Vorlesung Algorithmische Kartografie

Beschriftung in Dynamischen Karten Teil 2

LEHRSTUHL FÜR ALGORITHMIK I · INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Martin Nöllenburg

11.06.2013

Die Ära der dynamischen Karten

Die meisten Karten sind heute nicht mehr statisch und allgemein, sondern dynamisch und individuell.

Kartenansicht bewegt sich kontinuierlich wenn der Nutzer

- zoomt
- verschiebt
- rotiert
- neigt

Layout und Beschriftung müssen sich an die dynamische Kartenbewegung anpassen

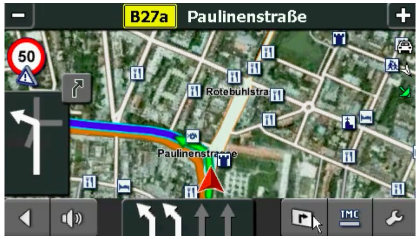
→ kontinuierliche Generalisierung

→ **kontinuierliche Kartenbeschriftung**

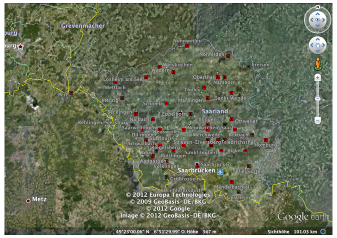
Neue Verfahren sind notwendig

Die bisherigen Ansätze sind zwar schnell genug, aber die resultierenden Kartenanimationen sind oft unbefriedigend.

- jeder Frame wird unabhängig von Nachbarframes beschriftet
- Label neigen zu Flackern und Sprüngen
- **zeitliche Kohärenz** oder **Konsistenz** wird nicht betrachtet



Aktuelle reale Beispiele zeigen noch immer negative Effekte!



Konsistenzkriterien **[Been, Daiches, Yap ’06]**

- Label sollen beim Vergrößern nicht verschwinden und beim Verkleinern nicht auftauchen (Monotonität)
- sichtbare Label sollen Position und Größe kontinuierlich ändern
- Platzierung und Auswahl der Label soll eine Funktion des Kartenzustands sein und nicht von der Historie abhängen
- feste Labelgröße auf dem Bildschirm

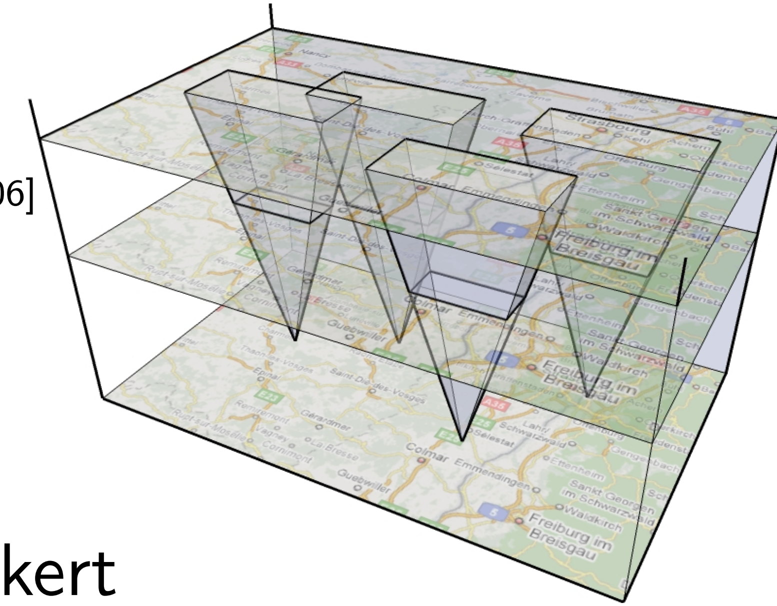
1) Beschriftung für dynamisches Zoomen

[Been et al. 2010]

Heute: Ebenenbasierter Approximationsalgorithmus

3D Modell für dynamisches Beschriften

KIT Karlsruhe Institute of Technology



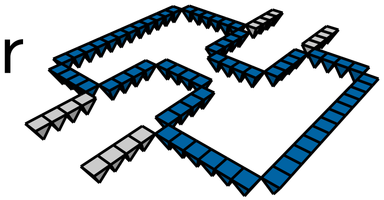
Dynamisches Beschriftungsmodell

[Been, Daiches, Yap '06]

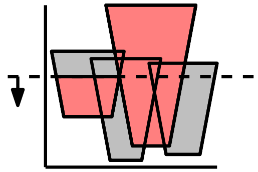
- (inverser) Maßstab auf z-Achse
- horizontale Scheibe bei $z = z_0$ liefert Karte in Maßstab $1/z_0$
- jedes Label an festem Punkt verankert
  $\Rightarrow$ **kein Springen**
- verfügbares Maßstabsintervall S_L für jedes L
- berechne ein **aktives Intervall** $A_L \subseteq S_L$
  $\Rightarrow$ **kein Flackern**
- aktive Intervalle müssen disjunkte Pyramidenstümpfe (bzw. allg. Labelkörper) induzieren $\Rightarrow$ **gültige Beschriftung**
- **Ziel:** maximiere **aktive Gesamthöhe** $\sum_L |A_L|$

Zusammenfassung letzte Vorlesung

- aktive Gesamthöhe zu maximieren ist NP-schwer (Gadgetreduktion von planarem 3-Sat)



- Greedy Top-Down Sweep Algorithmus



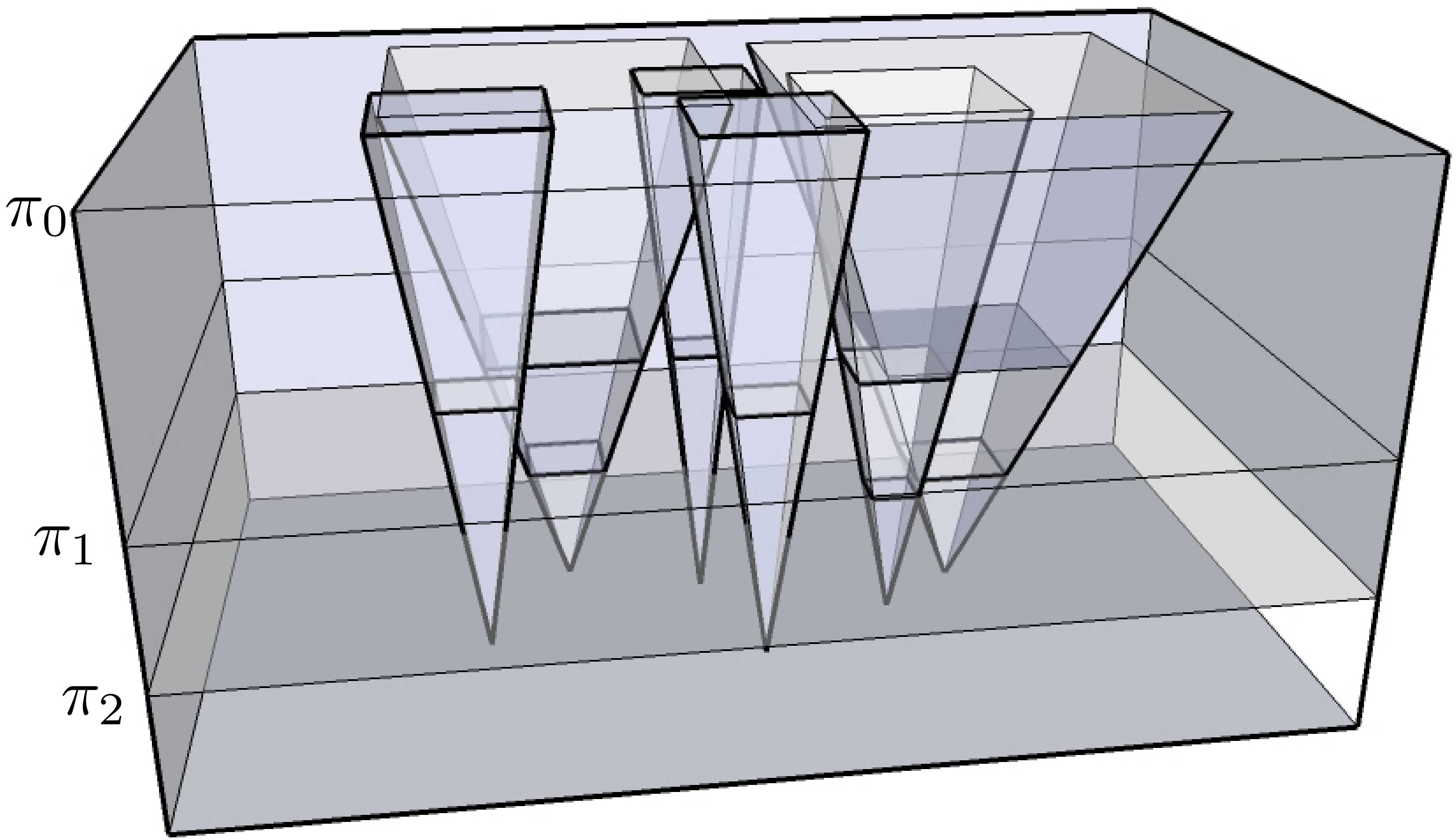
- liefert $1/c$ Approximation, falls jedes Label zu jeder Zeit maximal c unabhängige andere Label blockieren kann
- rechteckige Einheitslabel:
  - $c = 4$
  - Laufzeit $O((n+k)\log^2 n)$ via Range Trees

Ebenenbasierter Greedy-Algorithmus

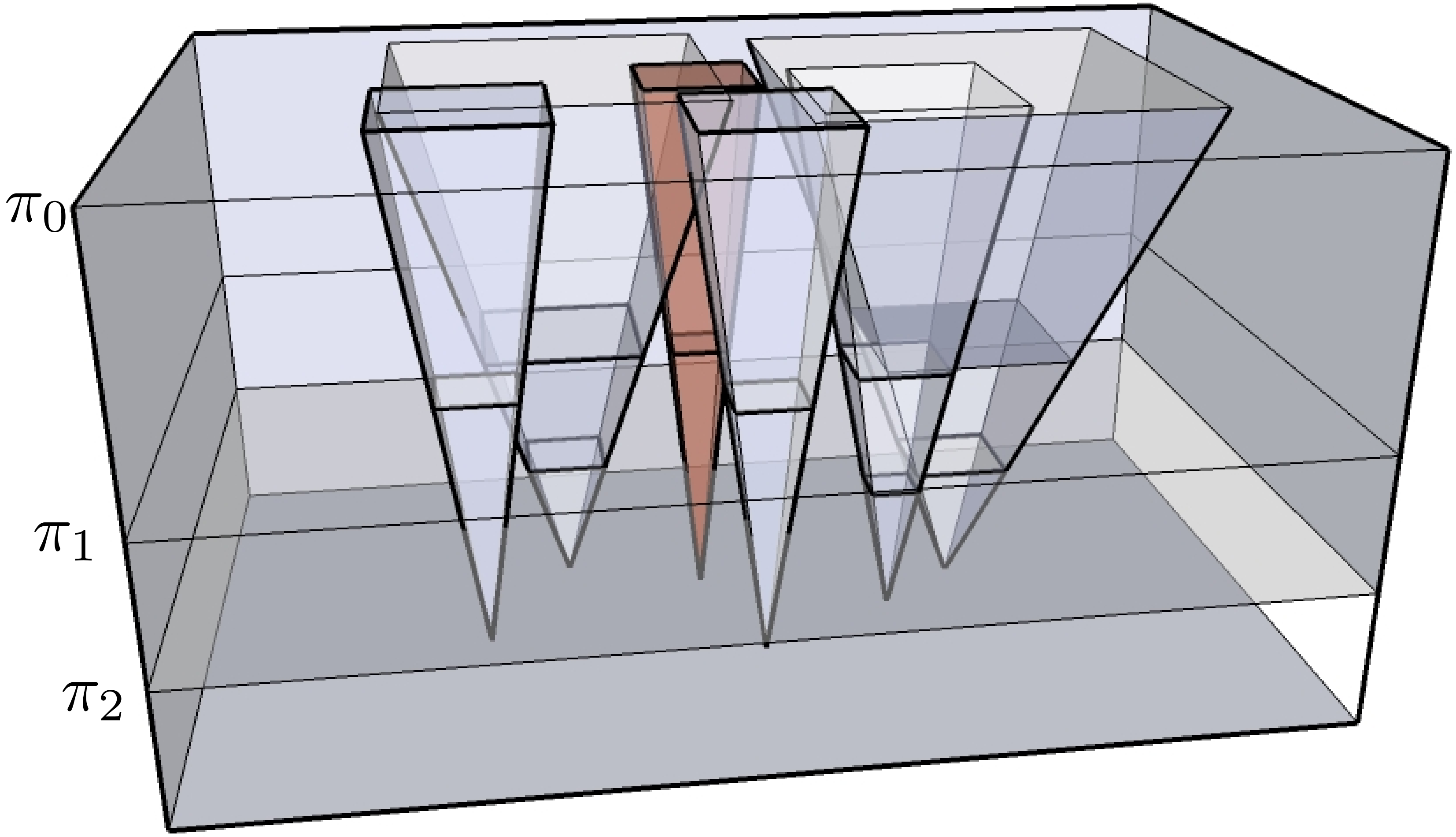
Algorithmus 2

Input: Menge $\mathcal{E}$ von quadratischen Labelpyramiden, verfügbare Intervalle $(0, S_{\max})$ für alle $E \in \mathcal{E}$
Output: aktive Intervalle $(0, A_E)$ für alle $E \in \mathcal{E}$
foreach $E \in \mathcal{E}$ **do** initialisiere E als inaktiv; $A_E \leftarrow 0$
for $i = 0$ **to** $\log_2 n$ `// Phase` i
do
  $s_i \leftarrow S_{\max}/2^i$
  $\mathcal{C}_i \leftarrow$ Menge inaktiver Spuren in $\pi_i = \pi(s_i)$, die keine aktiven Spuren in π_i schneiden
  while $\mathcal{C}_i \neq \emptyset$ **do**
    $T \leftarrow$ kleinste Spur in $\mathcal{C}_i$; $E \leftarrow$ Pyramide zu T
    markiere E und T aktiv und setze $A_E \leftarrow s_i$
    entferne T und alle geschnittenen Spuren aus $\mathcal{C}_i$

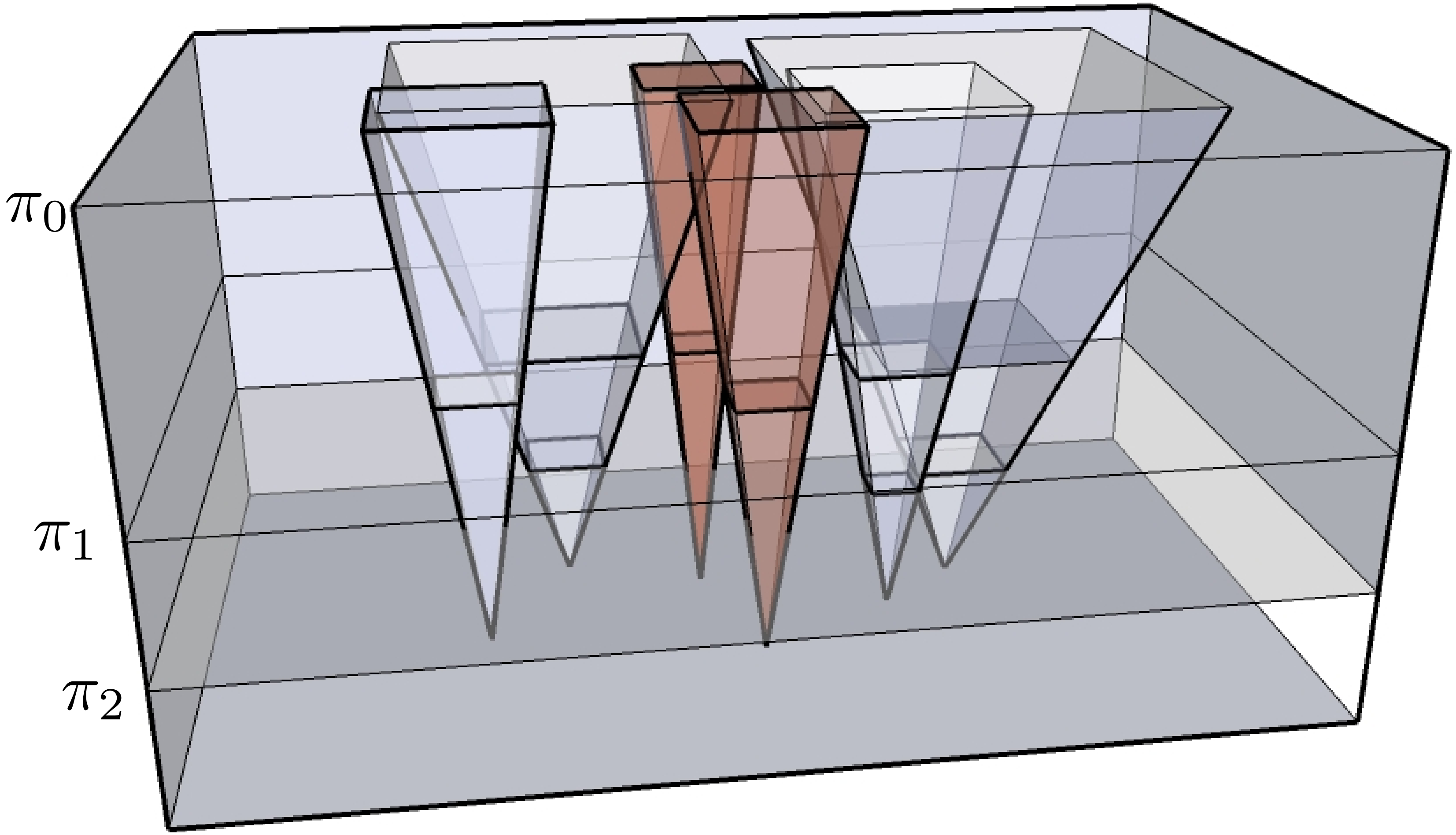
Beispiel



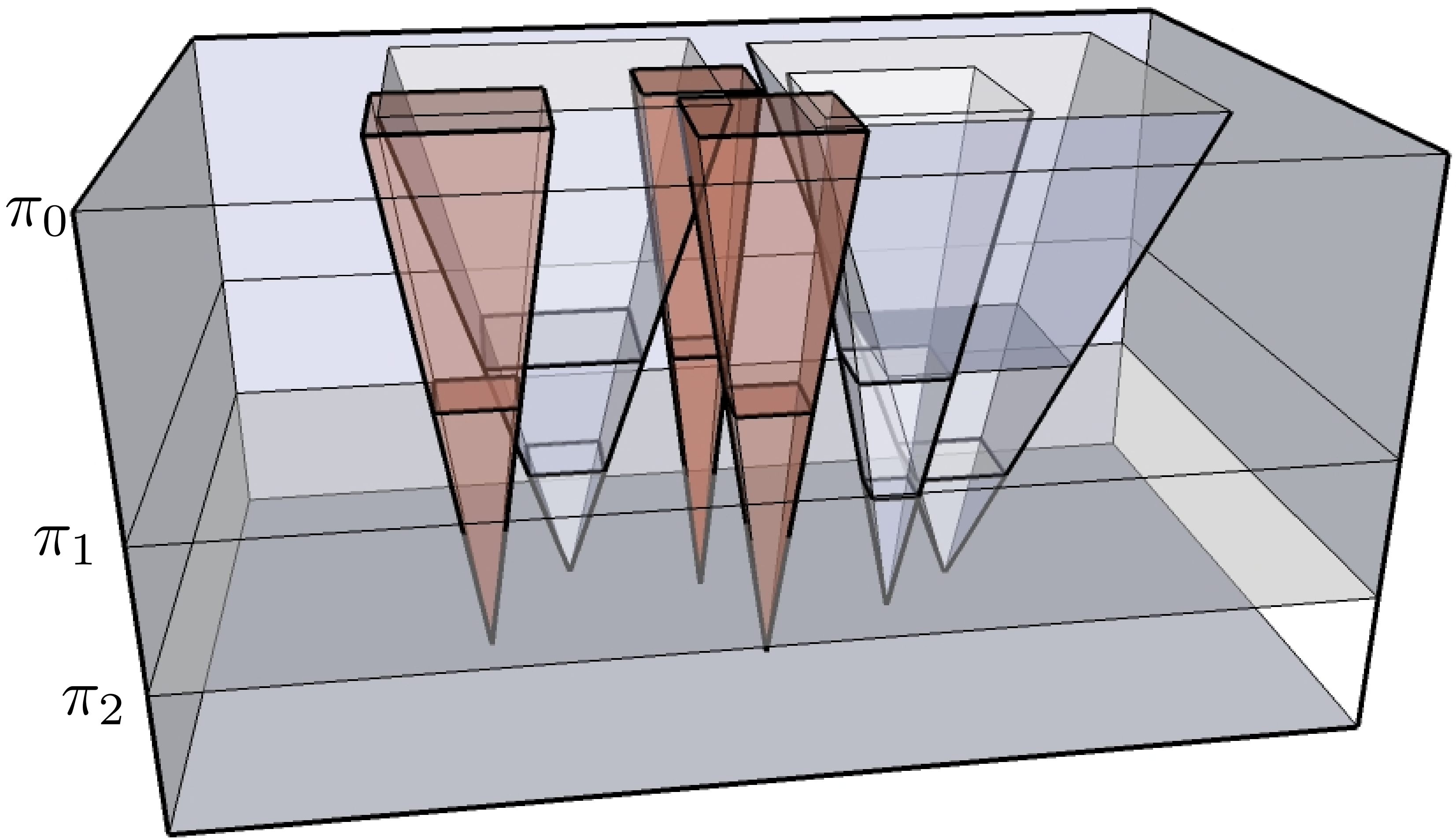
Beispiel



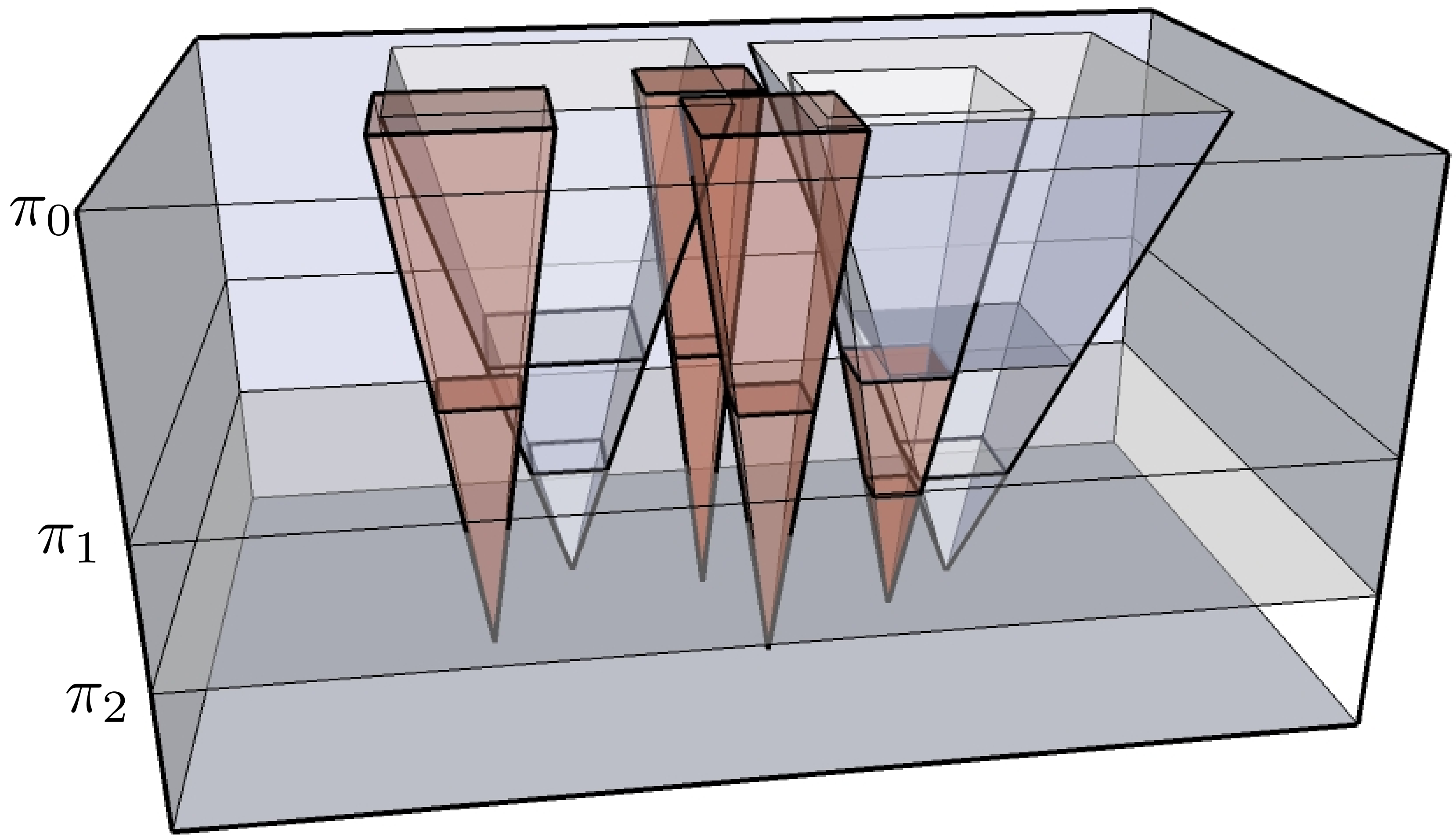
Beispiel



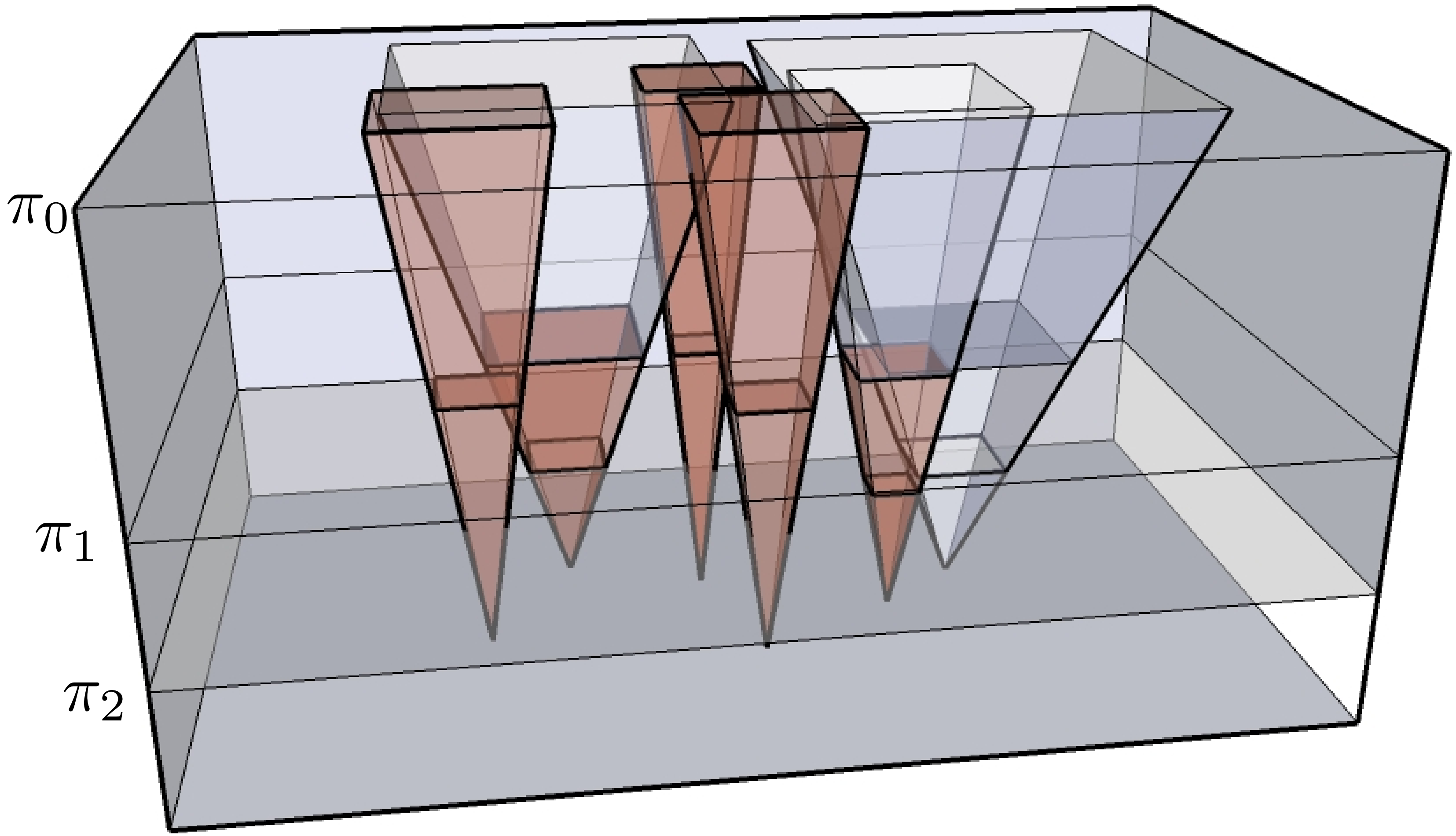
Beispiel



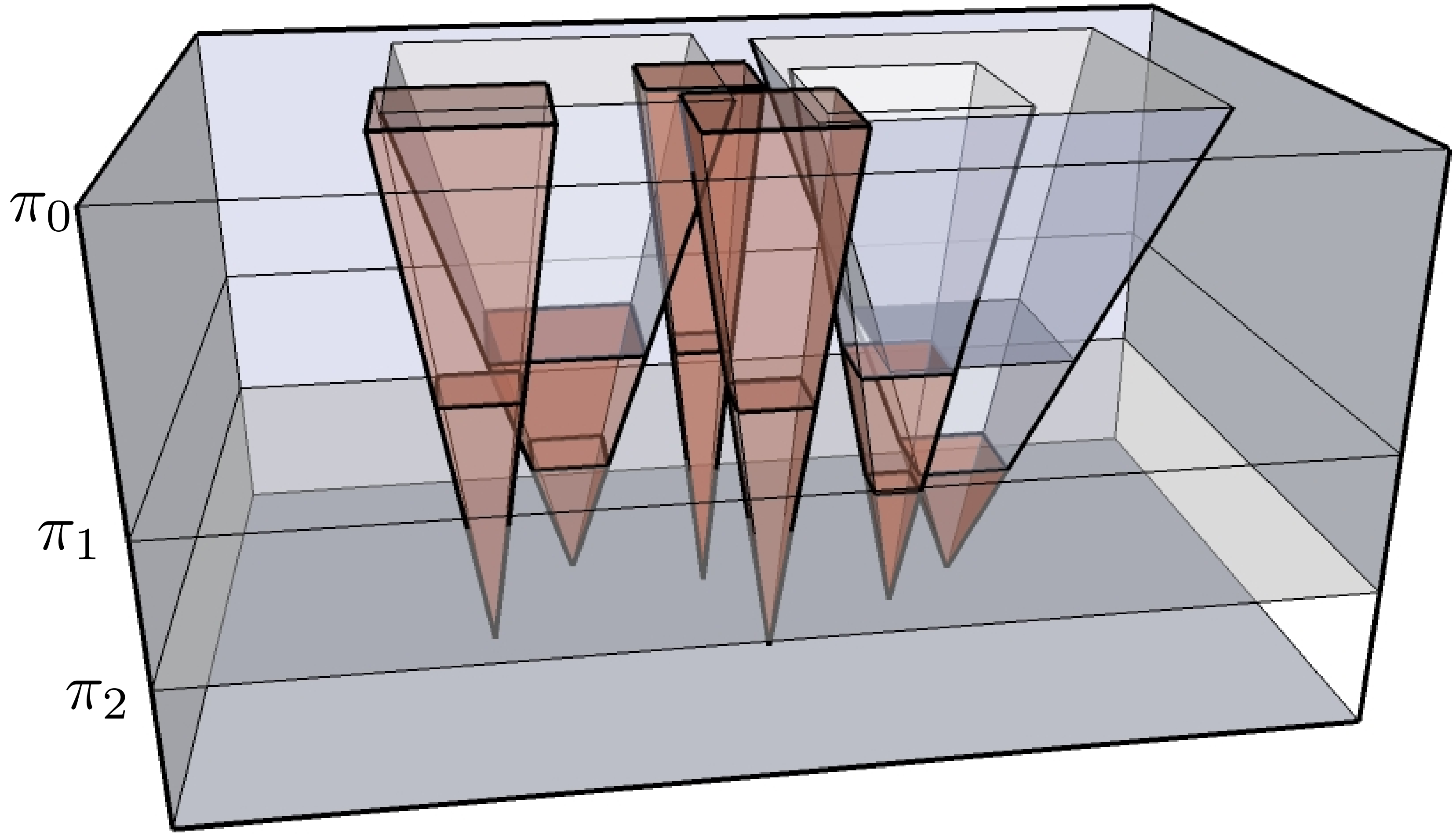
Beispiel



Beispiel



Beispiel



Blocker-Zuordnung

Am Ende von Phase i schneiden alle inaktiven Spuren eine aktive Spur in Ebene π_i, sie werden **blockiert**.

Sei T eine blockierte Spur. Wir weisen T einer aktiven Spur zu:

(A) falls T anfangs in $\mathcal{C}_i$ war, wurde T durch neu aktivierte Spur T' blockiert; weise T der Spur T' zu

(B) sonst weise T einer beliebigen blockierenden Spur T' zu, die schon am Anfang von Phase i aktiv war

Blocker-Zuordnung

Am Ende von Phase i schneiden alle inaktiven Spuren eine aktive Spur in Ebene π_i, sie werden **blockiert**.

Sei T eine blockierte Spur. Wir weisen T einer aktiven Spur zu:

(A) falls T anfangs in $\mathcal{C}_i$ war, wurde T durch neu aktivierte Spur T' blockiert; weise T der Spur T' zu

(B) sonst weise T einer beliebigen blockierenden Spur T' zu, die schon am Anfang von Phase i aktiv war

Lemma 3: Sei T eine aktive Spur in Ebene π_i mit Seitenlänge ℓ. Dann hat jede inaktive und T zugeordnete Spur Seitenlänge mindestens $\ell/3$ und schneidet den Rand von T.

Blocker-Zuordnung

Am Ende von Phase i schneiden alle inaktiven Spuren eine aktive Spur in Ebene π_i, sie werden **blockiert**.

Sei T eine blockierte Spur. Wir weisen T einer aktiven Spur zu:

(A) falls T anfangs in $\mathcal{C}_i$ war, wurde T durch neu aktivierte Spur T' blockiert; weise T der Spur T' zu

(B) sonst weise T einer beliebigen blockierenden Spur T' zu, die schon am Anfang von Phase i aktiv war

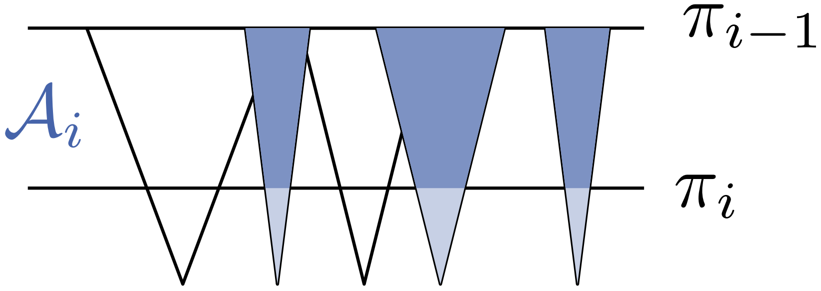
Lemma 3: Sei T eine aktive Spur in Ebene π_i mit Seitenlänge ℓ. Dann hat jede inaktive und T zugeordnete Spur Seitenlänge mindestens $\ell/3$ und schneidet den Rand von T.

Beweis: Sei $T = tr_i(E)$ aktiv und $T' = tr_i(E')$ inaktiv und T zugeordnet

Fall (A) ist klar, Fall (B): Tafel

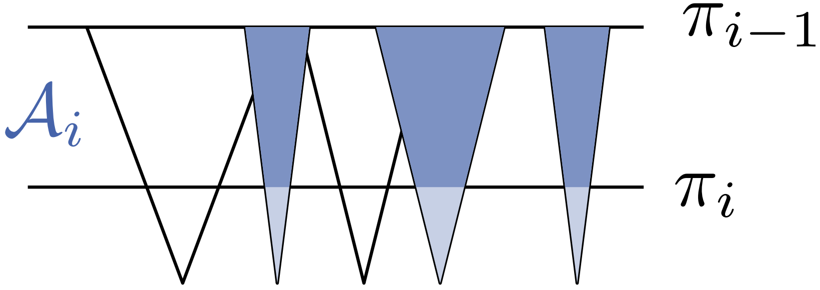
Abschätzung aktive Gesamthöhe

Sei $\mathcal{S}$ optimale Lösung und $\mathcal{A}$ Lösung des Algorithmus 2.
Sei $\pi_{\log_2 n+1} = \pi(0)$.
Definiere $\mathcal{S}_i$ und $\mathcal{A}_i$ als Menge der aktiven Pyramidenstümpfe von $\mathcal{S}$ bzw. $\mathcal{A}$ zwischen π_{i-1} und π_i.



Abschätzung aktive Gesamthöhe

Sei $\mathcal{S}$ optimale Lösung und $\mathcal{A}$ Lösung des Algorithmus 2.
Sei $\pi_{\log_2 n+1} = \pi(0)$.
Definiere $\mathcal{S}_i$ und $\mathcal{A}_i$ als Menge der aktiven Pyramidenstümpfe von $\mathcal{S}$ bzw. $\mathcal{A}$ zwischen π_{i-1} und π_i.



Weise aktive Gesamthöhe $H(\mathcal{S}_i)$ der Gesamthöhe $H(\mathcal{A}_{i+1})$ zu; weise $H(\mathcal{S}_{\log_2 n})$ und $H(\mathcal{S}_{\log_2 n+1})$ der Gesamthöhe $H(\mathcal{A}_1)$ zu.

Lemma 4: Es gilt $H(\mathcal{A}_1) \geq (H(\mathcal{S}_{\log_2 n}) + H(\mathcal{S}_{\log_2 n+1}))/4$.
Wenn nicht mehr als c Spuren in $\mathcal{S}$ einer beliebigen Spur in $\mathcal{A}$ zugeordnet sind, dann gilt für $1 \leq i < \log_2 n$: $H(\mathcal{A}_{i+1}) \geq H(\mathcal{S}_i)/(2c)$.

Zusammenfassung

Satz 3: Für n achsenparallele quadratische Label beliebiger Größe berechnet Algorithmus 2 eine $1/24$-Approximation der optimalen aktiven Gesamthöhe. Der Algorithmus lässt sich in $O(n \log^3 n)$ Zeit und $O(n \log n)$ Platz implementieren.

Zusammenfassung

Satz 3: Für n achsenparallele quadratische Label beliebiger Größe berechnet Algorithmus 2 eine $1/24$-Approximation der optimalen aktiven Gesamthöhe. Der Algorithmus lässt sich in $O(n \log^3 n)$ Zeit und $O(n \log n)$ Platz implementieren.

Abschlussfrage:
Was macht Algorithmus 2 für Label einheitlicher Größe?