Karlsruher Institut für Technologie
Fakultät für Informatik
ITI Wagner

Algorithmische Kartografie
Sommersemester 2013
Martin Nöllenburg/Benjamin Niedermann

Übungsblatt 1

Ausgabe: Dienstag, 23. April 2013
Abgabe: Bis spätestens Dienstag, 30. April 2013 um 12:00 Uhr.

Hinweis: Abgabe ist sowohl in den Vorlesungen und Übungen als auch im Raum 322 des Informatik-Hauptgebäudes möglich.

1 Einstieg

In der Vorlesung wurde folgende Beobachtung gemacht: *Für eine Gerade ℓ und Punktmenge P liegt der von ℓ weitest entfernte Punkt auf einer zu ℓ parallelen Tangente an die konvexe Hülle $CH(P)$.* Beweisen Sie diese Beobachtung formal.

2 Kürzeste Wege

Gegeben sei ein azyklischer, gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit Gewichtsfunktion $w\colon E \to \mathbb{R}$. Ein gerichteter s,t-Pfad $(s = v_0, \ldots, v_\ell = t)$ in G heißt *k-minimal*, falls er nicht mehr als k Kanten enthält und für alle anderen s,t-Pfade $(s = v'_0, \ldots, v'_{\ell'} = t)$ mit höchsten k Kanten gilt:

$$\sum_{j=1}^{\ell} w((v_{j-1}, v_j)) \leq \sum_{j=1}^{\ell'} w((v'_{j-1}, v'_j))$$

1. Geben Sie einen Algorithmus an, der einen k-minimalen Pfad $(s = v_0, \ldots, v_n = t)$ zwischen zwei gegebenen Knoten $s, t \in V$ berechnet.
2. Welche Laufzeit und welchen Speicherplatzbedarf hat der von Ihnen vorgeschlagene Algorithmus?
3. Begründen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus.

3 Algorithmus von Hershberger und Snoeyink

Der in der Vorlesung vorgestellte Algorithmus von Hershberger und Snoeyink funktioniert nur auf einfachen Polygonzügen.

1. Geben Sie einen nicht einfachen Polygonzug an, für den das Verfahren nicht funktioniert.
2. An welcher Stelle müsste der Algorithmus abgeändert werden, damit er auch auf nicht einfachen Polygonzügen funktioniert?
3. Weist der Algorithmus für jeden nicht einfachen Polygonzug ein Fehlverhalten auf?

4 Algorithmus von de Berg et al.

Betrachten Sie für diese Aufgabe den Algorithmus zur Vereinfachung von Unterteilungen, wie er in der Vorlesung vorgestellt wurde:

1. In der Vorlesung wurde behauptet, dass die Methode *Punktzuweisung* die Laufzeit $O((n+m)\log n)$ besitzt. Beweisen Sie dies und gehen Sie insbesondere darauf ein, wie die Sortierung von $P' \cup \{v_{i+1}, \ldots, v_n\}$ effizient implementiert werden kann.
2. Überlegen Sie sich basierend auf geometrischen Beobachtungen ein Beschleunigungsverfahren, mit dessen Hilfe die Punktmenge P eingeschränkt werden kann.
3. Überlegen Sie sich ein Beschleunigungsverfahren, mit dessen Hilfe die Konsistenzberechnung von shortcuts beschleunigt werden kann.

Hinweis zu 2. und 3.: Es ist nicht nötig die Laufzeit für den schlimmsten anzunehmenden Fall zu verbessern, sondern es reicht aus, sich Beschleunigungstechniken zu überlegen, die in der Praxis gut funktionieren könnten.