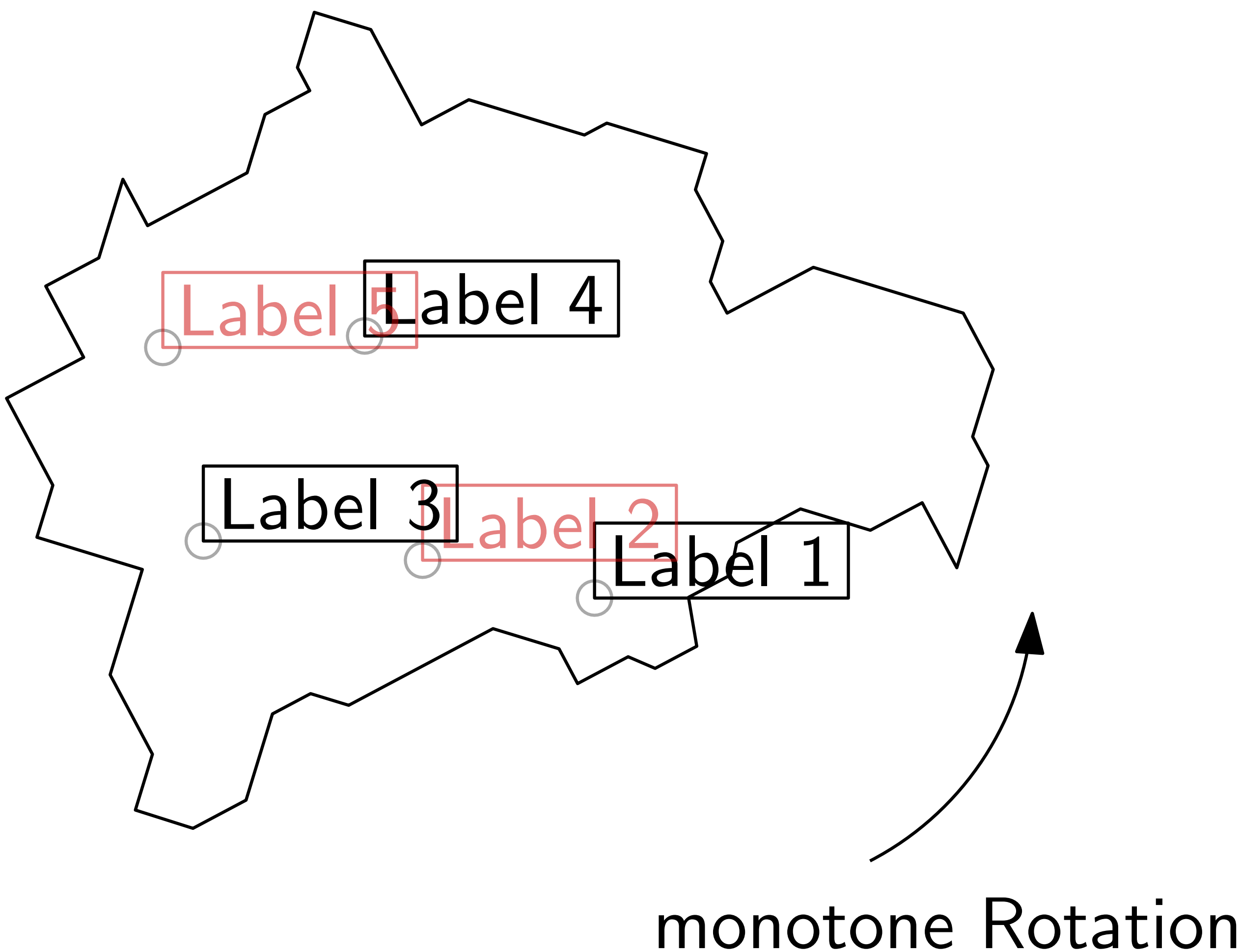
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



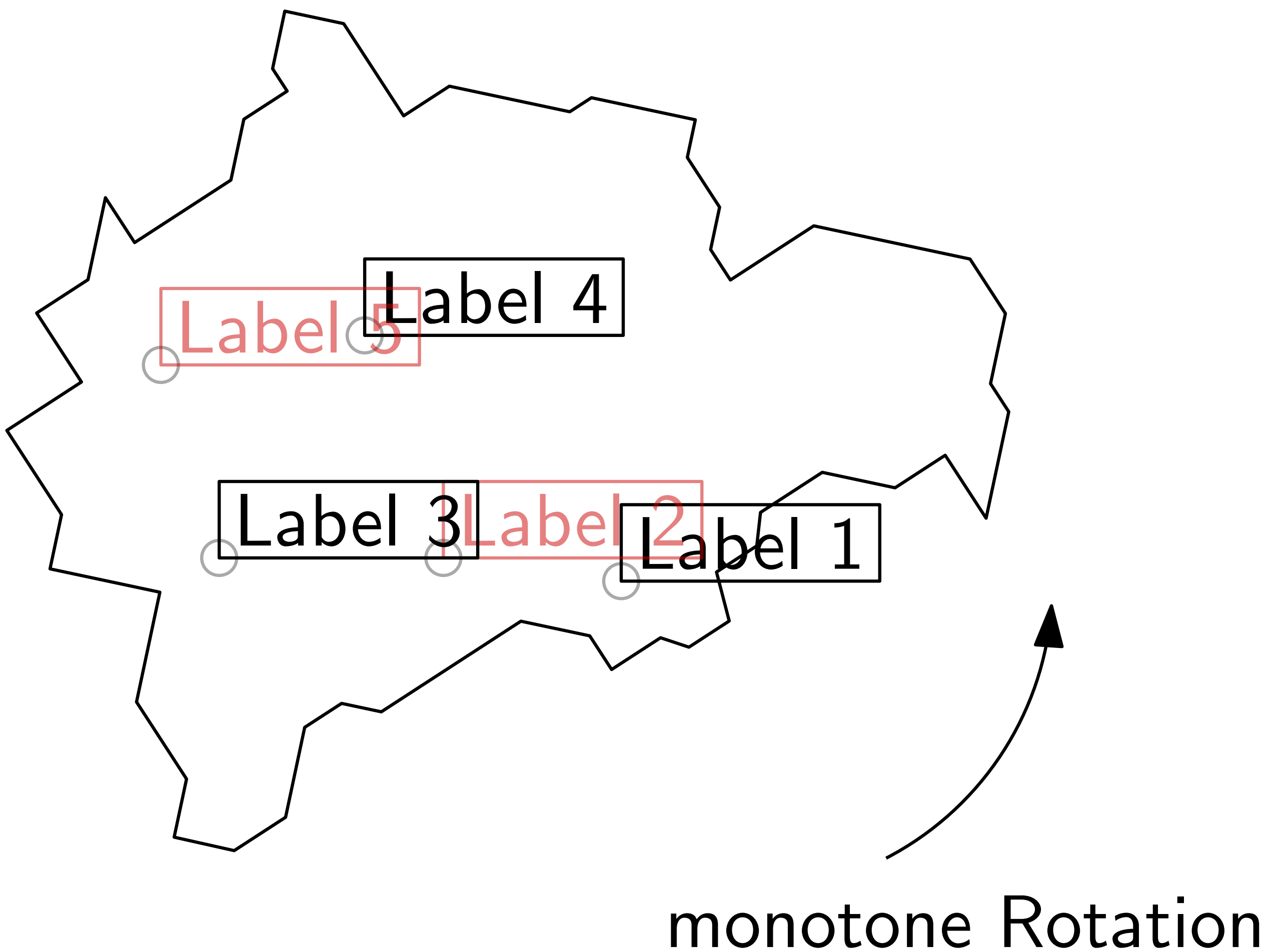
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



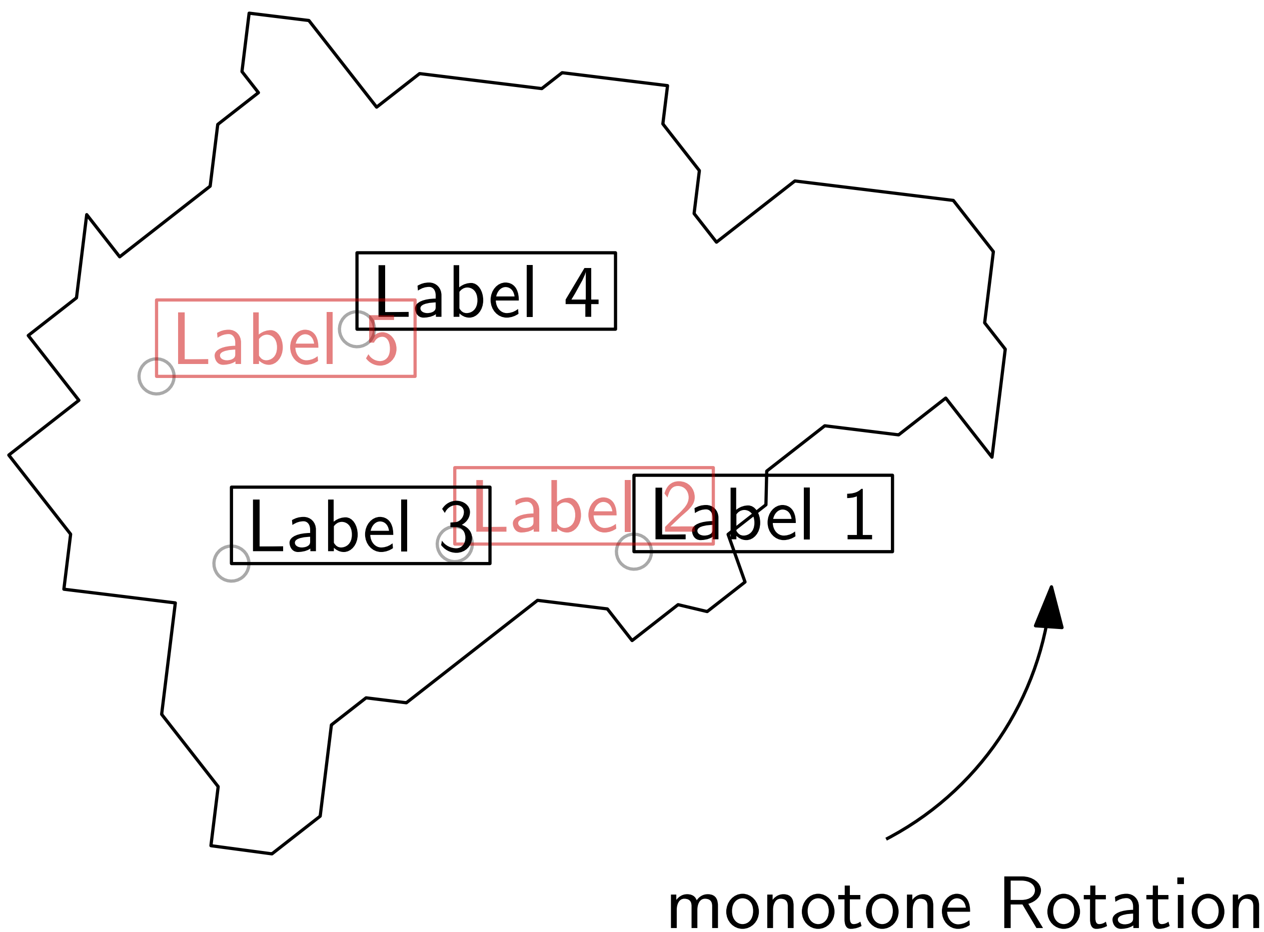
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



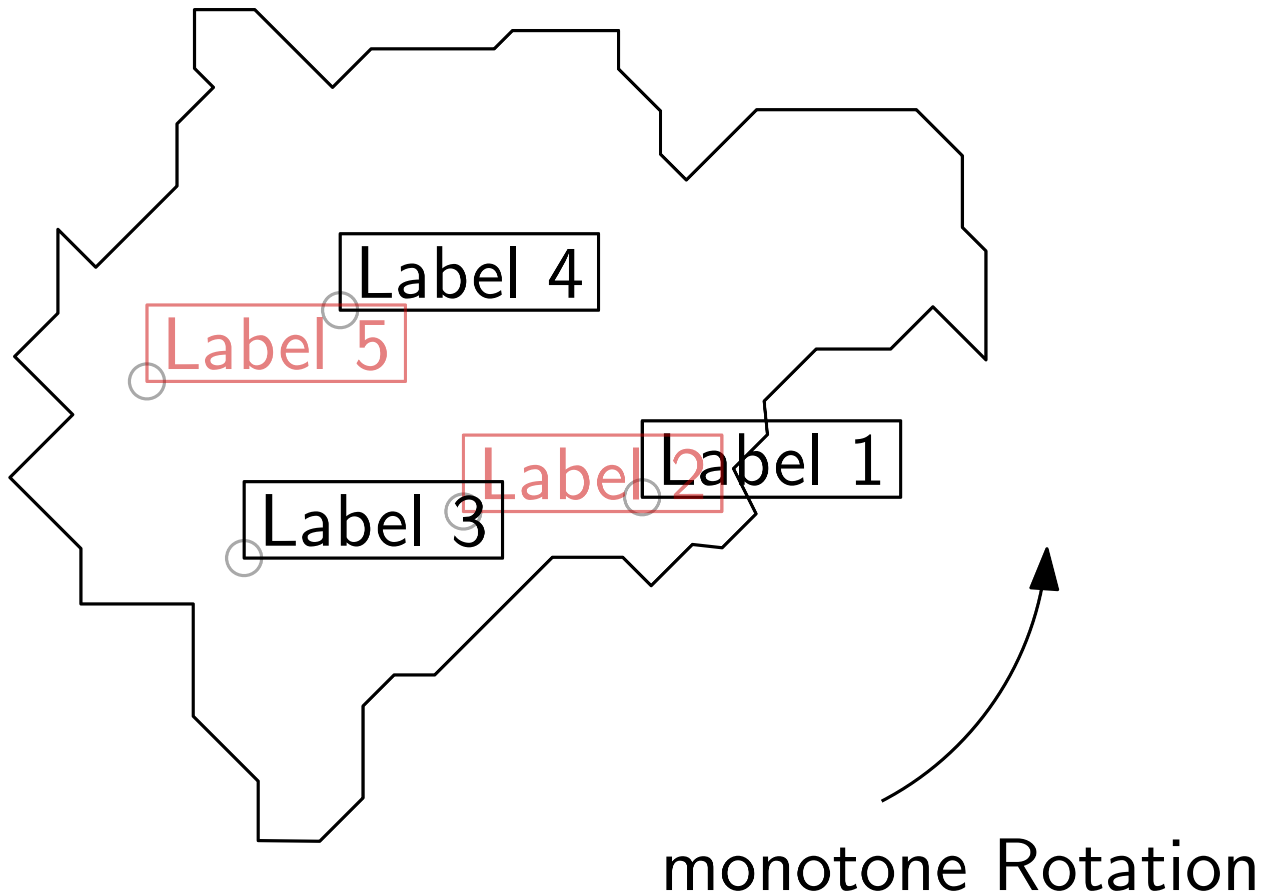
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



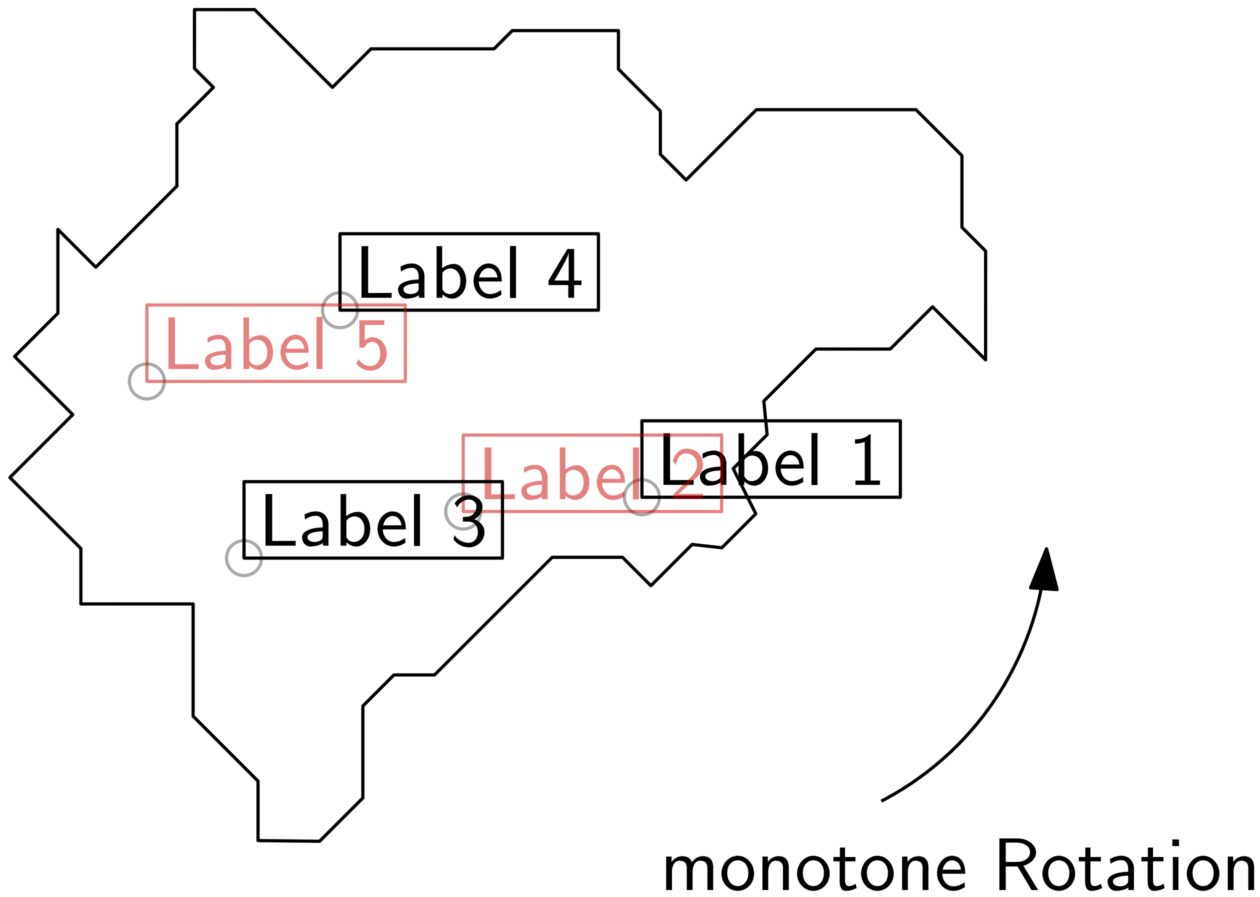
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



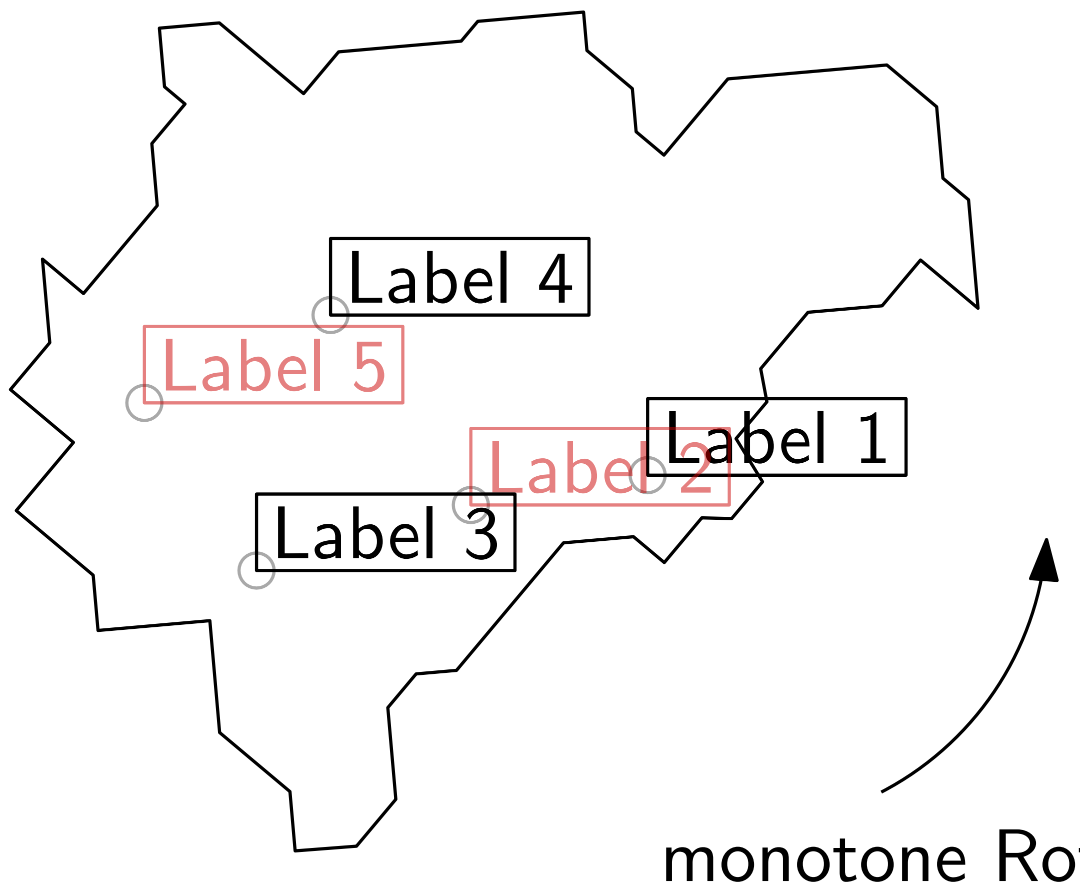
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



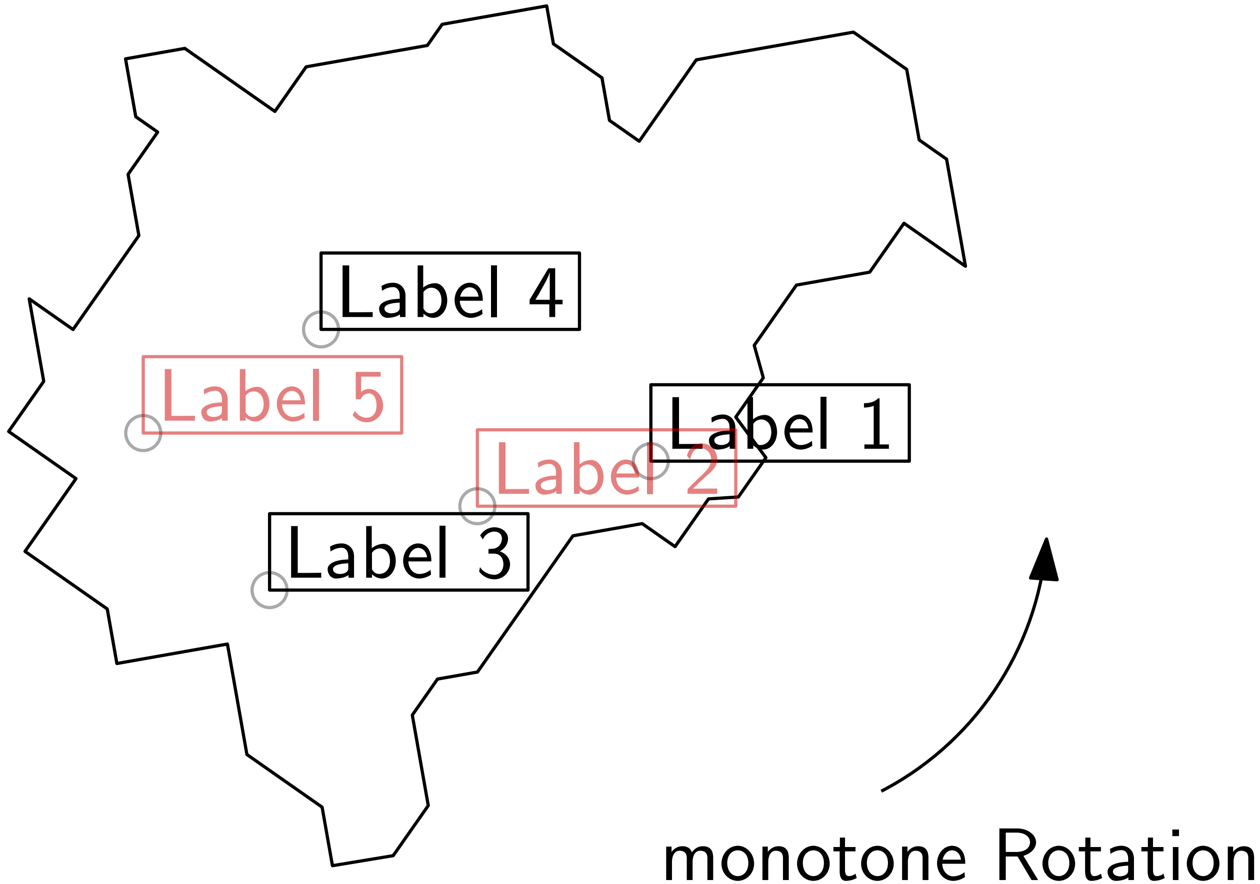
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



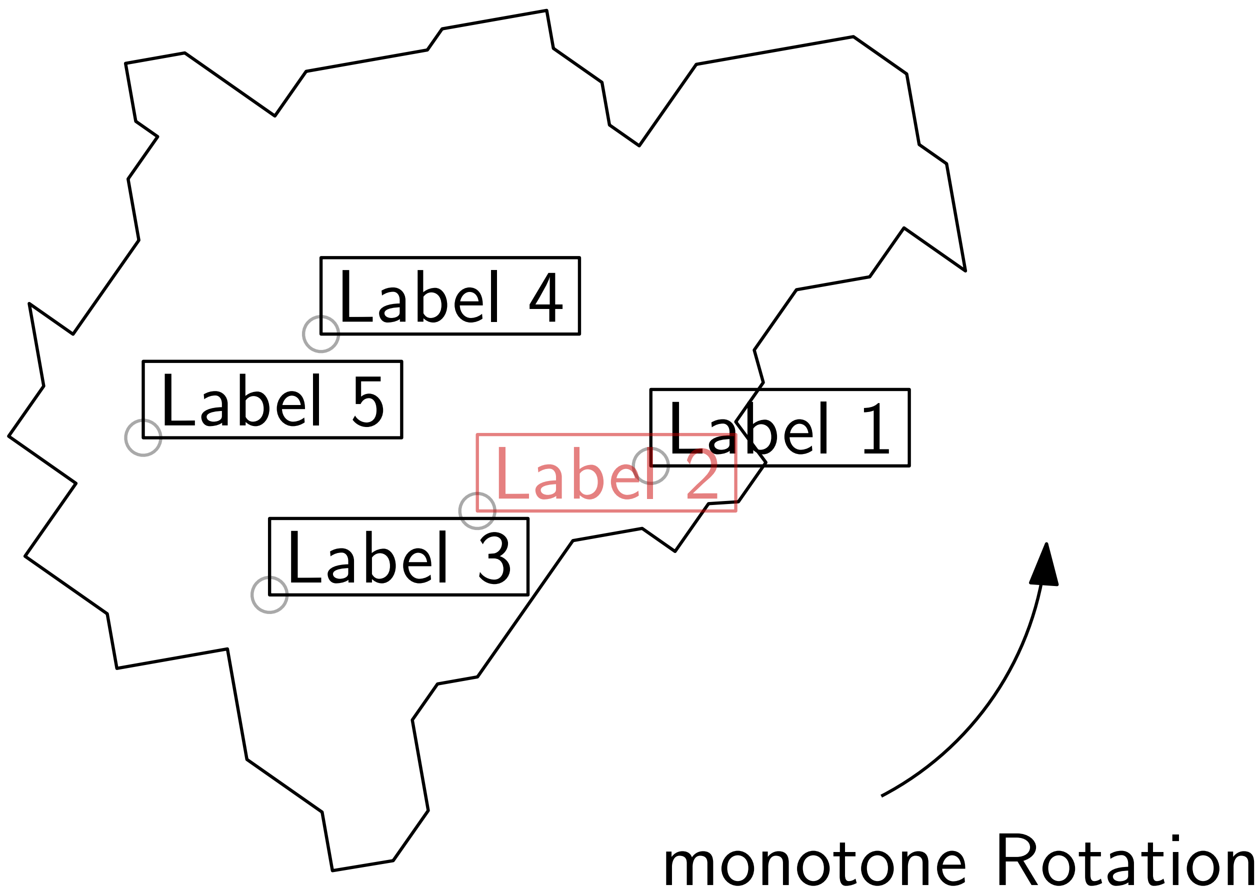
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



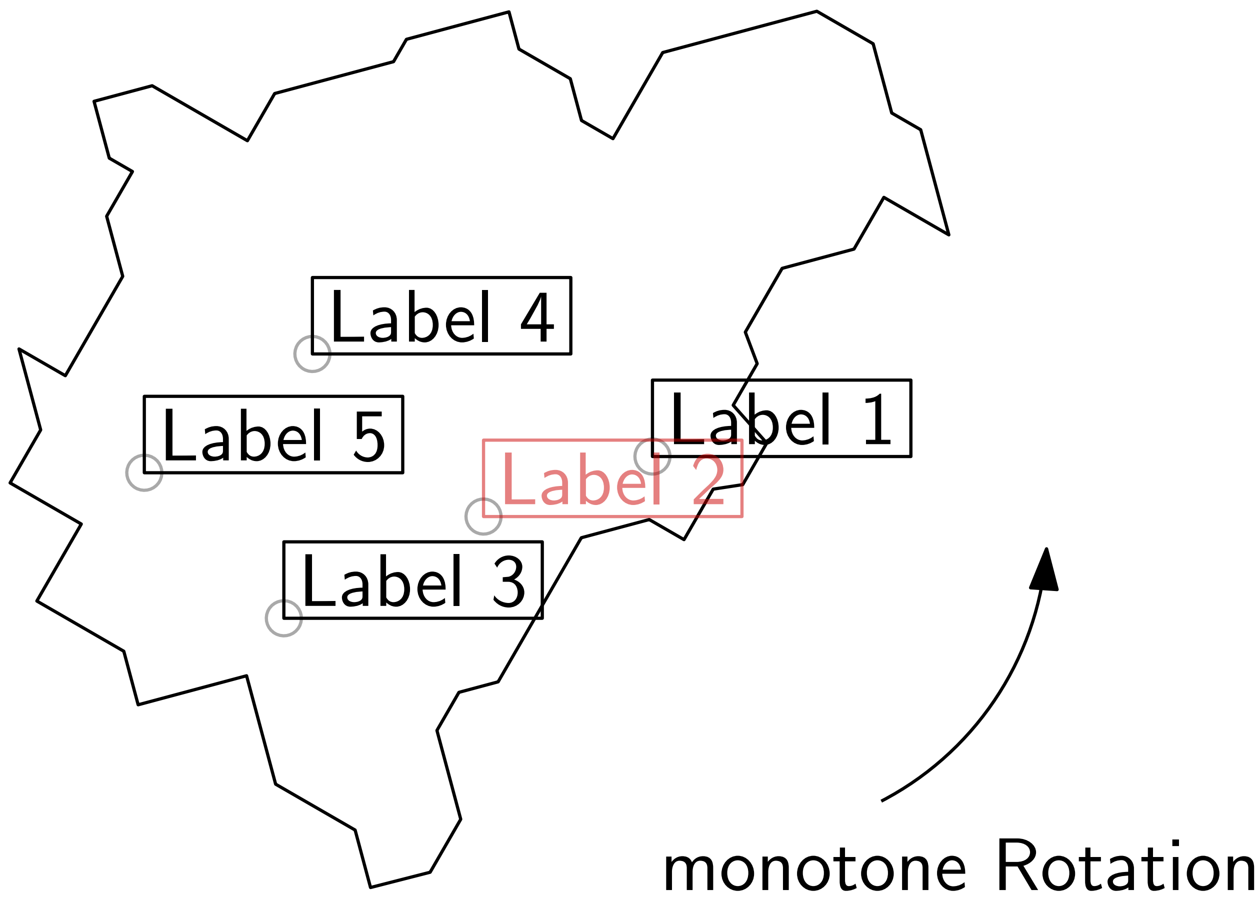
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



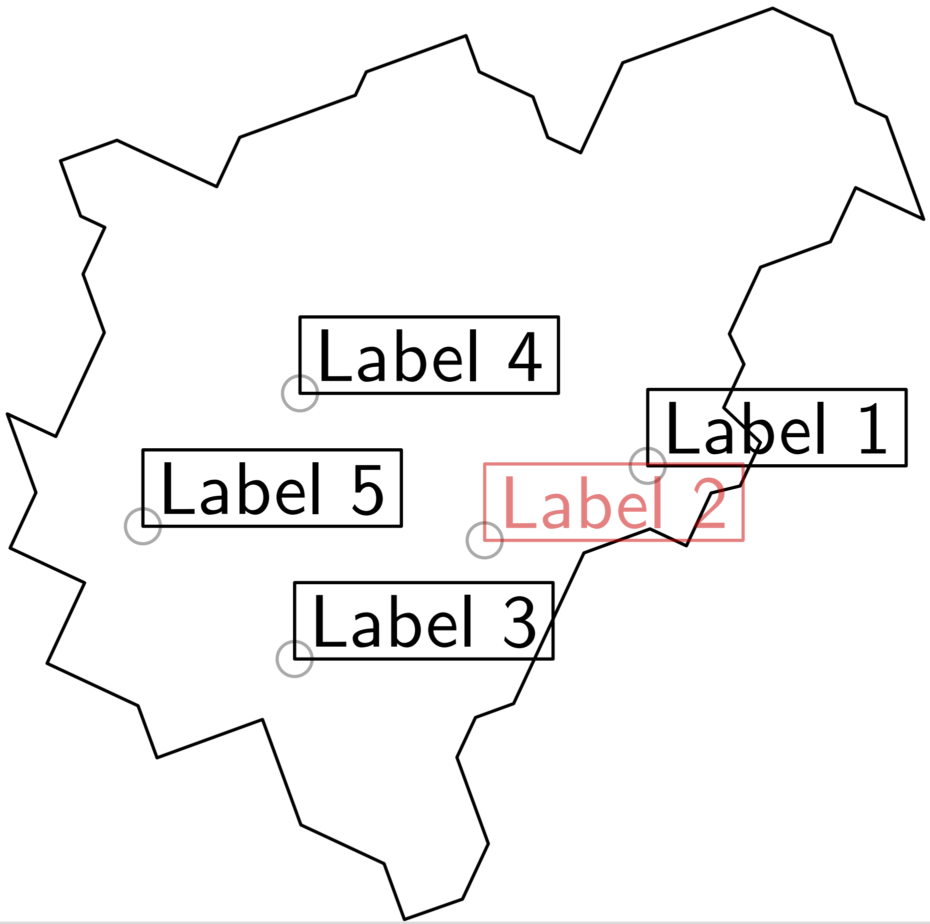
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



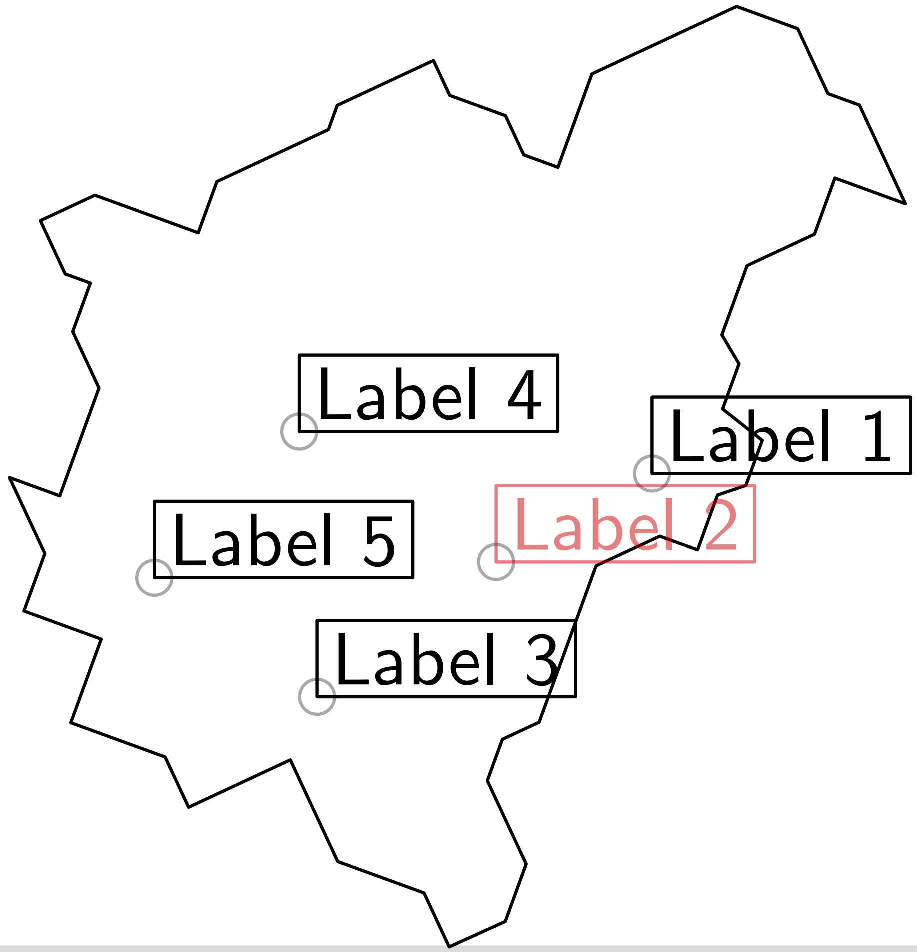
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



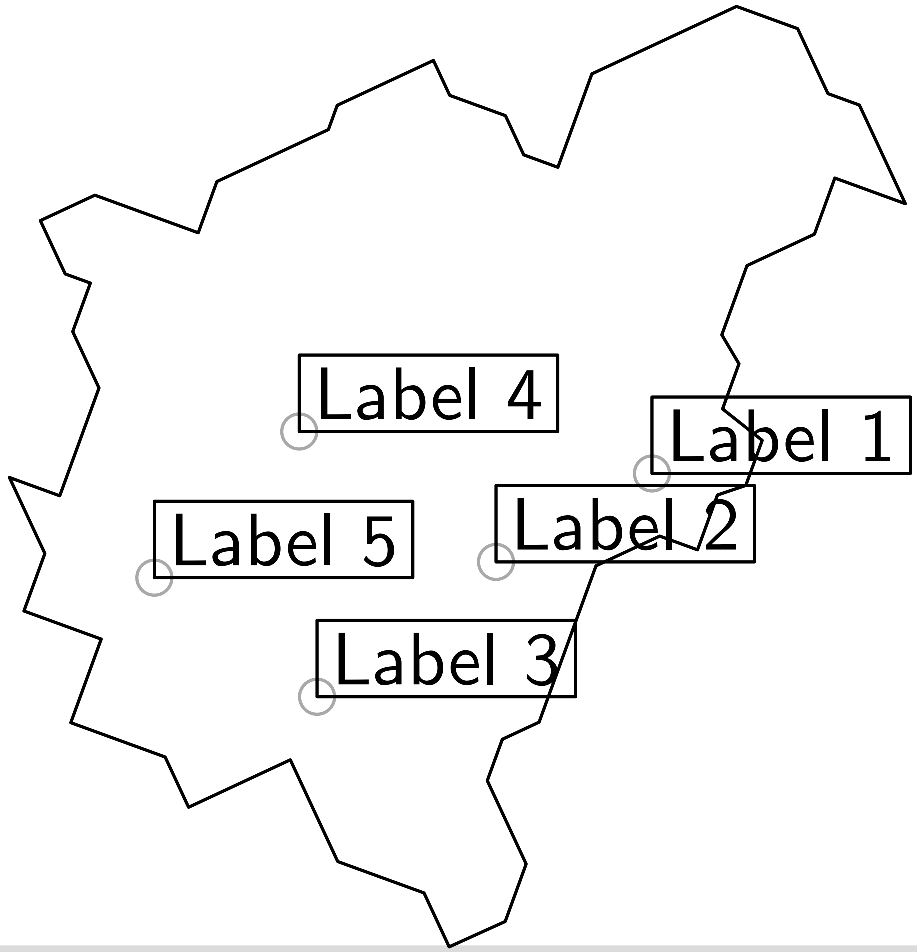
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



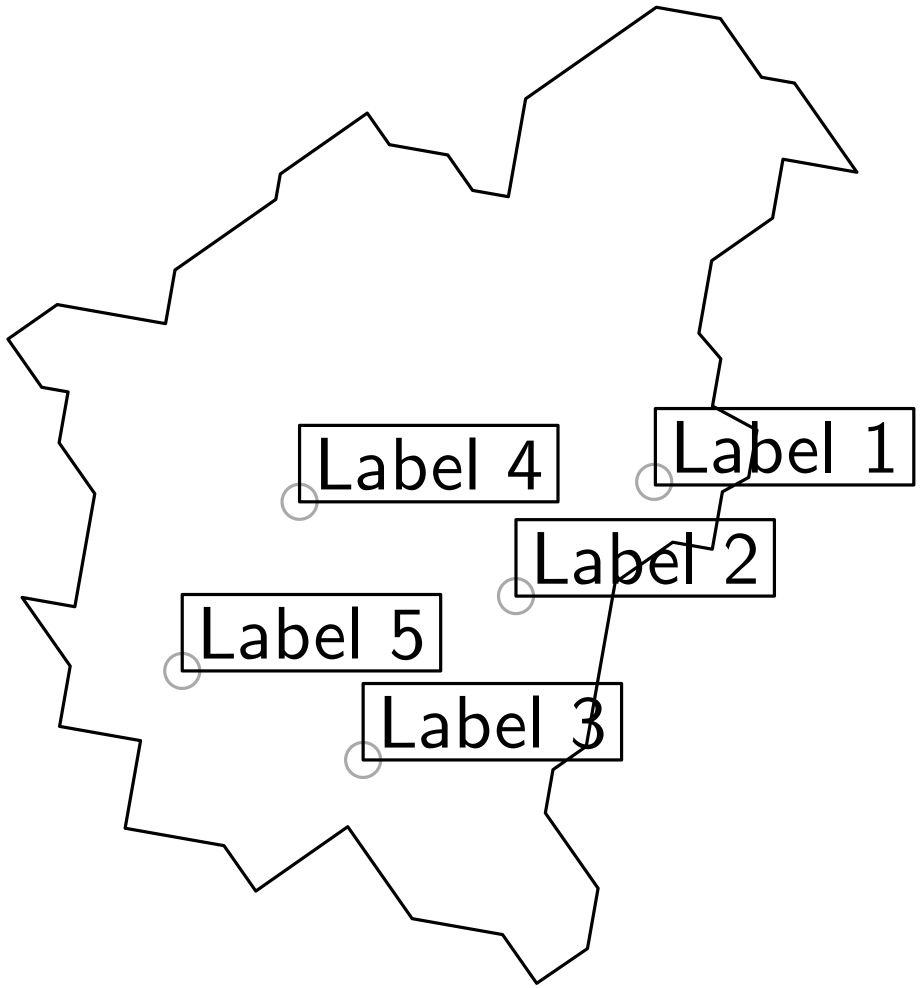
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



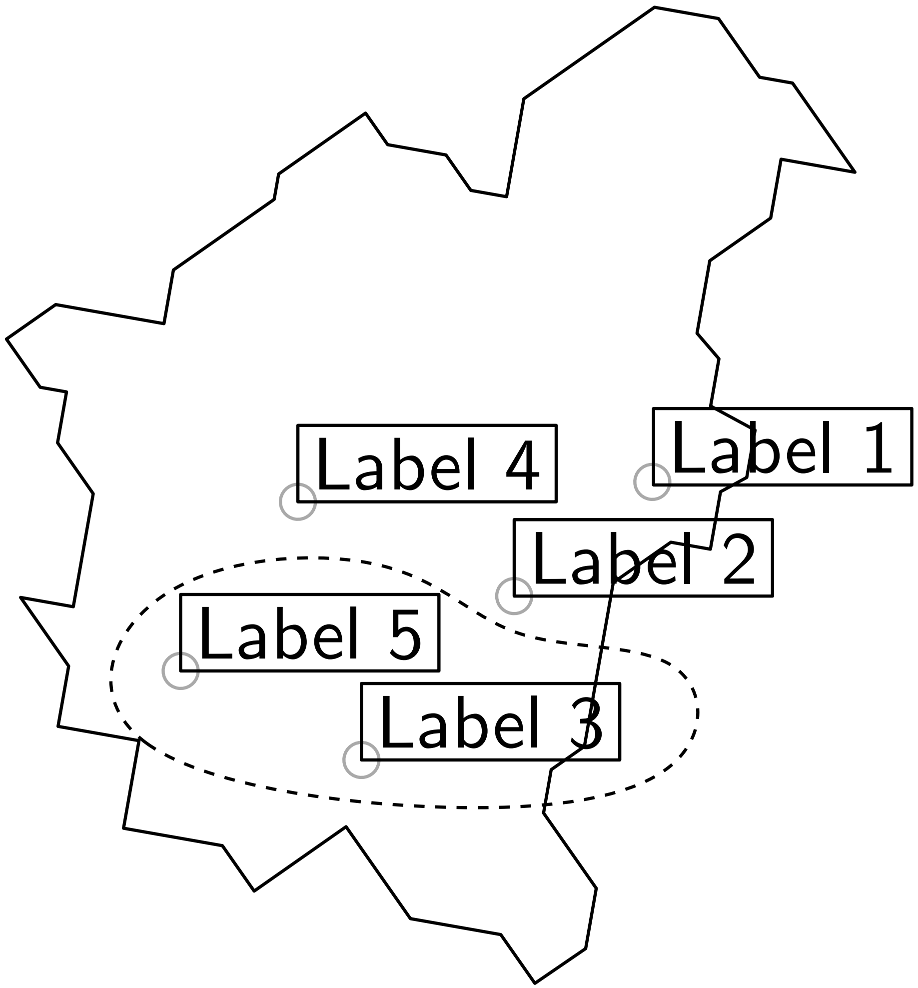
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



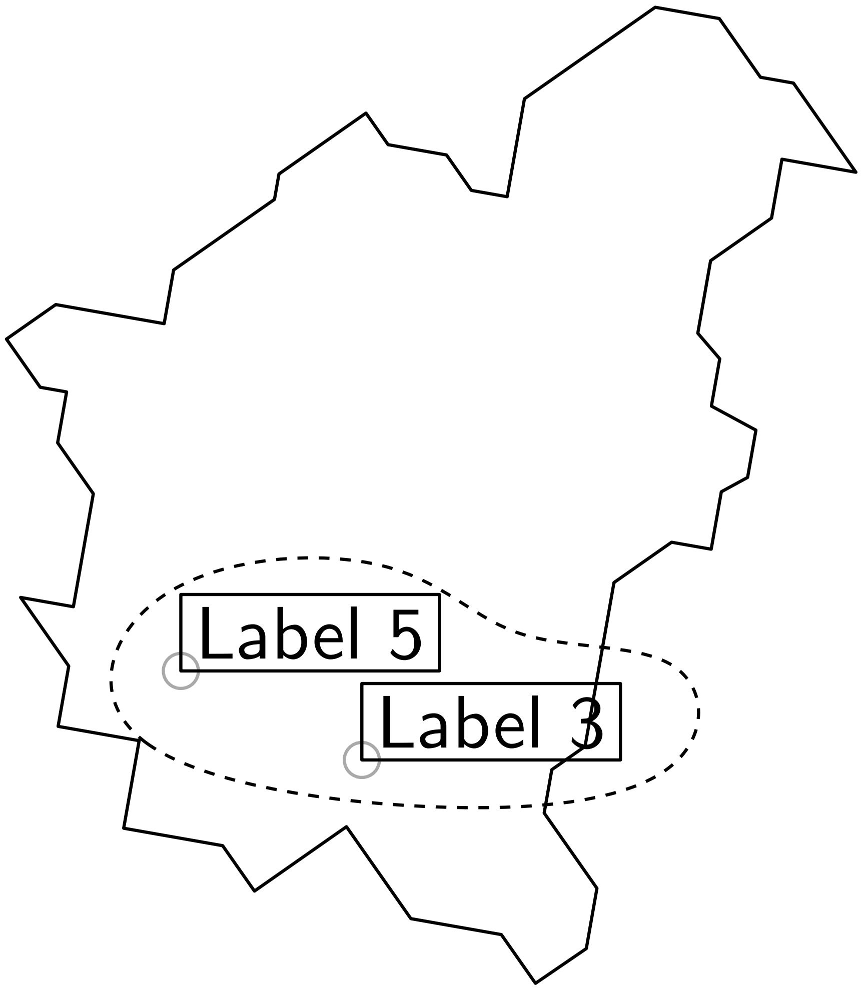
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

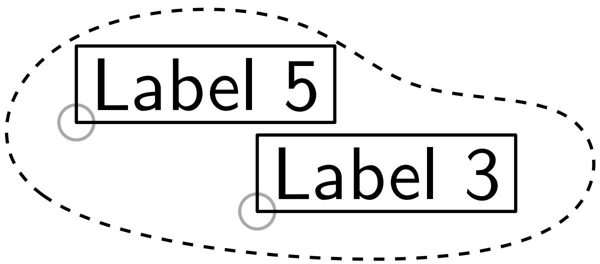


Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

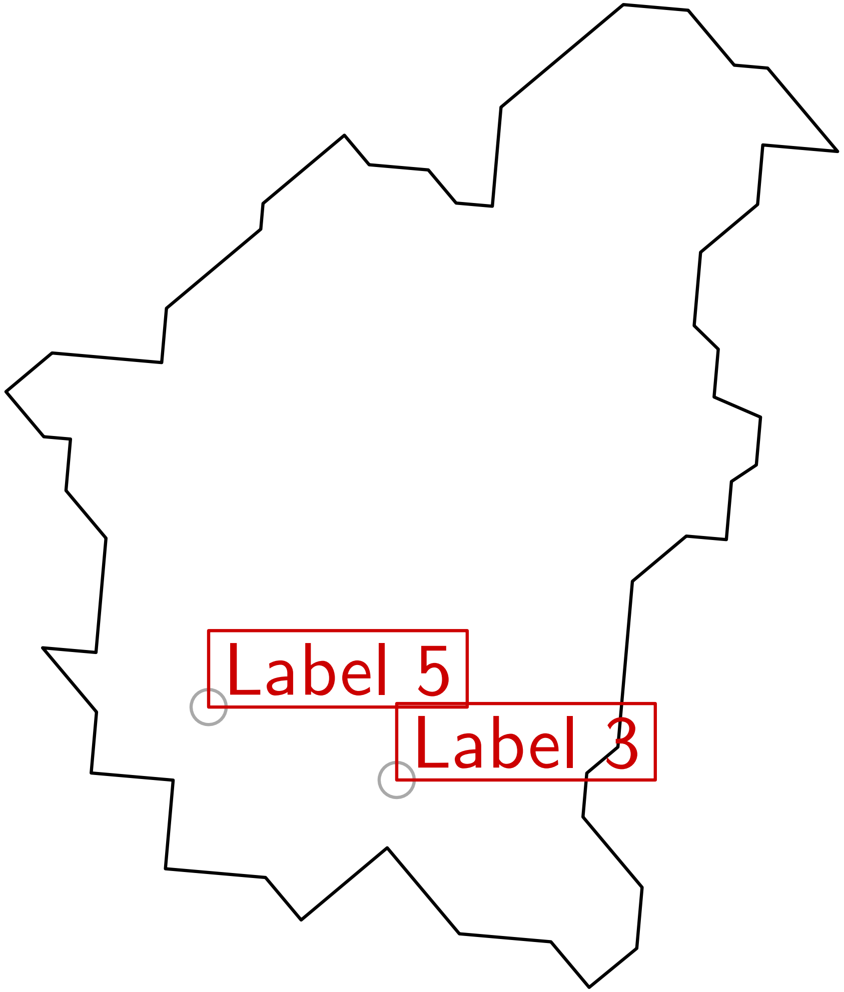


Transformation:

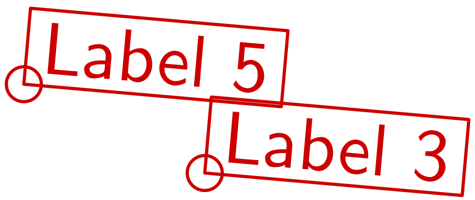


Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

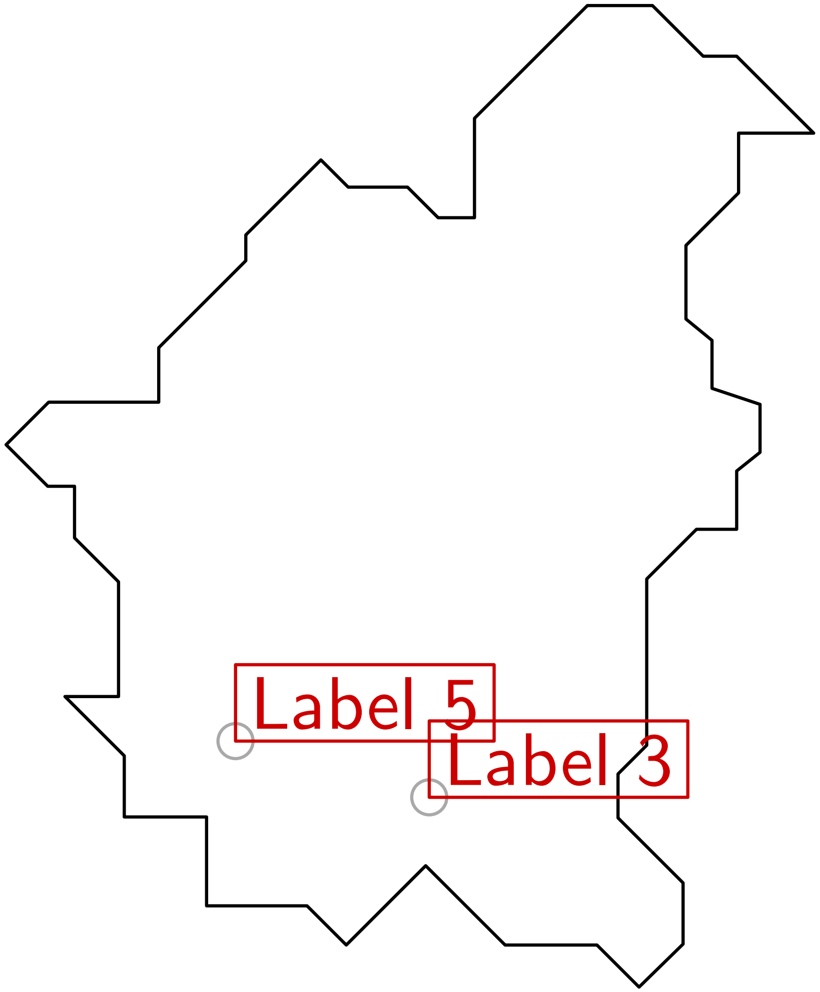


Transformation:

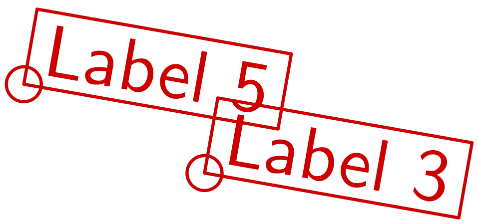


Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

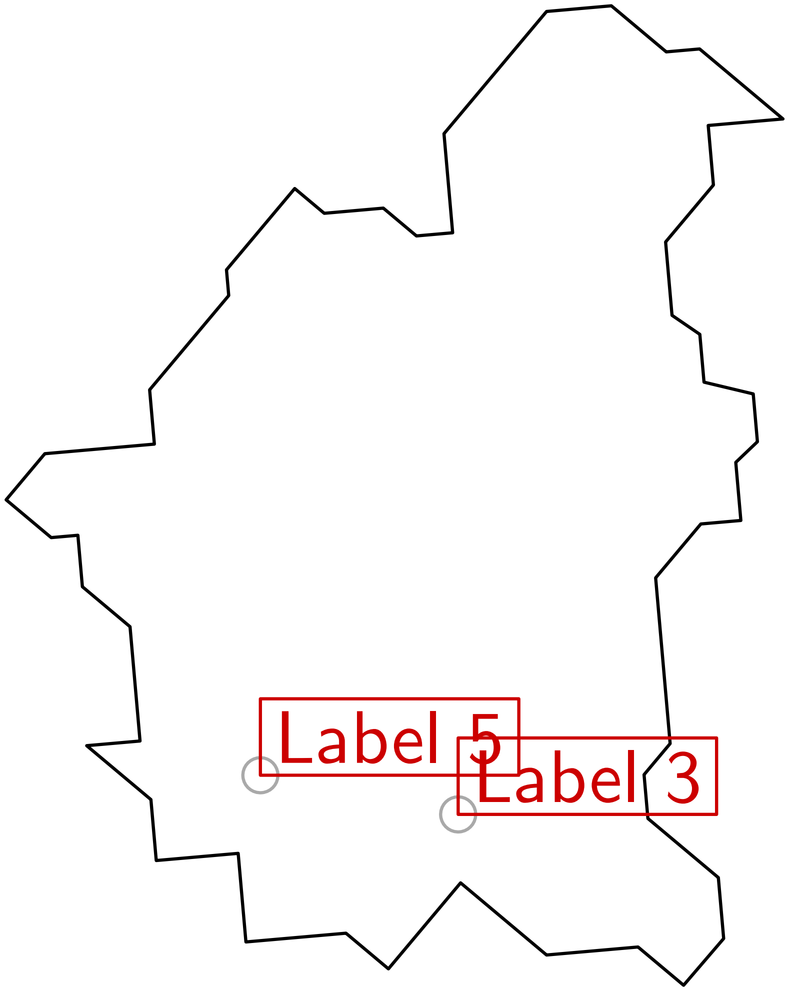


Transformation:

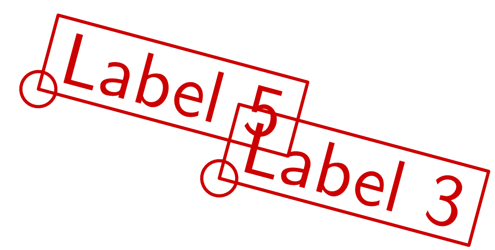


Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

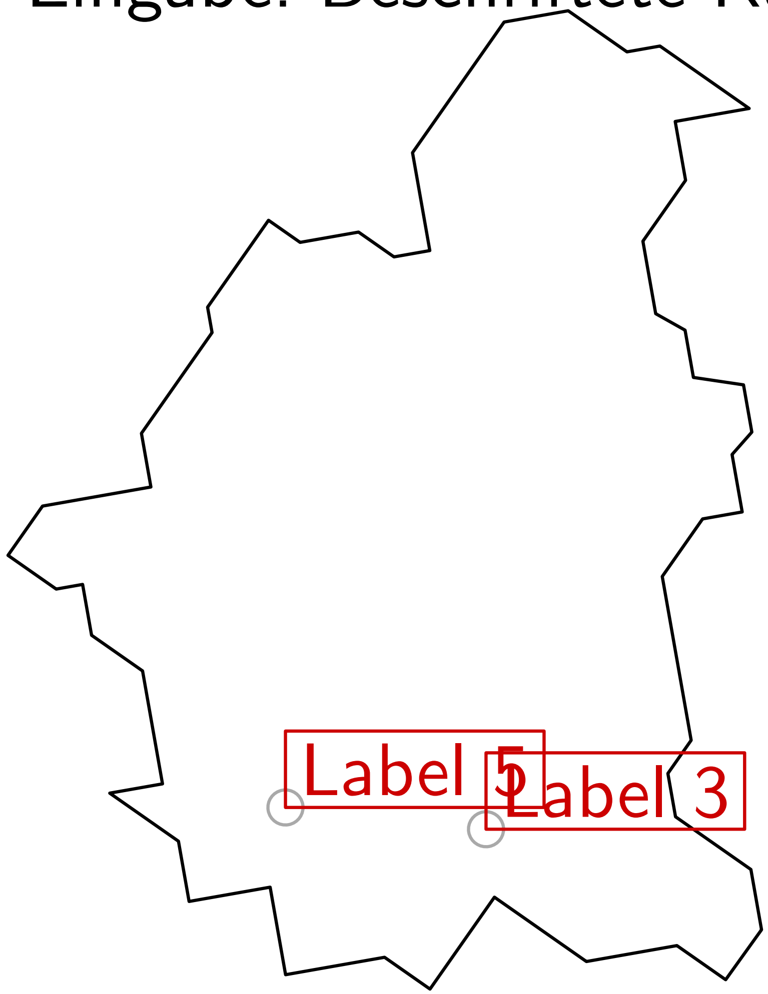


Transformation:

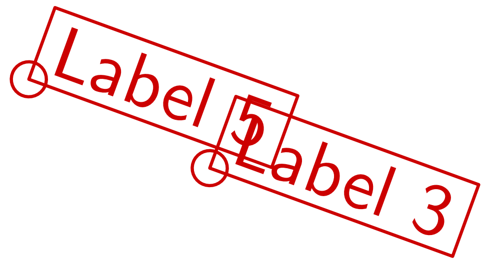


Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

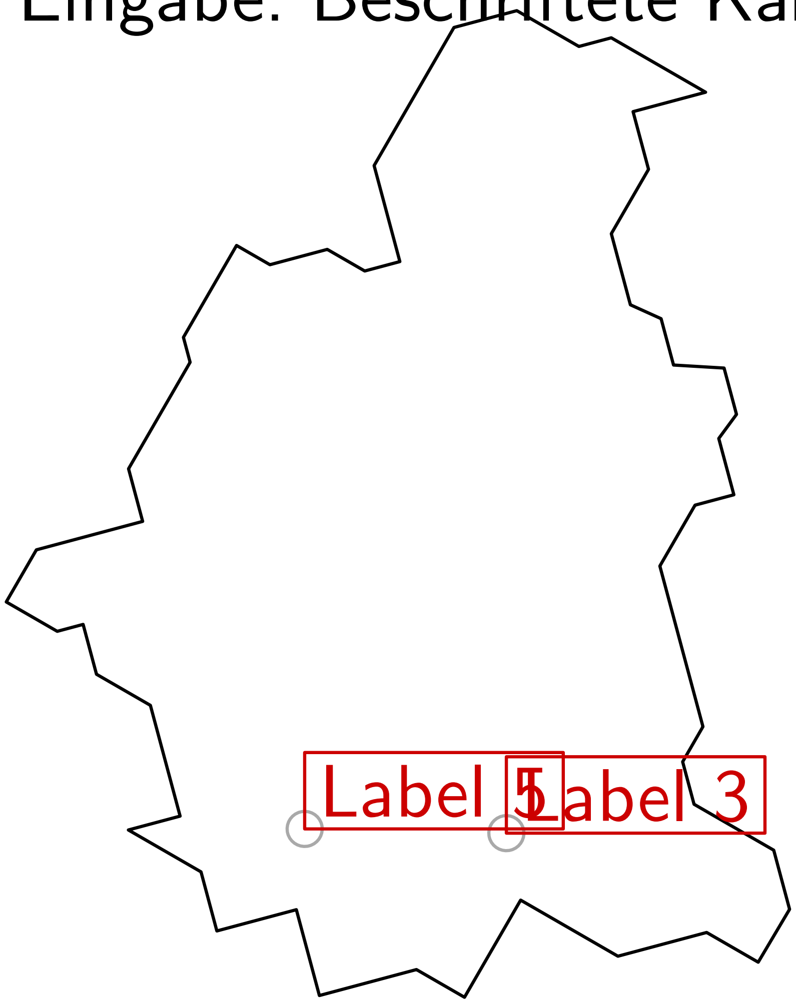


Transformation:



Problemstellung

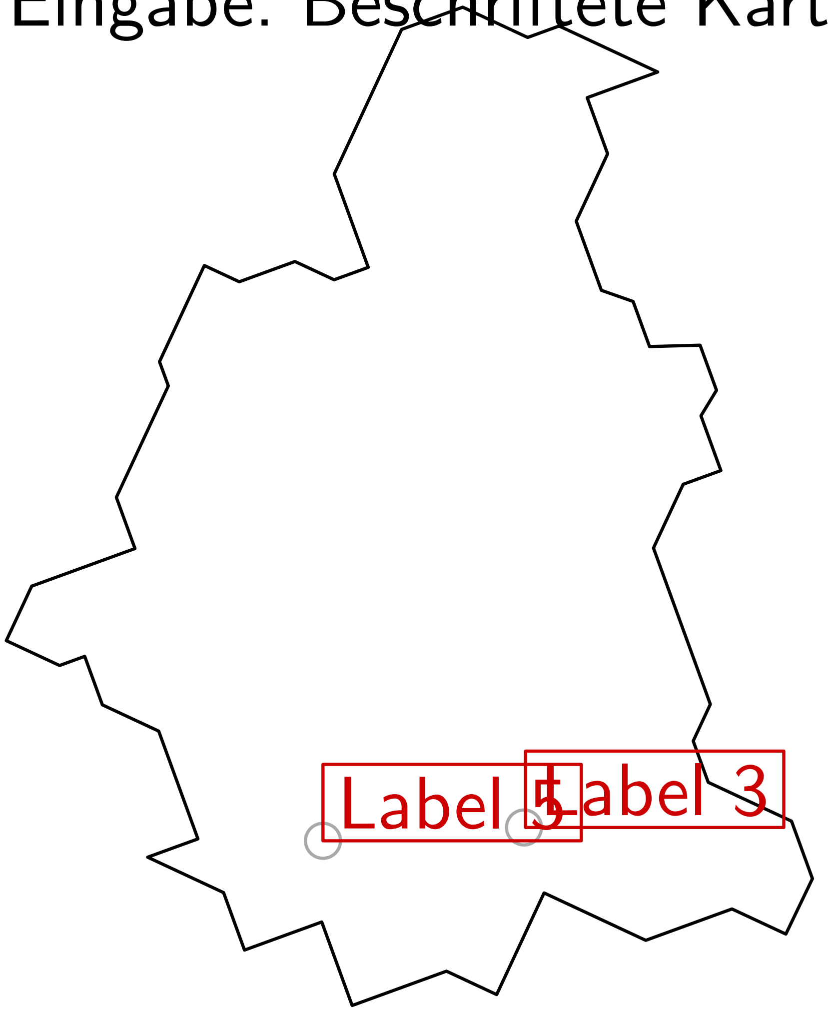
Eingabe: Beschriftete Karte



Transformation:

Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

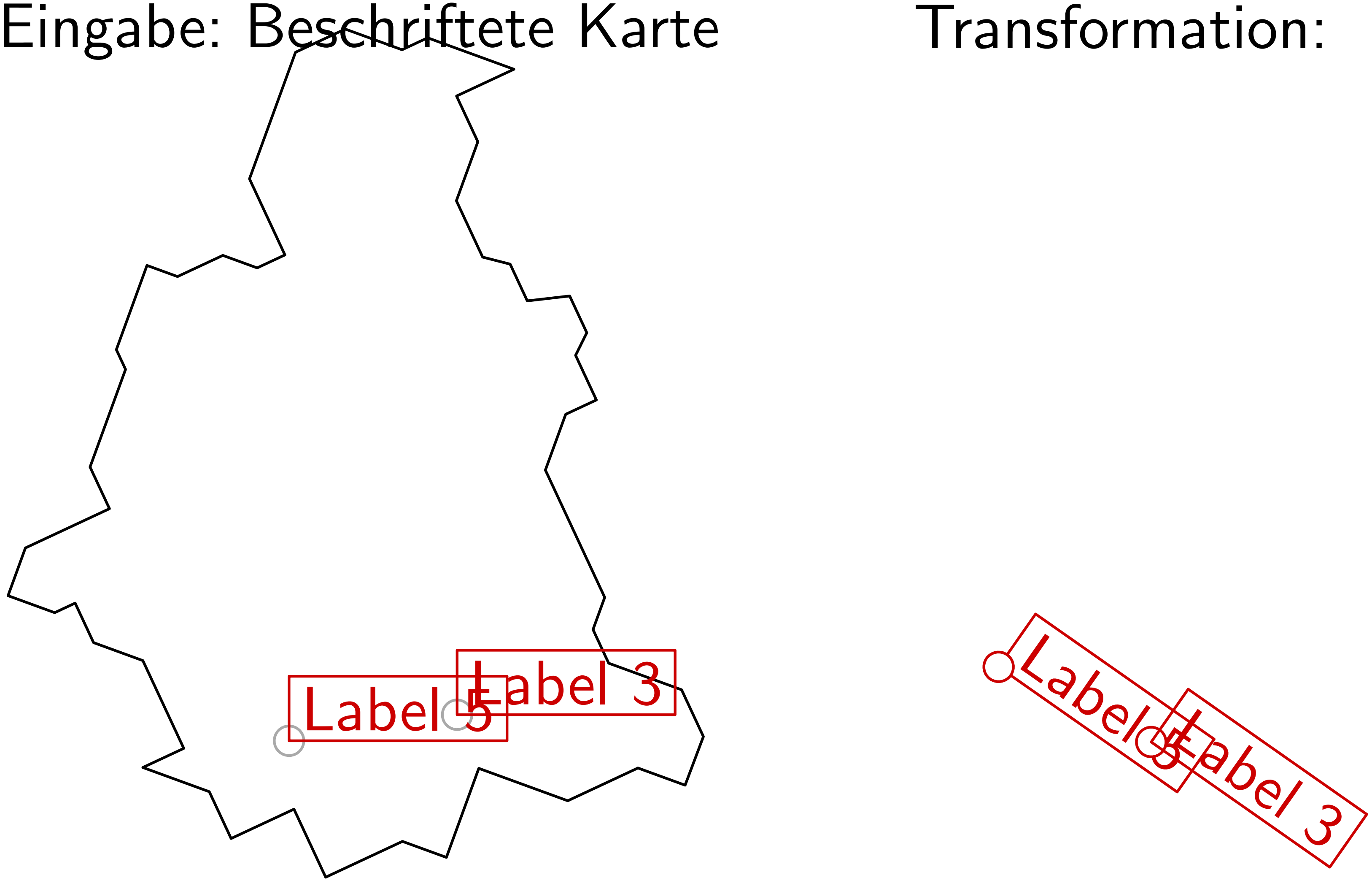


Transformation:

Problemstellung

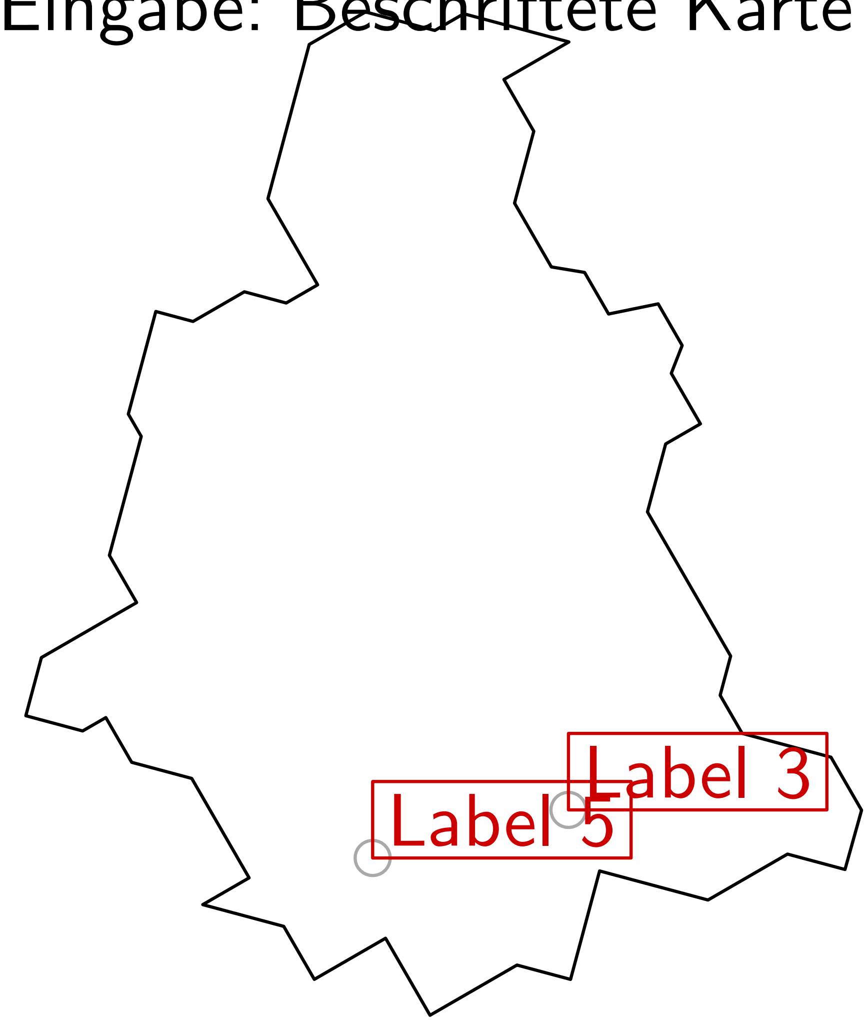
Eingabe: Beschriftete Karte

Transformation:



Problemstellung

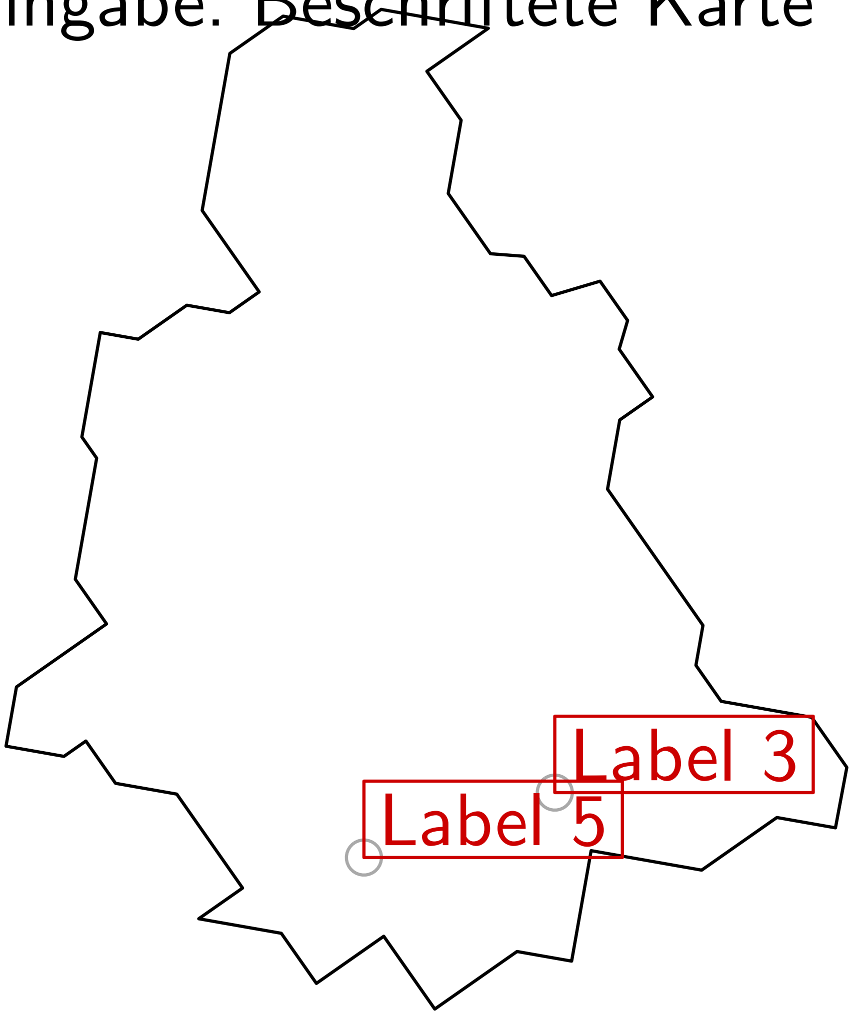
Eingabe: Beschriftete Karte



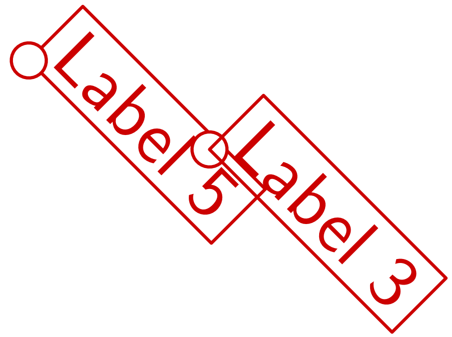
Transformation:

Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

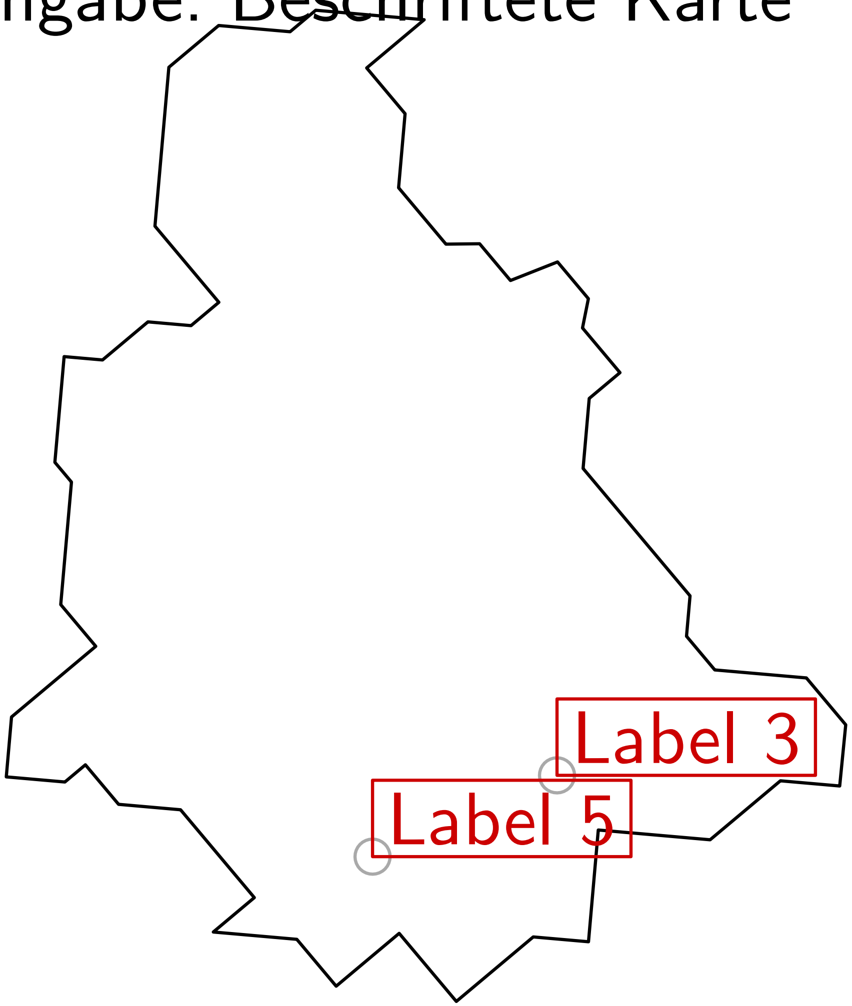


Transformation:

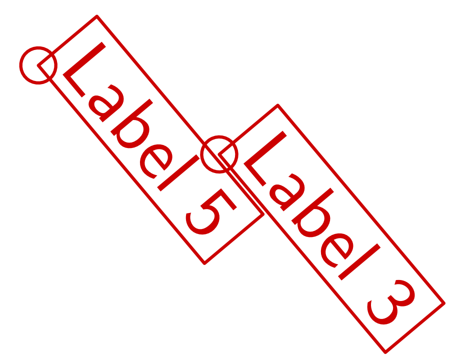


Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

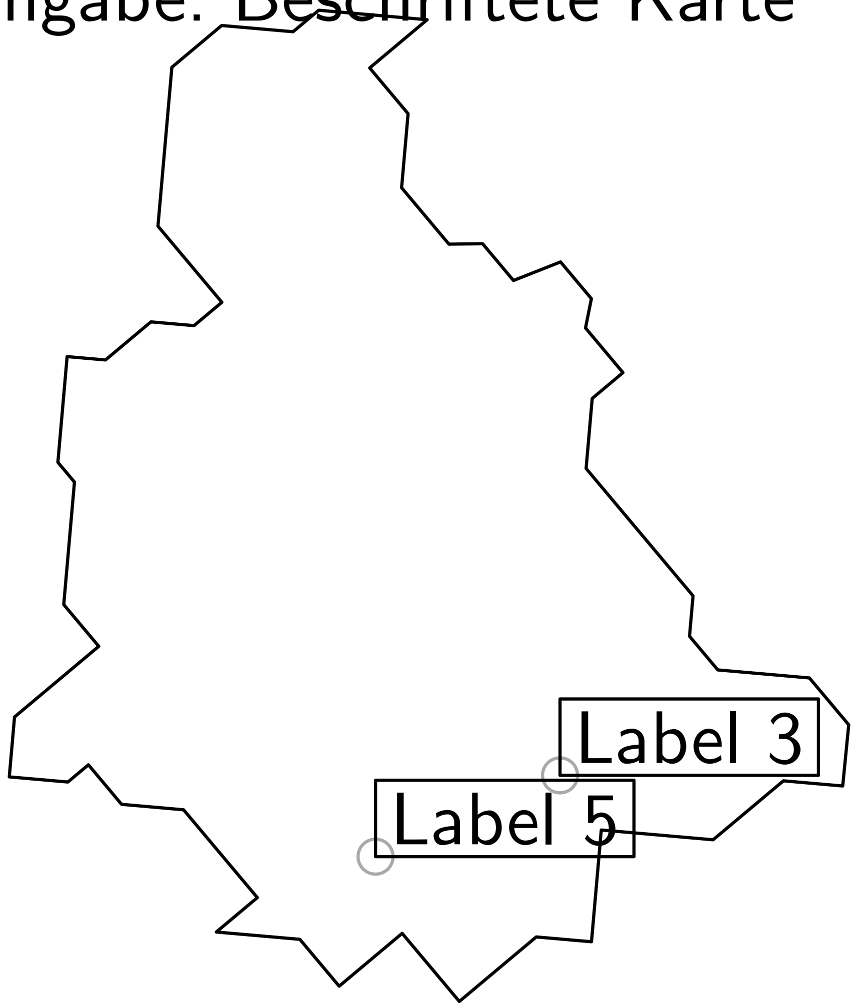


Transformation:

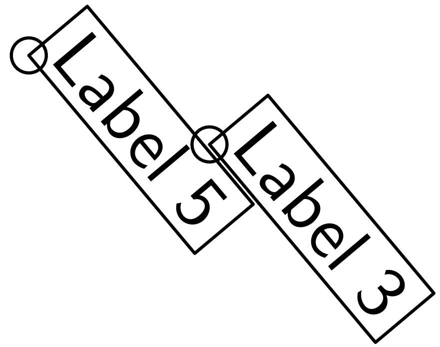


Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte



Transformation:

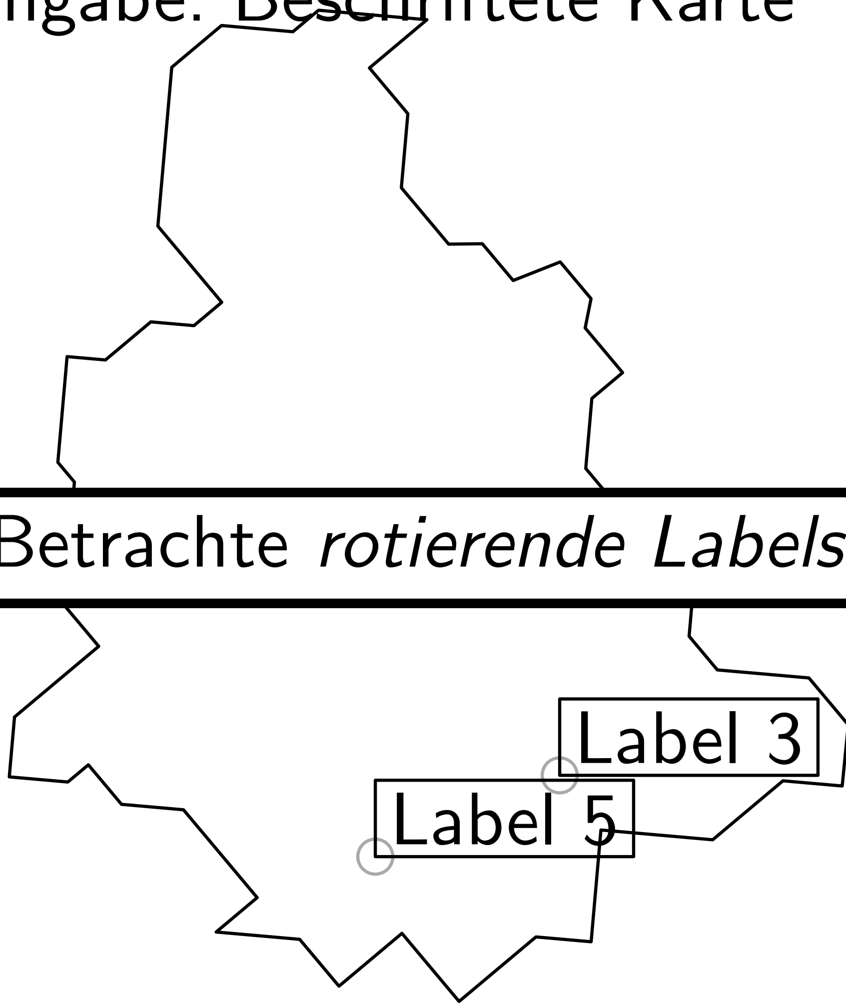


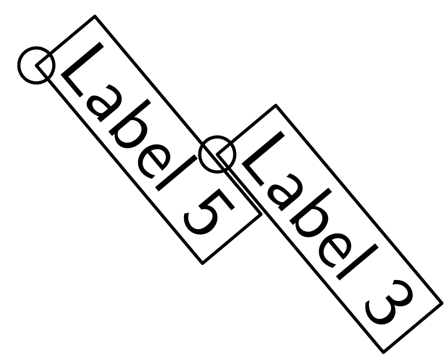
Problemstellung

Eingabe: Beschriftete Karte

Transformation:

Betrachte *rotierende Labels* anstatt rotierender Karten.





Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt
- keine zwei Labels überlappen

Konsistenzkriterien:

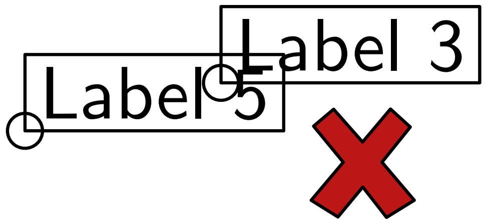
- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen

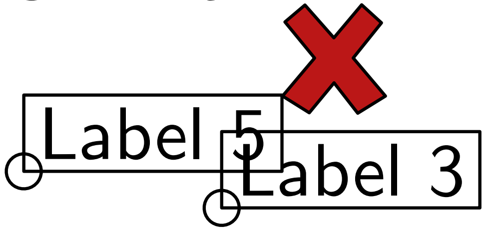
Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"



Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**



Konsistenzkriterien:

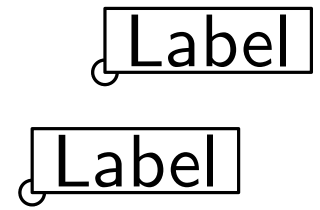
- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

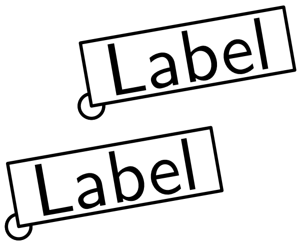


Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

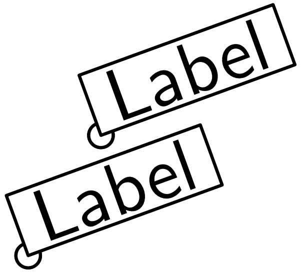


Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

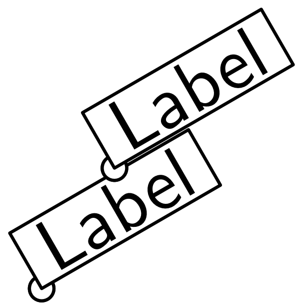


Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

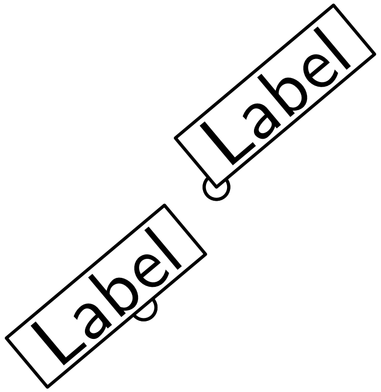


Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

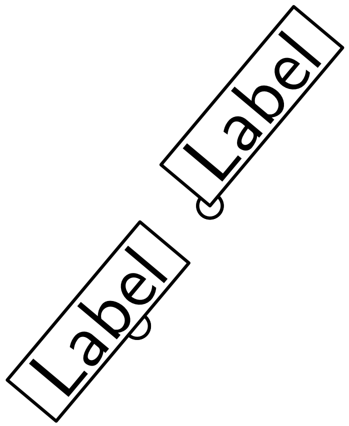


Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

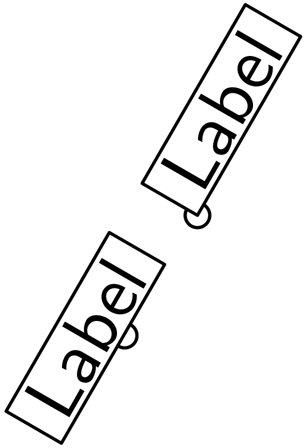


Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"



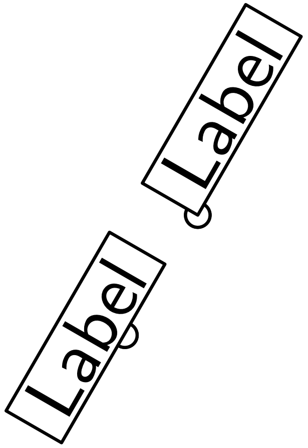
Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.



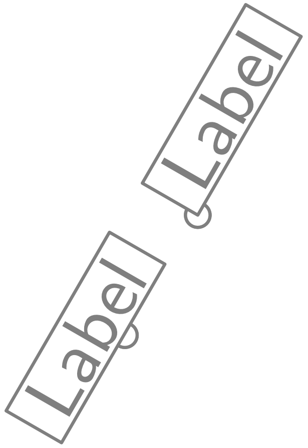
Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.



Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

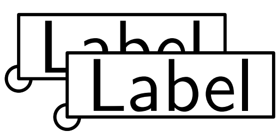
Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.



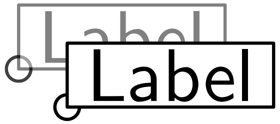
Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.



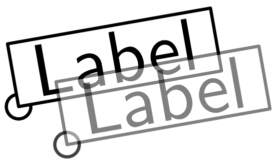
Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.



Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

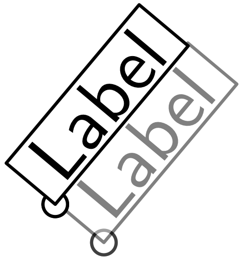
Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

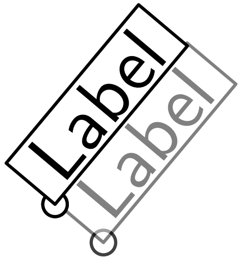


Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"



Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

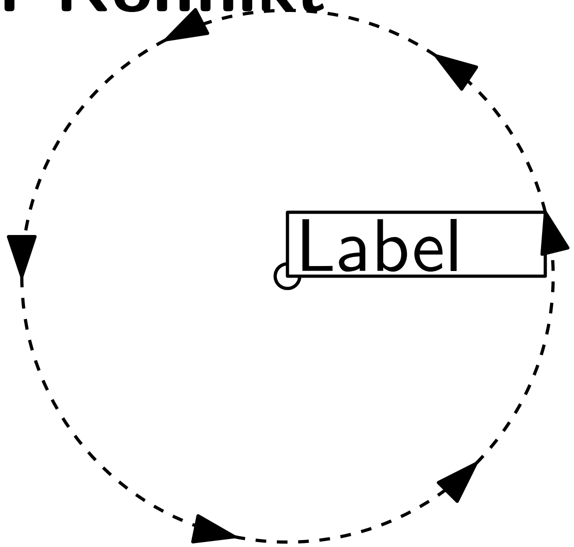
Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

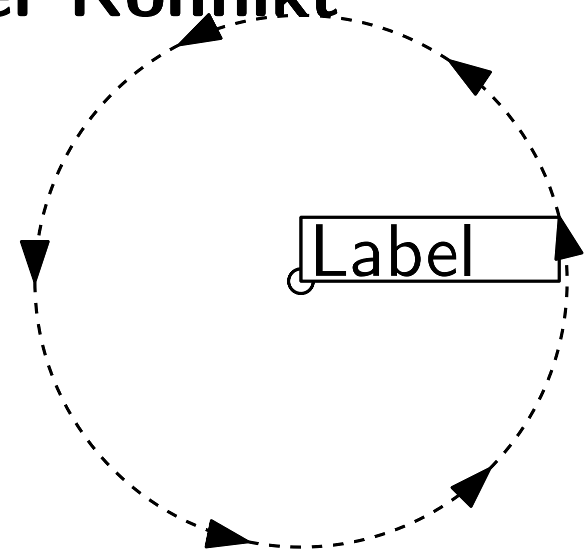


Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**



Konsistenzkriterien:

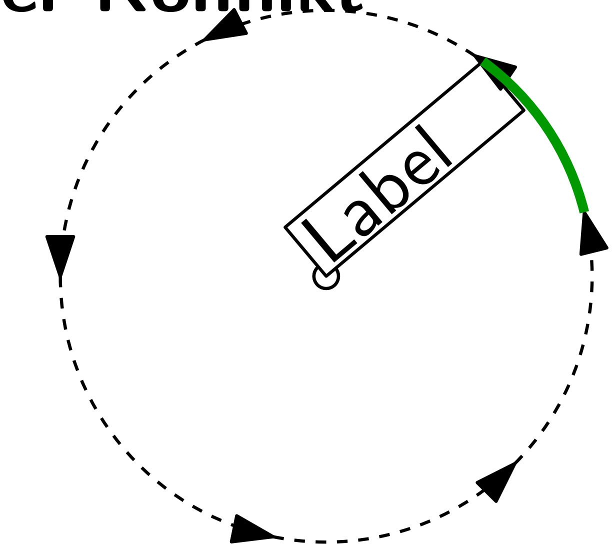
- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**



Konsistenzkriterien:

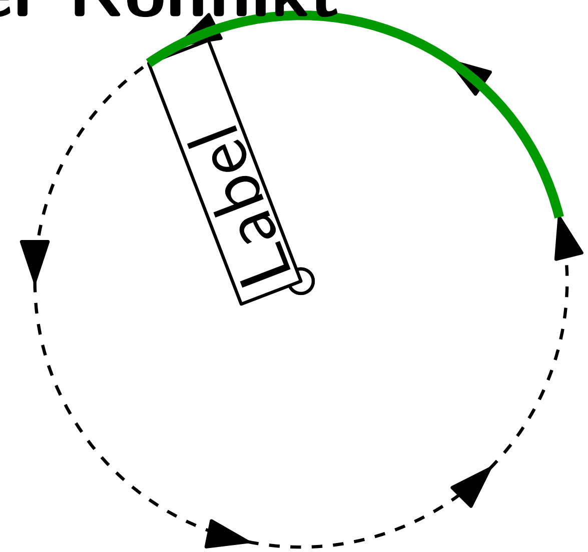
- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**



Konsistenzkriterien:

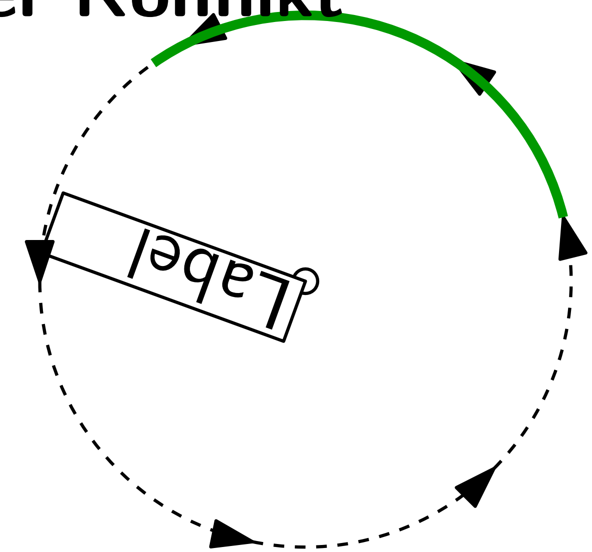
- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**



Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

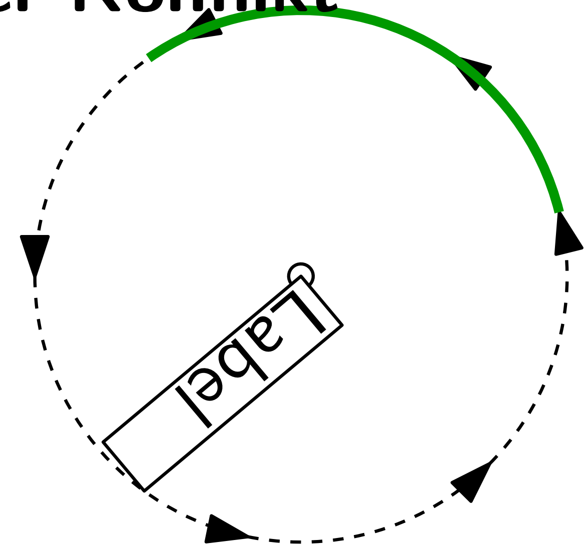
Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

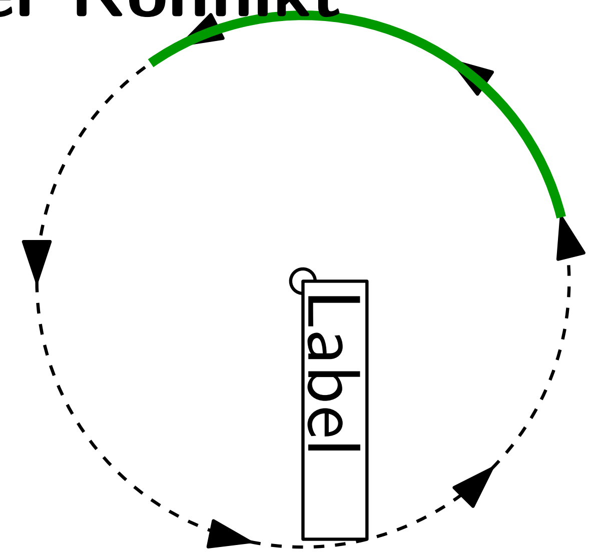


Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**



Konsistenzkriterien:

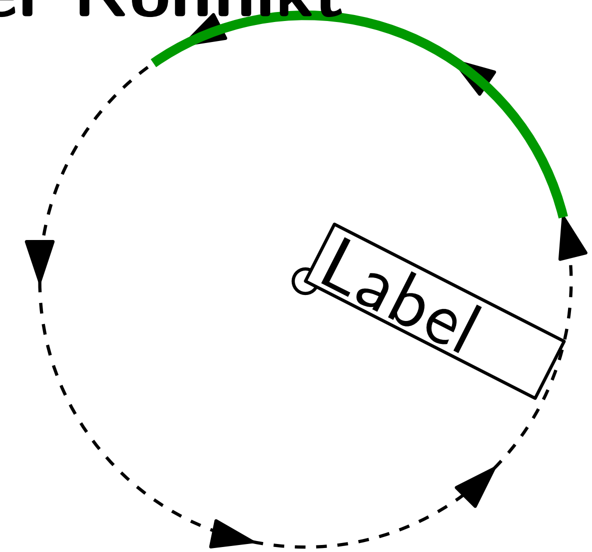
- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**



Konsistenzkriterien:

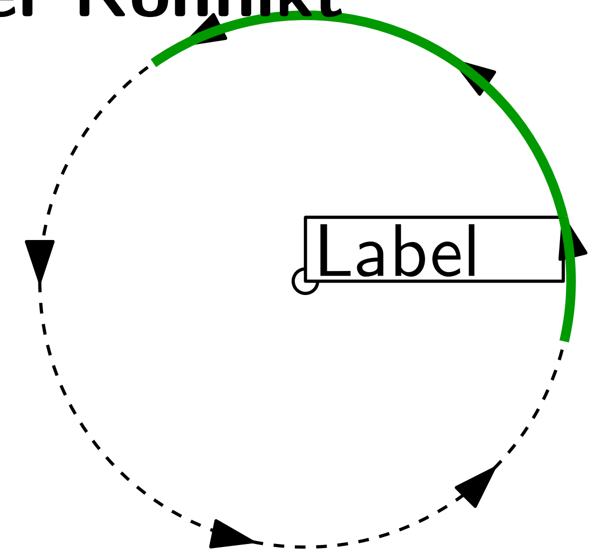
- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**



Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

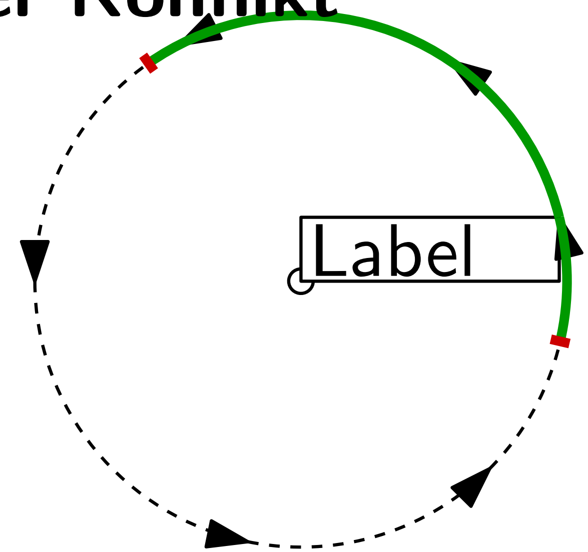
Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"



Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

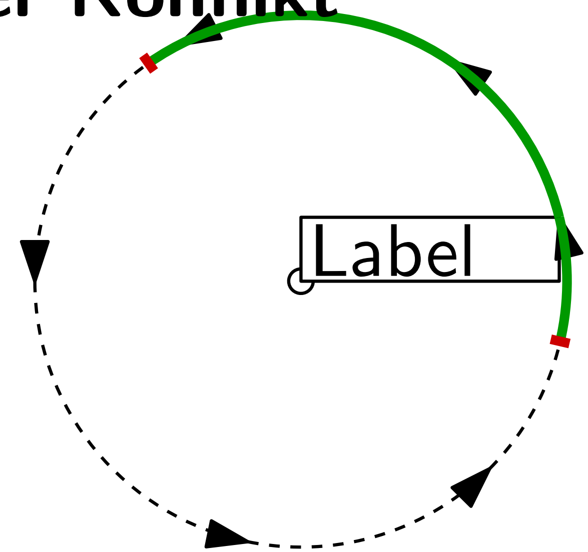
Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**

Konsistenzkriterien:

- kein “**Springen**”
- kein “**Flackern**”

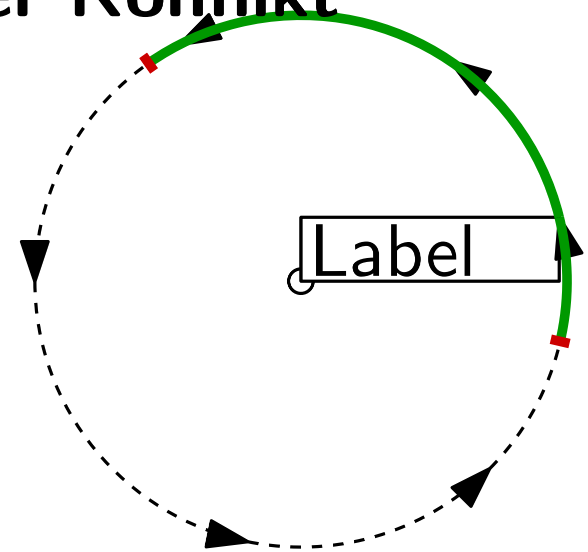


Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Desiderata

- kein Label überdeckt einen Punkt: **schwerer Konflikt**
- keine zwei Labels überlappen: **leichter Konflikt**



Konsistenzkriterien:

- kein "**Springen**"
- kein "**Flackern**"

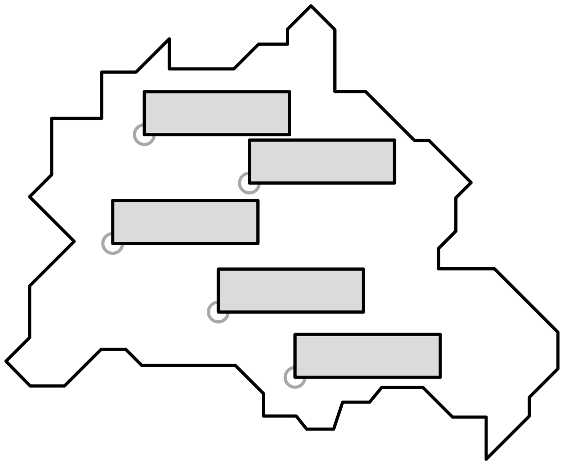
Kein Springen:
feste relative position bezüglich Anker.

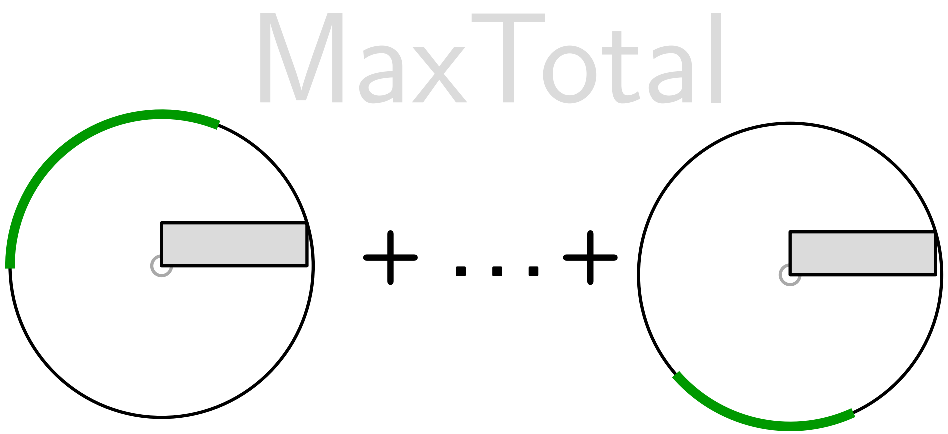
Kein Flackern:
Anzeige in einem einzelnen, kontinuierlichen Bereich

Konsistente Beschriftung bzgl. Rotation

Problemdefinition

Eingabe: Karte M, Punkte P, **gültige** Beschriftung $L(P)$



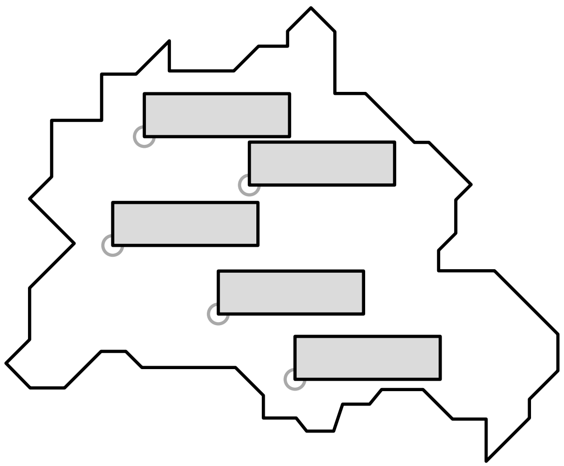


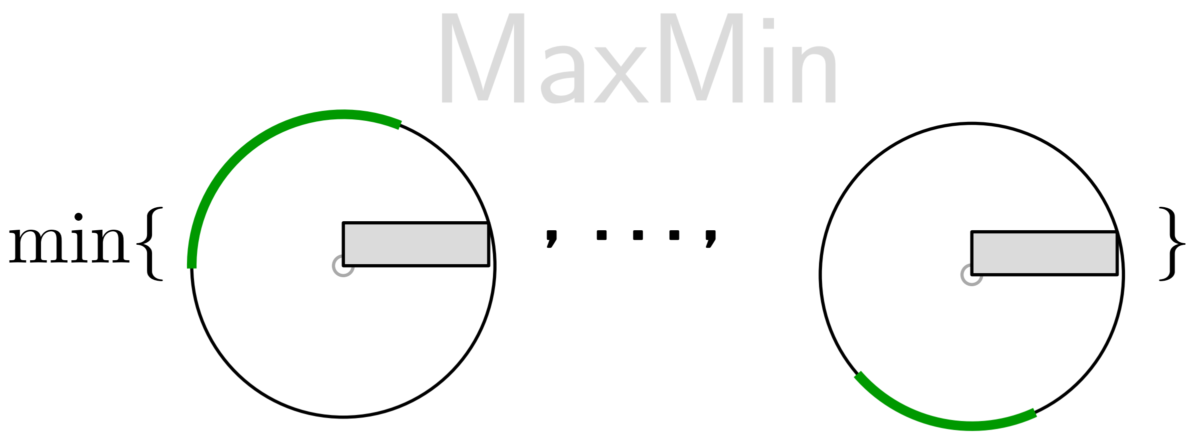
MaxTotal

Ausgabe: Konsistente Beschriftung bzgl. Rotation, welches die Summe der aktiven Bereiche maximiert.

Problemdefinition

Eingabe: Karte M, Punkte P, **gültige** Beschriftung $L(P)$





MaxTotal

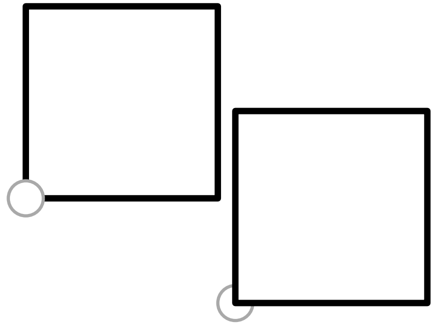
Ausgabe: Konsistente Beschriftung bzgl. Rotation, welches die Summe der aktiven Bereiche maximiert.

MaxMin

Ausgabe: Konsistente Beschriftung bzgl. Rotation, welche die Länge des kleinsten aktiven Bereichs maximiert.

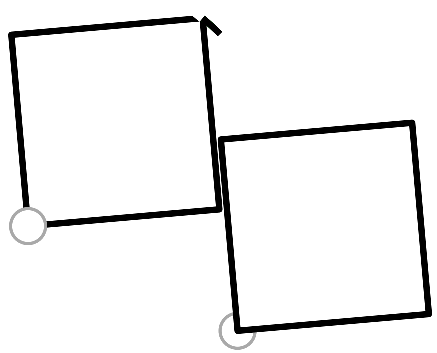
Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



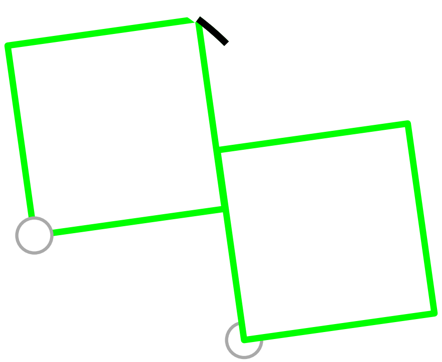
Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



Konflikte

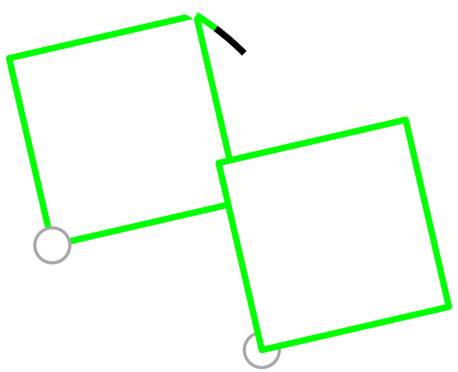
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

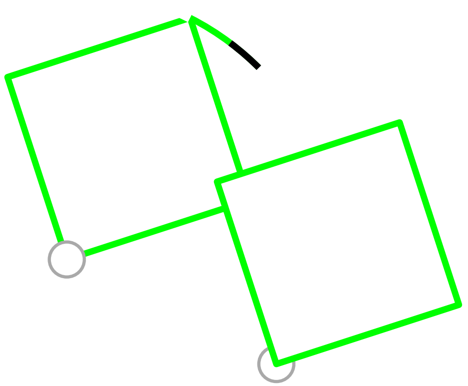
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

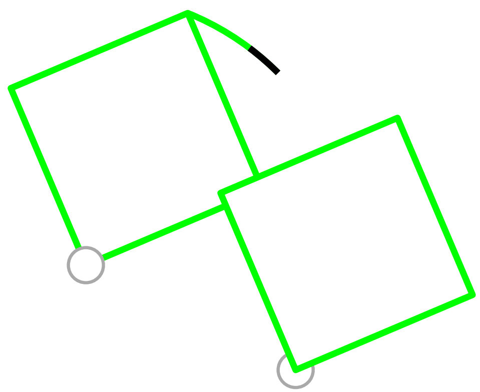
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

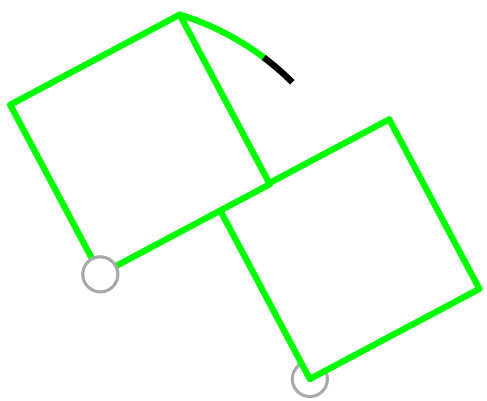
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

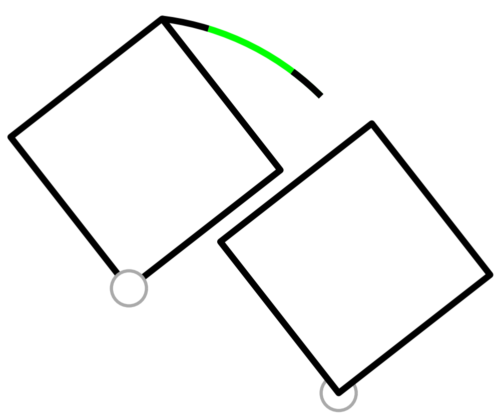
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

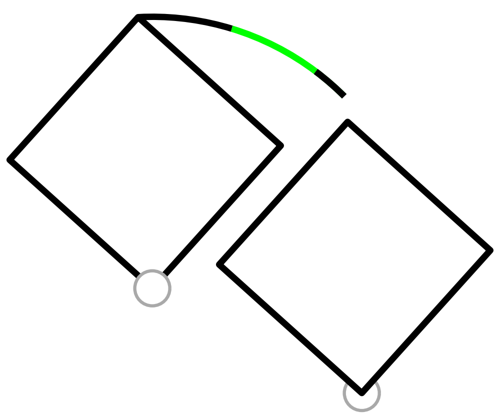
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

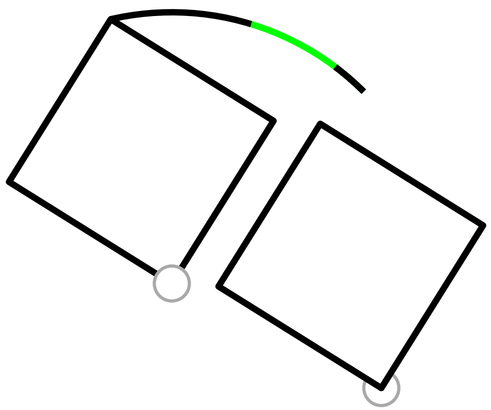
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

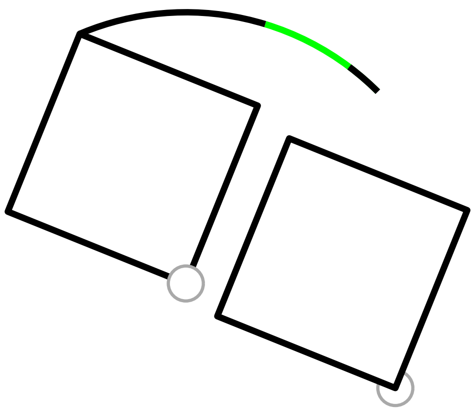
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

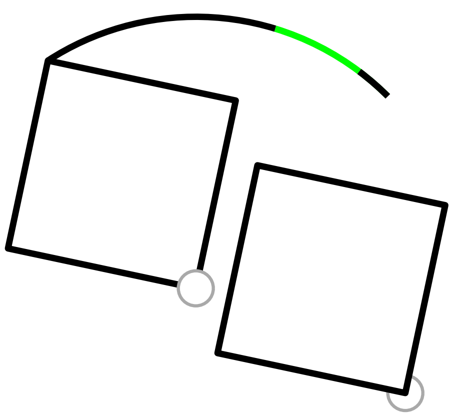
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

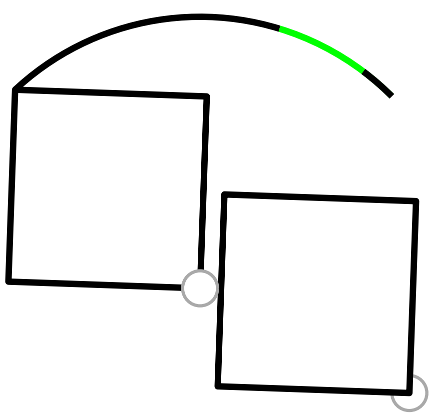
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

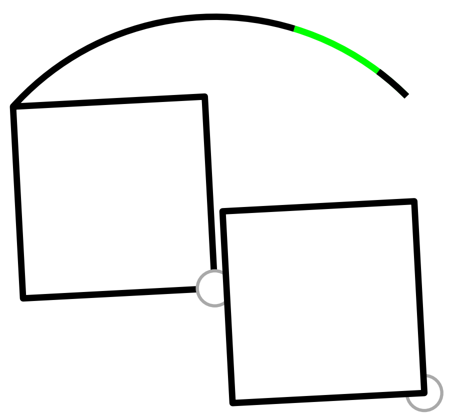
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

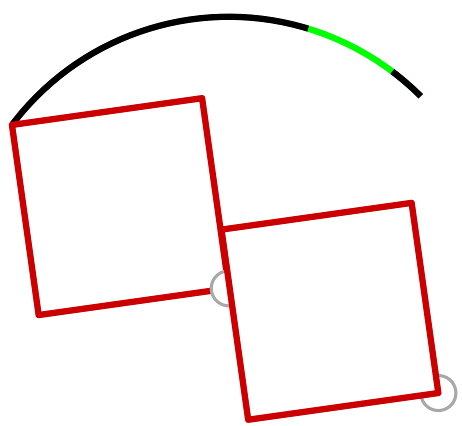
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

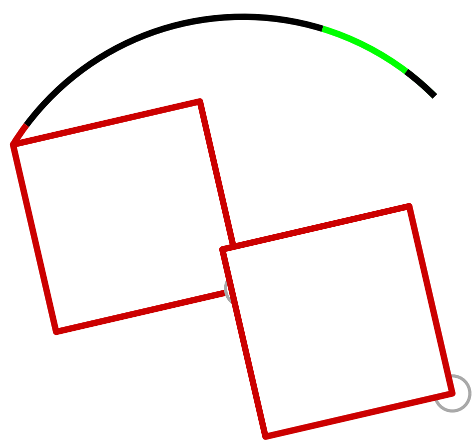


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

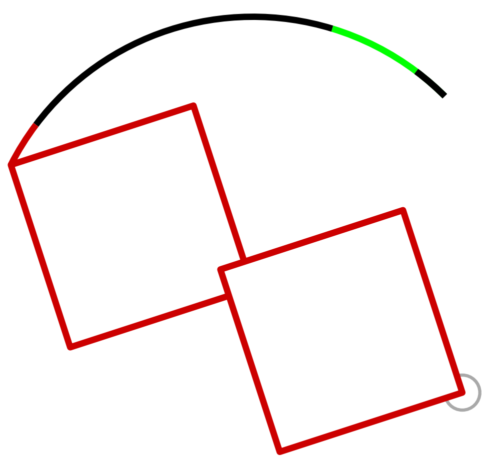


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

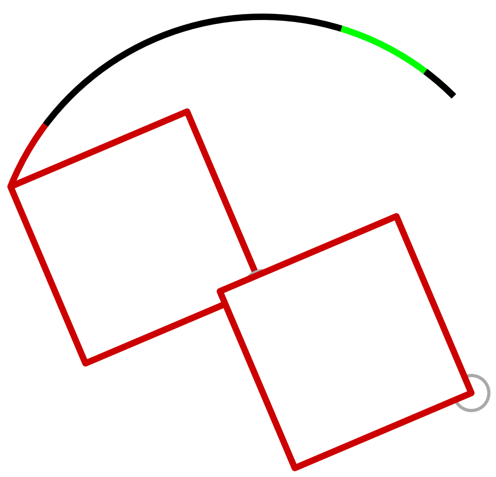


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

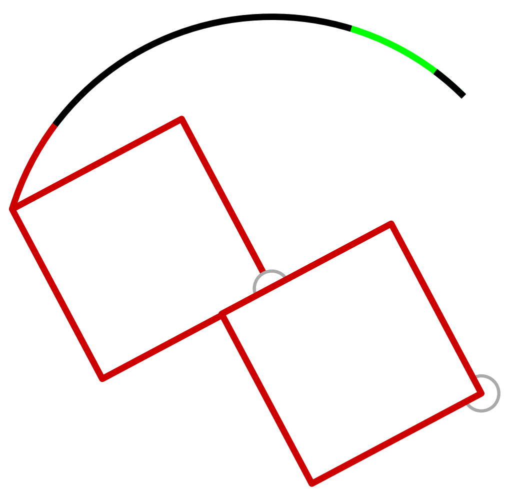


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

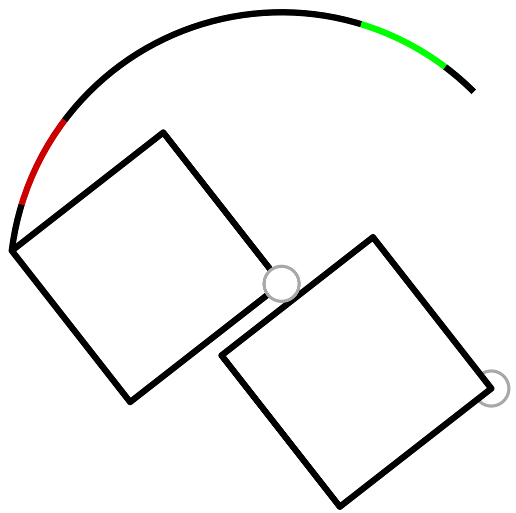


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

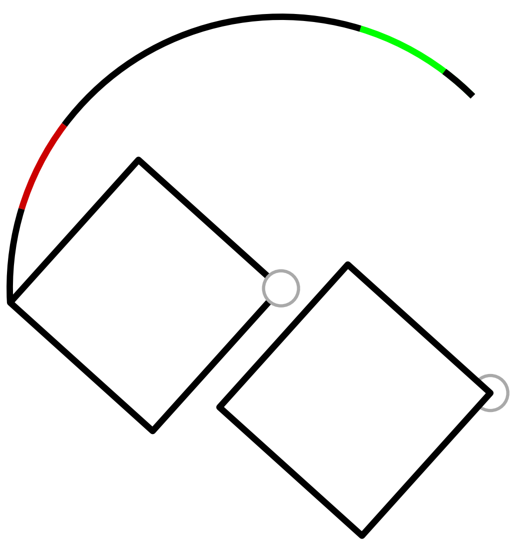


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

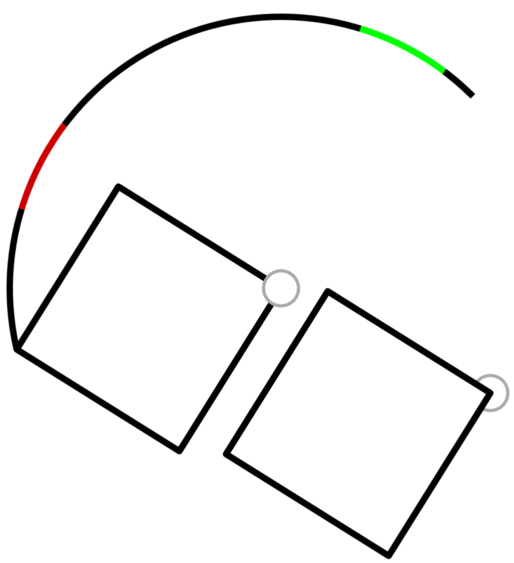


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

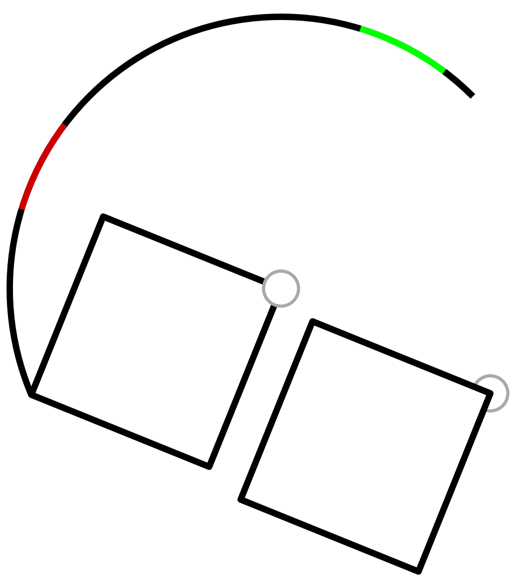


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

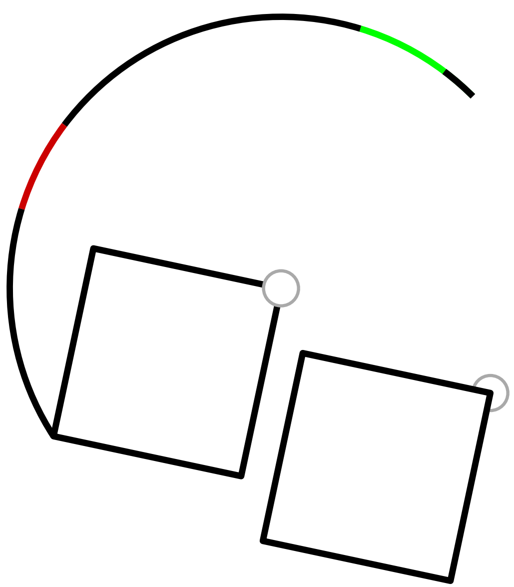


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

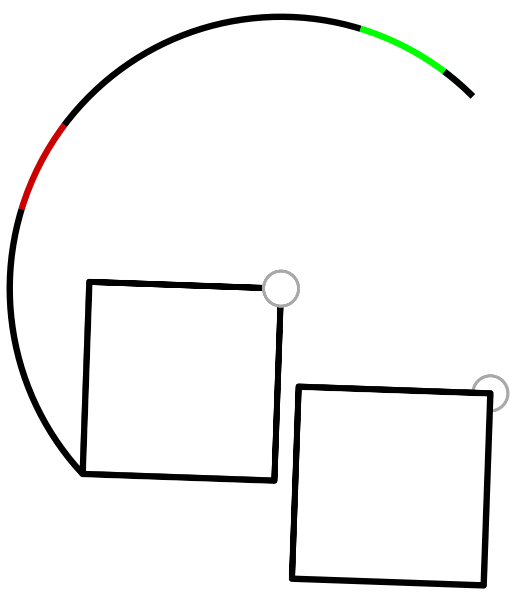


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

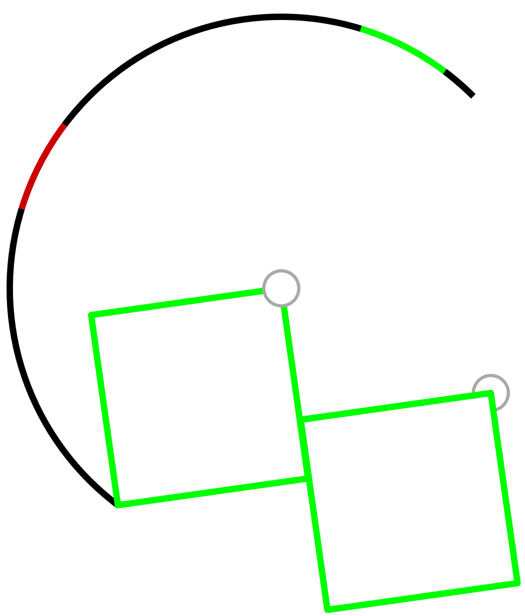


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

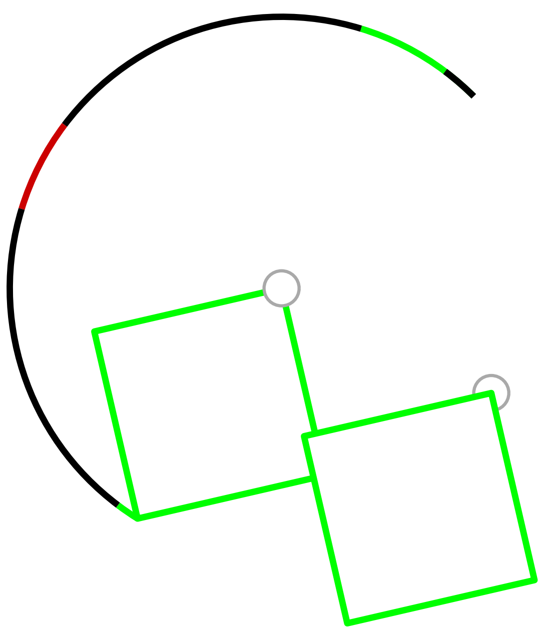


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

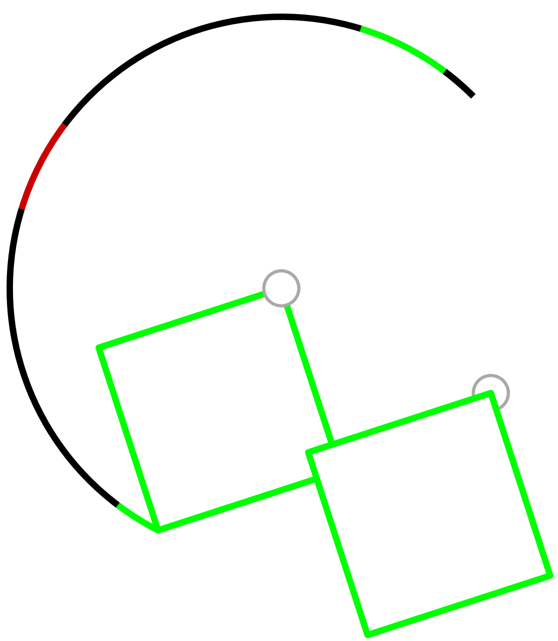


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

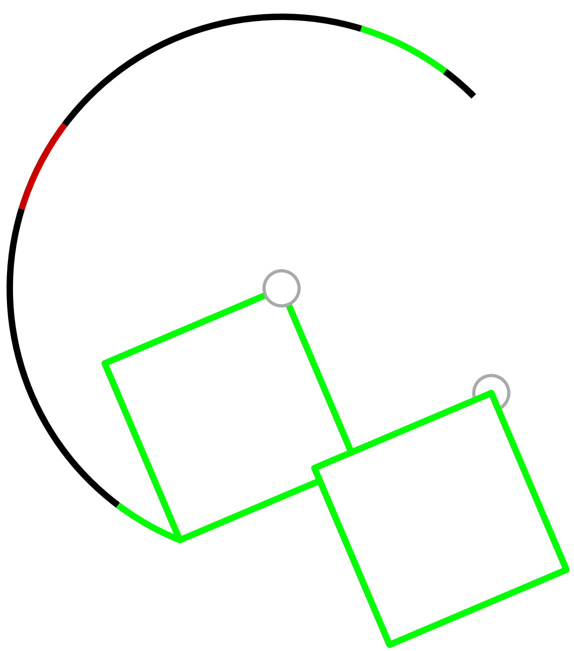


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

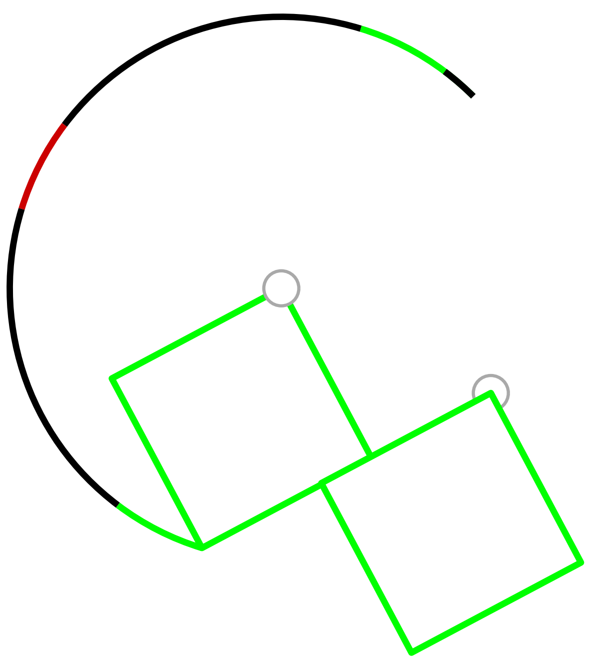


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

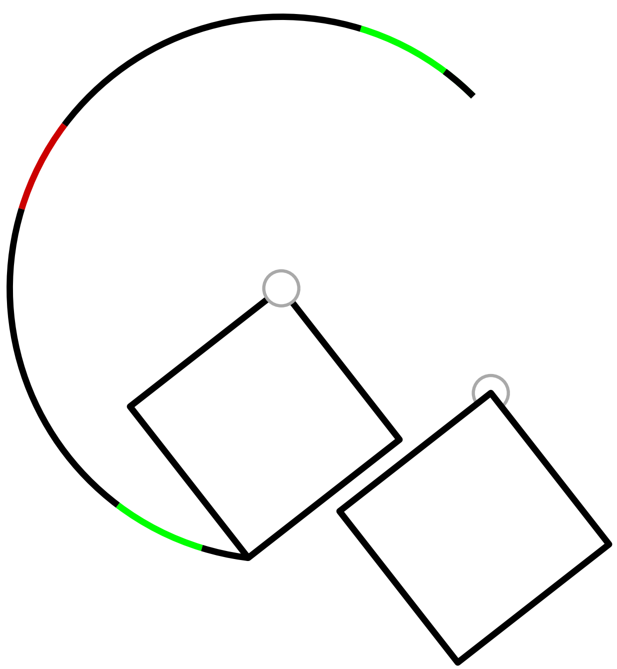


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

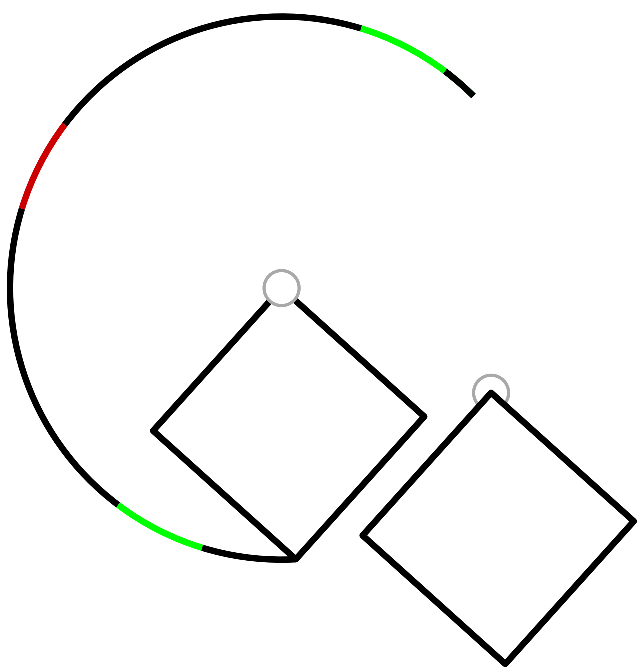


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

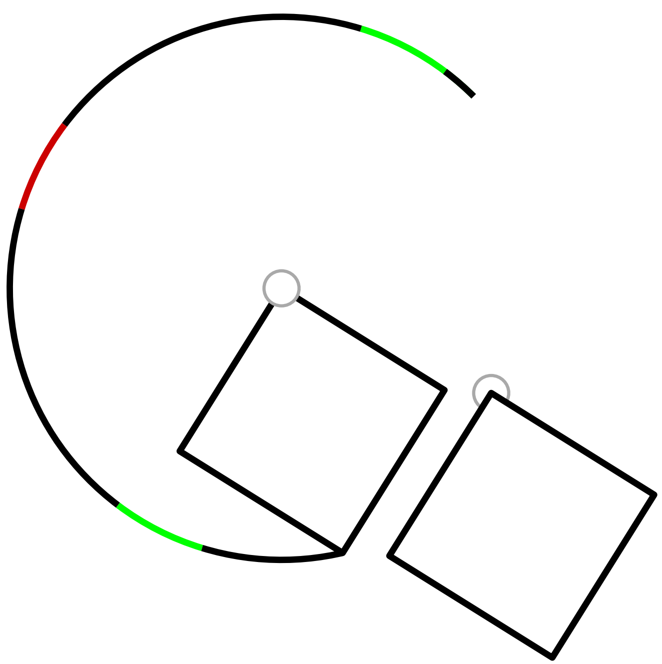


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

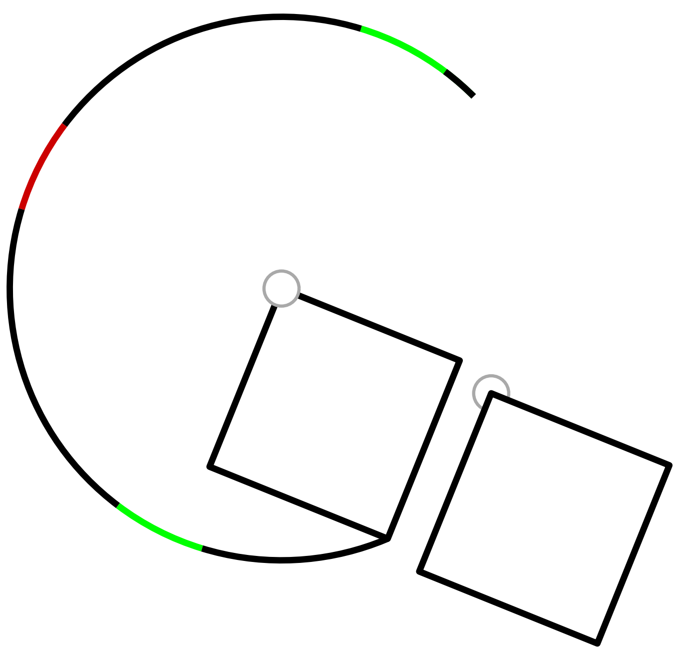


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

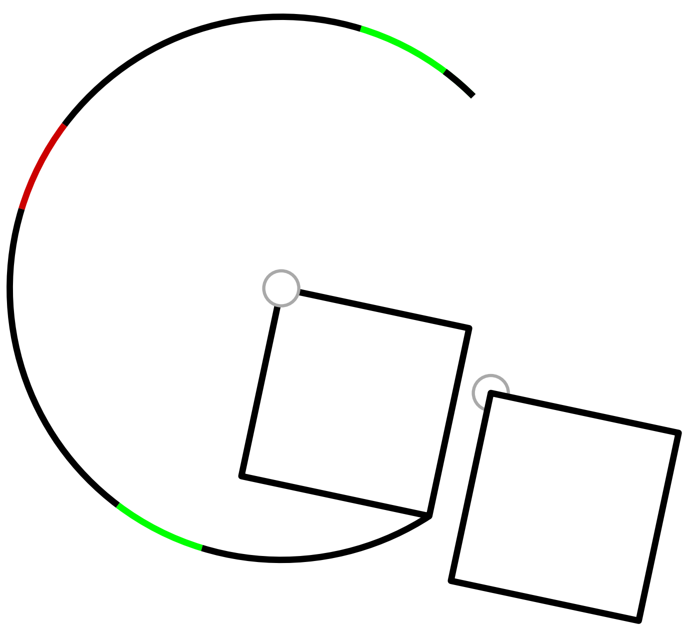


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

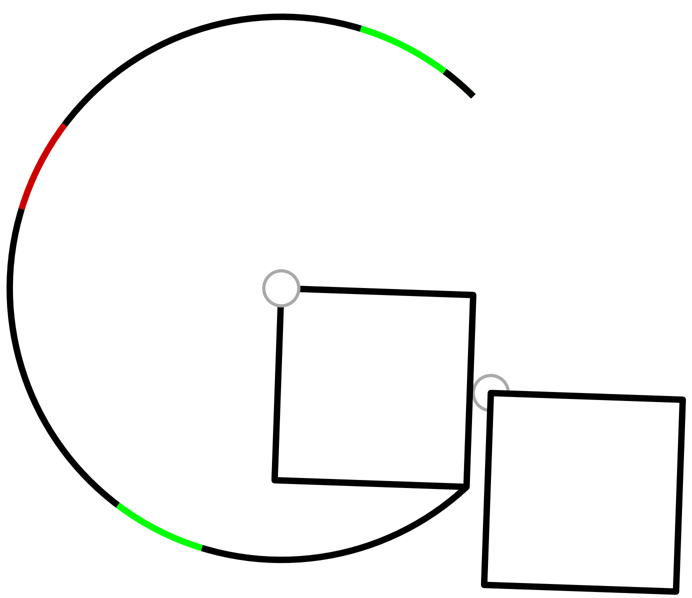


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

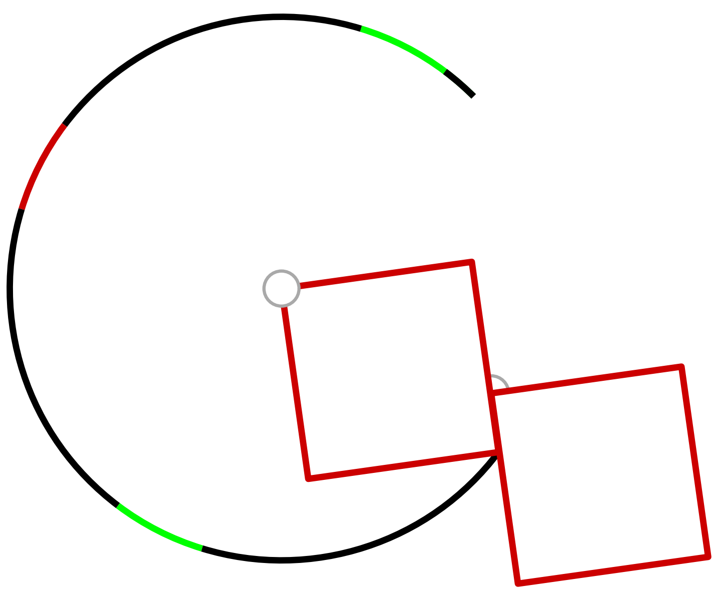


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

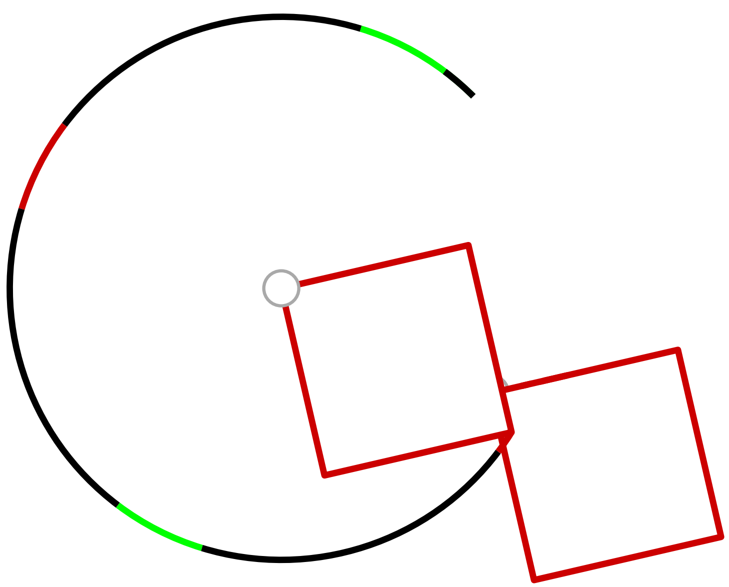


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

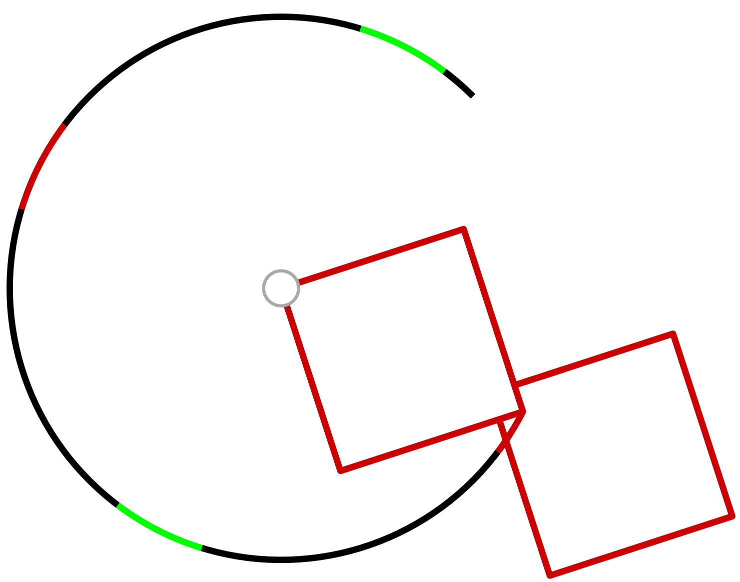


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

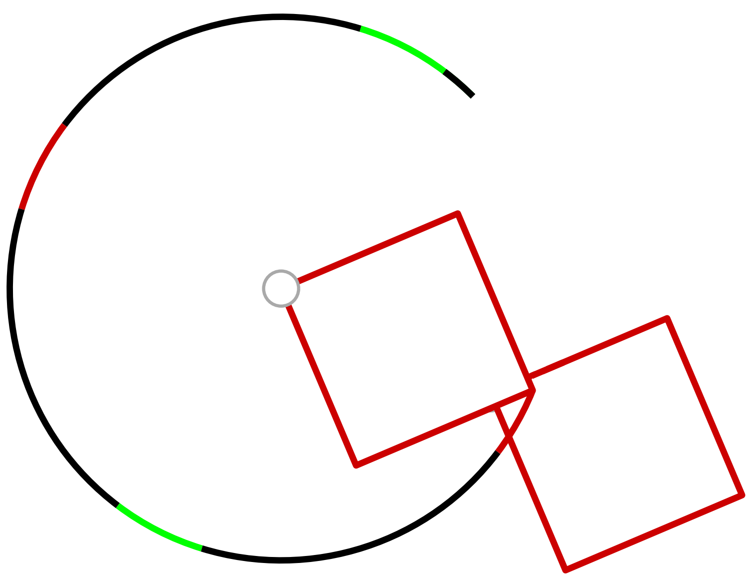


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

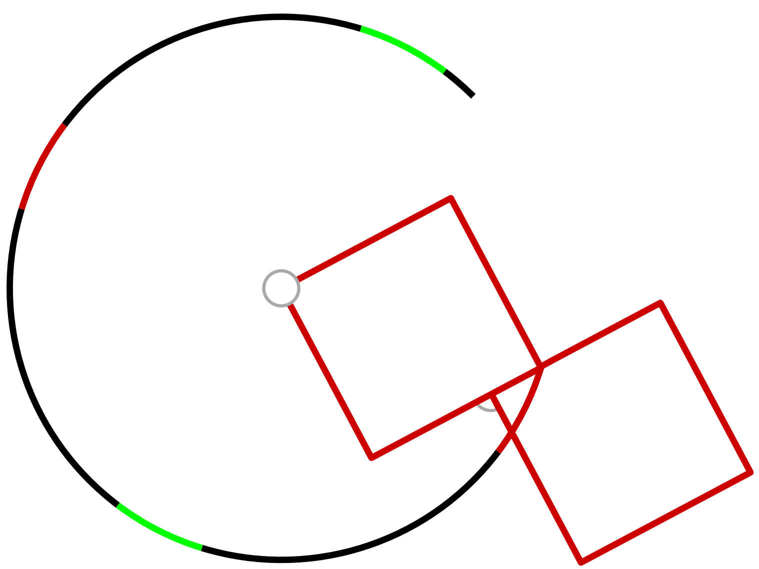


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

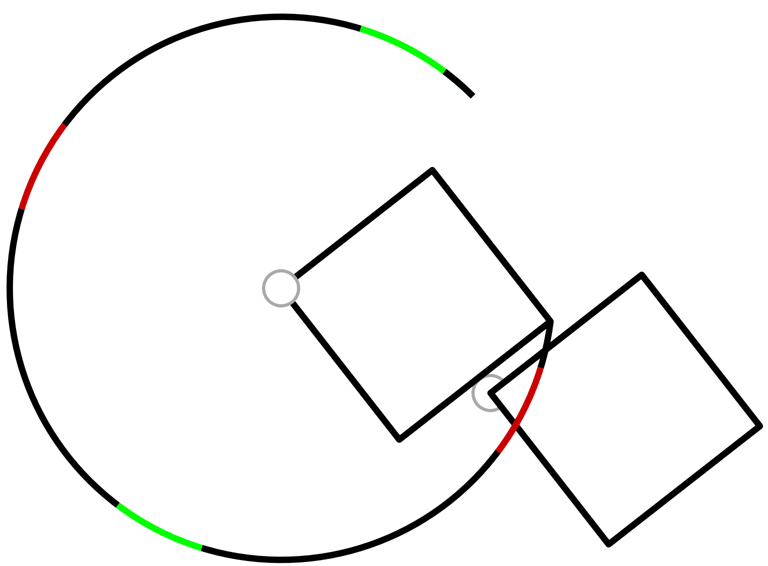


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

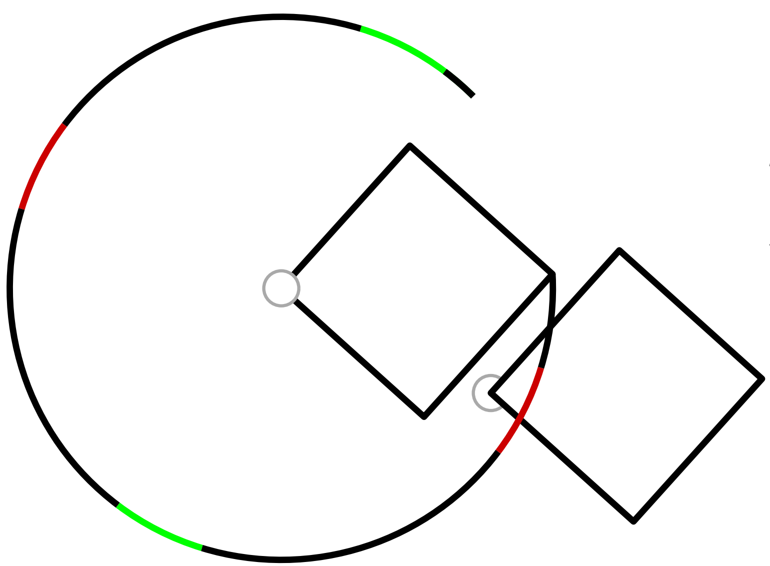


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

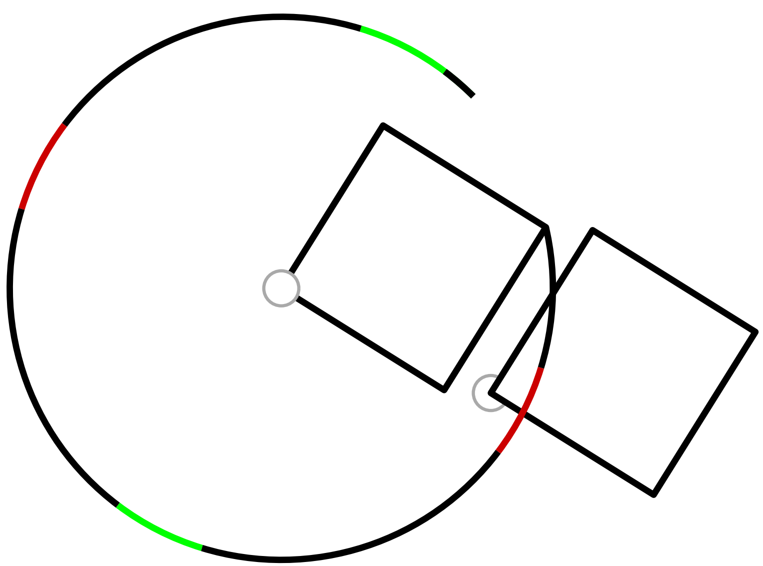


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

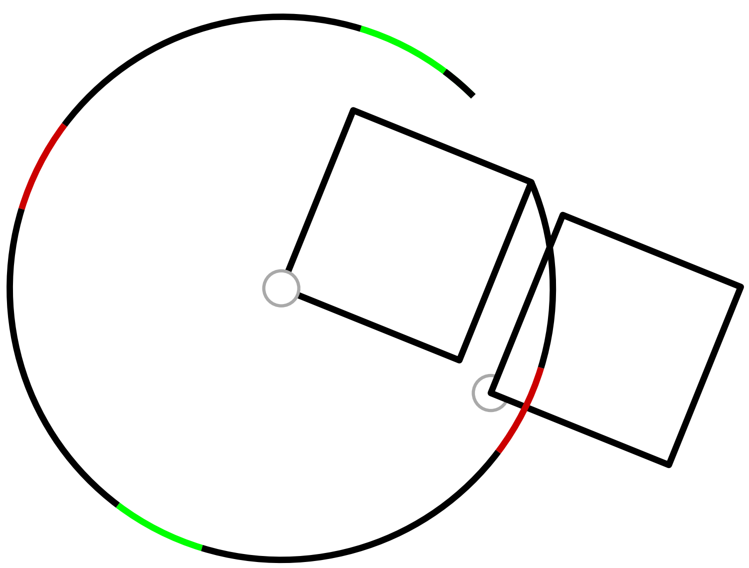


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

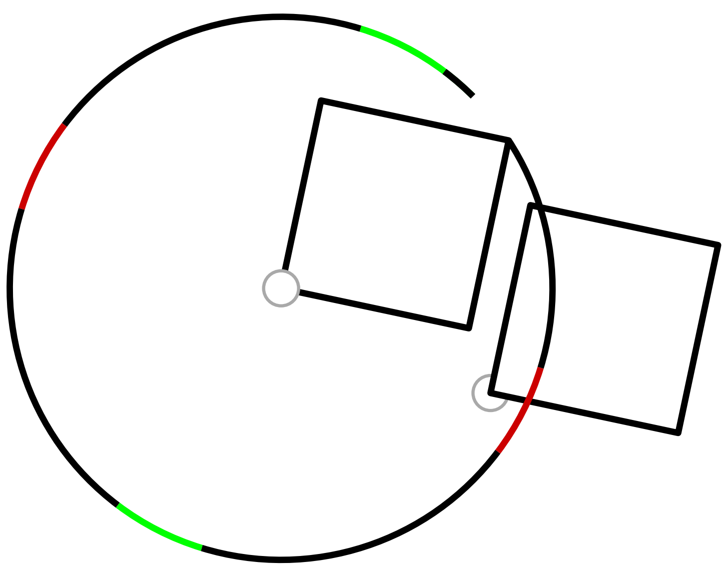


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

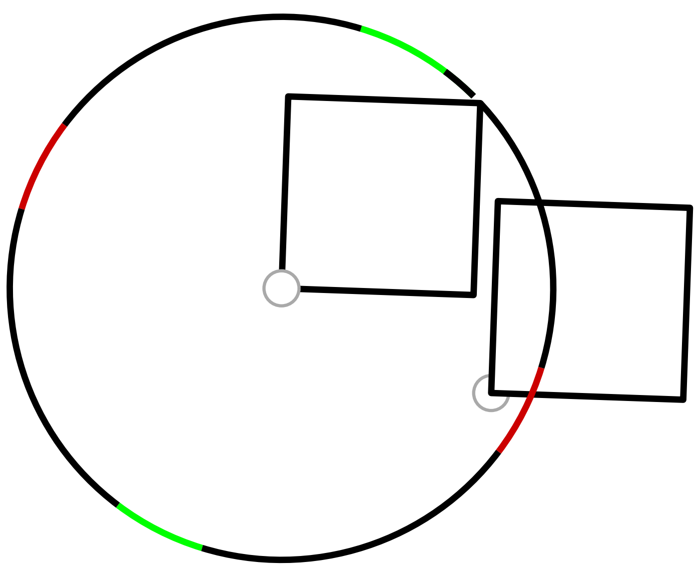


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

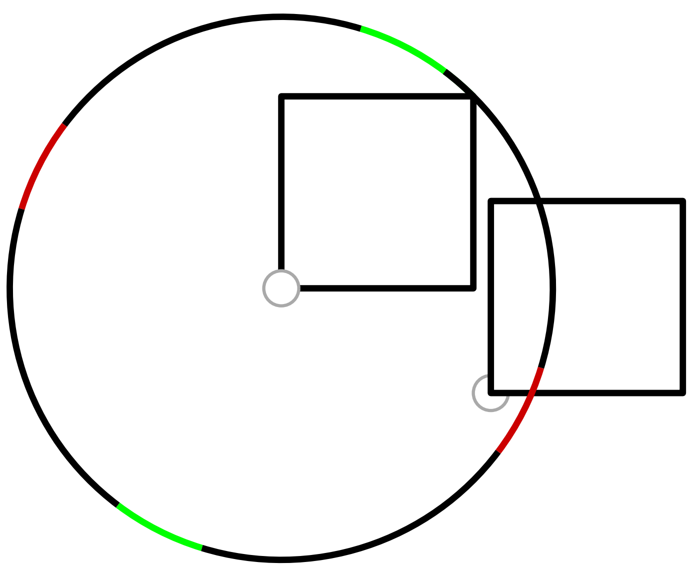


leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.



leichte Konflikte: Labels überlappen

schwere Konflikte: Label überlappt Ankerpunkt.

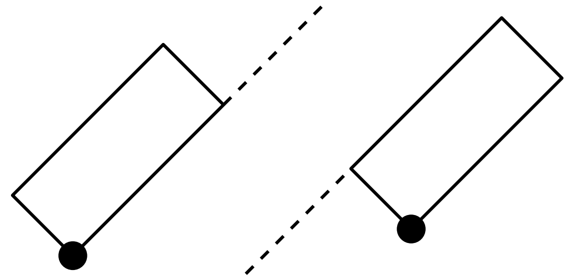
Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

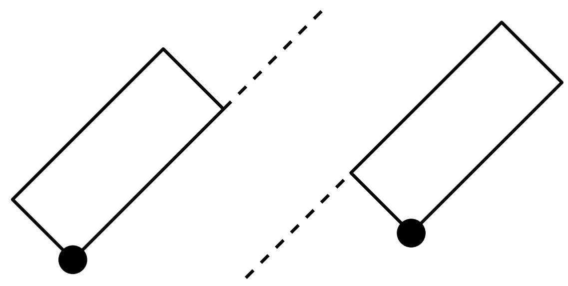
1. Für jeden Rotationswinkel sind Labels *parallel* ausgerichtet.



Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

1. Für jeden Rotationswinkel sind Labels *parallel* ausgerichtet.

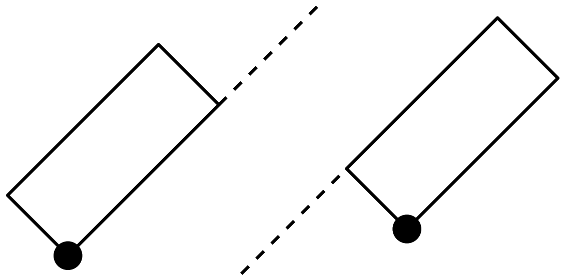


2. Rotation ist eine kontinuierliche Bewegung.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

1. Für jeden Rotationswinkel sind Labels *parallel* ausgerichtet.



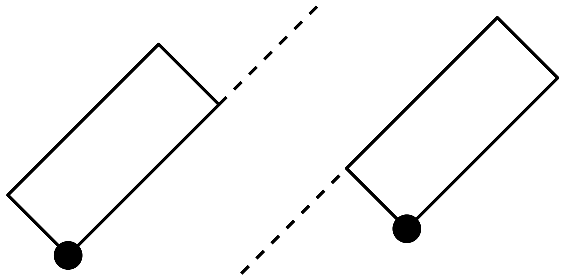
2. Rotation ist eine kontinuierliche Bewegung.

$\rightarrow$ Jeder maximale kontinuierliche Konfliktbereich lässt sich durch geschlossenes Intervall $[\alpha, \beta]$ mit $0 \leq \alpha, \beta \leq 2\pi$ beschreiben.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

1. Für jeden Rotationswinkel sind Labels *parallel* ausgerichtet.



2. Rotation ist eine kontinuierliche Bewegung.

$\rightarrow$ Jeder maximale kontinuierliche Konfliktbereich lässt sich durch geschlossenes Intervall $[\alpha, \beta]$ mit $0 \leq \alpha, \beta \leq 2\pi$ beschreiben.

Techn. Bemerkung: Definiere $[\alpha, \beta] = [\alpha, 2\pi) \cup [0, \beta]$ für $\alpha > \beta$

Konflikte

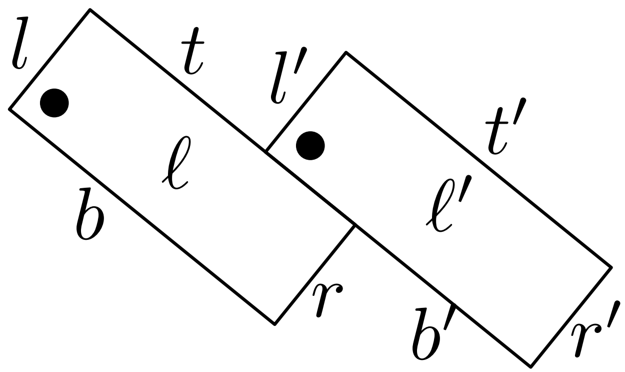
Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

3. Betrachte Konfliktbereich $[\alpha, \beta]$ zweier Label ℓ und ℓ'

→ Für Winkel α (β) schneiden sich ℓ und ℓ' nur auf dem Rand.

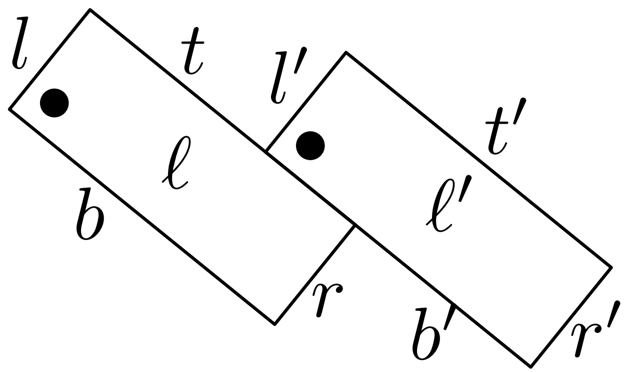


Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

3. Betrachte Konfliktbereich $[\alpha, \beta]$ zweier Label ℓ und ℓ'

→ Für Winkel α (β) schneiden sich ℓ und ℓ' nur auf dem Rand.



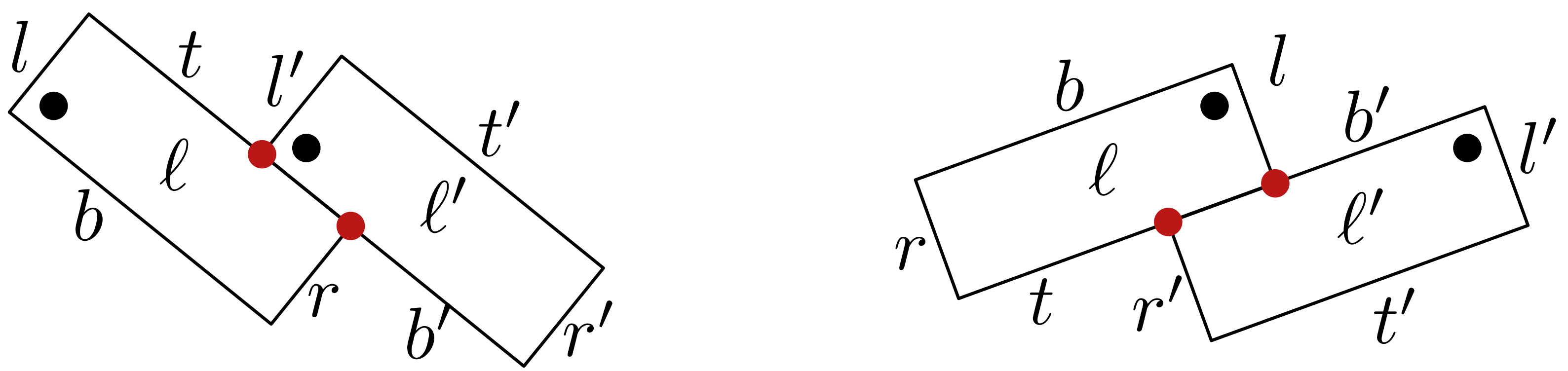
Einzige Möglichkeiten: $t \cap b'$, $b \cap t'$, $l \cap r'$ und $r \cap l'$

Konflikte

Lemma: Für zwei Label besteht die Menge der Konflikte aus maximal vier disjunkten kontinuierlichen Bereichen.

3. Betrachte Konfliktbereich $[\alpha, \beta]$ zweier Label ℓ und ℓ'

$\longrightarrow$ Für Winkel α (β) schneiden sich ℓ und ℓ' nur auf dem Rand.



Einzige Möglichkeiten: $t \cap b'$, $b \cap t'$, $l \cap r'$ und $r \cap l'$

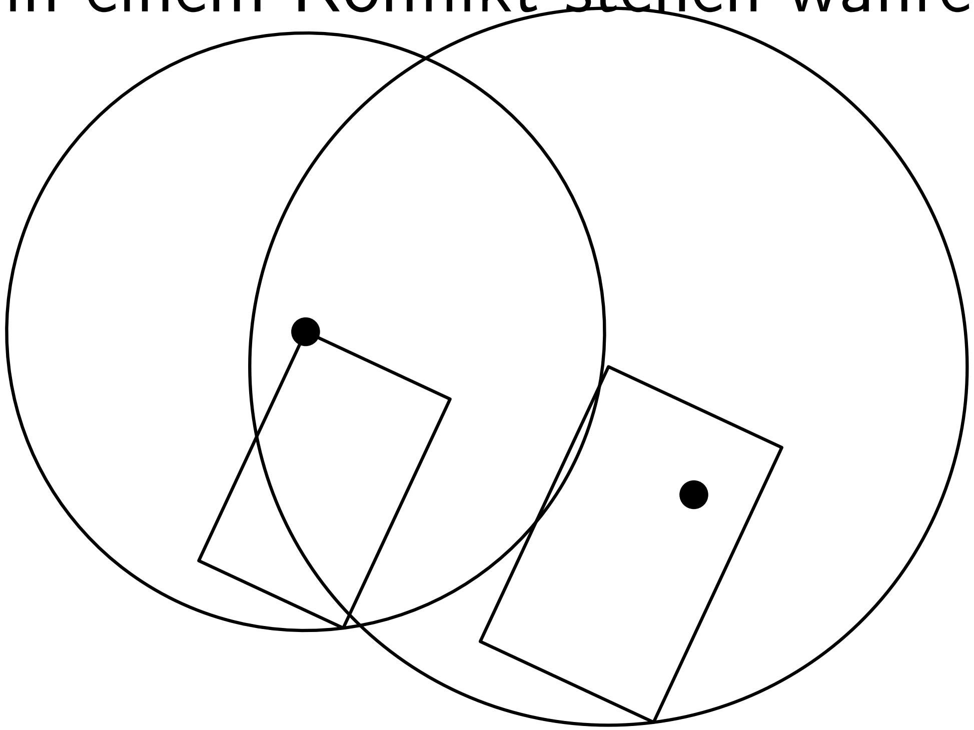
Jeder Fall kann maximal zwei Mal auftreten: Einmal für jede Ecke, die im Schnitt enthalten ist.

Konflikte

Aufgabe: Geben Sie eine notwendige Bedingung dafür an, dass zwei Labels, die am unteren linken Eckpunkt verankert sind, in einem Konflikt stehen während sie rotieren.

Konflikte

Aufgabe: Geben Sie eine notwendige Bedingung dafür an, dass zwei Labels, die am unteren linken Eckpunkt verankert sind, in einem Konflikt stehen während sie rotieren.



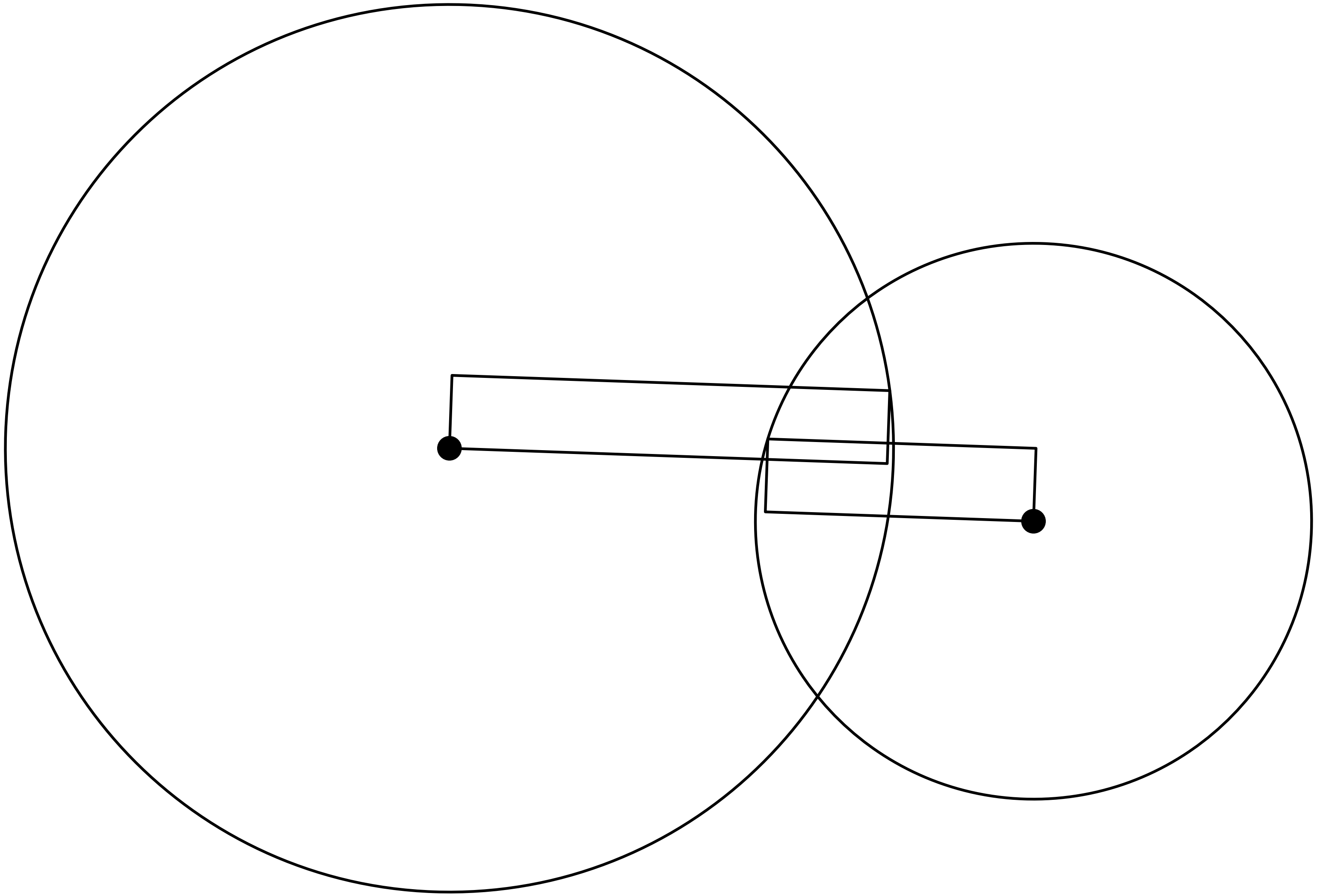
Für mindestens eins der beiden Labels muss gelten, dass dessen Ankerpunkt im Umkreis des anderen Labels liegt.

Konflikte

Aufgabe: Beruht diese notwendige Bedingung auf der Wahl der Verankerung?

Konflikte

Aufgabe: Beruht diese notwendige Bedingung auf der Wahl der Verankerung?



Ja!

Schubfachprinzip

Verteilt man n Objekte auf k Mengen, so gibt es mindestens eine Menge, in der sich mindestens $\lceil \frac{n}{k} \rceil$ Objekte befinden.

Schubfachprinzip

Verteilt man n Objekte auf k Mengen, so gibt es mindestens eine Menge, in der sich mindestens $\lceil \frac{n}{k} \rceil$ Objekte befinden.

Beweis durch Widerspruch:

Angenommen keine der Mengen enthält mehr als $\lceil \frac{n}{k} \rceil - 1$ Elemente.

$$n \leq k \cdot (\lceil \frac{n}{k} \rceil - 1)$$

Schubfachprinzip

Verteilt man n Objekte auf k Mengen, so gibt es mindestens eine Menge, in der sich mindestens $\lceil \frac{n}{k} \rceil$ Objekte befinden.

Beweis durch Widerspruch:

Angenommen keine der Mengen enthält mehr als $\lceil \frac{n}{k} \rceil - 1$ Elemente.

$$n \leq k \cdot (\lceil \frac{n}{k} \rceil - 1) < k \cdot (\frac{n}{k} + 1 - 1)$$

Schubfachprinzip

Verteilt man n Objekte auf k Mengen, so gibt es mindestens eine Menge, in der sich mindestens $\lceil \frac{n}{k} \rceil$ Objekte befinden.

Beweis durch Widerspruch:

Angenommen keine der Mengen enthält mehr als $\lceil \frac{n}{k} \rceil - 1$ Elemente.

$$n \leq k \cdot (\lceil \tfrac{n}{k} \rceil - 1) < k \cdot (\tfrac{n}{k} + 1 - 1) = n$$

Schubfachprinzip

Verteilt man n Objekte auf k Mengen, so gibt es mindestens eine Menge, in der sich mindestens $\lceil \frac{n}{k} \rceil$ Objekte befinden.

Beweis durch Widerspruch:

Angenommen keine der Mengen enthält mehr als $\lceil \frac{n}{k} \rceil - 1$ Elemente.

$$n \leq k \cdot (\lceil \frac{n}{k} \rceil - 1) < k \cdot (\frac{n}{k} + 1 - 1) = n$$

Aufgabe: Sei $S \subseteq \{1, \ldots, 100\}$ eine Teilmenge mit 51 Elementen. Zeigen Sie, dass es in S mindestens zwei aufeinander folgende Zahlen gibt.

Schubfachprinzip

Verteilt man n Objekte auf k Mengen, so gibt es mindestens eine Menge, in der sich mindestens $\lceil \frac{n}{k} \rceil$ Objekte befinden.

Beweis durch Widerspruch:

Angenommen keine der Mengen enthält mehr als $\lceil \frac{n}{k} \rceil - 1$ Elemente.

$$n \leq k \cdot (\lceil \tfrac{n}{k} \rceil - 1) < k \cdot (\tfrac{n}{k} + 1 - 1) = n$$

Aufgabe: Sei $S \subseteq \{1, \ldots, 100\}$ eine Teilmenge mit zehn Elementen. Zeigen Sie, dass man immer zwei nicht-leere Teilmengen $S_1, S_2 \subseteq S$ finden kann, sodass gilt:

$$\sum_{x \in S_1} x = \sum_{x \in S_2} x$$

Schubfachprinzip

Verteilt man n Objekte auf k Mengen, so gibt es mindestens eine Menge, in der sich mindestens $\lceil \frac{n}{k} \rceil$ Objekte befinden.

Beweis durch Widerspruch:

Angenommen keine der Mengen enthält mehr als $\lceil \frac{n}{k} \rceil - 1$ Elemente.

$$n \leq k \cdot (\lceil \tfrac{n}{k} \rceil - 1) < k \cdot (\tfrac{n}{k} + 1 - 1) = n$$

Aufgabe: Sei $S \subseteq \{1, \ldots, 100\}$ eine Teilmenge mit zehn Elementen. Zeigen Sie, dass man immer zwei nicht-leere Teilmengen $S_1, S_2 \subseteq S$ finden kann, sodass gilt:

$$\sum_{x \in S_1} x = \sum_{x \in S_2} x$$

Was hat das Schubfachprinzip mit Kartenbeschriftung zu tun?

Line-Stabbing

Statische Beschriftungsproblem für das 1-Positions-Model 1P ist äquivalent zu $\textsc{UnabhängigeRechtecke}$:

Gegeben: Menge L achsenparalleler Rechtecke.

Gesucht: Größte Menge $S \subseteq L$, sodass für alle Rechtecke $\ell_1, \ell_2 \in S$ mit $\ell_1 \neq \ell_2$ gilt ℓ_1 und ℓ_2 schneiden sich nicht.

Line-Stabbing

Statische Beschriftungsproblem für das 1-Positions-Model 1P ist äquivalent zu $\textsc{UnabhängigeRechtecke}$:

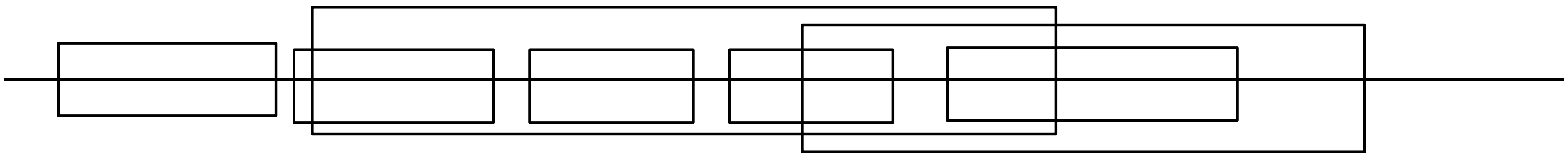
Gegeben: Menge L achsenparalleler Rechtecke.

Gesucht: Größte Menge $S \subseteq L$, sodass für alle Rechtecke $\ell_1, \ell_2 \in S$ mit $\ell_1 \neq \ell_2$ gilt ℓ_1 und ℓ_2 schneiden sich nicht.

Aufgabe: Nehmen Sie an, dass die Rechtecke Einheitshöhe besitzen. Geben Sie einen $\frac{1}{2}$-approximativen Algorithmus für $\textsc{UnabhängigeRechtecke}$ an. Welche Laufzeit besitzt dieser?

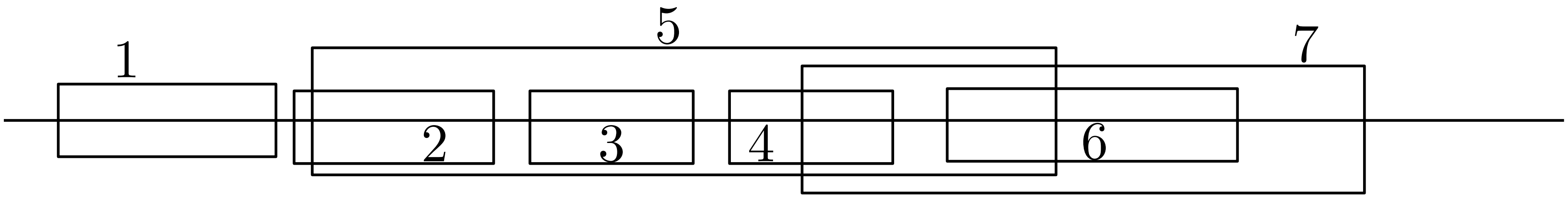
Line-Stabbing

Annahme: Alle Rechtecke werden von einer Geraden geschnitten.



Line-Stabbing

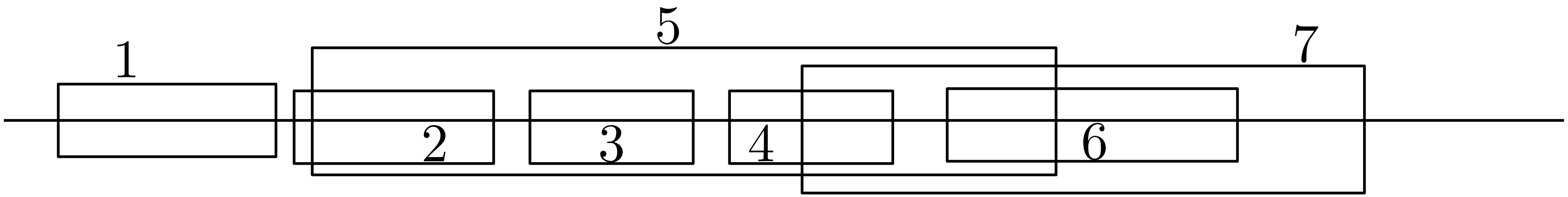
Annahme: Alle Rechtecke werden von einer Geraden geschnitten.



1. Sortiere Rechtecke bzgl. ihrer rechten Seite.

Line-Stabbing

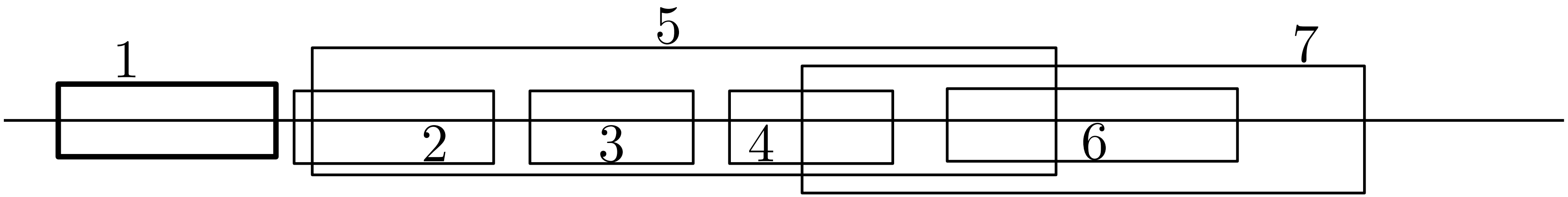
Annahme: Alle Rechtecke werden von einer Geraden geschnitten.



1. Sortiere Rechtecke bzgl. ihrer rechten Seite.
2. Durchlaufe Rechtecke bzgl. dieser Ordnung. Sei R aktuelles Rechteck.
   - Nehme R zur Lösungsmenge hinzu.
   - Entferne alle Rechtecke, die R schneiden.

Line-Stabbing

Annahme: Alle Rechtecke werden von einer Geraden geschnitten.



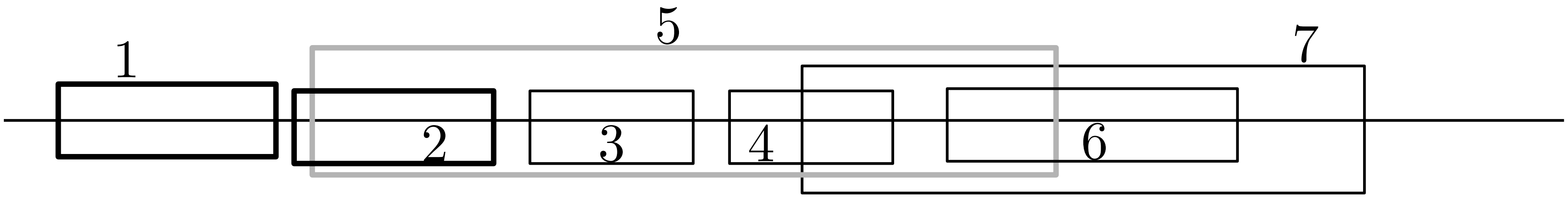
1. Sortiere Rechtecke bzgl. ihrer rechten Seite.
2. Durchlaufe Rechtecke bzgl. dieser Ordnung. Sei R aktuelles Rechteck.

   → Nehme R zur Lösungsmenge hinzu.

   → Entferne alle Rechtecke, die R schneiden.

Line-Stabbing

Annahme: Alle Rechtecke werden von einer Geraden geschnitten.



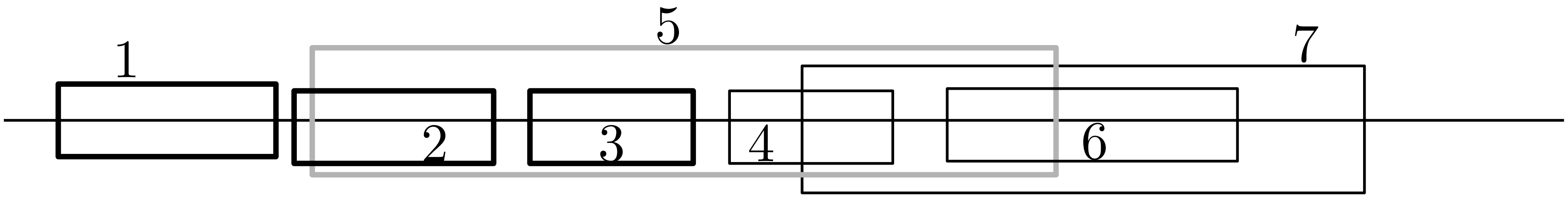
1. Sortiere Rechtecke bzgl. ihrer rechten Seite.
2. Durchlaufe Rechtecke bzgl. dieser Ordnung. Sei R aktuelles Rechteck.

→ Nehme R zur Lösungsmenge hinzu.

→ Entferne alle Rechtecke, die R schneiden.

Line-Stabbing

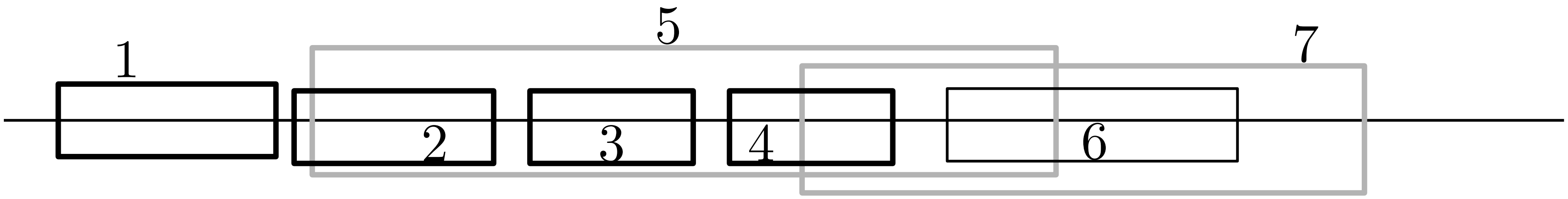
Annahme: Alle Rechtecke werden von einer Geraden geschnitten.



1. Sortiere Rechtecke bzgl. ihrer rechten Seite.
2. Durchlaufe Rechtecke bzgl. dieser Ordnung. Sei R aktuelles Rechteck.
   - Nehme R zur Lösungsmenge hinzu.
   - Entferne alle Rechtecke, die R schneiden.

Line-Stabbing

Annahme: Alle Rechtecke werden von einer Geraden geschnitten.



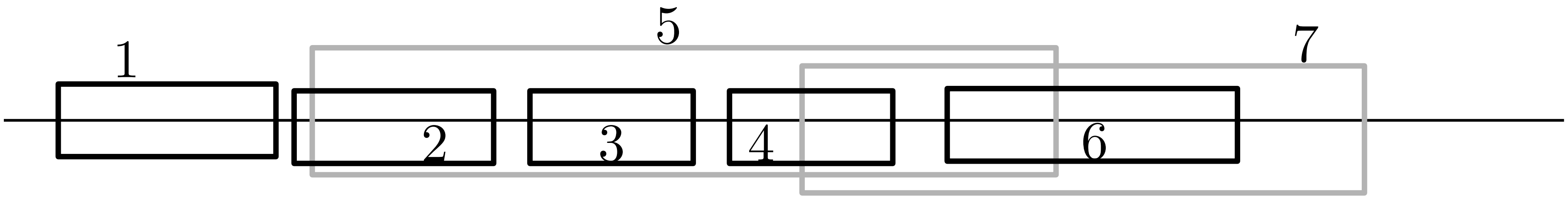
1. Sortiere Rechtecke bzgl. ihrer rechten Seite.
2. Durchlaufe Rechtecke bzgl. dieser Ordnung. Sei R aktuelles Rechteck.

→ Nehme R zur Lösungsmenge hinzu.

→ Entferne alle Rechtecke, die R schneiden.

Line-Stabbing

Annahme: Alle Rechtecke werden von einer Geraden geschnitten.



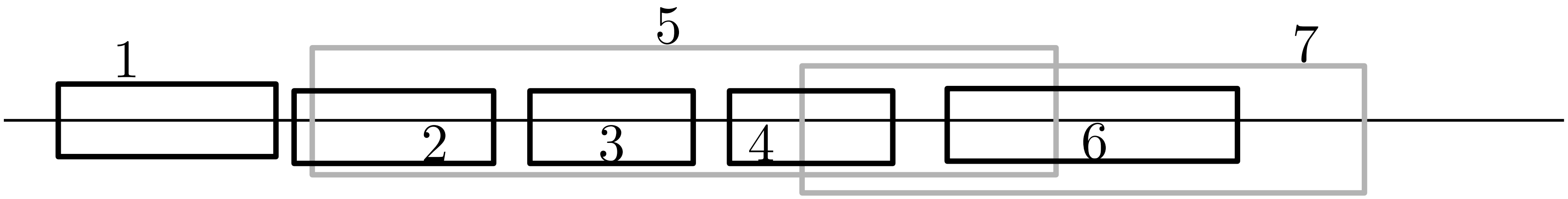
1. Sortiere Rechtecke bzgl. ihrer rechten Seite.
2. Durchlaufe Rechtecke bzgl. dieser Ordnung. Sei R aktuelles Rechteck.

→ Nehme R zur Lösungsmenge hinzu.

→ Entferne alle Rechtecke, die R schneiden.

Line-Stabbing

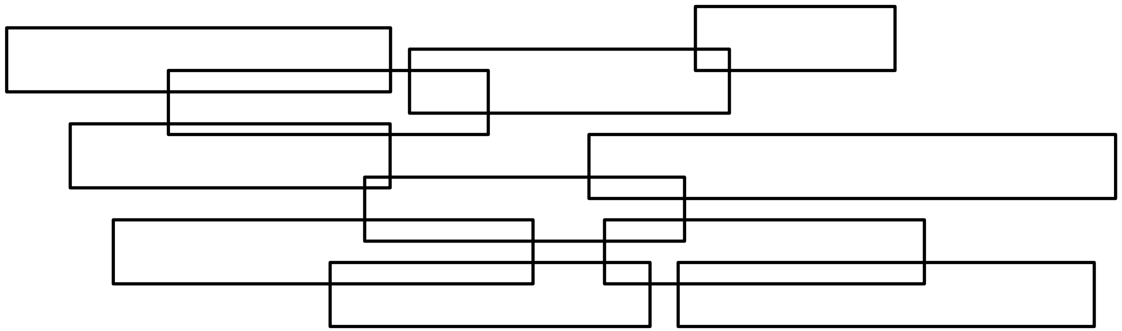
Annahme: Alle Rechtecke werden von einer Geraden geschnitten.



1. Sortiere Rechtecke bzgl. ihrer rechten Seite.
2. Durchlaufe Rechtecke bzgl. dieser Ordnung. Sei R aktuelles Rechteck.
   - Nehme R zur Lösungsmenge hinzu.
   - Entferne alle Rechtecke, die R schneiden.

Verfahren ist optimal. Warum?

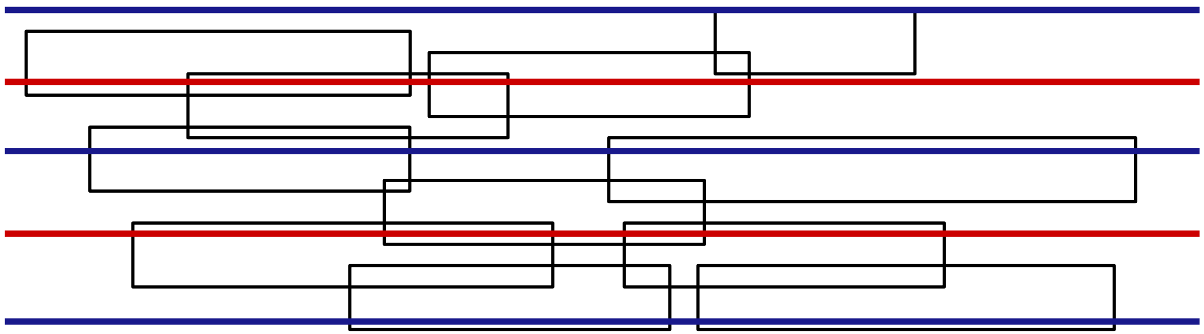
Line-Stabbing



Zeichne m horizontale Gerade $\ell_1, \ldots, \ell_m$, sodass

- keine zwei Geraden Abstand ≤ 1 haben, und
- jede Gerade mindestens ein Rechteck schneidet, und
- jedes Rechteck wird von einer Geraden geschnitten, und
- ℓ_i über ℓ_j mit $j > i$ liegt.

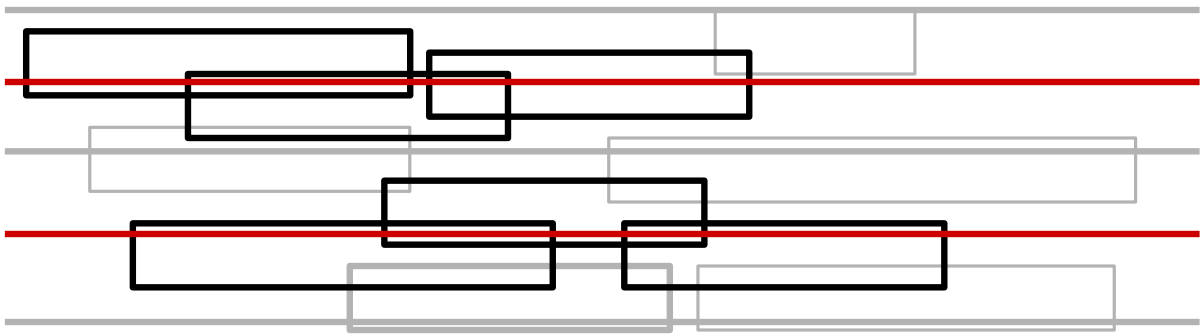
Line-Stabbing



Zeichne m horizontale Gerade $\ell_1, \ldots, \ell_m$, sodass

- keine zwei Geraden Abstand ≤ 1 haben, und
- jede Gerade mindestens ein Rechteck schneidet, und
- jedes Rechteck wird von einer Geraden geschnitten, und
- ℓ_i über ℓ_j mit $j > i$ liegt.

Line-Stabbing

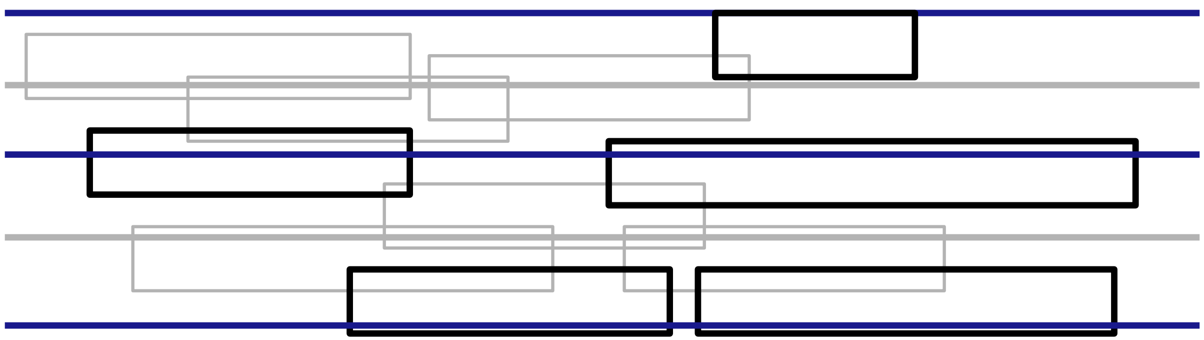


$G_{\text{rot}} = \{\ell_i \mid \text{i ist gerade}\}$

Zeichne m horizontale Gerade $\ell_1, \ldots, \ell_m$, sodass

- keine zwei Geraden Abstand ≤ 1 haben, und
- jede Gerade mindestens ein Rechteck schneidet, und
- jedes Rechteck wird von einer Geraden geschnitten, und
- ℓ_i über ℓ_j mit $j > i$ liegt.

Line-Stabbing



$G_{\text{rot}} = \{\ell_i \mid \text{i ist gerade}\}$

$G_{\text{blau}} = \{\ell_i \mid \text{i ist ungerade}\}$

Zeichne m horizontale Gerade $\ell_1, \ldots, \ell_m$, sodass

- keine zwei Geraden Abstand ≤ 1 haben, und
- jede Gerade mindestens ein Rechteck schneidet, und
- jedes Rechteck wird von einer Geraden geschnitten, und
- ℓ_i über ℓ_j mit $j > i$ liegt.

Zwei Rechtecke, die auf verschiedenen roten (blauen) Geraden liegen, können sicht nicht schneiden.

Idee:

1. Finde optimale Lösung für Rechtecke geschnitten von Geraden aus G_{blau}
2. Finde optimale Lösung für Rechtecke geschnitten von Geraden aus G_{rot}

$\longrightarrow$ Wähle von beiden die Lösung mit maximalen Gewicht.

Line-Stabbing

Warum liefert das Verfahren eine $\frac{1}{2}$-Approximation?

Line-Stabbing

Warum liefert das Verfahren eine $\frac{1}{2}$-Approximation?

Für jedes Rechteck R der optimalen Lösung gilt:

Entweder schneidete eine blaue oder eine rote Gerade R.

Line-Stabbing

Warum liefert das Verfahren eine $\frac{1}{2}$-Approximation?

Für jedes Rechteck R der optimalen Lösung gilt:

Entweder schneidete eine blaue oder eine rote Gerade R.

Nach dem Schubfachprinzip gilt für die Rechtecke der optimalen Lösung:

- Entweder mind. $\lceil \frac{m}{2} \rceil$ Rechtecke werden von roten Geraden geschnitten
- oder mind. $\lceil \frac{m}{2} \rceil$ Rechtecke werden von blauen Geraden geschnitten

mit m ist Größe der optimalen Lösung.

Line-Stabbing

Warum liefert das Verfahren eine $\frac{1}{2}$-Approximation?

Für jedes Rechteck R der optimalen Lösung gilt:

Entweder schneidete eine blaue oder eine rote Gerade R.

Nach dem Schubfachprinzip gilt für die Rechtecke der optimalen Lösung:

- Entweder mind. $\lceil \frac{m}{2} \rceil$ Rechtecke werden von roten Geraden geschnitten
- oder mind. $\lceil \frac{m}{2} \rceil$ Rechtecke werden von blauen Geraden geschnitten

mit m ist Größe der optimalen Lösung.

Hinzu gilt:

$opt(G_{\text{rot}})| \geq |opt(G_{\text{blau}} \cup G_{\text{rot}}) \setminus R(G_{\text{blau}})|$ und
$|opt(G_{\text{blau}})| \geq |opt(G_{\text{blau}} \cup G_{\text{rot}}) \setminus R(G_{\text{rot}})|$

$R(G)=$ Rechtecke, die von Geraden in G geschnitten werden.
$opt(G)=$ optimalen Lösung von $\textsc{UnabhängigeRechtecke}$ für Rechtecke die von Geraden in G geschnitten werden.

Line-Stabbing

Warum liefert das Verfahren eine $\frac{1}{2}$-Approximation?

Für jedes Rechteck R der optimalen Lösung gilt:

Entweder schneidete eine blaue oder eine rote Gerade R.

Nach dem Schubfachprinzip gilt für die Rechtecke der optimalen Lösung:

- Entweder mind. $\lceil \frac{m}{2} \rceil$ Rechtecke werden von roten Geraden geschnitten
- oder mind. $\lceil \frac{m}{2} \rceil$ Rechtecke werden von blauen Geraden geschnitten

mit m ist Größe der optimalen Lösung.

Hinzu gilt:

$opt(G_{\text{rot}})| \geq |opt(G_{\text{blau}} \cup G_{\text{rot}}) \setminus R(G_{\text{blau}})|$ und
$|opt(G_{\text{blau}})| \geq |opt(G_{\text{blau}} \cup G_{\text{rot}}) \setminus R(G_{\text{rot}})|$

$$\max\{opt(G_{\text{rot}}), opt(G_{\text{blau}})\} \geq \frac{1}{2} opt(G)$$

$R(G)=$ Rechtecke, die von Geraden in G geschnitten werden.
$opt(G)=$ optimalen Lösung von UNABHÄNGIGERECHTECKE für Rechtecke die von Geraden in G geschnitten werden.