Vorlesung Algorithmische Kartografie

Flächenkartogramme

LEHRSTUHL FÜR ALGORITHMIK I · INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Martin Nöllenburg

25.06.2013

Räumliche statistische Daten

Wie visualisiert man Statistiken zu räumlichen Daten?

Beispiel: Bevölkerung in den USA

Räumliche statistische Daten

Wie visualisiert man Statistiken zu räumlichen Daten?

Beispiel: Bevölkerung in den USA

State	2011 pop.
Alabama	4,802,740
Alaska	722,718
Arizona	6,482,505
Arkansas	2,937,979
California	37,691,912
Colorado	5,116,796
Connecticut	3,580,709
Delaware	907,135
DC	617,996
Florida	19,057,542
Georgia	9,815,210
Hawaii	1,374,810
Idaho	1,584,985
Illinois	12,869,257
Indiana	6,516,922
Iowa	3,062,309
Kansas	2,871,238
Kentucky	4,369,356
Louisiana	4,574,836
Maine	1,328,188
Maryland	5,828,289
Massachusetts	6,587,536
Michigan	9,876,187
Minnesota	5,344,861
Mississippi	2,978,512
Missouri	6,010,688
Montana	998,199
Nebraska	1,842,641
Nevada	2,723,322
New Hampshire	1,318,194
New Jersey	8,821,155
New Mexico	2,082,224
New York	19,465,197
North Carolina	9,656,401
North Dakota	683,932
Ohio	11,544,951
Oklahoma	3,791,508
Oregon	3,871,859
Pennsylvania	12,742,886
Rhode Island	1,051,302
South Carolina	4,679,230
South Dakota	824,082
Tennessee	6,403,353
Texas	25,674,681
Utah	2,817,222
Vermont	626,431
Virginia	8,096,604
Washington	6,830,038
West Virginia	1,855,364
Wisconsin	5,711,767
Wyoming	568,158

als Tabelle?

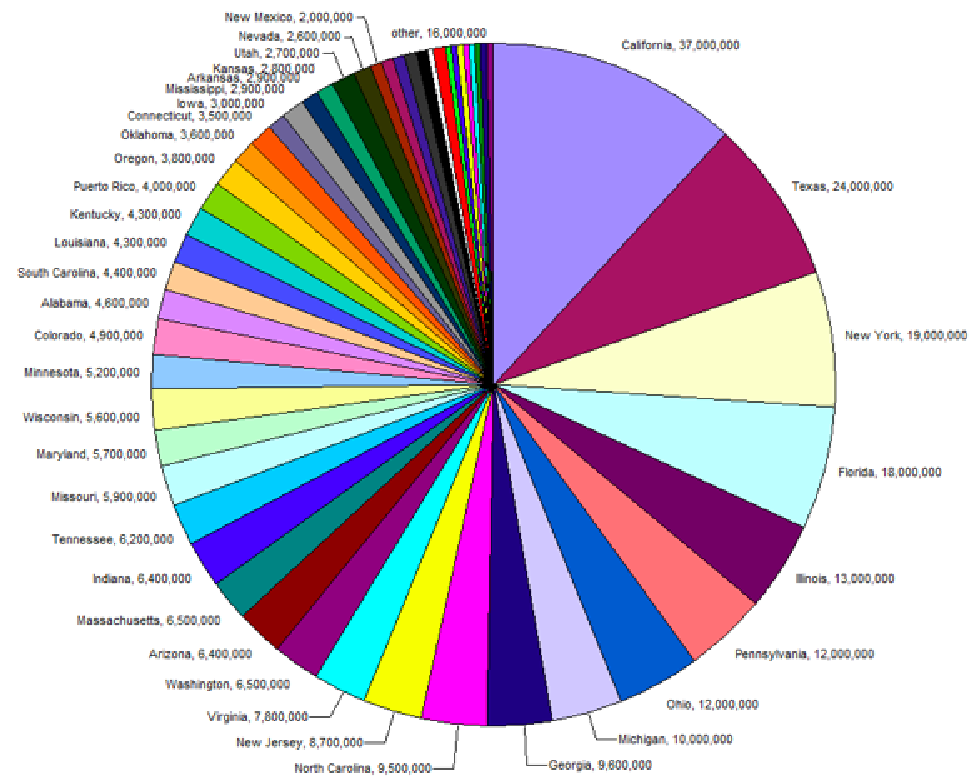
Räumliche statistische Daten

Karlsruhe Institute of Technology

Wie visualisiert man Statistiken zu räumlichen Daten?

Beispiel: Bevölkerung in den USA

State	2011 pop.
Alabama	4,802,740
Alaska	722,718
Arizona	6,482,505
Arkansas	2,937,979
California	37,691,912
Colorado	5,116,796
Connecticut	3,580,709
Delaware	907,135
DC	617,996
Florida	19,057,542
Georgia	9,815,210
Hawaii	1,374,810
Idaho	1,584,985
Illinois	12,869,257
Indiana	6,516,922
Iowa	3,062,309
Kansas	2,871,238
Kentucky	4,369,356
Louisiana	4,574,836
Maine	1,328,188
Maryland	5,828,289
Massachusetts	6,587,536
Michigan	9,876,187
Minnesota	5,344,861
Mississippi	2,978,512
Missouri	6,010,688
Montana	998,199
Nebraska	1,842,641
Nevada	2,723,322
New Hampshire	1,318,194
New Jersey	8,821,155
New Mexico	2,082,224
New York	19,465,197
North Carolina	9,656,401
North Dakota	683,932
Ohio	11,544,951
Oklahoma	3,791,508
Oregon	3,871,859
Pennsylvania	12,742,886
Rhode Island	1,051,302
South Carolina	4,679,230
South Dakota	824,082
Tennessee	6,403,353
Texas	25,674,681
Utah	2,817,222
Vermont	626,431
Virginia	8,096,604
Washington	6,830,038
West Virginia	1,855,364
Wisconsin	5,711,767
Wyoming	568,158



als Tortendiagramm?

als Tabelle?

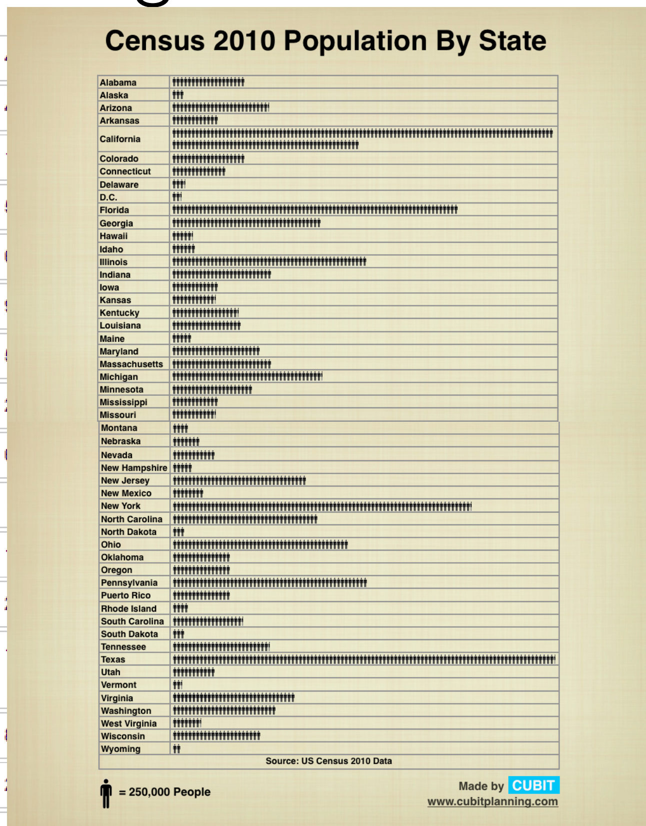
Räumliche statistische Daten

Wie visualisiert man Statistiken zu räumlichen Daten?

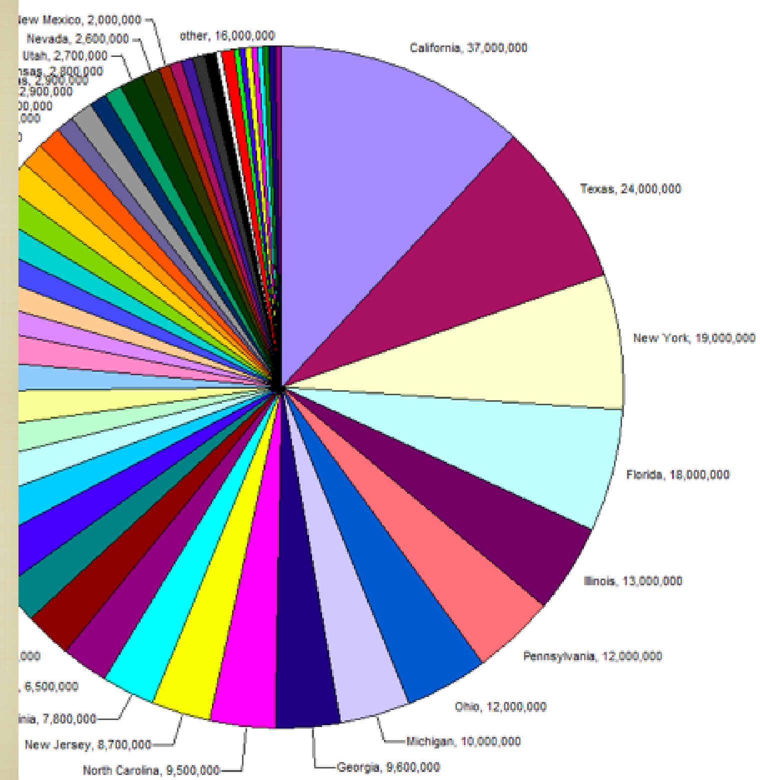
Beispiel: Bevölkerung in den USA

State	2011 pop.
Alabama	4,802,740
Alaska	722,718
Arizona	6,482,505
Arkansas	2,937,979
California	37,691,912
Colorado	5,116,796
Connecticut	3,580,709
Delaware	907,135
DC	617,996
Florida	19,057,542
Georgia	9,815,210
Hawaii	1,374,810
Idaho	1,584,985
Illinois	12,869,257
Indiana	6,516,922
Iowa	3,062,309
Kansas	2,871,238
Kentucky	[illegible]
Louisiana	[illegible]
Maine	[illegible]
Maryland	[illegible]
Massachusetts	[illegible]
Michigan	[illegible]
Minnesota	[illegible]
Mississippi	[illegible]
Missouri	[illegible]
Montana	[illegible]
Nebraska	[illegible]
Nevada	[illegible]
New Hampshire	[illegible]
New Jersey	[illegible]
New Mexico	[illegible]
New York	[illegible]
North Carolina	9,656,401
North Dakota	683,932
Ohio	11,544,951

als Tabelle?



als Balkendiagramm?



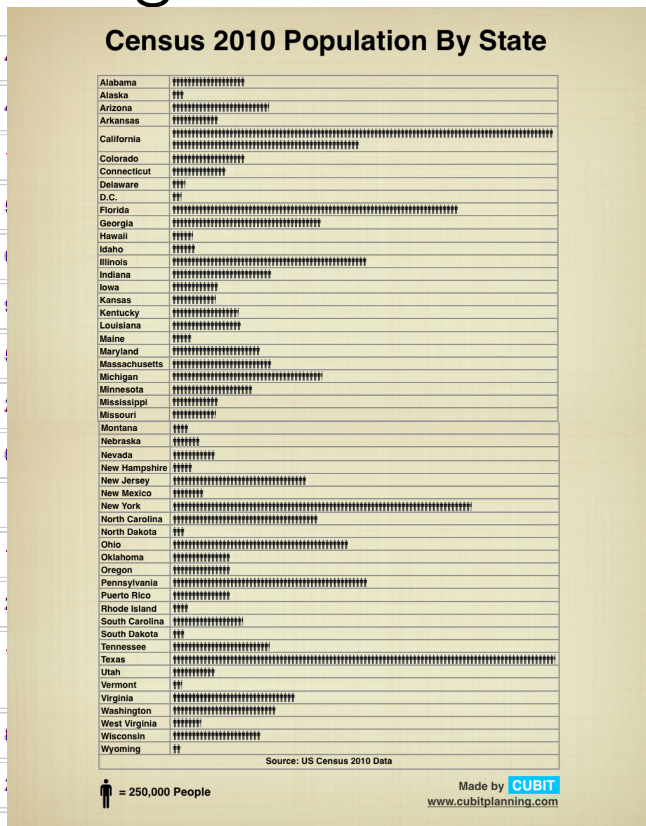
als Tortendiagramm?

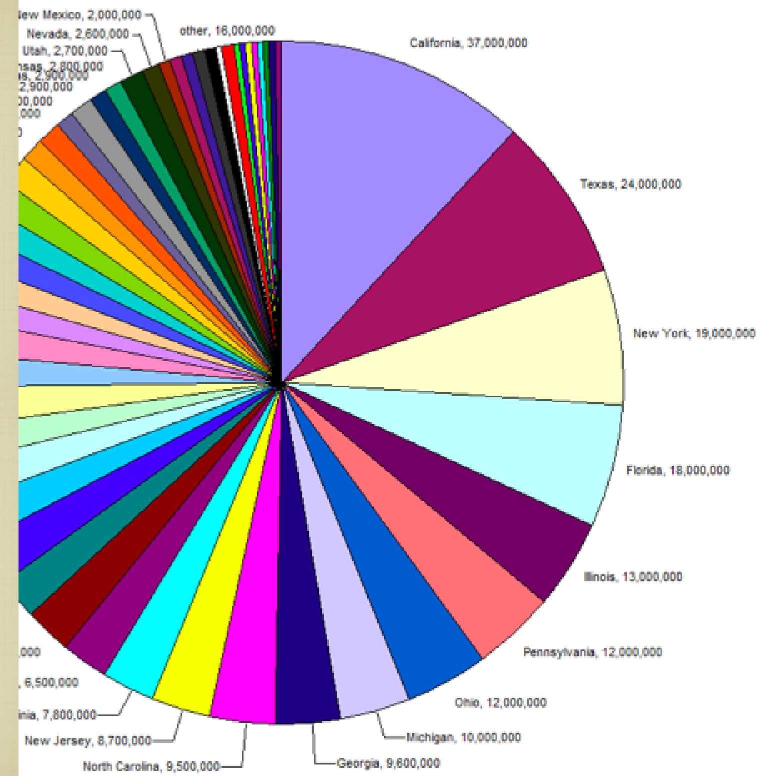
Räumliche statistische Daten

Wie visualisiert man Statistiken zu räumlichen Daten?

Beispiel: Bevölkerung in den USA

State	2011 pop.
Alabama	4,802,740
Alaska	722,718
Arizona	6,482,505
Arkansas	2,937,979
California	37,691,912
Colorado	5,116,796
Connecticut	3,580,709
Delaware	907,135
DC	617,996
Florida	19,057,542
Georgia	9,815,210
Hawaii	1,374,810
Idaho	1,584,985
Illinois	12,869,257
Indiana	6,516,922
Iowa	3,062,309
Kansas	2,871,238
Kentucky	[illegible]
Louisiana	[illegible]
Maine	[illegible]
Maryland	[illegible]
Massachusetts	[illegible]
Michigan	[illegible]
Minnesota	[illegible]
Mississippi	[illegible]
Missouri	[illegible]
Montana	[illegible]
Nebraska	[illegible]
Nevada	[illegible]
New Hampshire	[illegible]
New Jersey	[illegible]
New Mexico	[illegible]
New York	[illegible]
North Carolina	9,656,401
North Dakota	683,932
Ohio	11,544,951





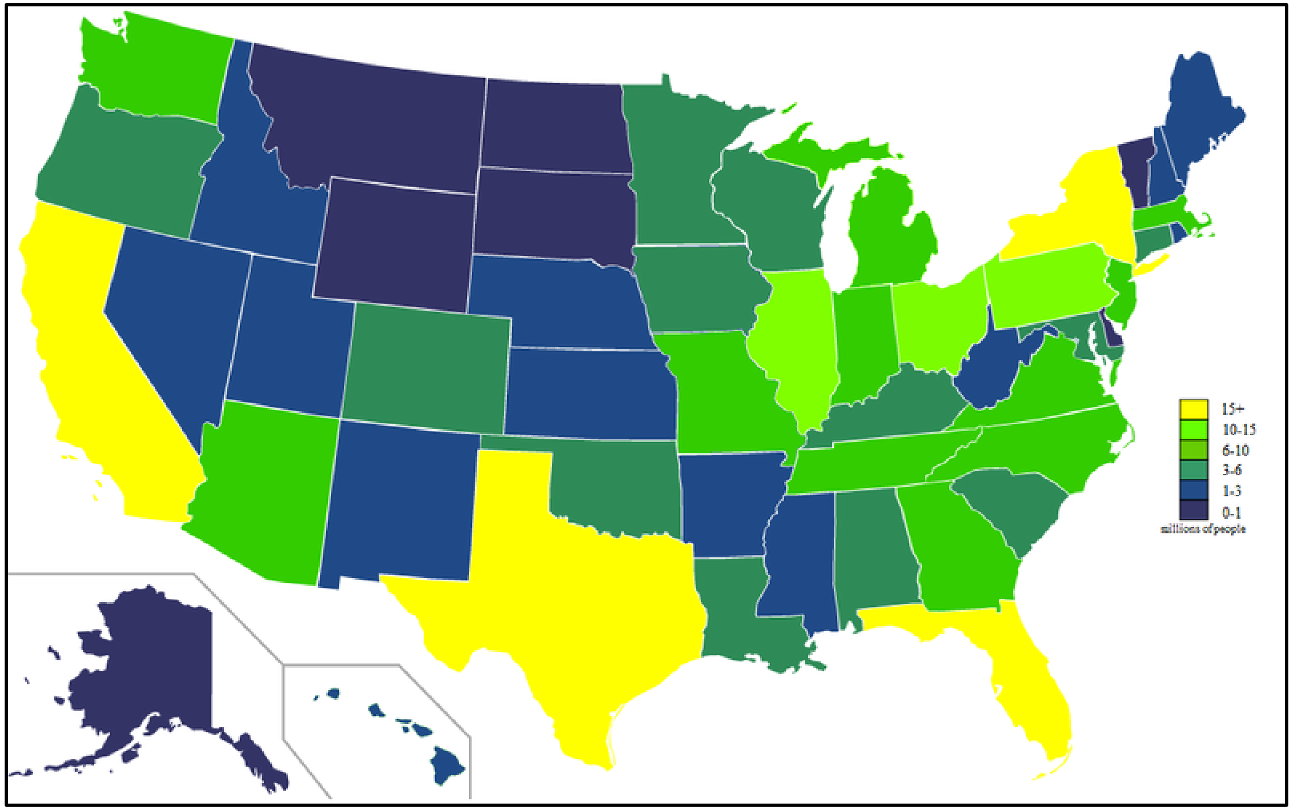
als Balkendiagramm?

als Tortendiagramm?

als Tabelle?

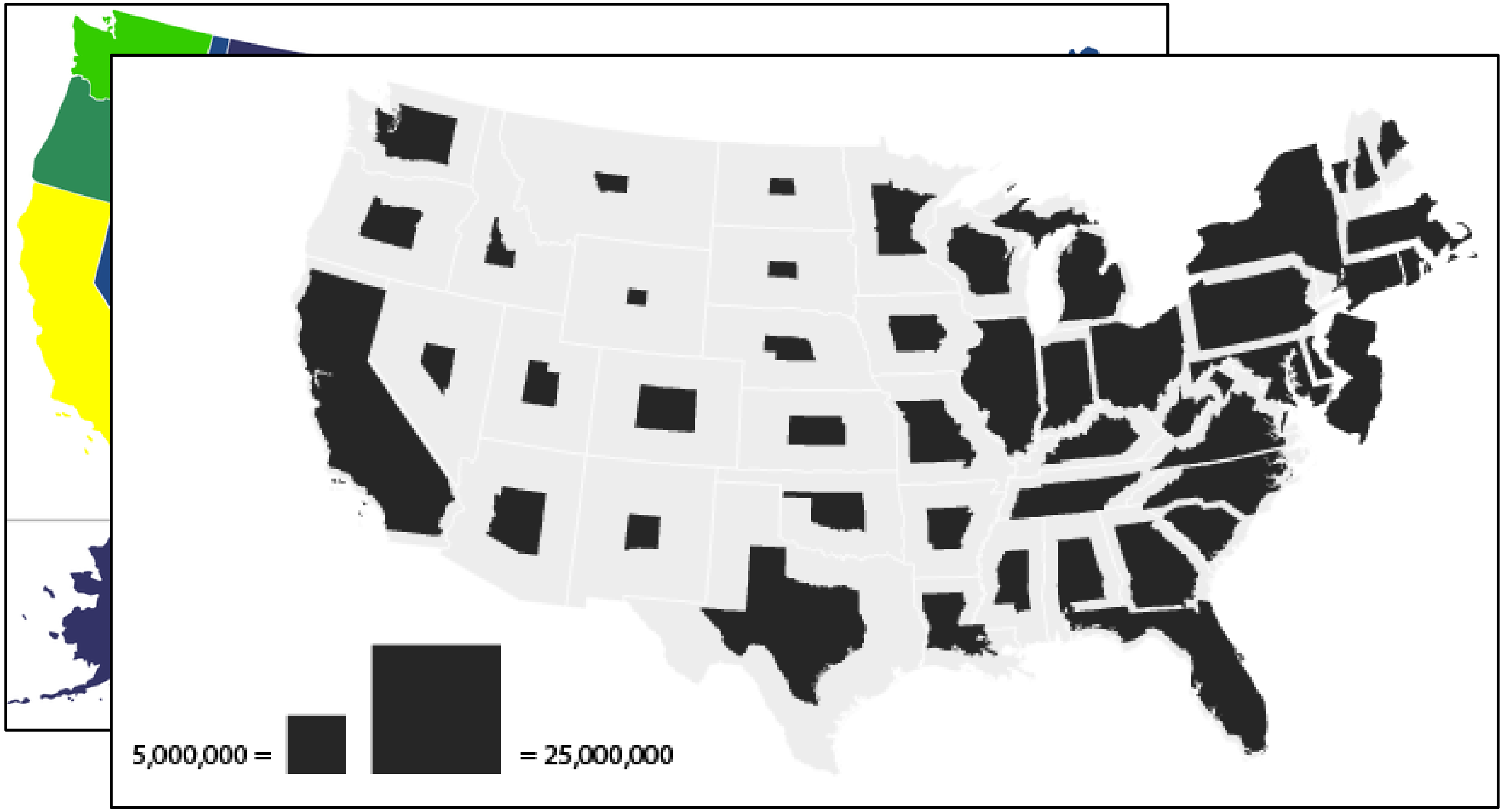
Problem: Standardmethoden zeigen keine räumlichen Muster!

Kartenbasierte statistische Visualisierung



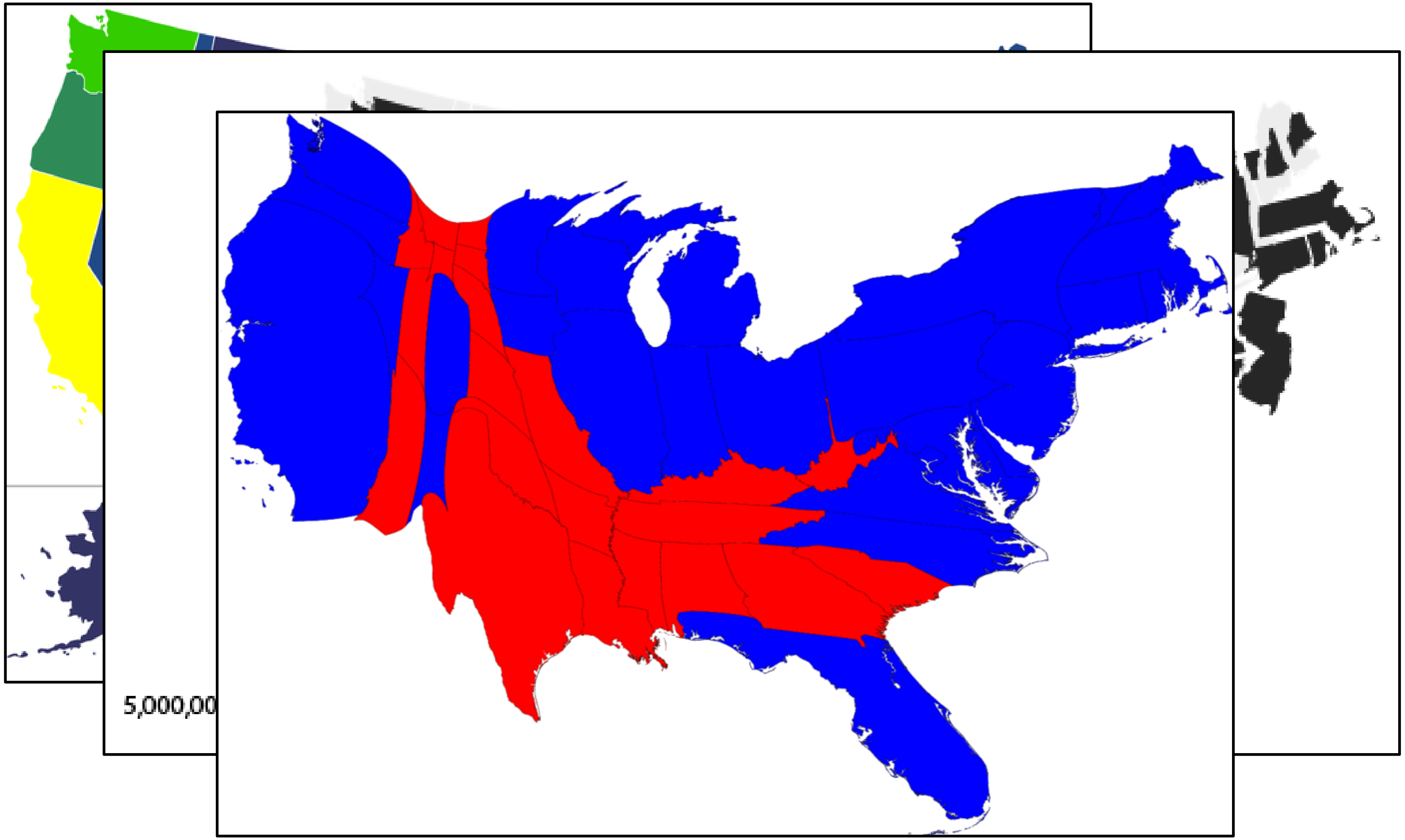
Choroplethenkarte: nutze Farbschema

Kartenbasierte statistische Visualisierung



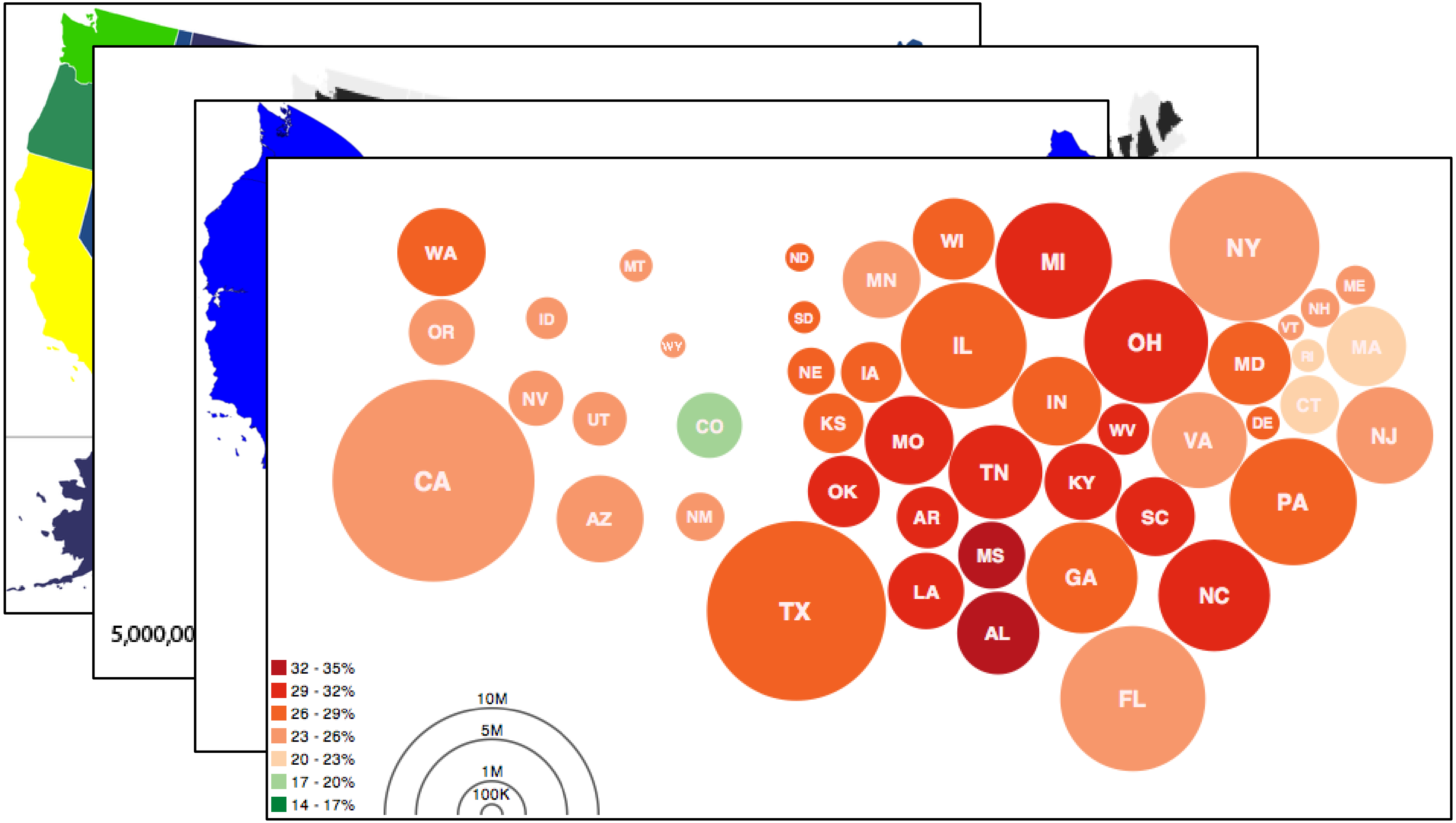
non-contiguous area cartogram:
Fläche proportional zur Bevölkerung

Kartenbasierte statistische Visualisierung



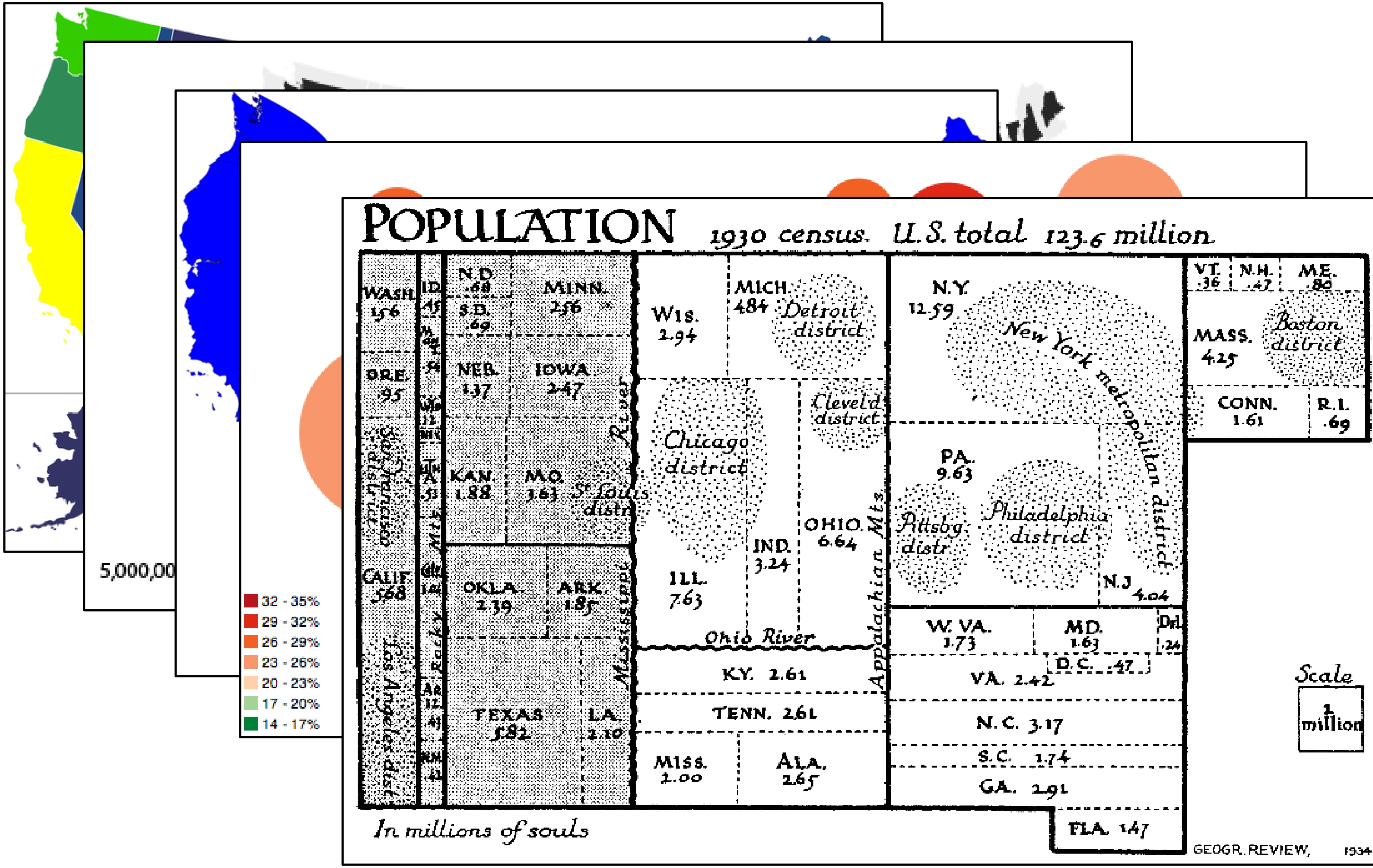
contiguous area cartogram: Diffusionsprozess
(Gastner, Newman 2004)

Kartenbasierte statistische Visualisierung



Dorling cartograms: Kreisscheiben proportionaler Größe

Kartenbasierte statistische Visualisierung



rectangular cartograms: jede Region als Rechteck (Raisz 1934)

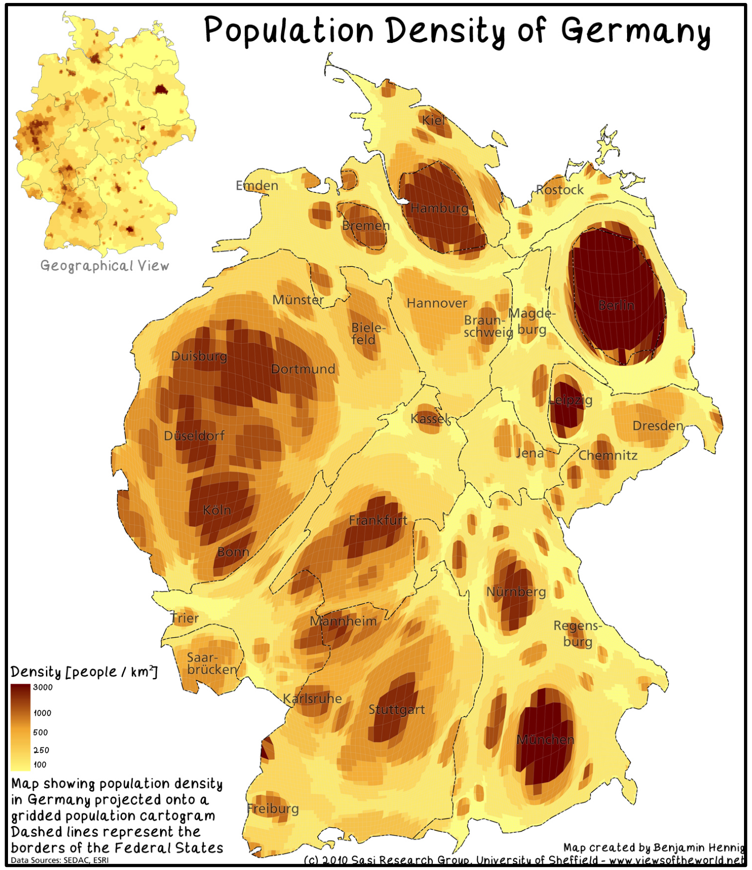
Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

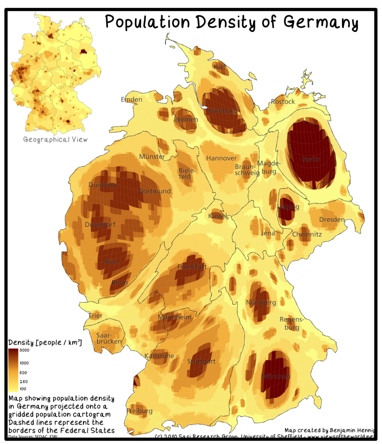
→ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt



Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

→ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt

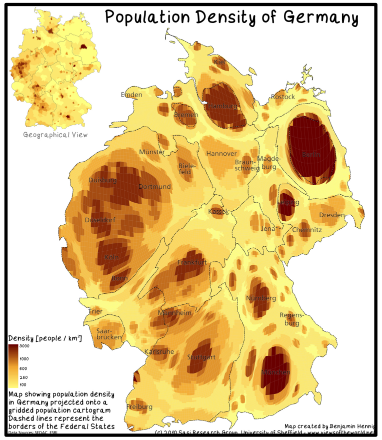


©Benjamin Hennig

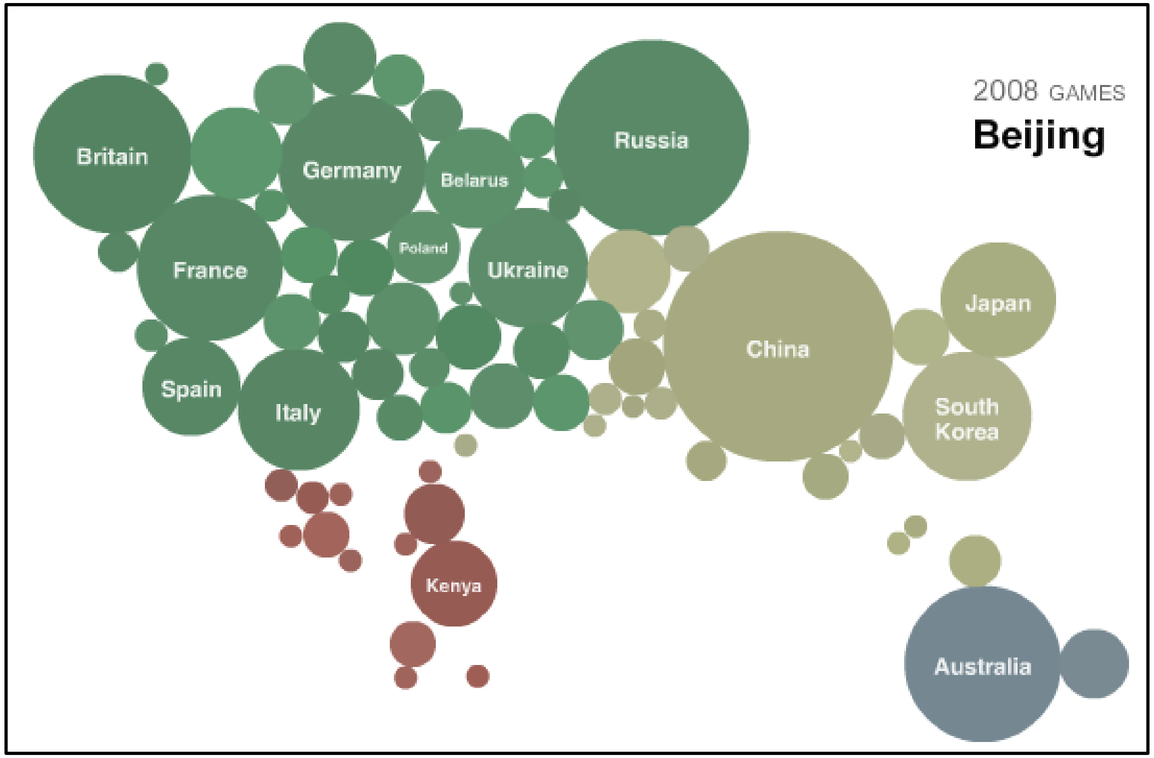
Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

→ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt



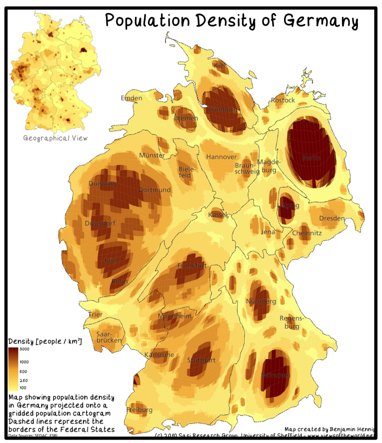
©Benjamin Hennig



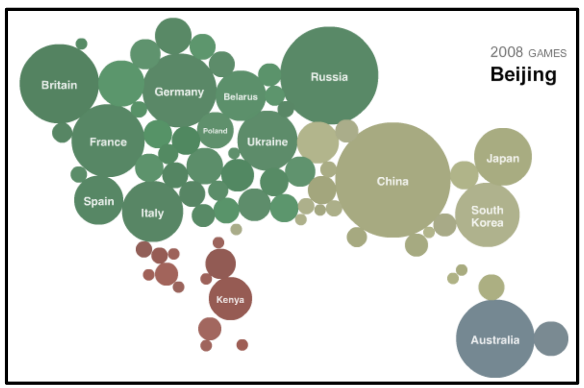
Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

→ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt



©Benjamin Hennig

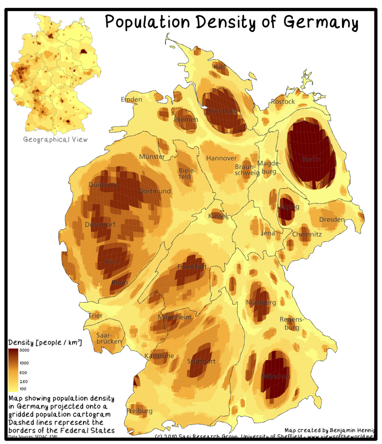


©New York Times

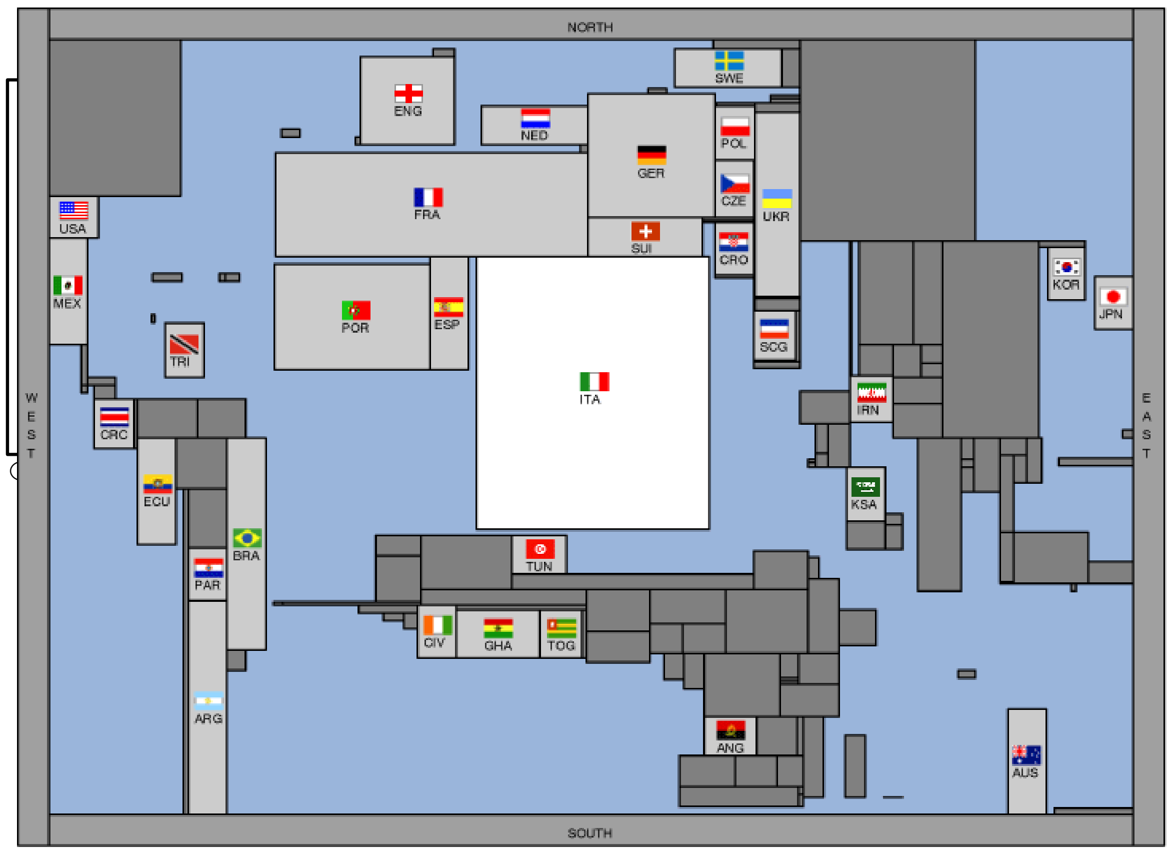
Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

→ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt



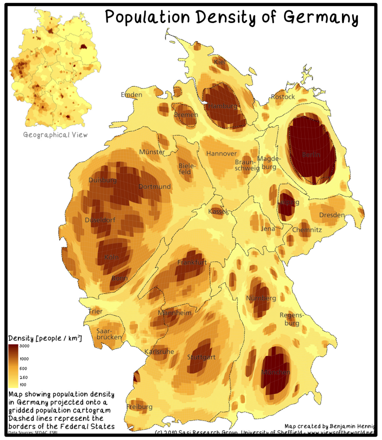
©Benjamin Hennig



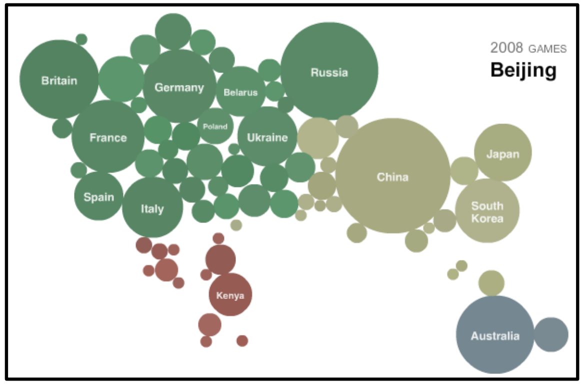
Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

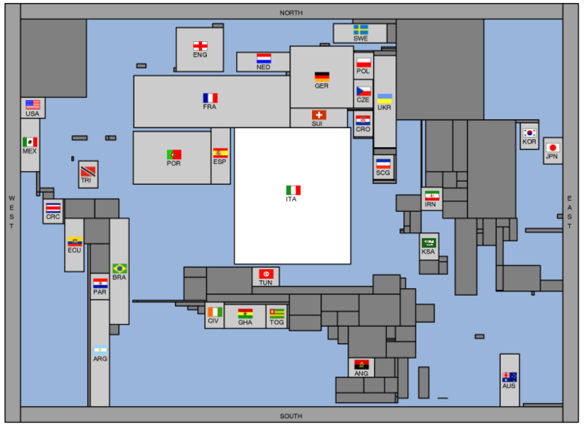
→ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt



©Benjamin Hennig



©New York Times

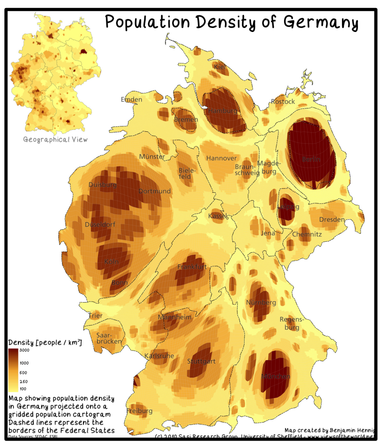


©Bettina Speckmann

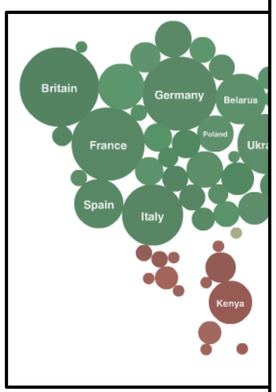
Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

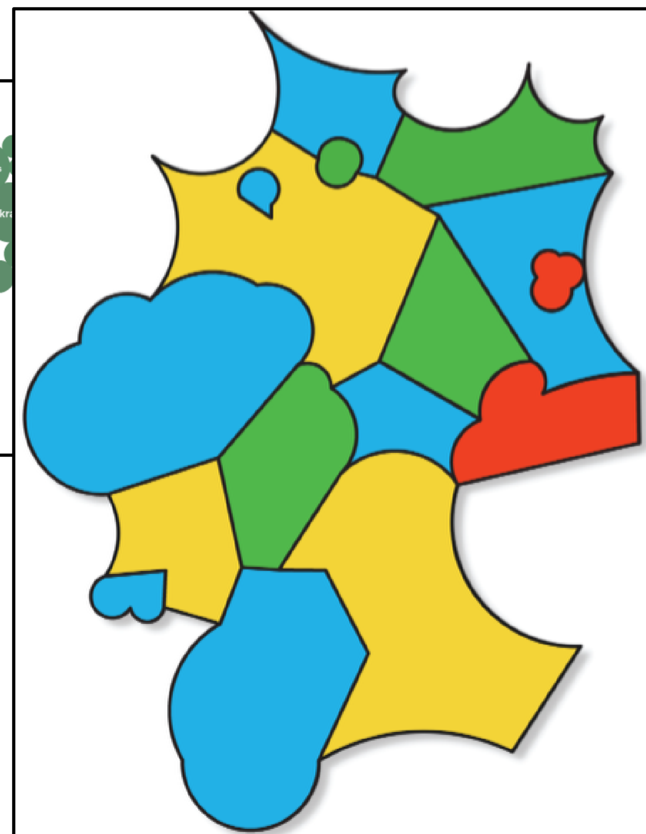
→ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt

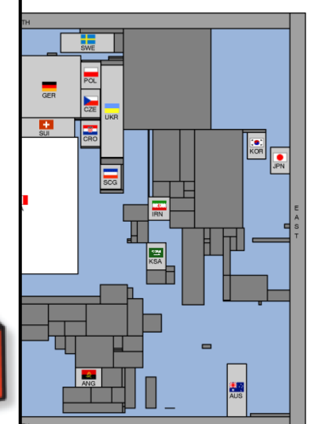


©Benjamin Hennig



©New York Times

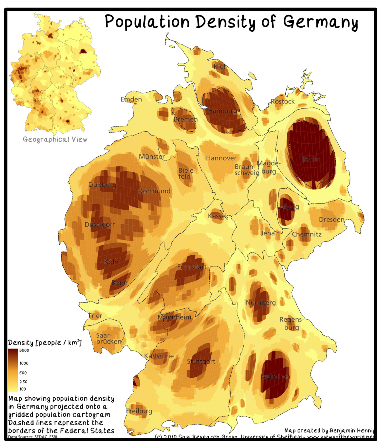




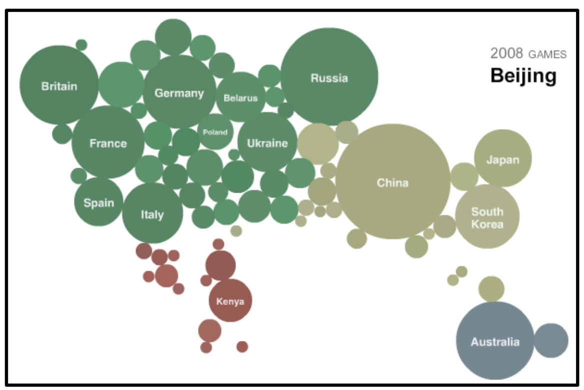
Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

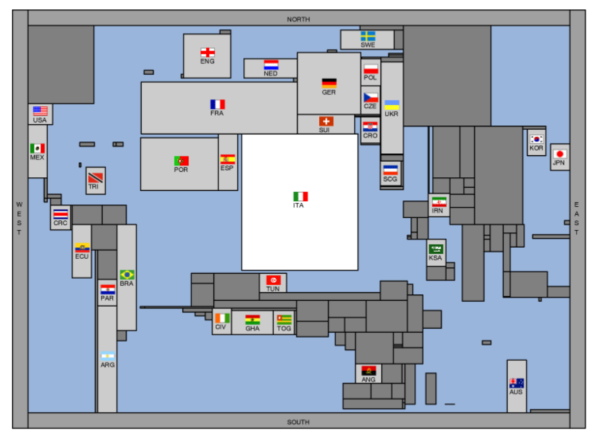
$\rightarrow$ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt



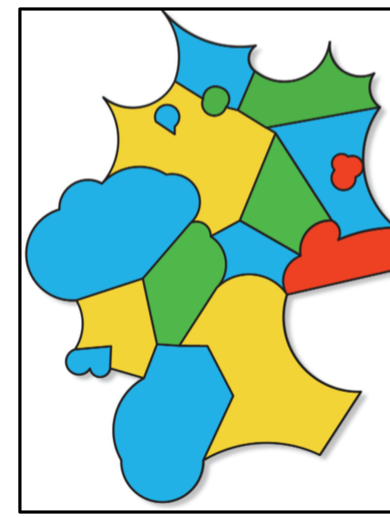
©Benjamin Hennig



©New York Times



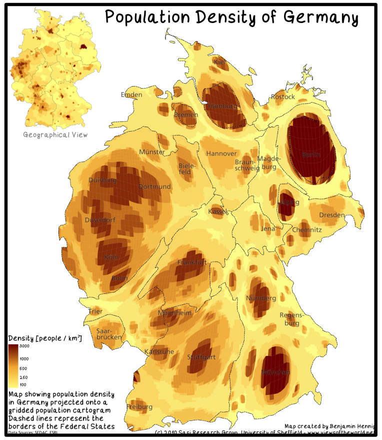
©Bettina Speckmann



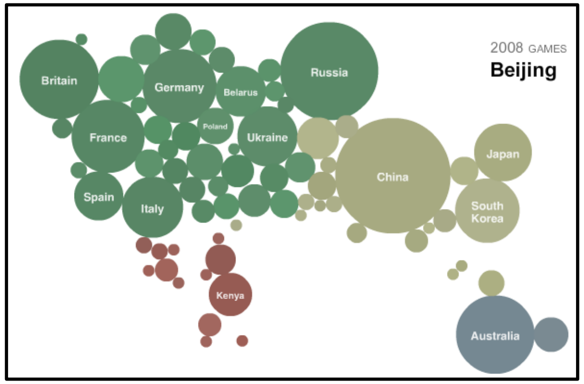
Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

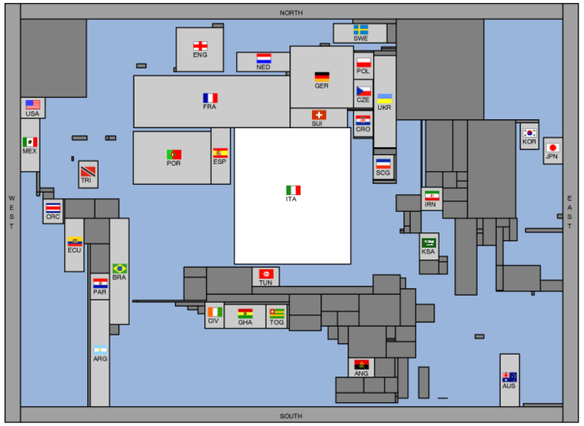
→ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt

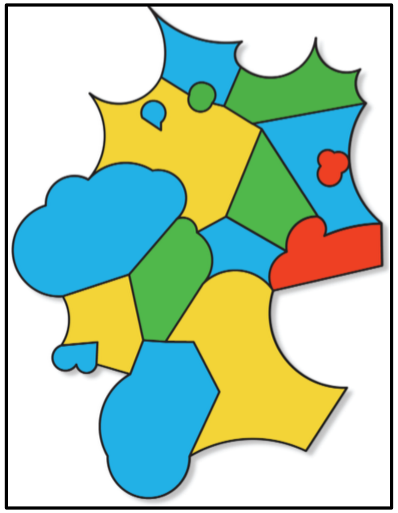


©Benjamin Hennig



©New York Times


©Bettina Speckmann

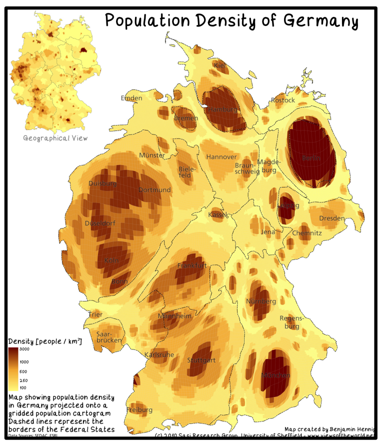


Welche Kriterien bestimmen die Qualität eines Kartogramms?

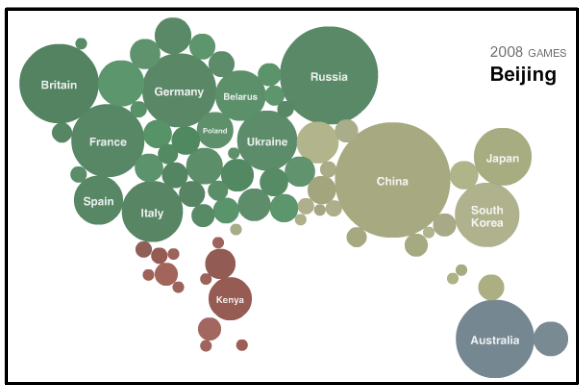
Flächenkartogramme

Def.: Ein **Flächenkartogramm** (dt. *Kartenanamorphote*) ist eine Kartendarstellung, in der jede Flächeneinheit proportional zu einer externen Größe und nicht mehr zur tatsächlichen Fläche ist (z.B. Bevölkerungszahl).

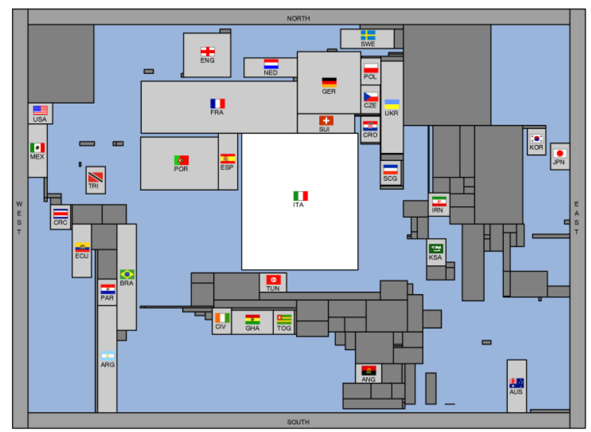
→ Form, Lage und Nachbarschaften der Regionen werden verzerrt



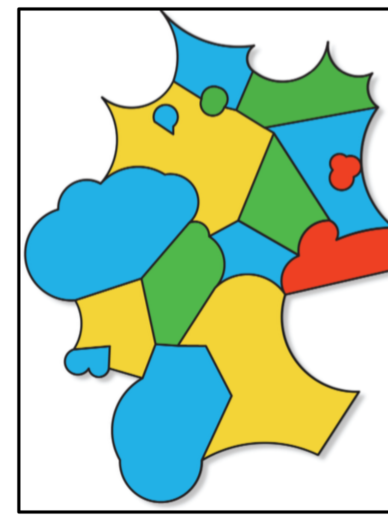
©Benjamin Hennig



©New York Times



©Bettina Speckmann

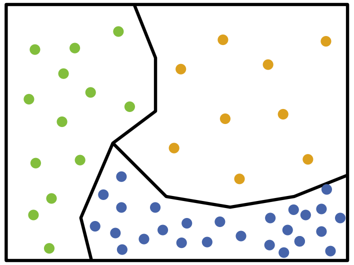


Qualitätskriterien:

- Wiedererkennbarkeit der Form
- Vergleichbarkeit
- Lage der Regionen
- korrekte Adjazenzen
- kleiner Flächenfehler
- geringe Komplexität
- Ablesen der Fläche

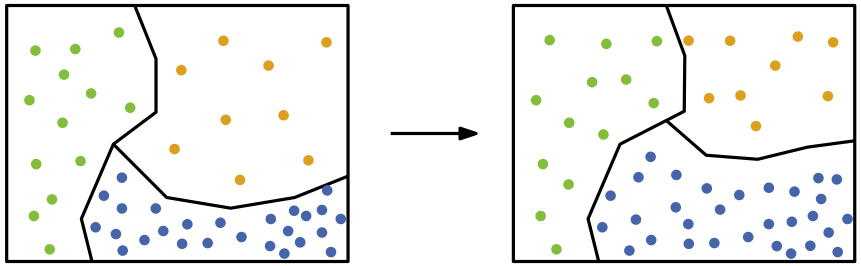
Kartenprojektion durch Diffusion [Gastner, Newman '04]

- Bevölkerungsdichte in Standardkarte sehr unterschiedlich
- ideales Kartogramm hat überall die gleiche Dichte
- modelliere Dichteausgleich als physikalischen Diffusionsprozess $\rightarrow$ ergibt Transformation $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$



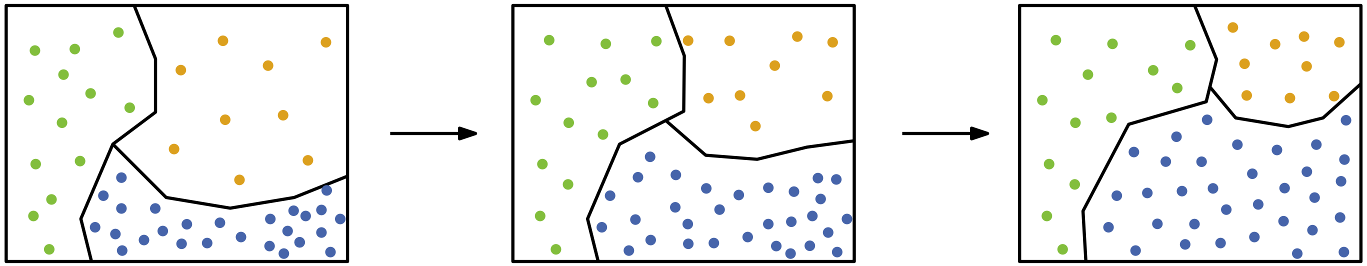
Kartenprojektion durch Diffusion [Gastner, Newman '04]

- Bevölkerungsdichte in Standardkarte sehr unterschiedlich
- ideales Kartogramm hat überall die gleiche Dichte
- modelliere Dichteausgleich als physikalischen Diffusions-prozess $\rightarrow$ ergibt Transformation $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$



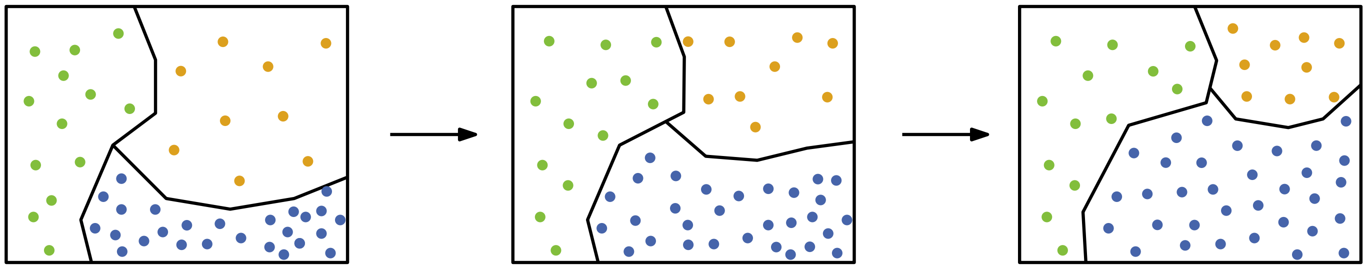
Kartenprojektion durch Diffusion [Gastner, Newman '04]

- Bevölkerungsdichte in Standardkarte sehr unterschiedlich
- ideales Kartogramm hat überall die gleiche Dichte
- modelliere Dichteausgleich als physikalischen Diffusionsprozess $\rightarrow$ ergibt Transformation $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$



Kartenprojektion durch Diffusion [Gastner, Newman '04]

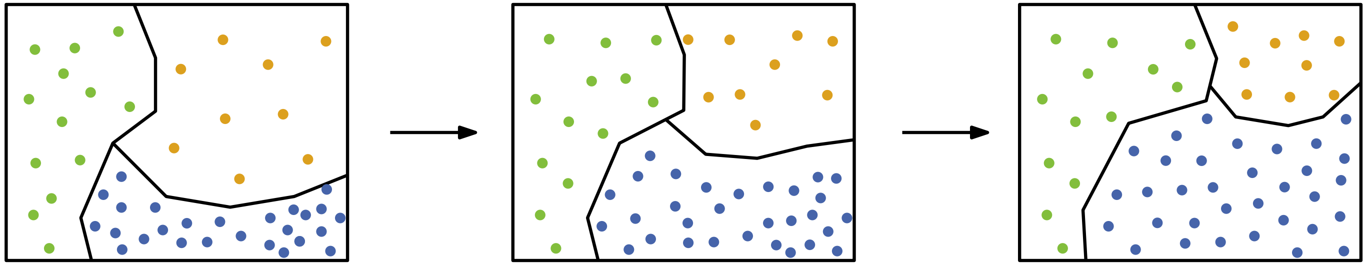
- Bevölkerungsdichte in Standardkarte sehr unterschiedlich
- ideales Kartogramm hat überall die gleiche Dichte
- modelliere Dichteausgleich als physikalischen Diffusions-prozess $\rightarrow$ ergibt Transformation $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$



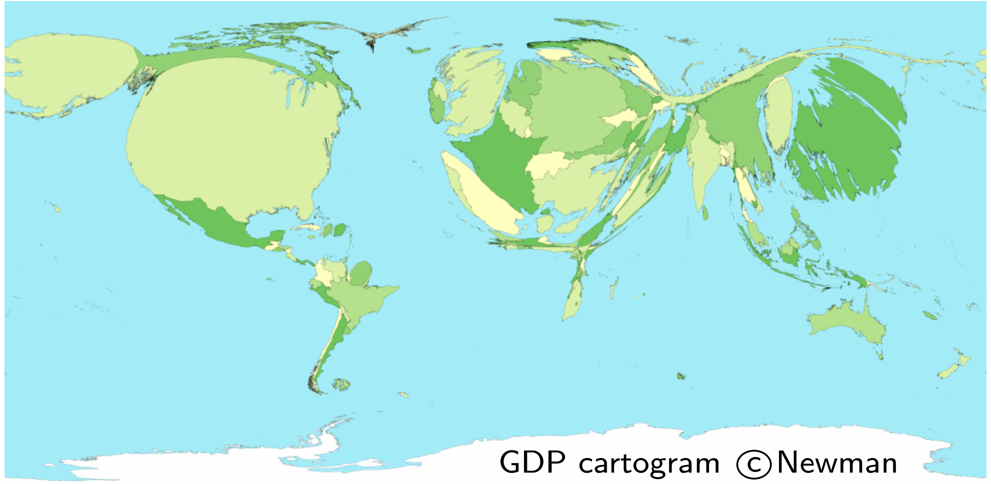
- Diffusionsgleichung ist partielle Differentialgleichung
- Implementierung nutzt Fouriertransformation und numerische Lösungsverfahren
- asymptotisch konstante Dichte in ganzer Karte

Kartenprojektion durch Diffusion [Gastner, Newman '04]

- Bevölkerungsdichte in Standardkarte sehr unterschiedlich
- ideales Kartogramm hat überall die gleiche Dichte
- modelliere Dichteausgleich als physikalischen Diffusionsprozess → ergibt Transformation $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

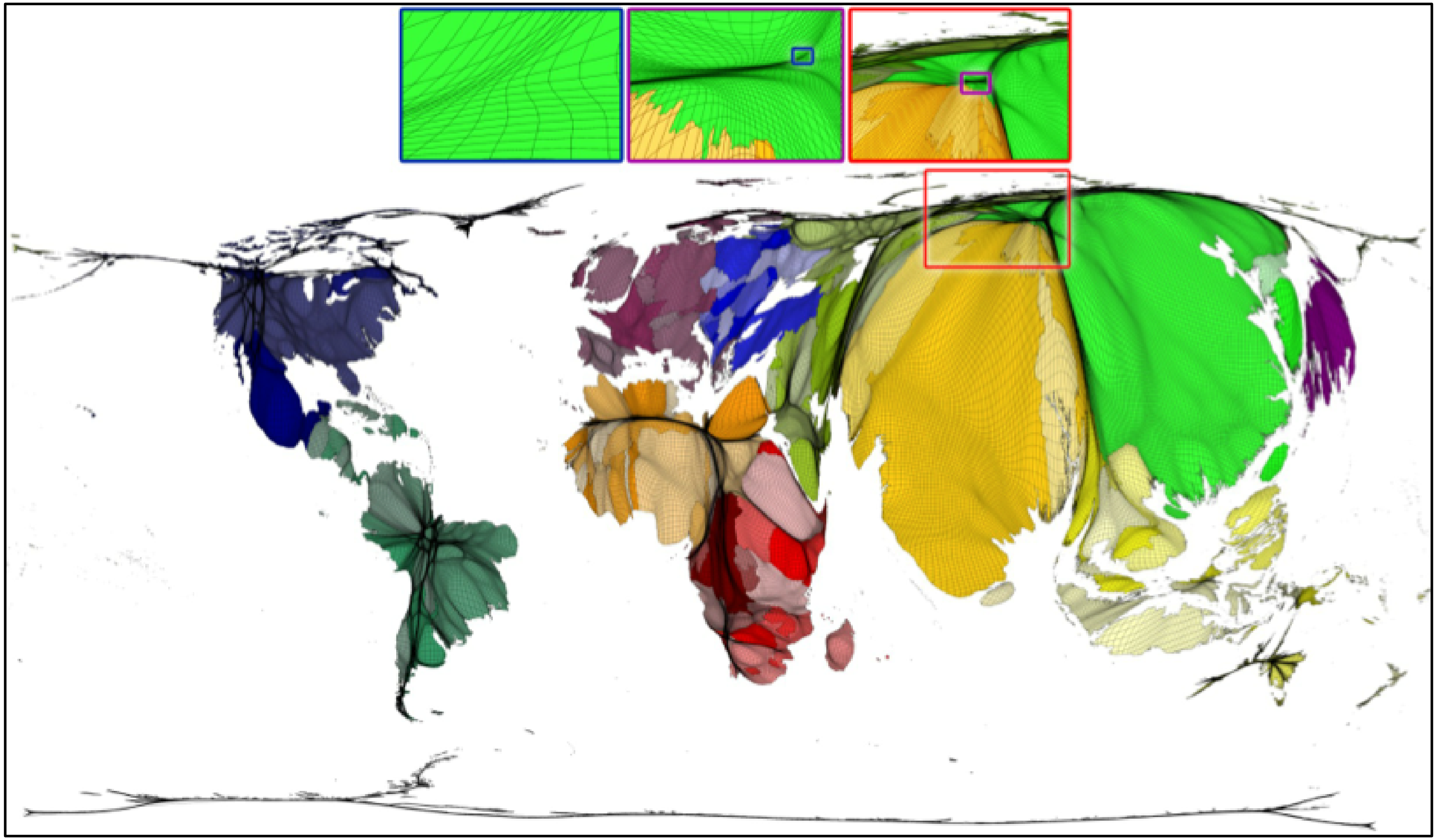


- Diffusionsgleichung ist partielle Differentialgleichung
- Implementierung nutzt Fouriertransformation und numerische Lösungsverfahren
- asymptotisch konstante Dichte in ganzer Karte



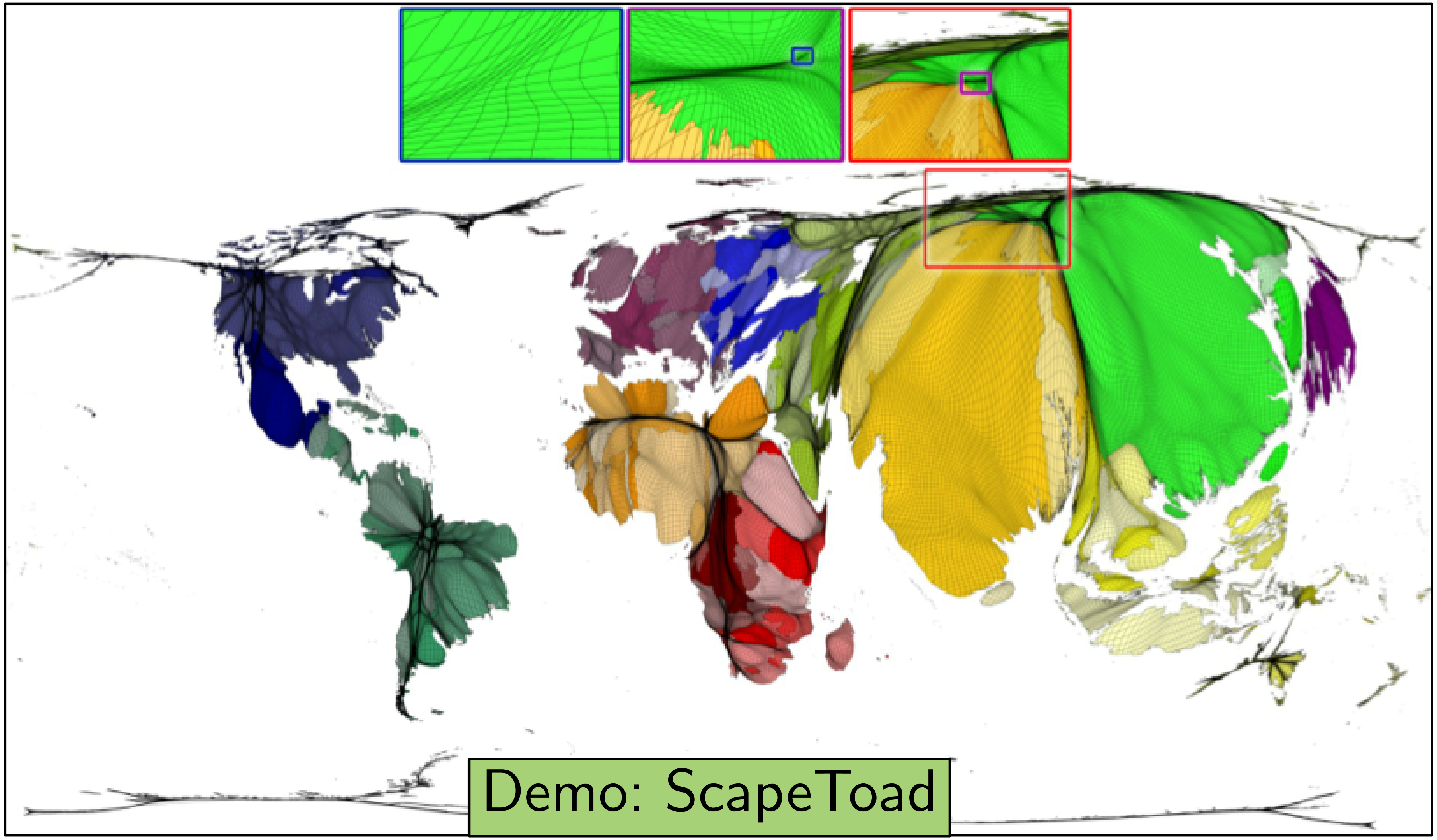
Gitterbasierte Diffusionskartogramme [Hennig '11]

- Erweiterung durch fein aufgelöstes Gitter ($\approx$ 365K Zellen)
- Datenwert für jede Gitterzelle ermöglicht detailliertere Kartogramme (Abbildung von Ballungsräumen etc)



Gitterbasierte Diffusionskartogramme [Hennig '11]

- Erweiterung durch fein aufgelöstes Gitter (≈ 365K Zellen)
- Datenwert für jede Gitterzelle ermöglicht detailliertere Kartogramme (Abbildung von Ballungsräumen etc)

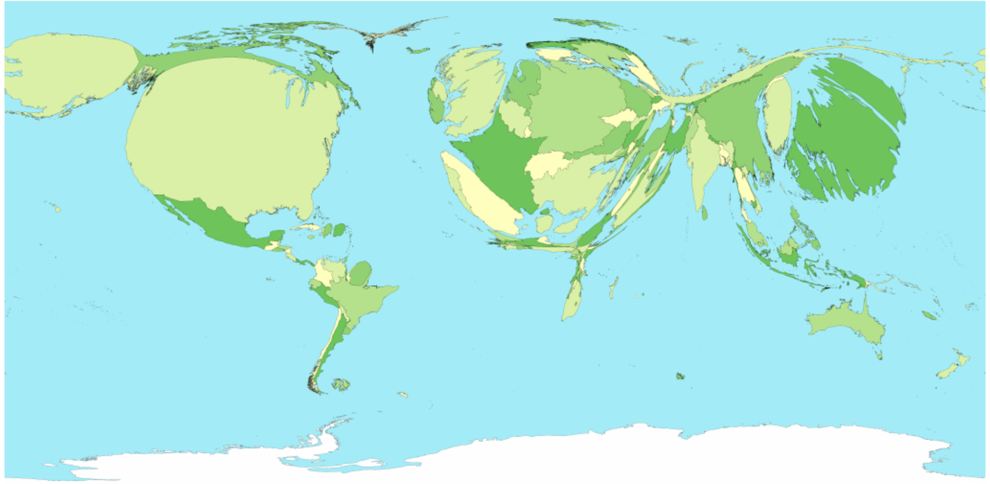


Demo: ScapeToad

Zusammenfassung Diffusionskartogramme

Diskussion:

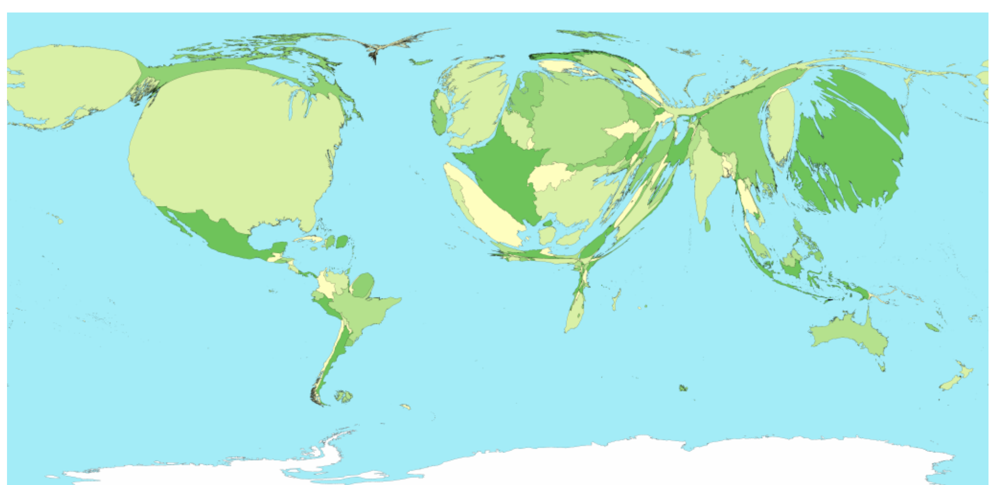
- Wiedererkennbarkeit der Form
- Vergleichbarkeit
- Lage der Regionen
- korrekte Adjazenzen
- kleiner Flächenfehler
- geringe Komplexität
- Ablesen der Fläche



Zusammenfassung Diffusionskartogramme

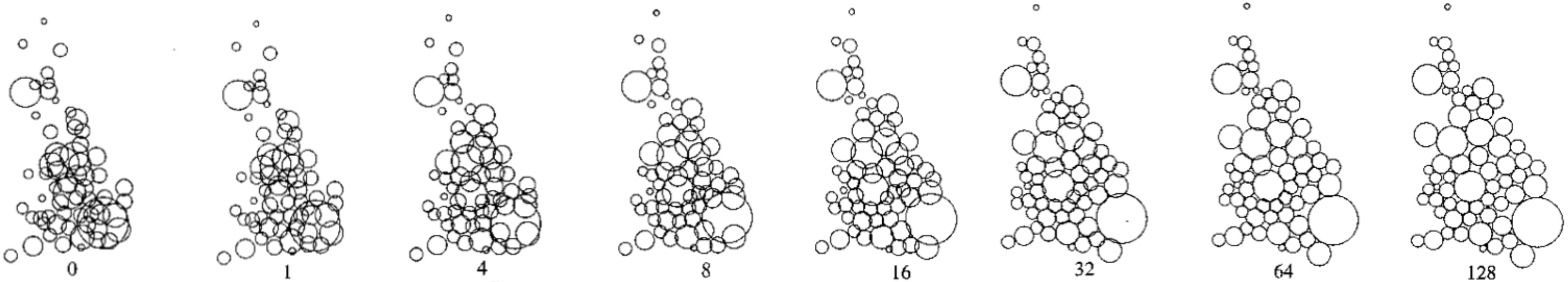
Diskussion:

- Wiedererkennbarkeit der Form ○
- Vergleichbarkeit ⊖
- Lage der Regionen ⊕ ○
- korrekte Adjazenzen ⊕
- kleiner Flächenfehler ⊕ ○
- geringe Komplexität ⊖
- Ablesen der Fläche ⊖



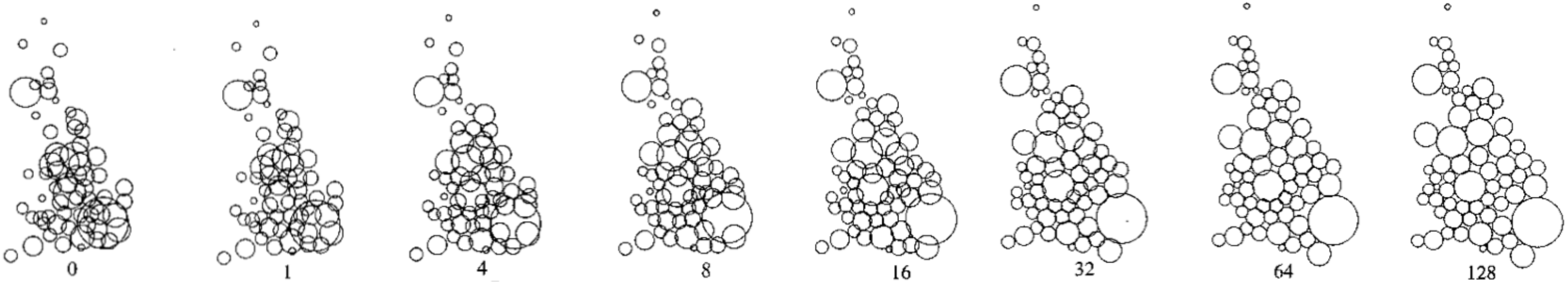
Kreiskartogramme [Dorling '95]

- einfache, abstrakte Form: jede Region als Kreisscheibe
- Fläche fest skaliert bzgl. gegebener Größe
- initiale Platzierung im Schwerpunkt der Region
- iteratives Verschieben zum Auflösen der Überlappungen



Kreiskartogramme [Dorling '95]

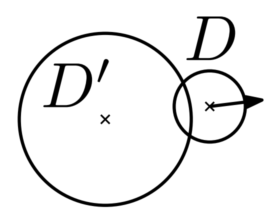
- einfache, abstrakte Form: jede Region als Kreisscheibe
- Fläche fest skaliert bzgl. gegebener Größe
- initiale Platzierung im Schwerpunkt der Region
- iteratives Verschieben zum Auflösen der Überlappungen

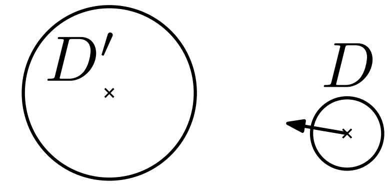


kräftebasierter Algorithmus (ähnl. Spring-Embedder):

while Kräfte $> \varepsilon$ **do**
    foreach disk D **do**
        foreach disk $D' \cap D \neq \emptyset$ **do**
            Abstoßung von D'
        foreach Nachbar D' von D mit Abstand > 0 **do**
            Anziehung zu D'

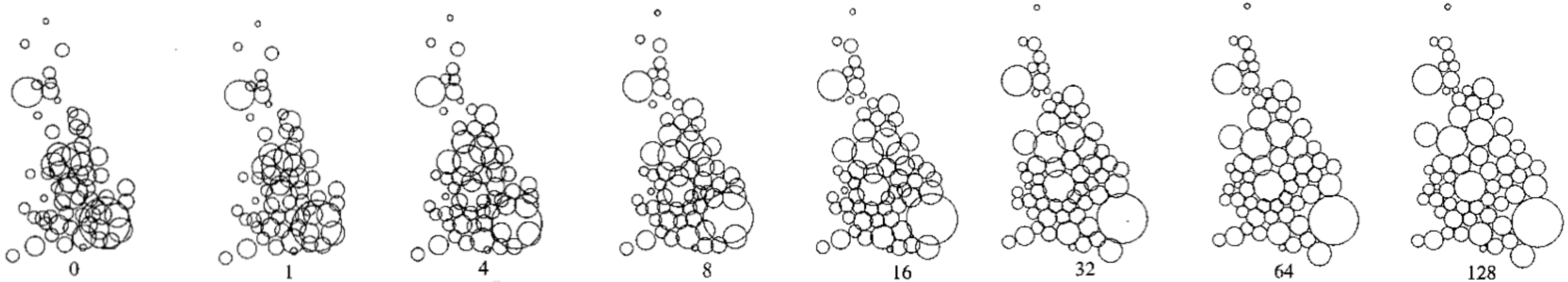
geographischer Nachbar





Kreiskartogramme [Dorling '95]

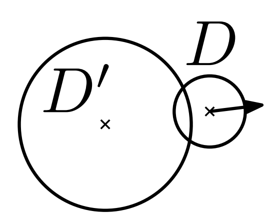
- einfache, abstrakte Form: jede Region als Kreisscheibe
- Fläche fest skaliert bzgl. gegebener Größe
- initiale Platzierung im Schwerpunkt der Region
- iteratives Verschieben zum Auflösen der Überlappungen



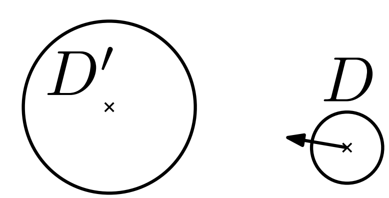
kräftebasierter Algorithmus (ähnl. Spring-Embedder):

while Kräfte $> \varepsilon$ **do**
  foreach disk D **do**
    foreach disk $D' \cap D \neq \emptyset$ **do**
      Abstoßung von D'
    foreach Nachbar D' von D mit Abstand > 0 **do**
      Anziehung zu D'

geographischer Nachbar



Demo!



Verbesserung Kreiskartogramme [Inoue '11]

weiteres Kriterium:

- minimiere Abweichung der relativen Lage benachbarter Regionen

Formulierung als nicht-lineares Optimierungsproblem:

geogr. Nachbarn

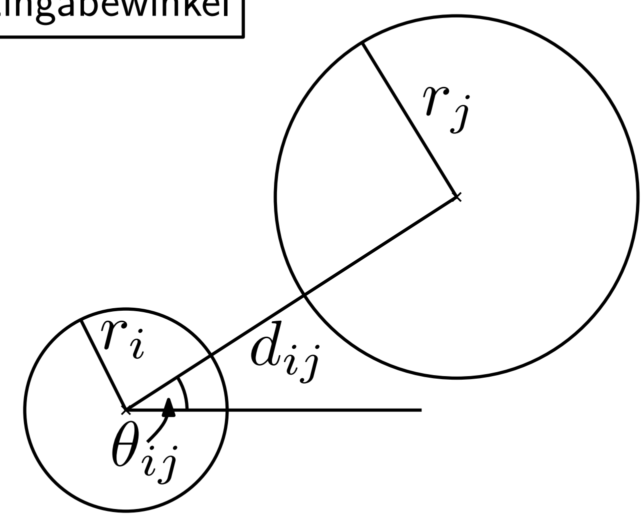
Eingabewinkel

$$\min \sum_{(i,j)\in E} \left[\alpha \left(\frac{d_{ij}}{r_i + r_j} - 1\right)^2 + (1-\alpha)\left(\theta_{ij} - \theta_{ij}^{(0)}\right)^2\right]$$

$$\text{s.t. } d_{ij} \geq r_i + r_j \quad \forall i \neq j$$

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

$$\theta_{ij} = \arctan \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

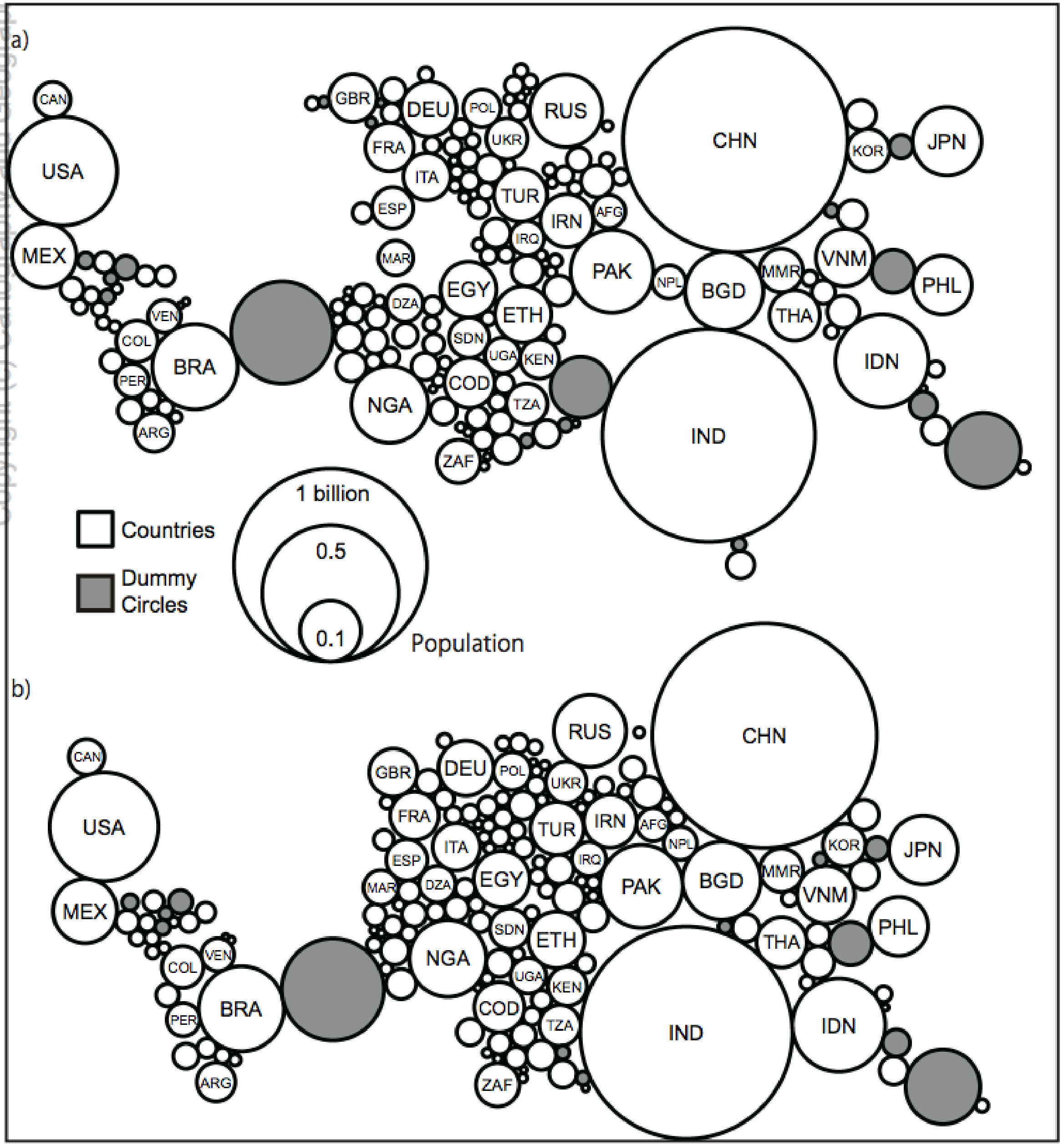


Lösung mit Solver NUOPT

Vergleich Dorling – Inoue

Inoue

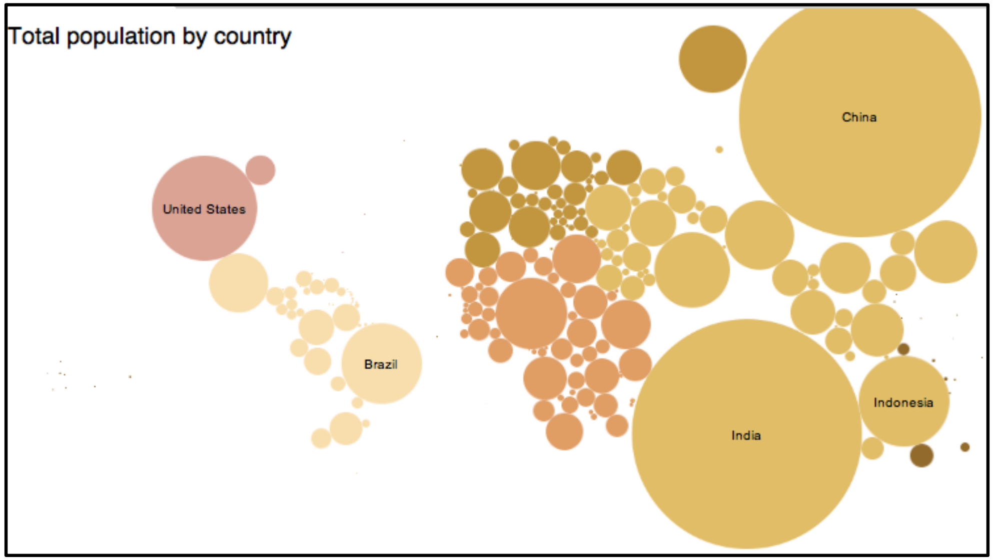
Dorling



Zusammenfassung Kreiskartogramme

Diskussion:

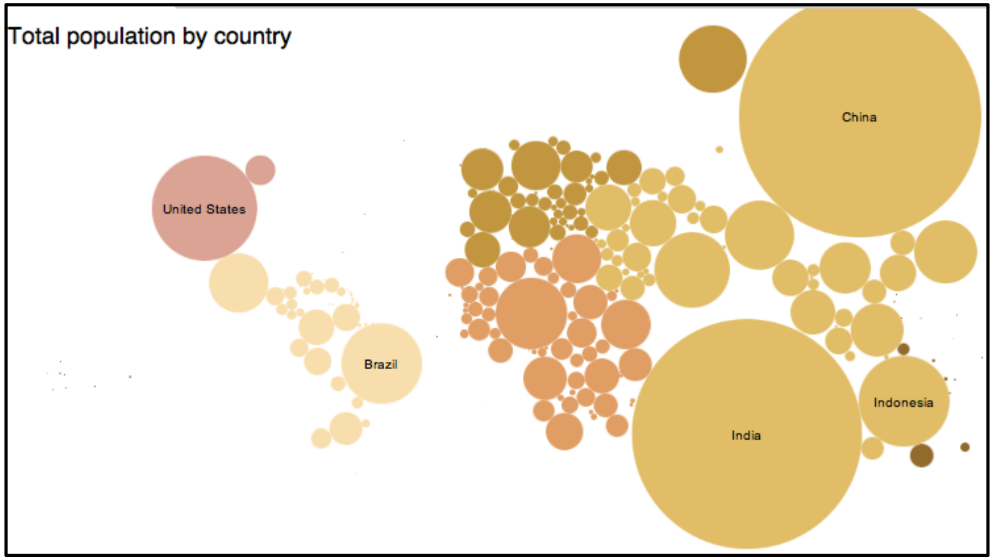
- Wiedererkennbarkeit der Form
- Vergleichbarkeit
- Lage der Regionen
- korrekte Adjazenzen
- kleiner Flächenfehler
- geringe Komplexität
- Ablesen der Fläche



Zusammenfassung Kreiskartogramme

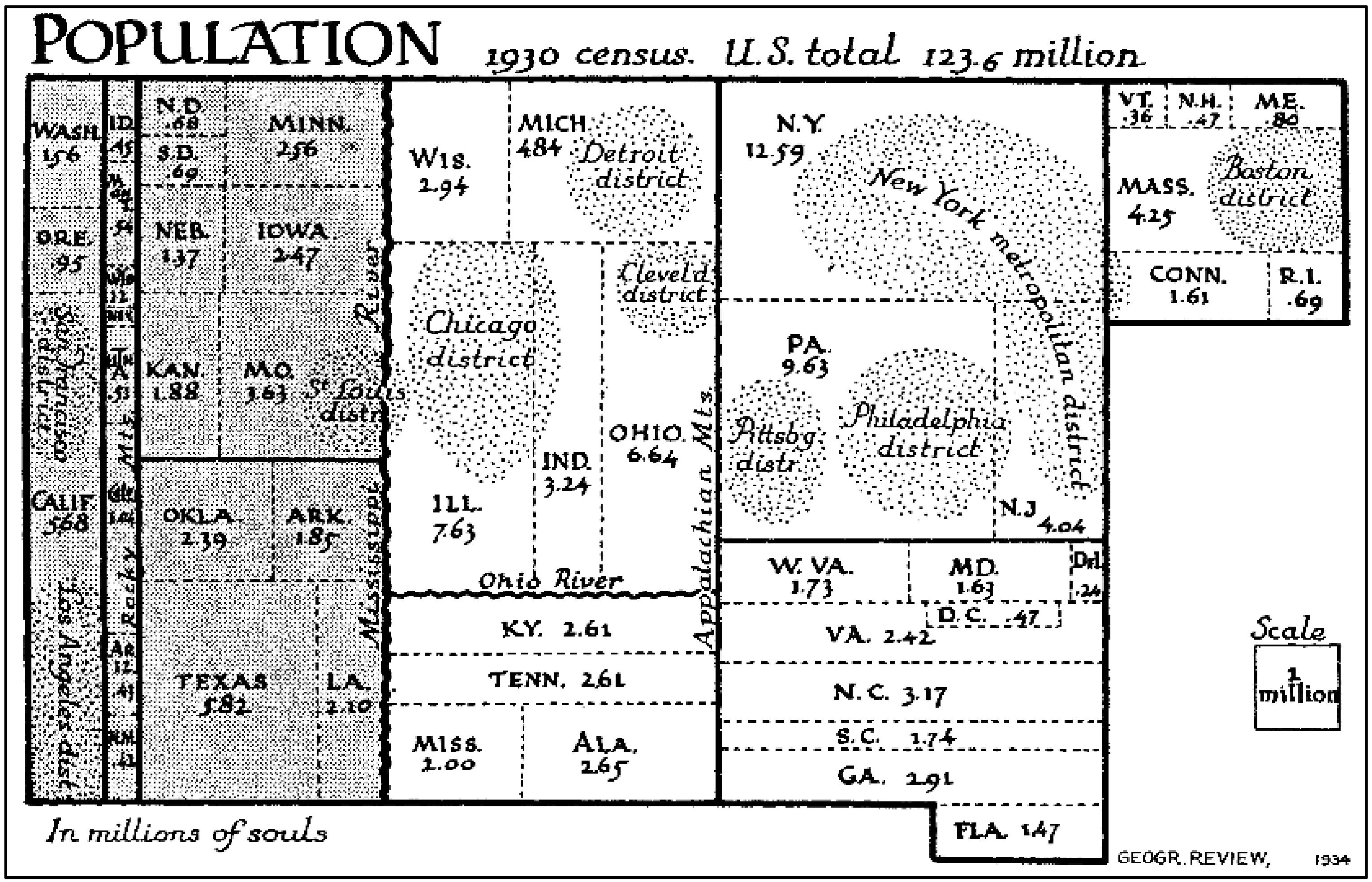
Diskussion:

- Wiedererkennbarkeit der Form ⊖
- Vergleichbarkeit ⊕
- Lage der Regionen ⊖ ◯
- korrekte Adjazenzen ⊖ ◯
- kleiner Flächenfehler ⊕
- geringe Komplexität ⊕
- Ablesen der Fläche ⊕ ◯



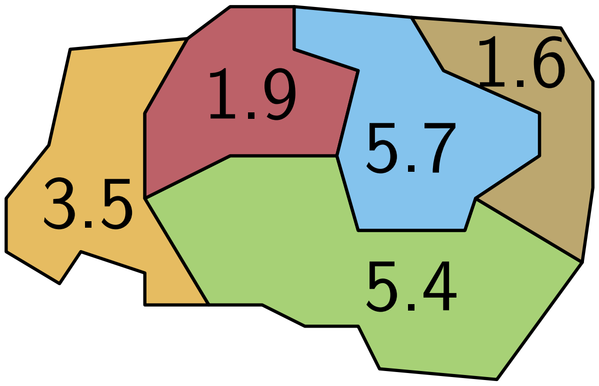
Rechteckskartogramme

- jede Region als Rechteck repräsentiert
- gegebene Zielflächen
- trade-off korrekte Flächen/korrekte Adjazenzen



Problemstellung

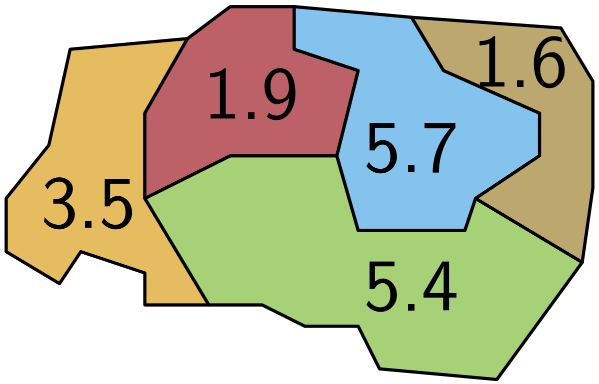
Geg: politische Karte M (Rechtecksunterteilung), positives Gewicht w_i für jede Region R_i



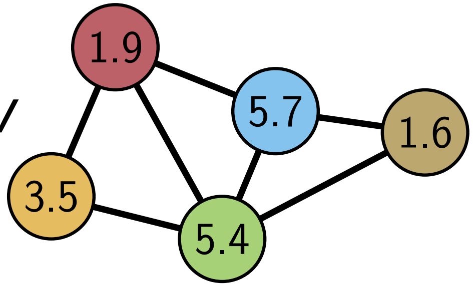
Problemstellung

Geg: politische Karte M (Rechtecksunterteilung), positives Gewicht w_i für jede Region R_i

bzw: knotengewichteter intern triangulierter planar eingeb. Graph G dual zu M, Knoten v_i entspricht Region R_i, Kanten zw. adjazenten Regionen, Knotengewichte w_i



bzw

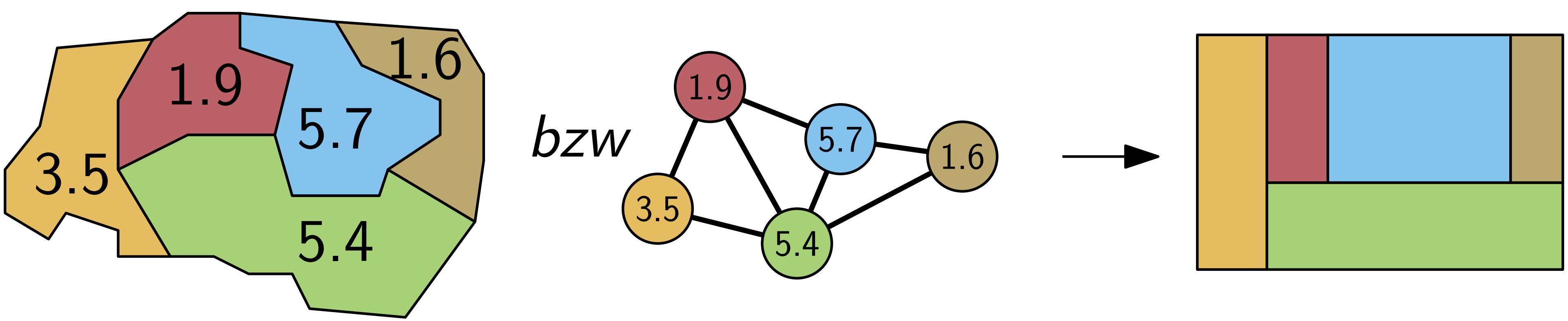


Problemstellung

Geg: politische Karte M (Rechtecksunterteilung), positives Gewicht w_i für jede Region R_i

bzw: knotengewichteter intern triangulierter planar eingeb. Graph G dual zu M, Knoten v_i entspricht Region R_i, Kanten zw. adjazenten Regionen, Knotengewichte w_i

Ges: verzerrte Karte M' äquivalent zu M mit $|R_i| = w_i$



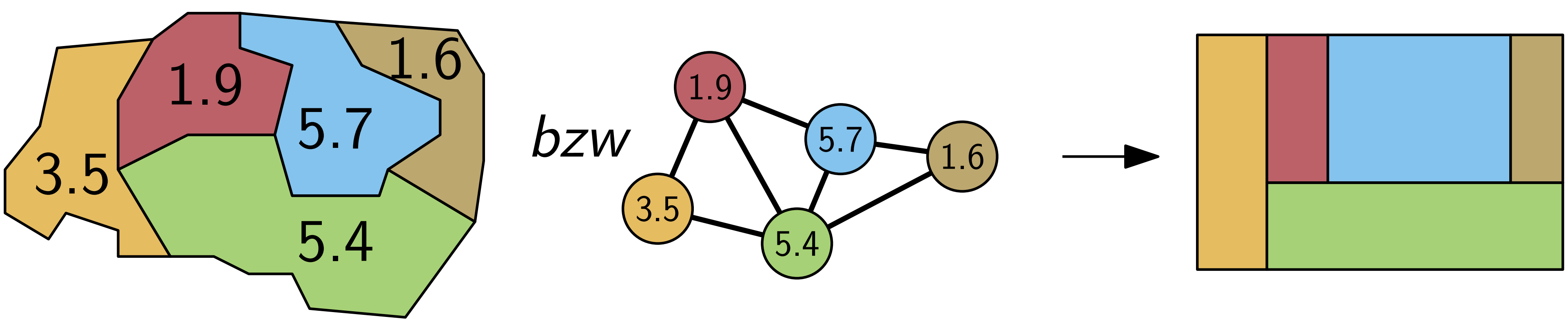
Problemstellung

Geg: politische Karte M (Rechtecksunterteilung), positives Gewicht w_i für jede Region R_i

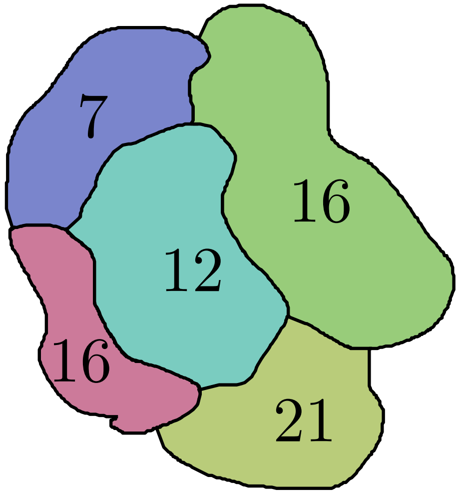
bzw: knotengewichteter intern triangulierter planar eingeb. Graph G dual zu M, Knoten v_i entspricht Region R_i, Kanten zw. adjazenten Regionen, Knotengewichte w_i

Ges: verzerrte Karte M' äquivalent zu M mit $|R_i| = w_i$

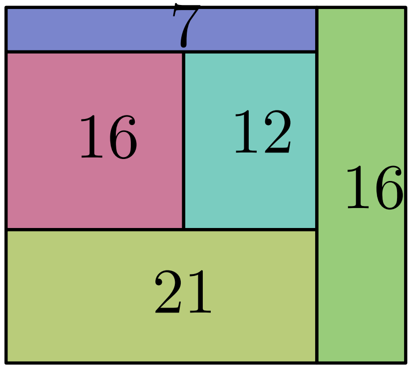
bzw: flächenproportionale Kontaktrepräsentation von G, jeder Knoten v_i als geometrisches Objekt s_i mit Fläche w_i, so dass s_i und s_j sich berühren gdw. $v_i v_j \in E$

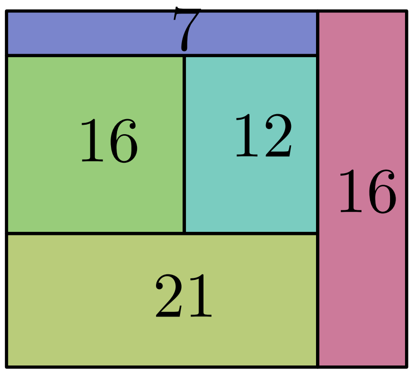


Qualitätskriterien

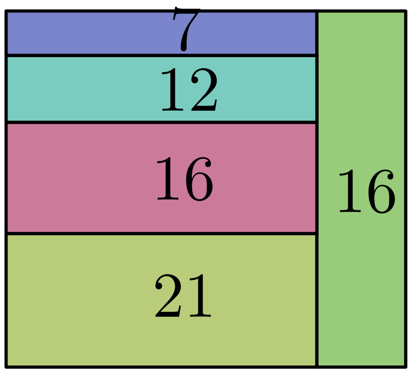


gute Lösung

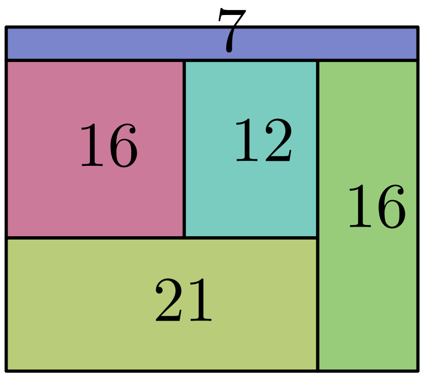




falsche relative Lage



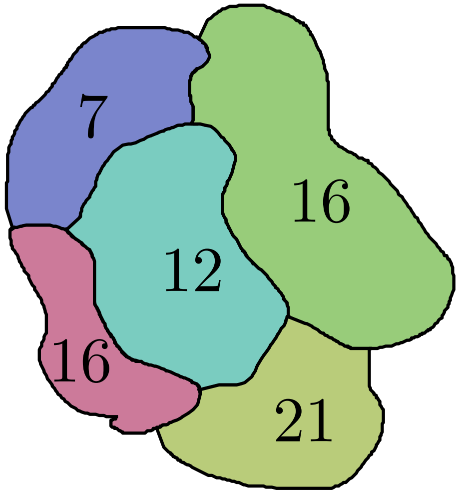
falsche Adjazenzen



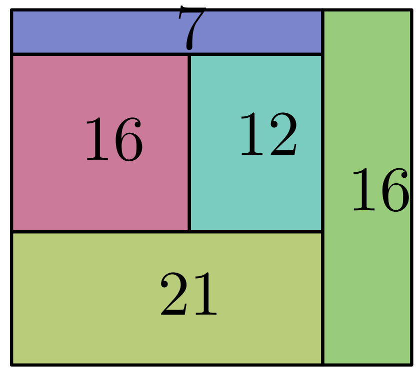
schlechte aspect ratio

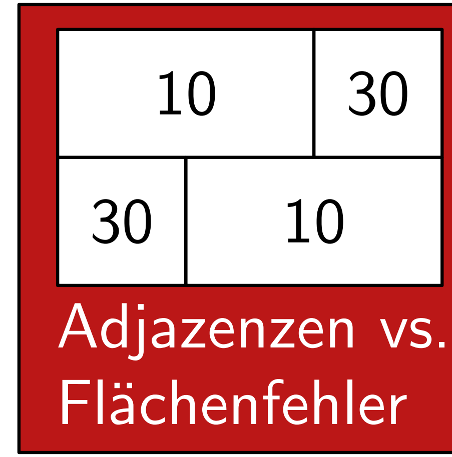
- kleiner Fehler
- korrekte Adjazenzen
- gute aspect ratio
- korrekte relative Positionen

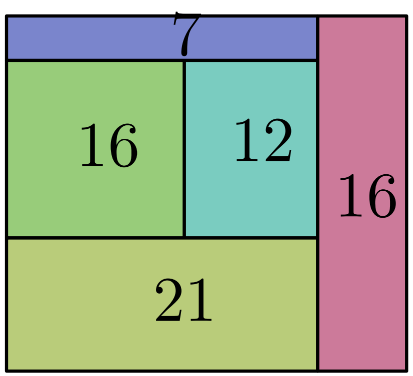
Qualitätskriterien



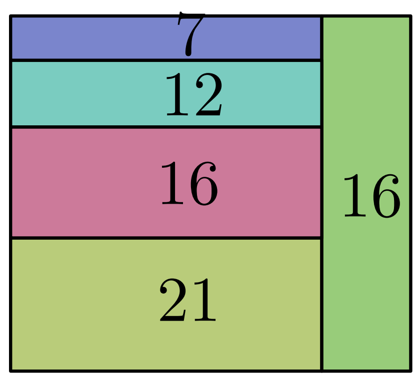
gute Lösung



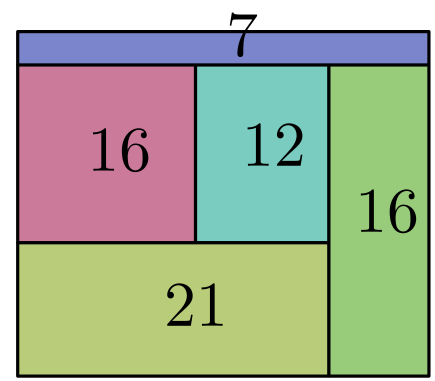




falsche relative Lage



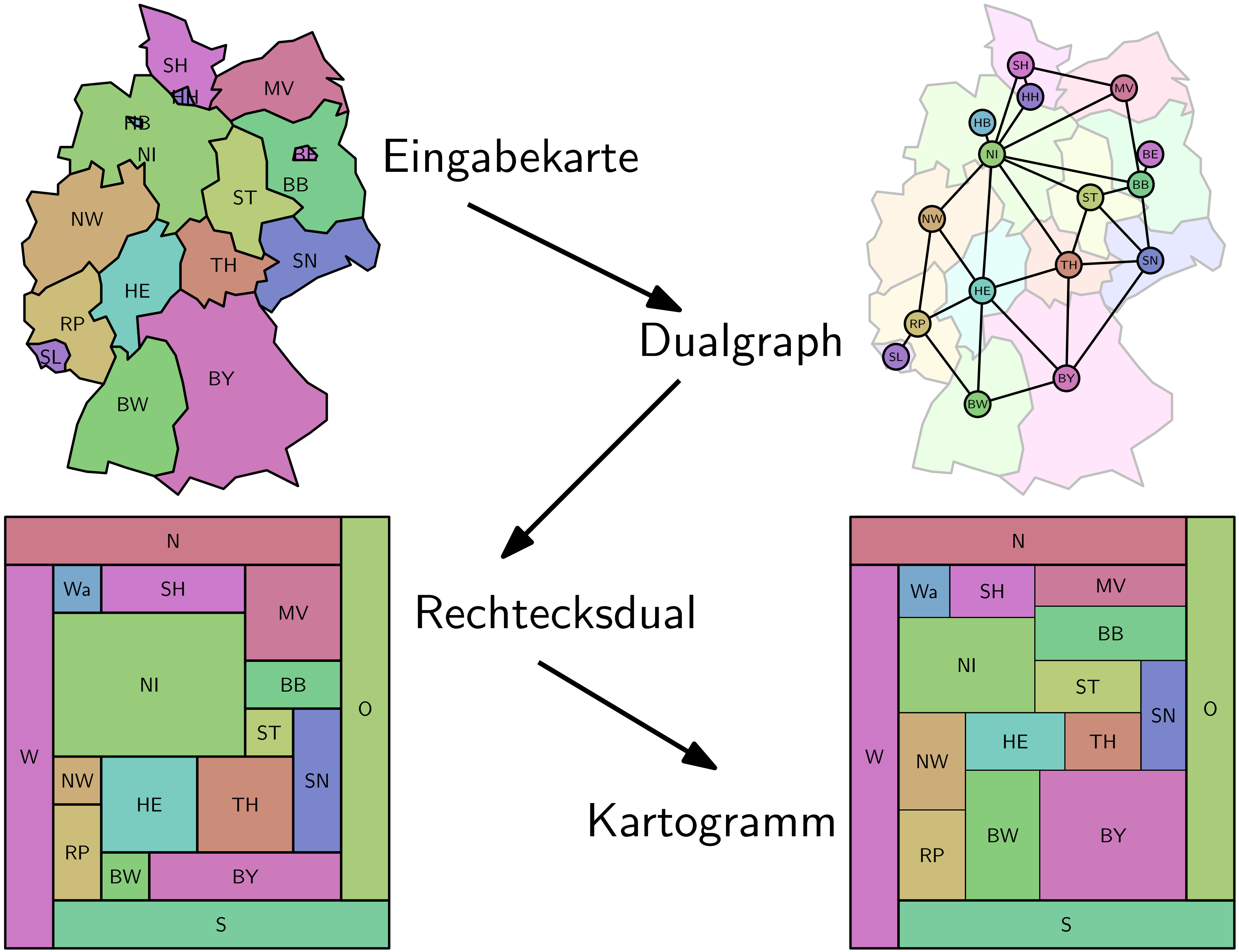
falsche Adjazenzen



schlechte aspect ratio

- kleiner Fehler
- korrekte Adjazenzen
- gute aspect ratio
- korrekte relative Positionen

Überblick des Verfahrens [van Kreveld, Speckmann '07]



Rechtecksdual

- Graph heißt intern **trianguliert**, wenn jede (innere) Facette ein Dreieck ist
- ein Kreis C in G heißt **separierend**, wenn sowohl innerhalb als auch außerhalb von C weitere Knoten liegen

Rechtecksdual

- Graph heißt intern **trianguliert**, wenn jede (innere) Facette ein Dreieck ist
- ein Kreis C in G heißt **separierend**, wenn sowohl innerhalb als auch außerhalb von C weitere Knoten liegen

Satz 1: Ein planar eingeb. Graph G hat ein Rechtecksdual R mit vier äußeren Rechtecken gdw.

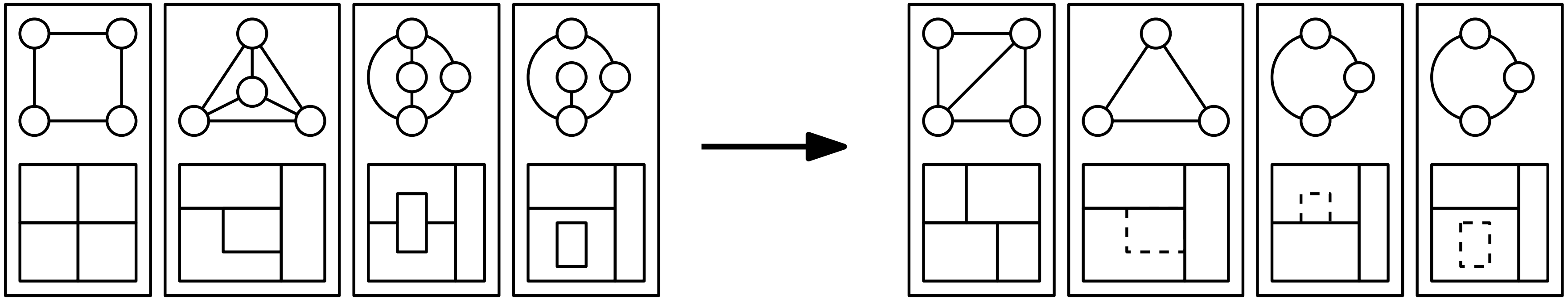
- G intern trianguliert,
- äußere Facette ein Viereck,
- G enthält keine separierenden Dreiecke.

Rechtecksdual

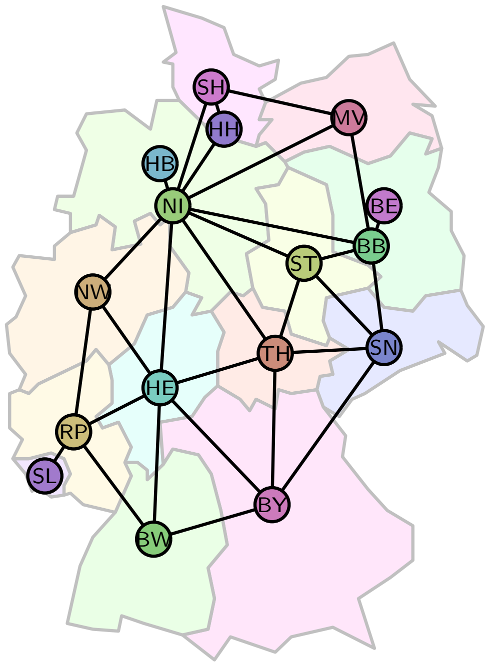
- Graph heißt intern **trianguliert**, wenn jede (innere) Facette ein Dreieck ist
- ein Kreis C in G heißt **separierend**, wenn sowohl innerhalb als auch außerhalb von C weitere Knoten liegen

Satz 1: Ein planar eingeb. Graph G hat ein Rechtecksdual R mit vier äußeren Rechtecken gdw.
- G intern trianguliert,
- äußere Facette ein Viereck,
- G enthält keine separierenden Dreiecke.

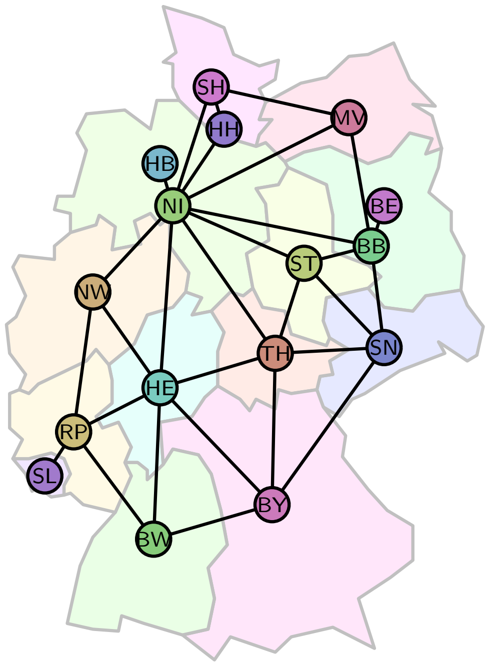
Graph-Modifikationen:

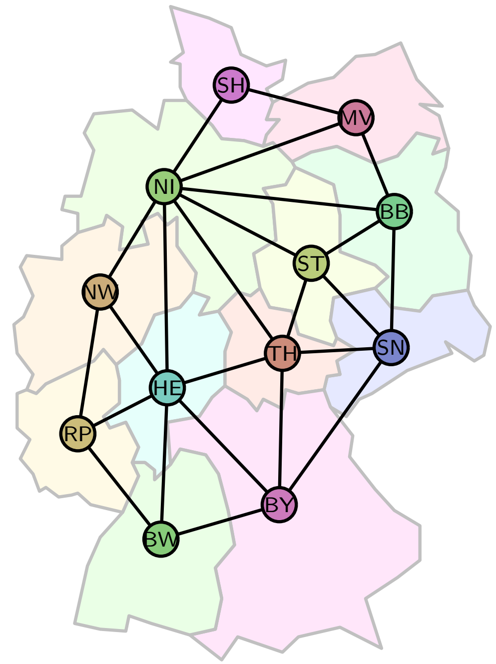


Beispiel Deutschland



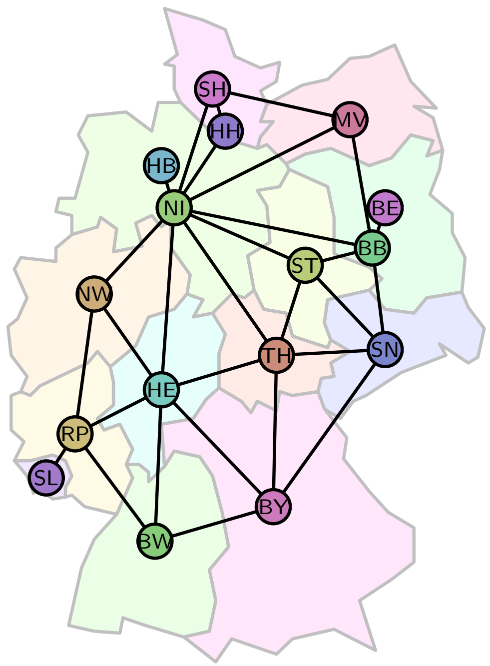
Beispiel Deutschland

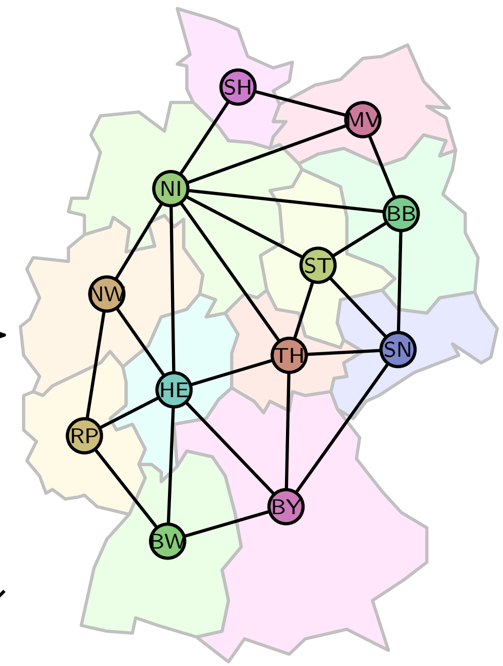




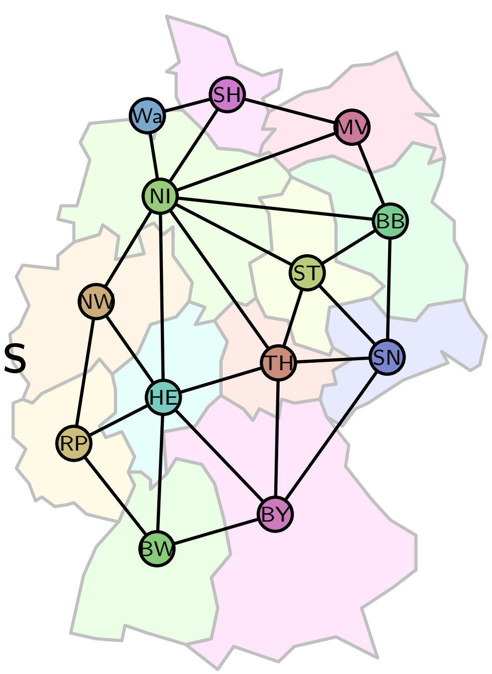
entferne Grad-1 und -2 Knoten

Beispiel Deutschland



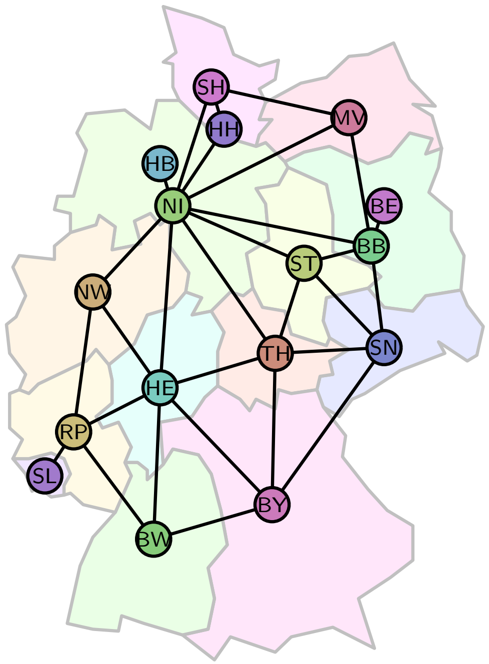


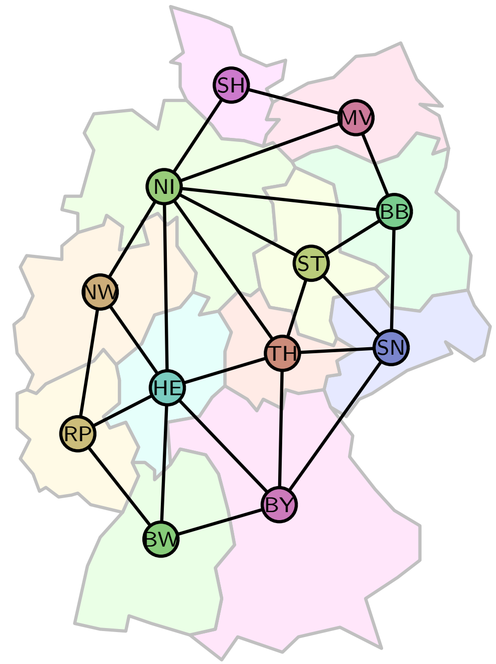
entferne Grad-1 und -2 Knoten



füge flexiblen Meeresknoten als Puffer hinzu

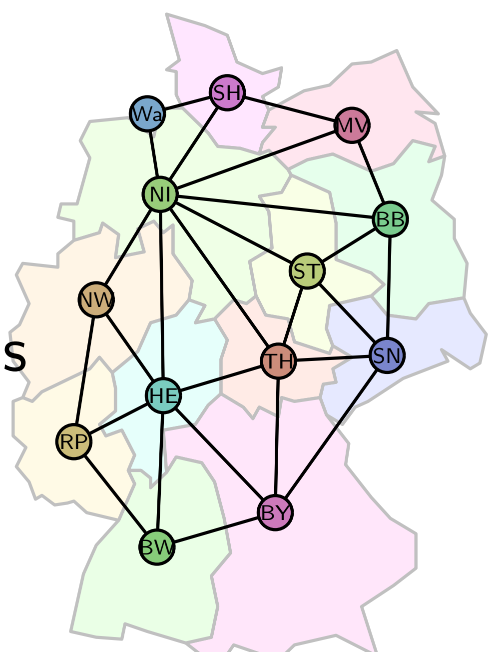
Beispiel Deutschland

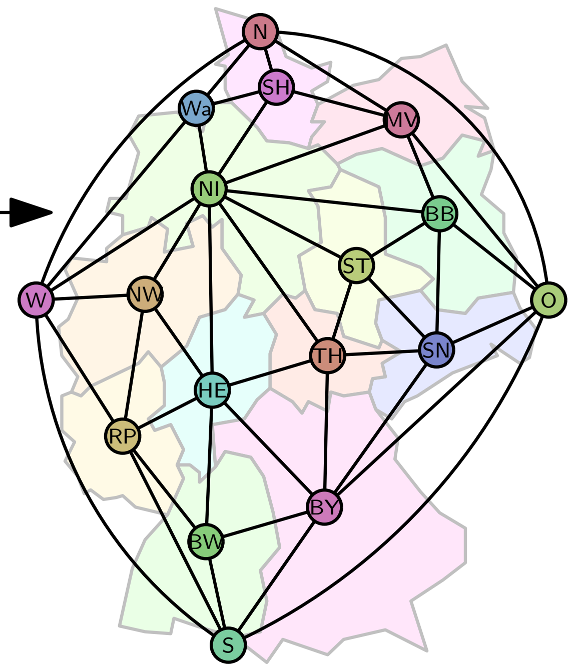




entferne Grad-1 und -2 Knoten

füge flexiblen Meeresknoten als Puffer hinzu



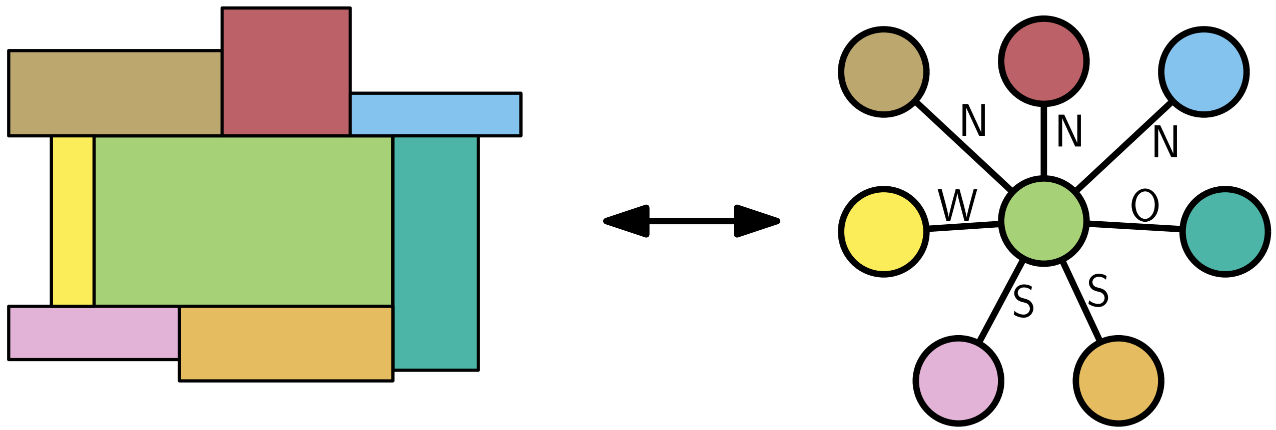


erstelle äußeres Viereck

$\Rightarrow$ Satz 1 gilt

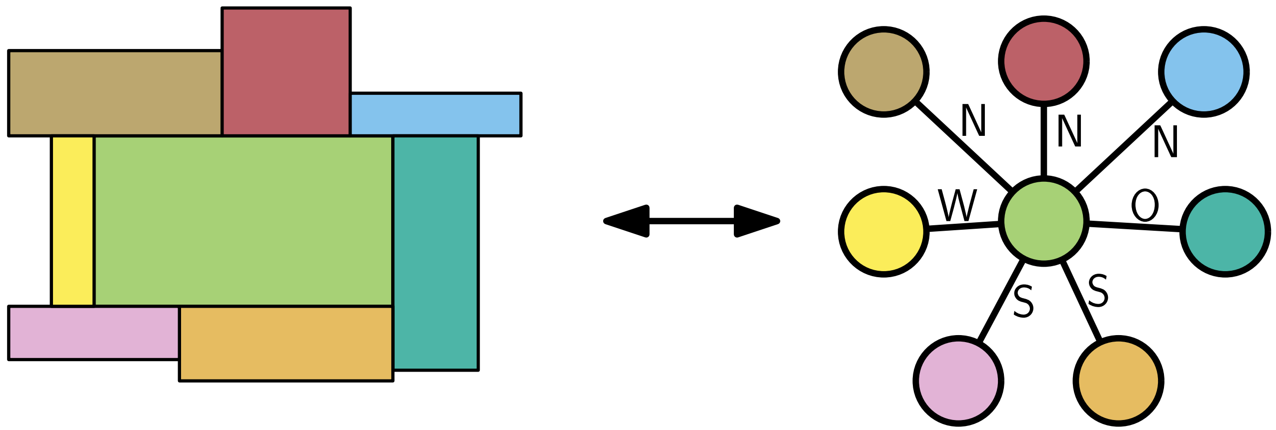
Reguläre Kantenbeschriftung

Die Nachbarn jedes inneren Rechtecks lassen sich in vier nichtleere Gruppen einteilen (N,S,W,O) und bilden in der zyklischen Ordnung vier Blöcke.



Reguläre Kantenbeschriftung

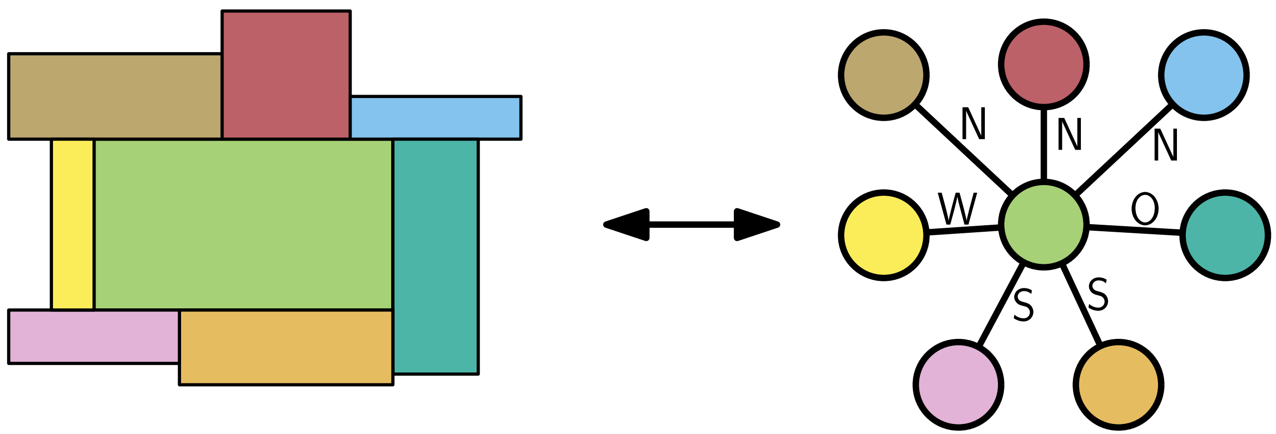
Die Nachbarn jedes inneren Rechtecks lassen sich in vier nichtleere Gruppen einteilen (N,S,W,O) und bilden in der zyklischen Ordnung vier Blöcke.



Eine Beschriftung der Kanten eines Graphen G mit $\{$N,S,W,O$\}$ heißt **reguläre Kantenbeschriftung**, falls obige Bedingung an jedem inneren Knoten erfüllt ist.

Reguläre Kantenbeschriftung

Die Nachbarn jedes inneren Rechtecks lassen sich in vier nichtleere Gruppen einteilen (N,S,W,O) und bilden in der zyklischen Ordnung vier Blöcke.

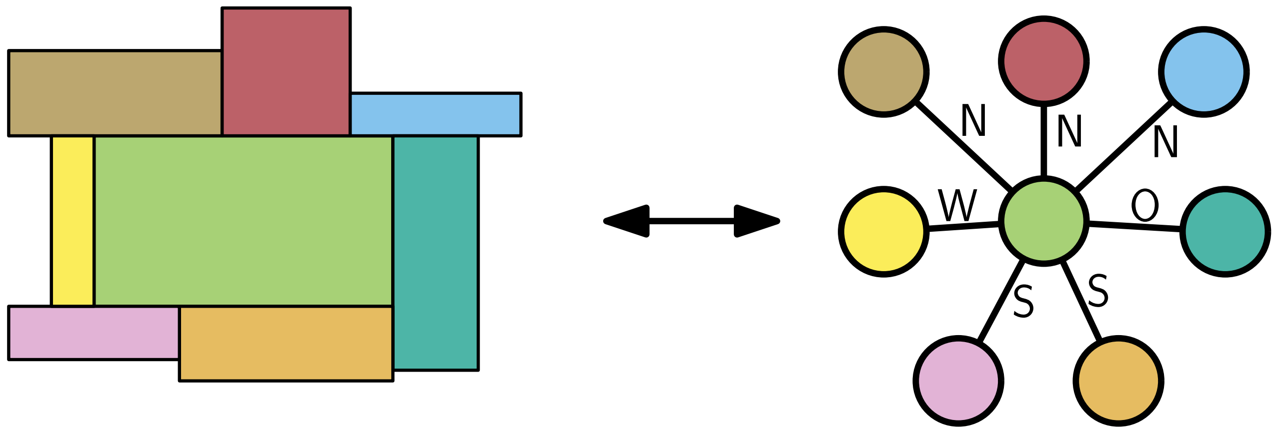


Eine Beschriftung der Kanten eines Graphen G mit $\{$N,S,W,O$\}$ heißt **reguläre Kantenbeschriftung**, falls obige Bedingung an jedem inneren Knoten erfüllt ist.

ist nicht eindeutig!

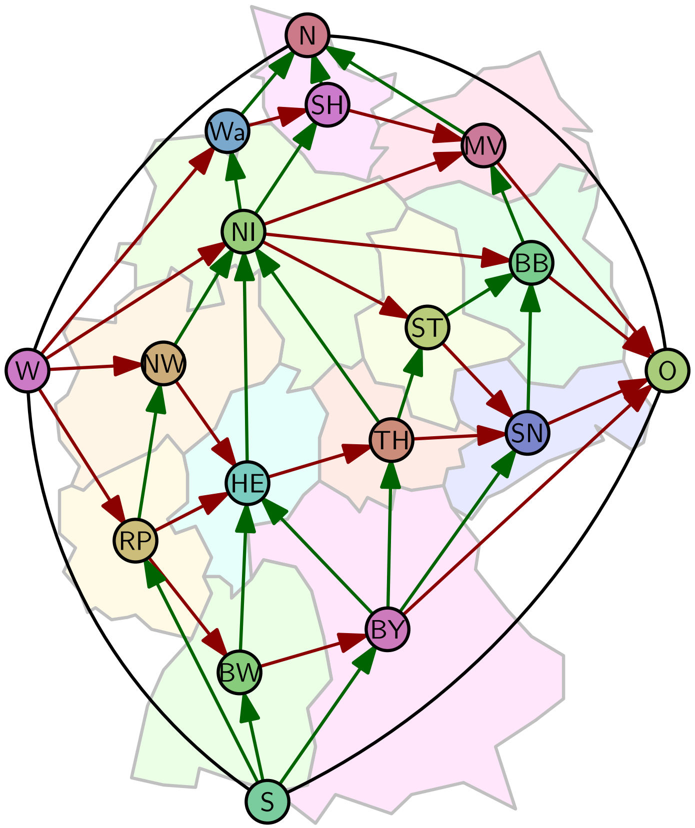
Reguläre Kantenbeschriftung

Die Nachbarn jedes inneren Rechtecks lassen sich in vier nichtleere Gruppen einteilen (N,S,W,O) und bilden in der zyklischen Ordnung vier Blöcke.

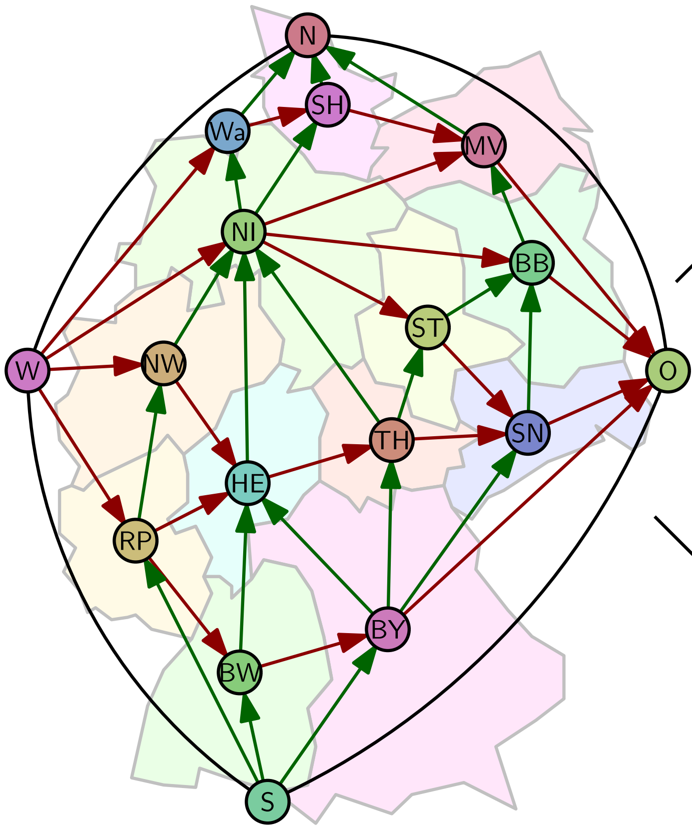


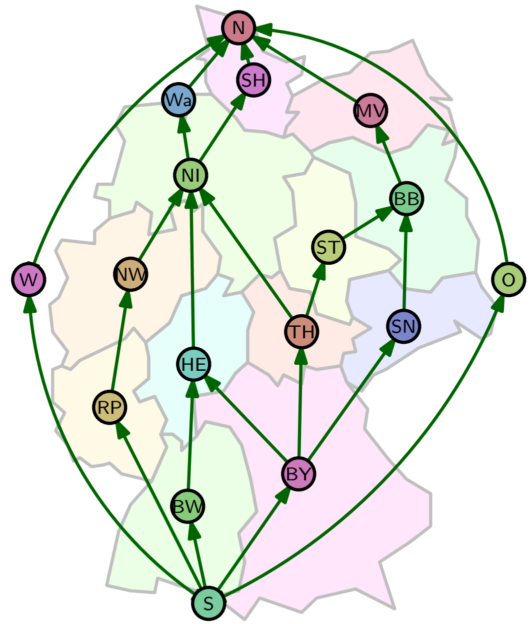
Eine Beschriftung der Kanten eines Graphen G mit $\{$N,S,W,O$\}$ heißt **reguläre Kantenbeschriftung**, falls obige Bedingung an jedem inneren Knoten erfüllt ist.

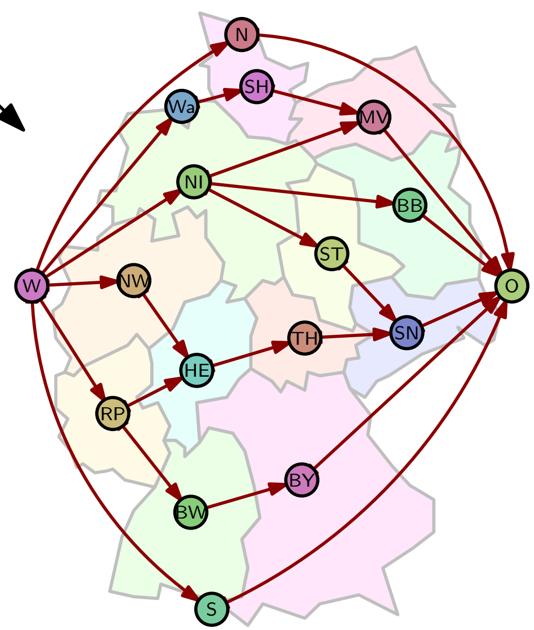
- richte Kanten von W nach O und von S nach N
- färbe W–O Kanten rot und S–N Kanten grün


N
SH
Wa
MV
NI
BB
ST
W
NW
O
SN
TH
HE
RP
BY
BW
S

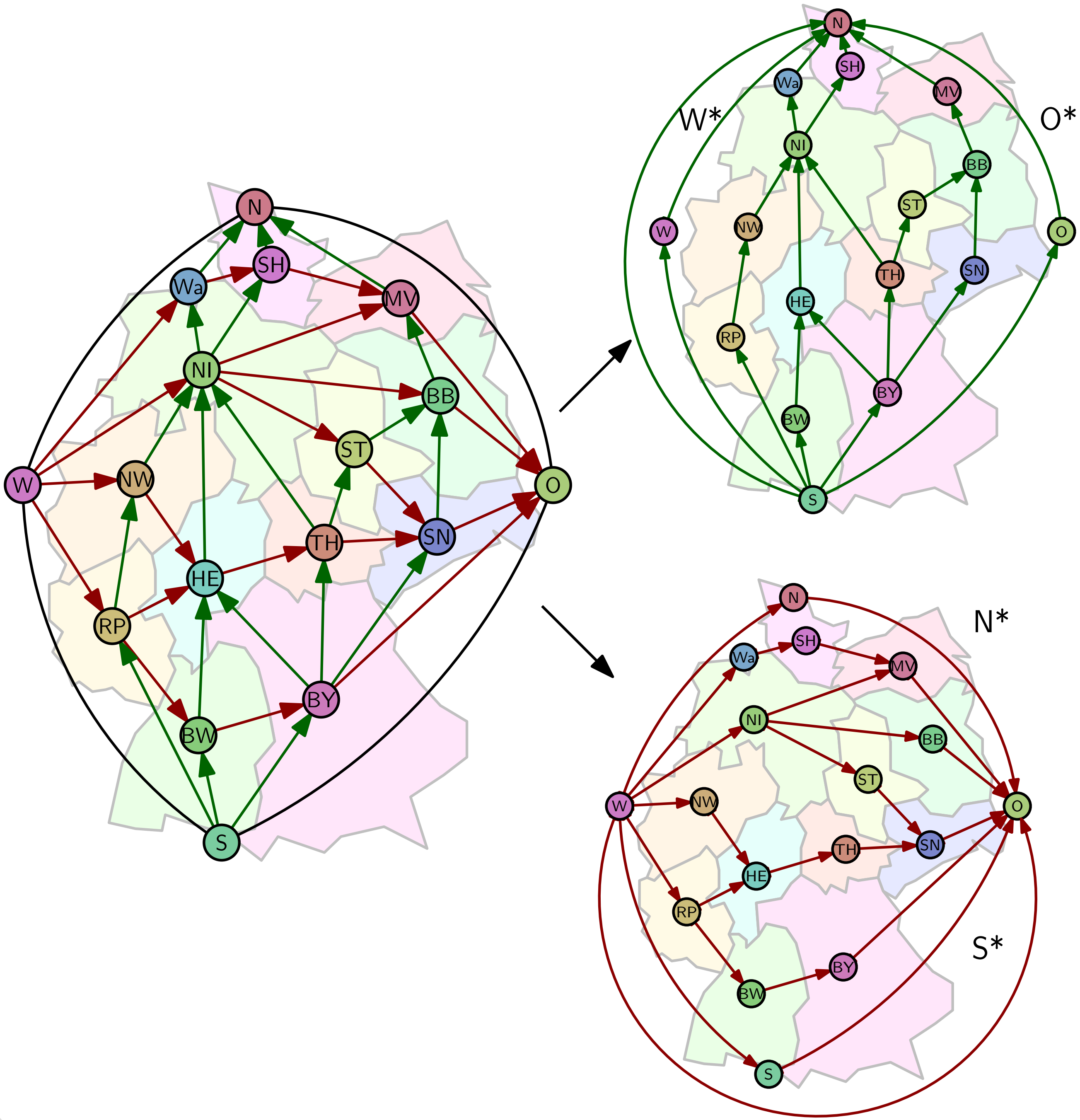
Konstruktion Rechtecksdual [He, Kant '97]



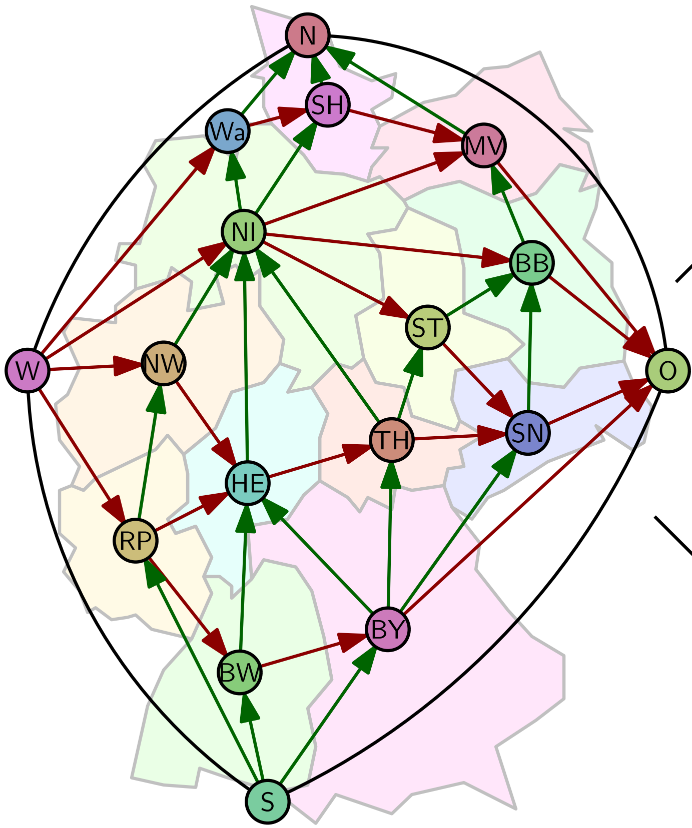


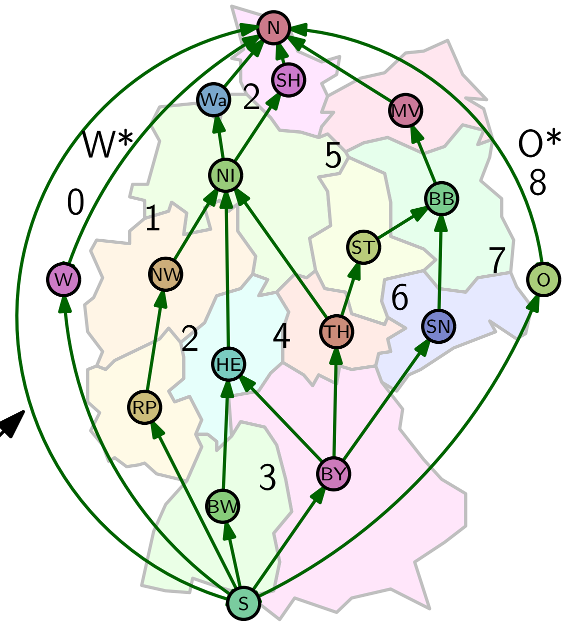


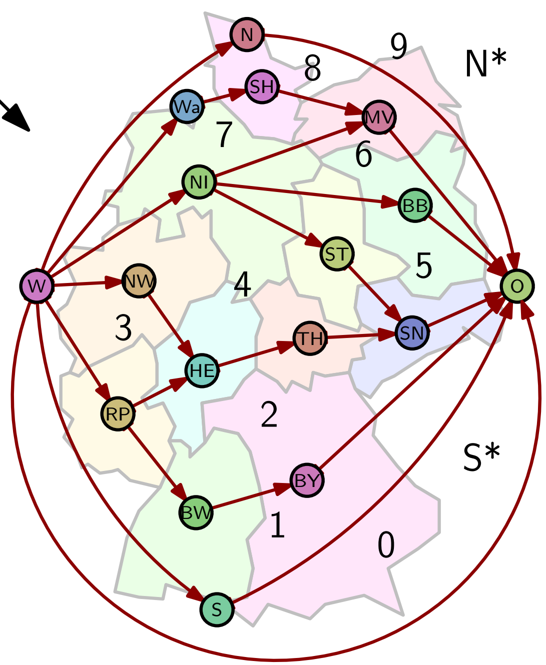
Konstruktion Rechtecksdual [He, Kant '97]



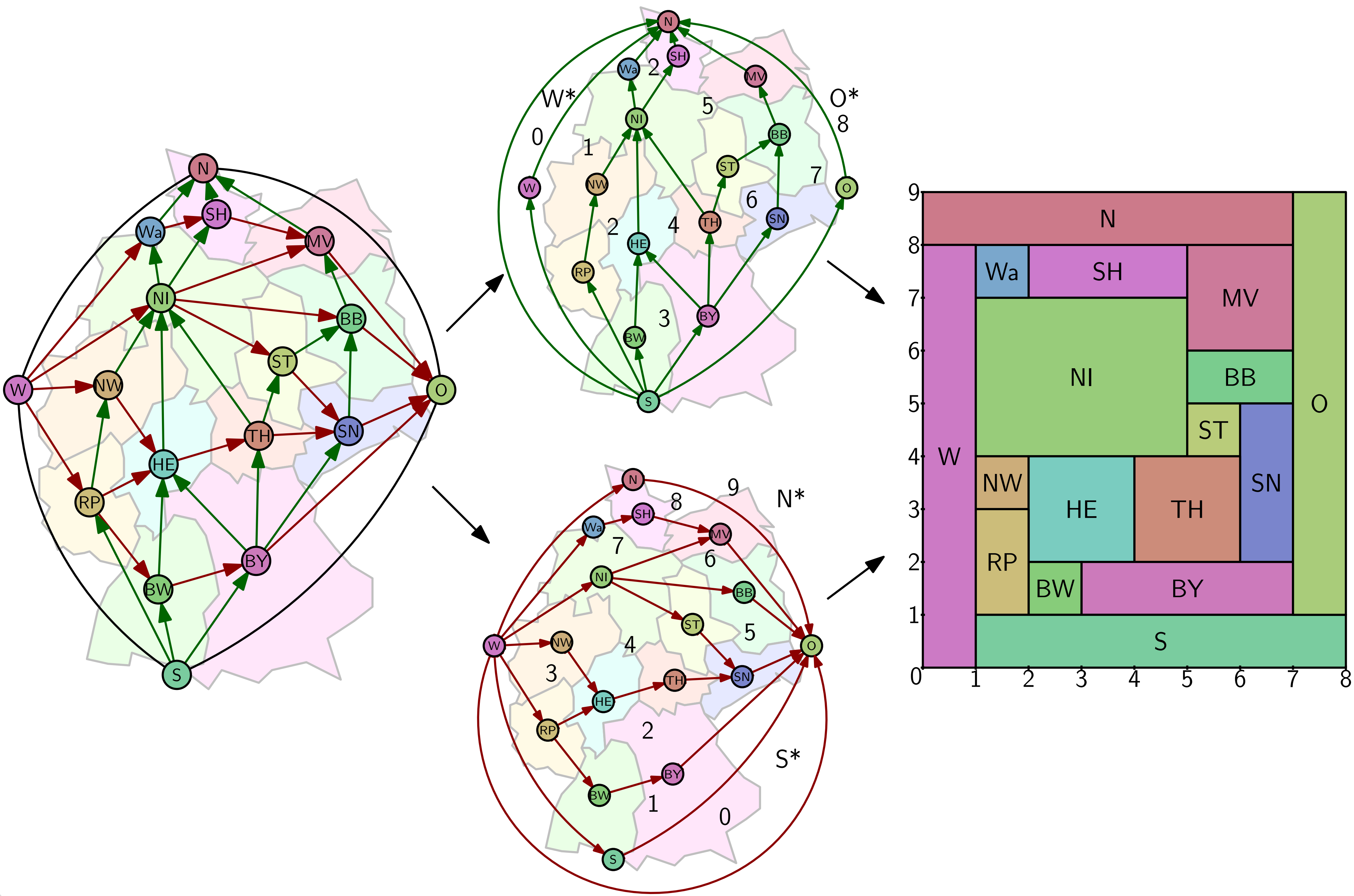
Konstruktion Rechtecksdual [He, Kant '97]







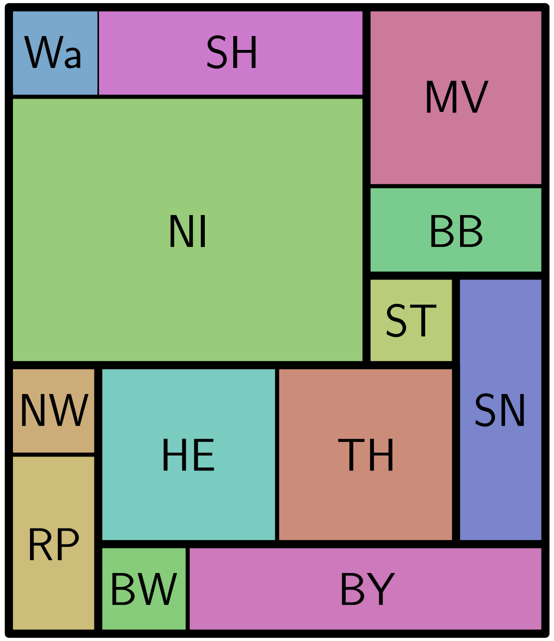
Konstruktion Rechtecksdual [He, Kant '97]

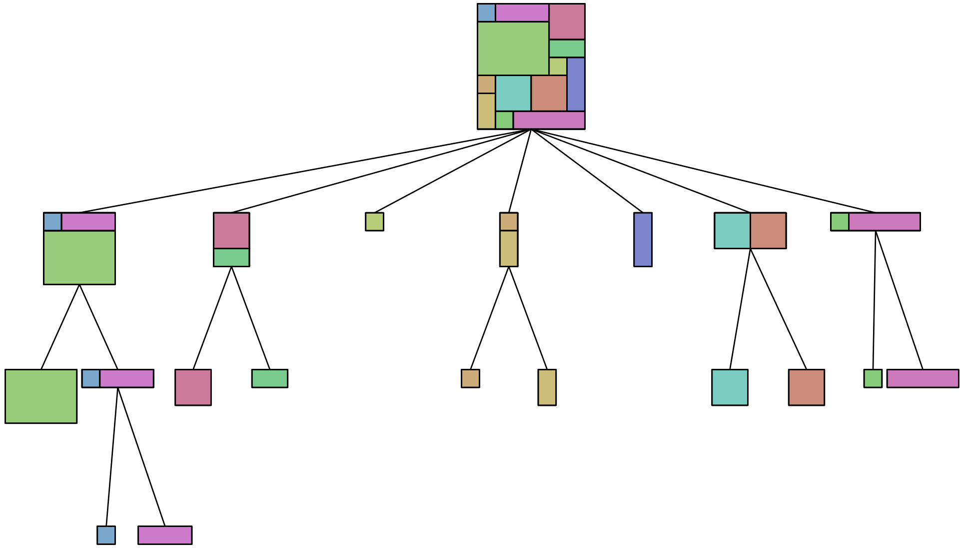


Problem: Flächenzuweisung

- abstraktes Rechtecksdual benötigt noch korrekte Flächen

betrachte hierarchische Rechteckszerlegung:



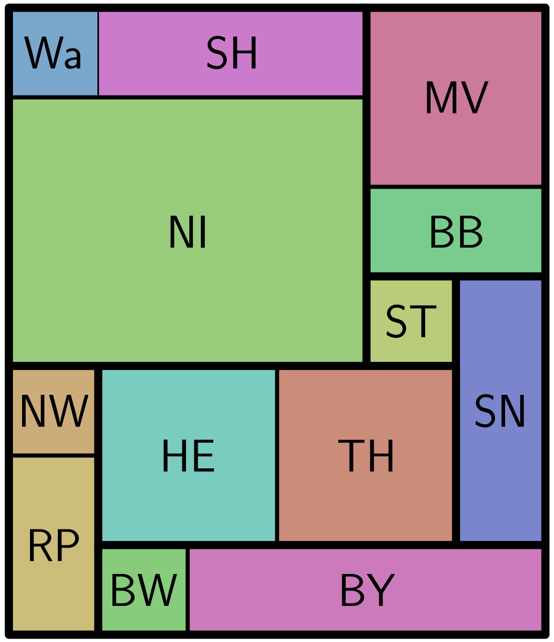


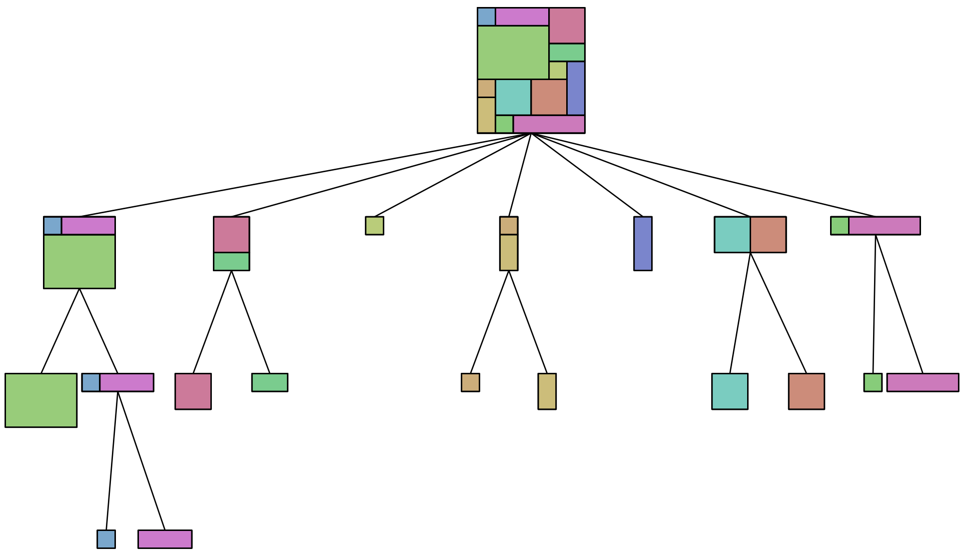
gruppiere Rechtecke, die zusammen größere Rechtecke bilden

Problem: Flächenzuweisung

- abstraktes Rechtecksdual benötigt noch korrekte Flächen

betrachte hierarchische Rechteckszerlegung:



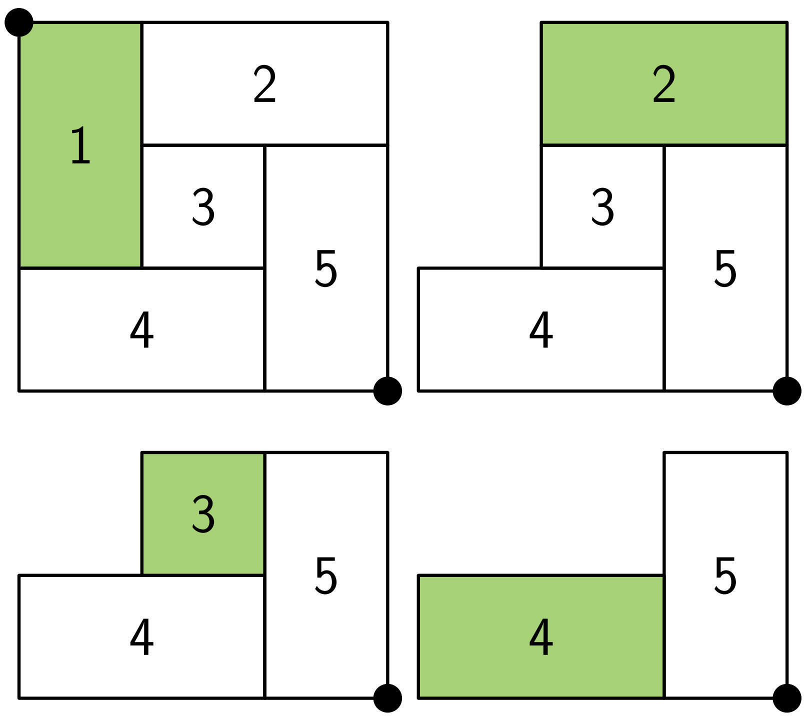


gruppiere Rechtecke, die zusammen größere Rechtecke bilden

- **zerschneidbare** Rechtecke, die in zwei Teile zerfallen
  → leichter Fall (s. Übung)
- komplexere Rechtecke
  → Algorithmus für **L-zerlegbare** Layouts

L-zerlegbare Layouts

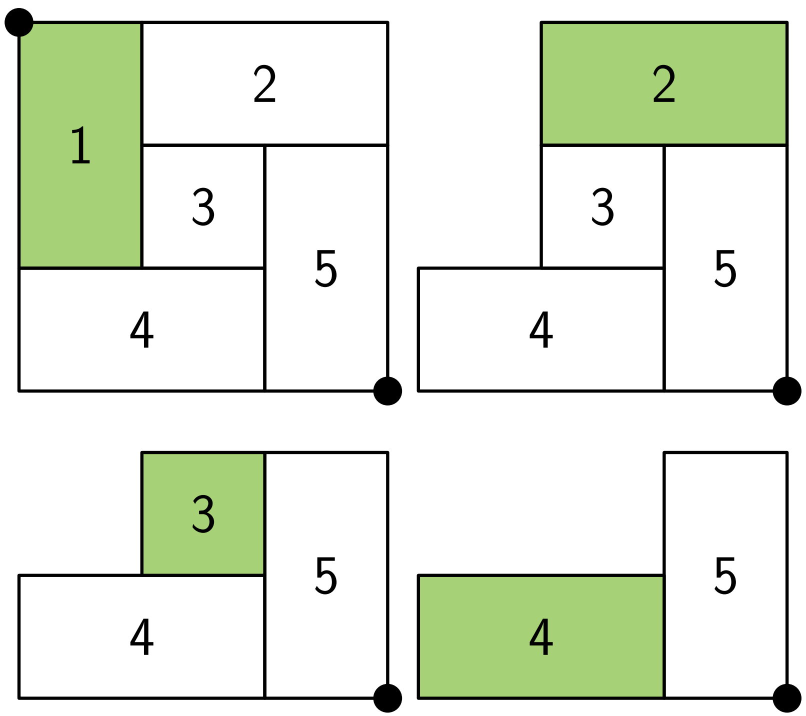
Ein irreduzibles Rechteckslayout $\mathcal{R}$ heißt **L-zerlegbar**, falls es eine Folge $(R_1, R_2, \ldots, R_n)$ der Rechtecke von $\mathcal{R}$ gibt, so dass R_1 und R_n in gegenüberliegenden Ecken von $\mathcal{R}$ liegen und jedes Polygon $\cup_{j=i}^{n} R_j$ L-förmig ist.



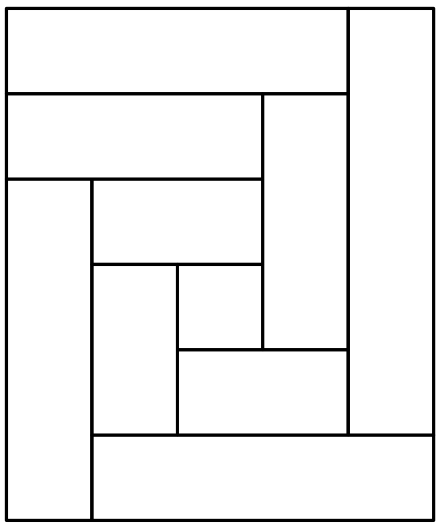
L-Zerlegungssequenz

L-zerlegbare Layouts

Ein irreduzibles Rechteckslayout $\mathcal{R}$ heißt **L-zerlegbar**, falls es eine Folge $(R_1, R_2, \ldots, R_n)$ der Rechtecke von $\mathcal{R}$ gibt, so dass R_1 und R_n in gegenüberliegenden Ecken von $\mathcal{R}$ liegen und jedes Polygon $\cup_{j=i}^{n} R_j$ L-förmig ist.



L-Zerlegungssequenz



nicht L-förmig zerlegbar

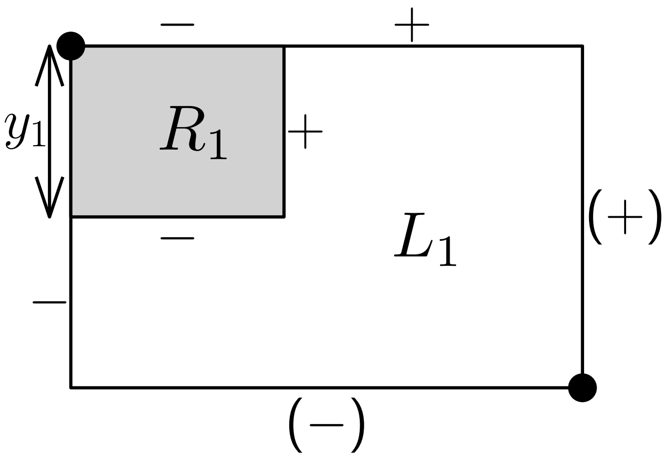
Existenz einer Lösung

Satz 2: Ein L-zerlegbares Layout hat entweder genau eine oder keine Lösung als Kartogramm ohne Flächenfehler und mit korrekten Adjazenzen.

Existenz einer Lösung

Satz 2: Ein L-zerlegbares Layout hat entweder genau eine oder keine Lösung als Kartogramm ohne Flächenfehler und mit korrekten Adjazenzen.

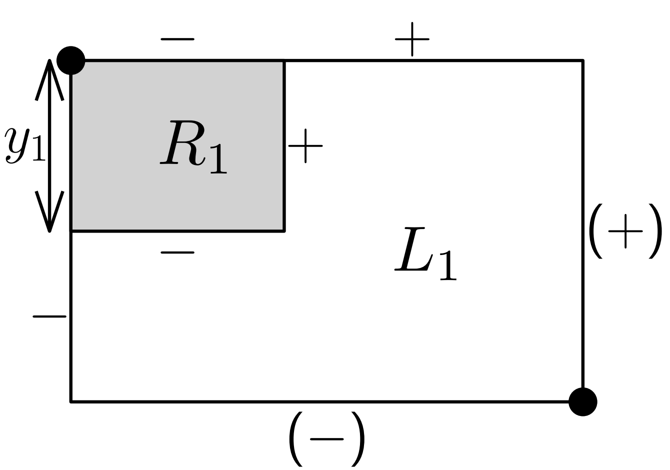
Beweisskizze:



Existenz einer Lösung

Satz 2: Ein L-zerlegbares Layout hat entweder genau eine oder keine Lösung als Kartogramm ohne Flächenfehler und mit korrekten Adjazenzen.

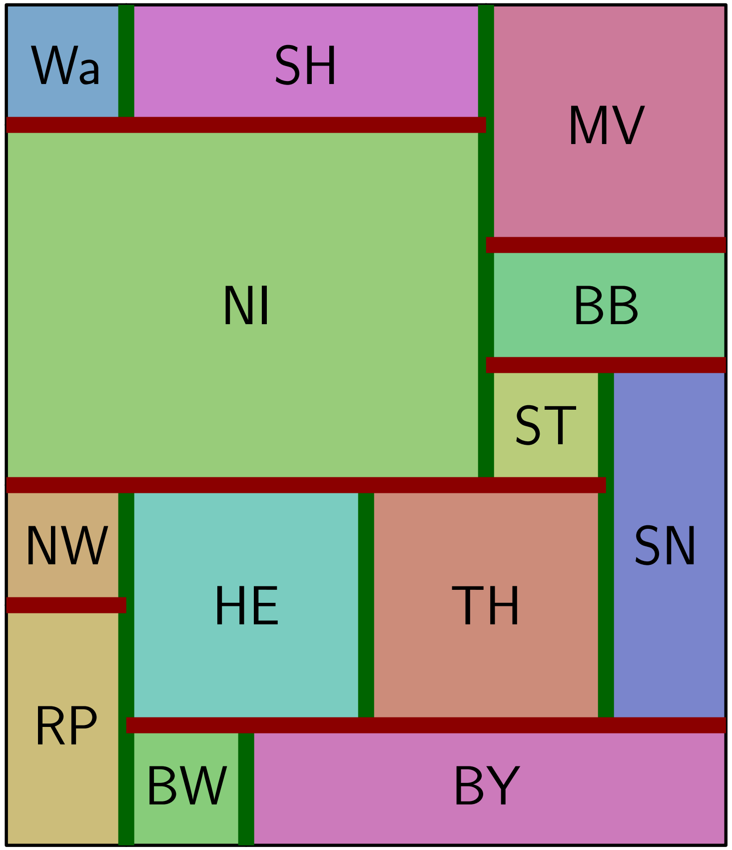
Beweisskizze:



Fallunterscheidung

Heuristik für Rechteckskartogramme

Nicht jedes Rechtecksdual ist L-zerlegbar, nicht jede Flächenzuweisung für L-zerlegbare Layouts hat eine Lösung.



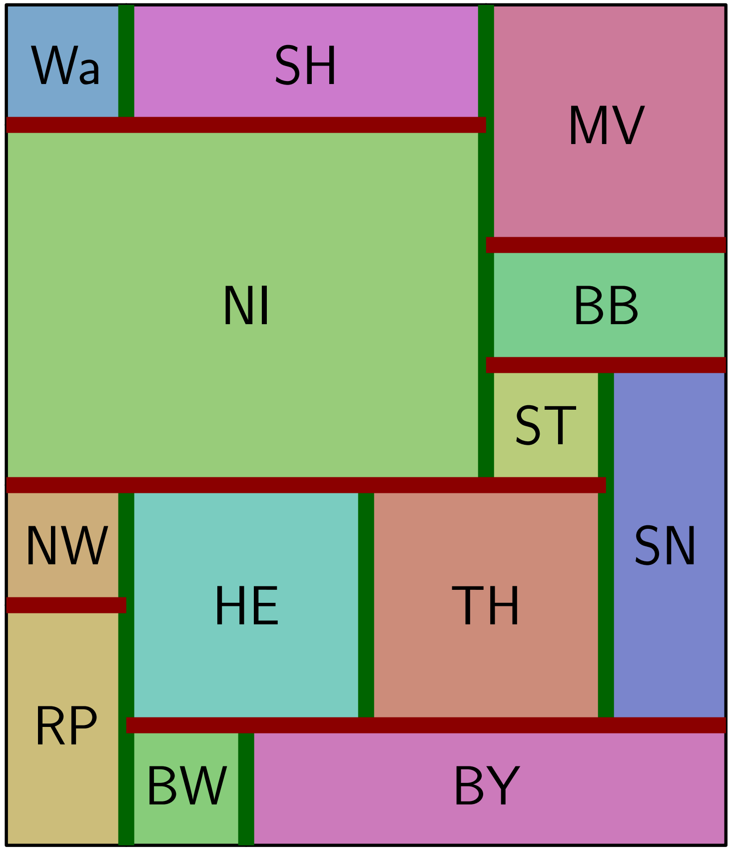
SegmentMoving

while lokale Verbesserung möglich **do**
- $s \leftarrow$ bel. maximales Segment
- bewege s in bessere Richtung
- ggf. berücksichtige Adjazenzen
- ggf. berücksichtige aspect ratio

- liefert immer ein Layout
- findet lokale Optima
- Wasser benötigt keine Zielfläche
- keinerlei Garantie oder Konvergenz bewiesen

Heuristik für Rechteckskartogramme

Nicht jedes Rechtecksdual ist L-zerlegbar, nicht jede Flächenzuweisung für L-zerlegbare Layouts hat eine Lösung.



Demo!

SegmentMoving

while lokale Verbesserung möglich **do**
- $s \leftarrow$ bel. maximales Segment
- bewege s in bessere Richtung
- ggf. berücksichtige Adjazenzen
- ggf. berücksichtige aspect ratio

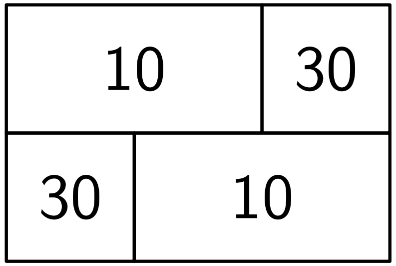
- liefert immer ein Layout
- findet lokale Optima
- Wasser benötigt keine Zielfläche
- keinerlei Garantie oder Konvergenz bewiesen

Flächenuniverselle Layouts

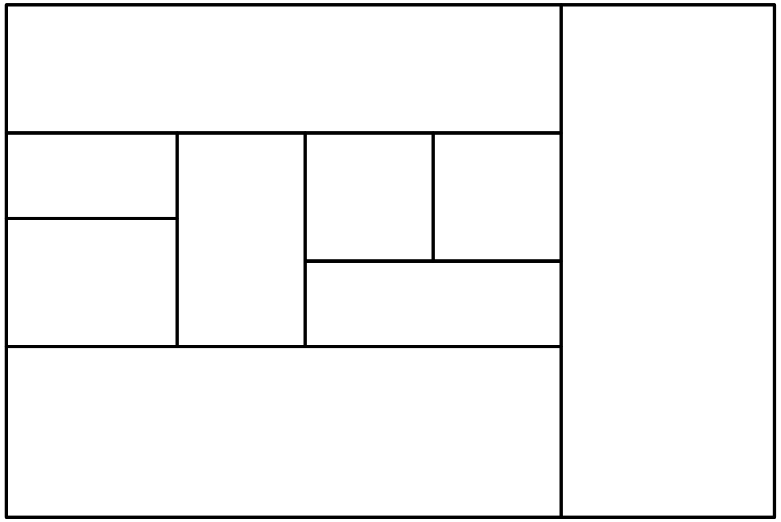
Einseitige Rechteckslayouts sind **flächenuniversell**, d.h. sie lassen sich für jede beliebige Flächenzuweisung realisieren.

[Eppstein et al. '12]

Ein Layout heißt **einseitig**, falls jedes maximale Segment auf einer Seite nur an ein einziges Rechteck angrenzt.



nicht einseitig

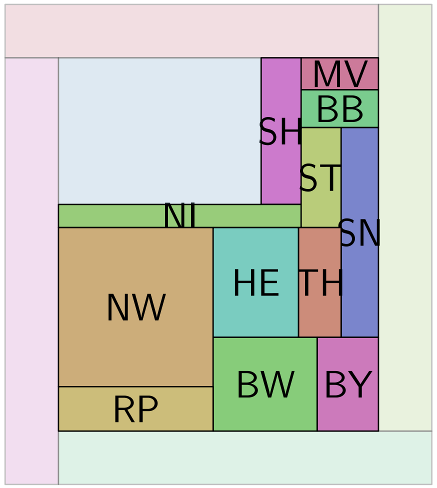


einseitig

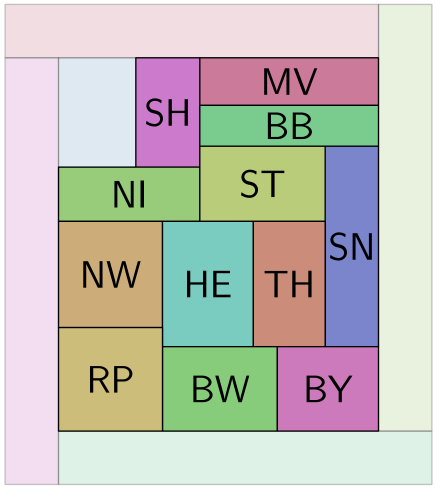
Zusammenfassung Rechteckskartogramme

Diskussion:

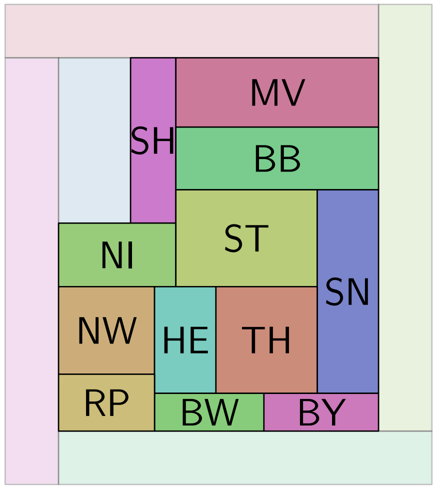
- Wiedererkennbarkeit der Form
- Vergleichbarkeit
- Lage der Regionen
- korrekte Adjazenzen
- kleiner Flächenfehler
- geringe Komplexität
- Ablesen der Fläche



Bevölkerung



Studierende pro Einwohner



Arbeitslosenquote