Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmen für Routenplanung

14. Vorlesung, Sommersemester 2012

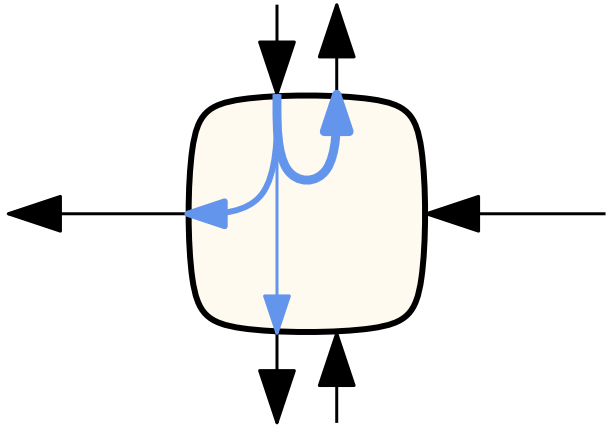
Daniel Delling | 18. Juni 2012

MICROSOFT RESEARCH SILICON VALLEY

Abbiegeverbote/-kosten

bisher:

- Kreuzungen $\rightarrow$ Knoten
- Strassen $\rightarrow$ Kanten



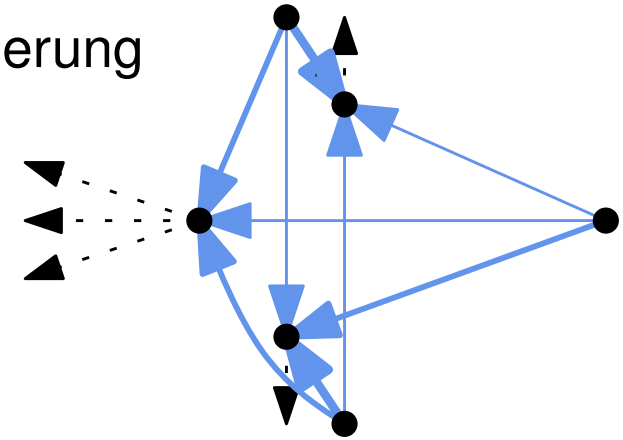
aber:

- Abbiegen manchmal verboten
- Linksabbiegen teurer als rechts
- Kosten U-Turns hoch
- wurde als einfaches Modellierungsdetail abgetan

Modellierung

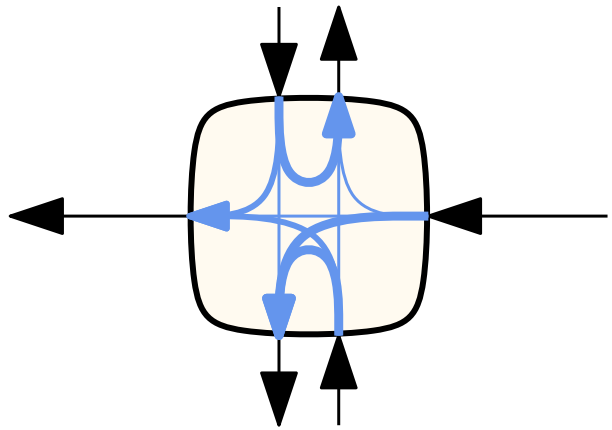
Möglichkeit I:

- Vergrössern des Graphen durch Ausmodellierung
- redundante Information
- entferne einen Knoten pro Strasse
- kantenbasierter Graph da
  - Strassen $\rightarrow$ Knoten
  - Turns $\rightarrow$ Kanten



Möglichkeit II:

- behalte Kreuzungen als Knoten
- speicher Abbiegetabelle
- Beobachtung: viele Knoten haben die gleiche Abbiegetabelle
- also speicher jede Tabelle einmal, Knoten speichern Tabellen-ID



Kantenbasierter Graph

Dijkstra:

- funktioniert ohne Anpassung
- mehr Knoten zu scannen
- Faktor 3 langsamer

CH

- funktioniert ohne Anpassung
- aber grössere Anzahl Knoten/Kanten erhöht Vorberechungszeit

MLD

- Anzahl Schnittkanten erhöht sich
- Schnittkanten $=$ Schnittknoten
- eventuell wechsel zu Knotenseparatoren?

Kompaktes Modell

Dijkstra:

- Turns müssen in den Suchalgorithmus integriert werden
- Kreuzungen können mehrfach gescannt werden
- jede Kante wird höchstens einmal gescannt
- Suchraum gleich zu kantenbasiertem Modell
- Vorteil: weniger Speicher für den Graphen

Optimierung:

- berechne für jede Kreuzung Schranken
- reduziert Suchraum um einen Faktor 2

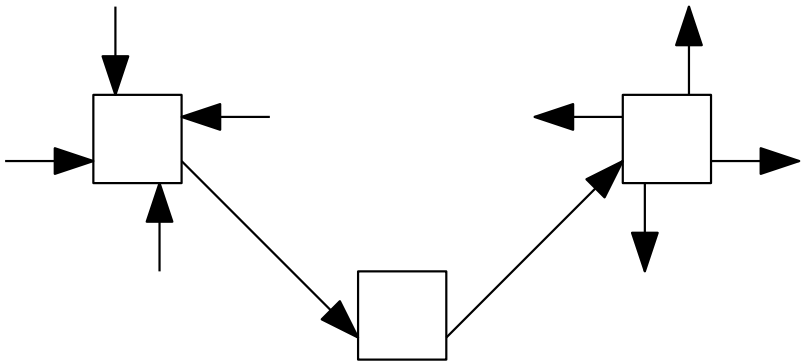
Kompaktes Modell

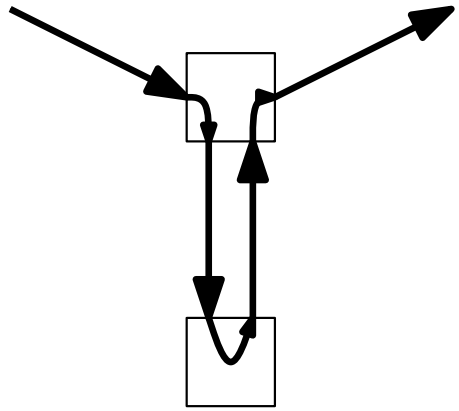
CH

- Zeugensuche wird komplizierter
  - für jedes Paar eingehender und ausgehender Kanten muss eine Zeugensuche durchgeführt werden
  - es können Self-Loops entstehen

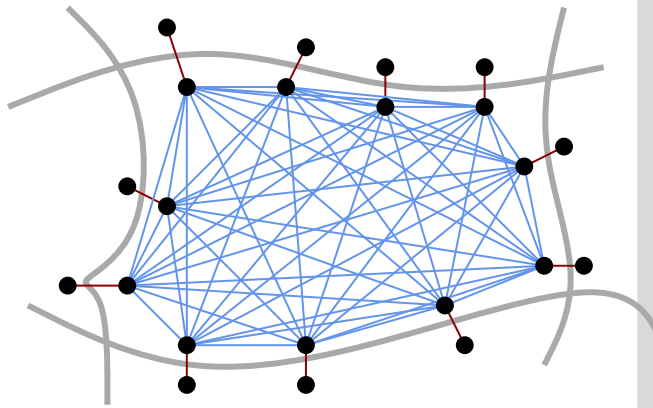
$\Rightarrow$ Anpassung schwierig

$\Rightarrow$ Zeugensuche schlägt häufig fehl





Kompaktes Modell



MLD

- Schnittkanten bleiben erhalten
- Schnittkante $\rightarrow$ 2 Knoten auf Overlay
- Turns müssen nur auf unterstem beachtet werden
- auf Overlaygraphen: normaler Dijkstra

$\Rightarrow$ einfache Anpassung, aber Query wird komplizierter

Ergebnisse

	Algorithm	Customization time [s]	Customization [MB]	Queries #scans	Queries time [ms]
1 s	MLD-4 [$2^8 : 2^{12} : 2^{16} : 2^{20}$]	5.8	61.7	3556	1.18
	CH expanded	3407.4	880.6	550	0.18
	CH compact	849.0	132.5	905	0.19
100 s	MLD-4 [$2^8 : 2^{12} : 2^{16} : 2^{20}$]	7.5	61.7	3813	1.28
	CH expanded	5799.2	931.1	597	0.21
	CH compact	23774.8	304.0	5585	2.11

Beobachtung:

- CH hat massive Probleme mit Turns
- MLD kaum (einer der Hauptgründe für Entwicklung von MLD)

Diskussion

Wie historische Daten einbeziehen?

Zeitabhängiges Szenario

Szenario:

- Historische Daten für Verkehrssituation verfügbar
- Verkehrssituation vorhersagbar
- Berechne schnellsten Weg bezüglich der erwarteten Verkehrssituation (zu einem gegebenen Startzeitpunkt)

Beobachtung:

- Kein konzeptioneller Unterschied zu Public Transport
- Somit Techniken übertragbar?
- Nein! Dazu bald mehr.

Herausforderung

Hauptproblem:

- Kürzester Weg hängt von Abfahrtszeitpunkt ab
- Eingabegröße steigt massiv an

Vorgehen:

- Modellierung
- Anpassung Dijkstra
- Anpassung Beschleunigungstechniken

Heute:

- Modellierung und Dijkstra

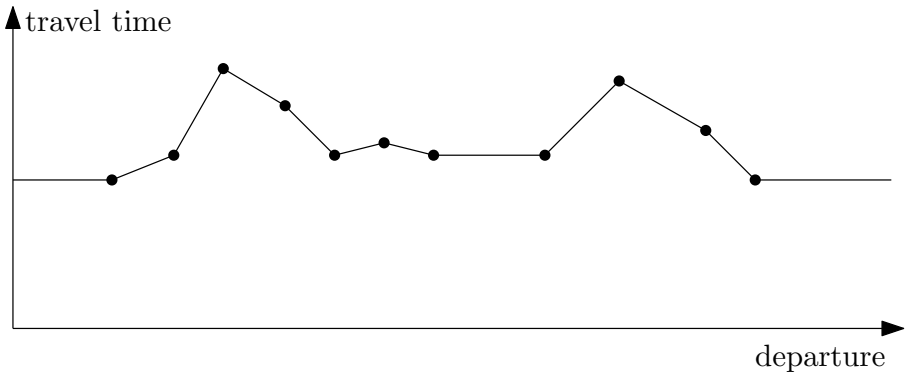
Zeitabhängige Straßennetzwerke

Eingabe:

- Durchschnittliche Reisezeit zu bestimmten Zeitpunkten
- Jeden Wochentag verschieden
- Sonderfälle: Urlaubszeit

Somit an jeder Kante:

- Periodische stückweise lineare Funktion
- Definiert durch Stützpunkte
- Interpoliere linear zwischen Stützpunkten



FIFO-Eigenschaft

Definition

Sei $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ eine Funktion. f erfüllt die *FIFO-Eigenschaft*, wenn für jedes $\varepsilon > 0$ und alle $\tau \in \mathbb{R}_0^+$ gilt, dass

$$f(\tau) \leq \varepsilon + f(\tau + \varepsilon).$$

Diskussion

- Interpretation: “Warten lohnt sich nie”
- Kürzeste Wege auf Graphen mit non-FIFO Funktionen zu finden ist NP-schwer.
  (wenn warten an Knoten nicht erlaubt ist)

  $\Rightarrow$ Sicherstellen, dass Funktionen FIFO-Eigenschaft erfüllen.

Diskussion

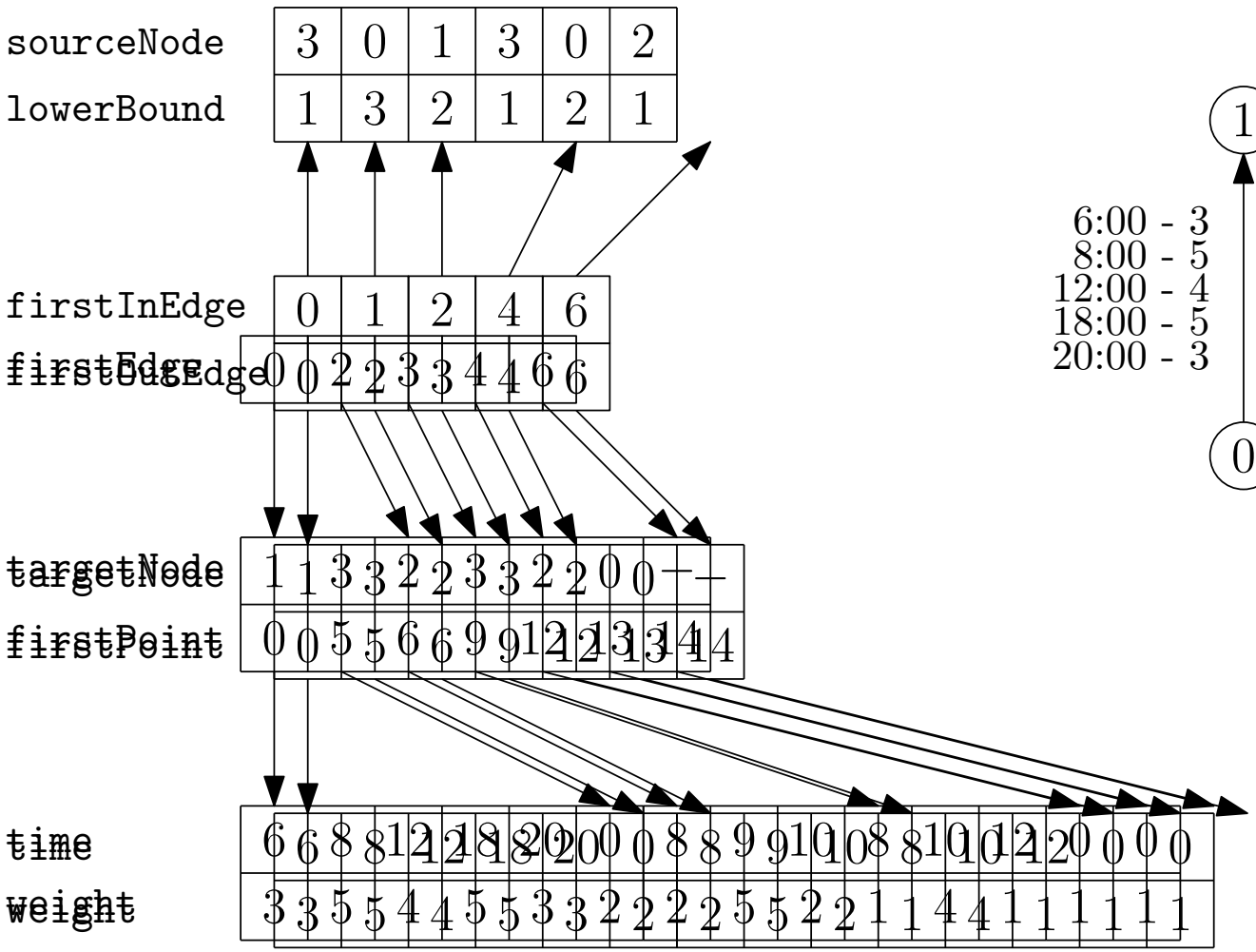
Eigenschaften:

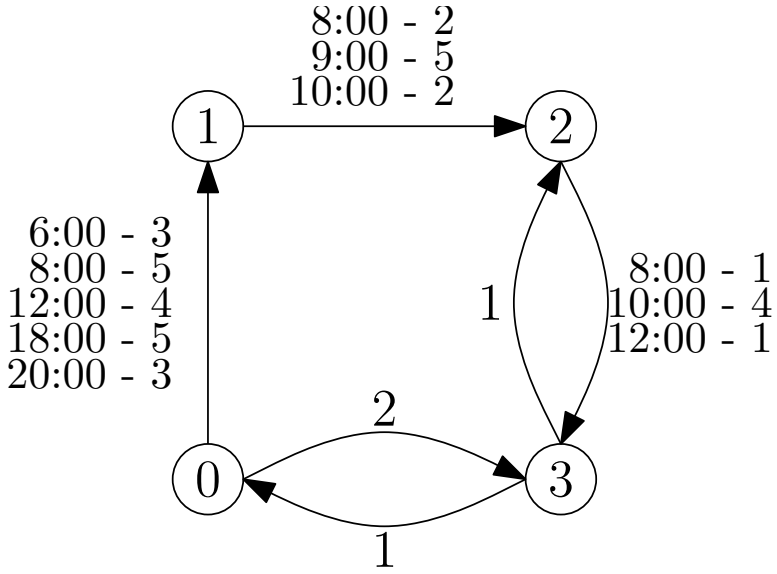
- Topologie ändert sich nicht
- Kanten gemischt zeitabhängig und konstant
- variable (!) Anzahl Interpolationspunkte pro Kante

Beobachtungen:

- FIFO gilt auf allen Kanten
- später wichtig

Datenstruktur





Anfrageszenarien

Zeit-Anfrage:

- finde kürzesten Weg für Abfahrtszeit τ
- analog zu Dijkstra?

Profil-Anfrage:

- finde kürzesten Weg für alle Abfahrtszeitpunkte
- analog zu Dijkstra?

Zeit-Anfragen

Time-Dijkstra($G = (V, E)$,s,τ)

```
1  d_τ[s] = 0
2  Q.clear(), Q.add(s, 0)
3  while !Q.empty() do
4      u ← Q.deleteMin()
5      for all edges e = (u, v) ∈ E do
6          if d_τ[u] + len(e, τ + d_τ[u]) < d_τ[v] then
7              d_τ[v] ← d_τ[u] + len(e, τ + d_τ[u])
8              p_τ[v] ← u
9              if v ∈ Q then Q.decreaseKey(v, d_τ[v])
10             else Q.insert(v, d_τ[v])
```

Diskussion Zeit-Anfragen

Beobachtung:

- Nur ein Unterschied zu Dijkstra
- Auswertung der Kanten

non-FIFO Netzwerke:

- Im Kreis fahren kann sich lohnen
- NP-schwer (wenn warten an Knoten nicht erlaubt ist)
- Transportnetzwerke sind FIFO modellierbar (notfalls Multikanten)

Profil-Anfragen

Karlsruher Institut für Technologie

`Profile-Search`$(G = (V, E), s)$

```
1  d_*[s] = 0
2  Q.clear(), Q.add(s, 0)
3  while !Q.empty() do
4      u ← Q.deleteMin()
5      for all edges e = (u, v) ∈ E do
6          if d_*[u] ⊕ len(e) ≱ d_*[v] then
7              d_*[v] ← min(d_*[u] ⊕ len(e), d_*[v])
8              if v ∈ Q then Q.decreaseKey(v, d[v])
9              else Q.insert(v, d[v])
```

Diskussion Profile-Anfragen

Beobachtungen:

- Operationen auf Funktionen
- Priorität im Prinzip frei wählbar
  ($\underline{d}[u]$ ist das Minimum der Funktion $d_*[u]$)
- Knoten können mehrfach besucht werden $\Rightarrow$ label-correcting

Herausforderungen:

- Wie effizient $\oplus$ berechnen (Linken)?
- Wie effizient Minimum bilden?

Operationen

Funktion gegeben durch:

- Menge von Interpolationspunkten
- $I^f := \{(t_1^f, w_1^f), \ldots, (t_k^f, w_k^f)\}$

3 Operationen notwendig:

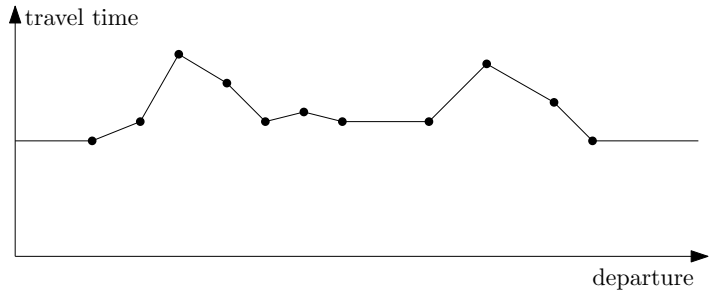
- Auswertung
- Linken $\oplus$
- Minimumsbildung

Auswertung

Evaluation von $f(\tau)$:

- Suche Punkte mit $t_i \leq \tau$ und $t_{i+1} \geq \tau$
- dann Evaluation durch

$$f(\tau) = w_i + (\tau - t_i) \cdot \frac{w_{i+1} - w_i}{t_{i+1} - t_i}$$



Problem:

- Finden von t_i und t_{i+1}
- Theoretisch:
  - Lineare Suche: $\mathcal{O}(|I|)$
  - Binäre Suche: $\mathcal{O}(\log_2 |I|)$
- Praktisch:
  - $|I| < 30 \Rightarrow$ lineare Suche
  - Sonst: Lineare Suche mit Startpunkt $\frac{\tau}{\Pi} \cdot |I|$
    wobei Π die Periodendauer ist

Linken

Definition

Seien $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ und $g : \mathbb{R}_0^+$ zwei Funktionen die die FIFO-Eigenschaft erfüllen. Die Linkoperation $f \oplus g$ ist dann definiert durch

$$f \oplus g := f + g \circ (\mathrm{id} + f)$$

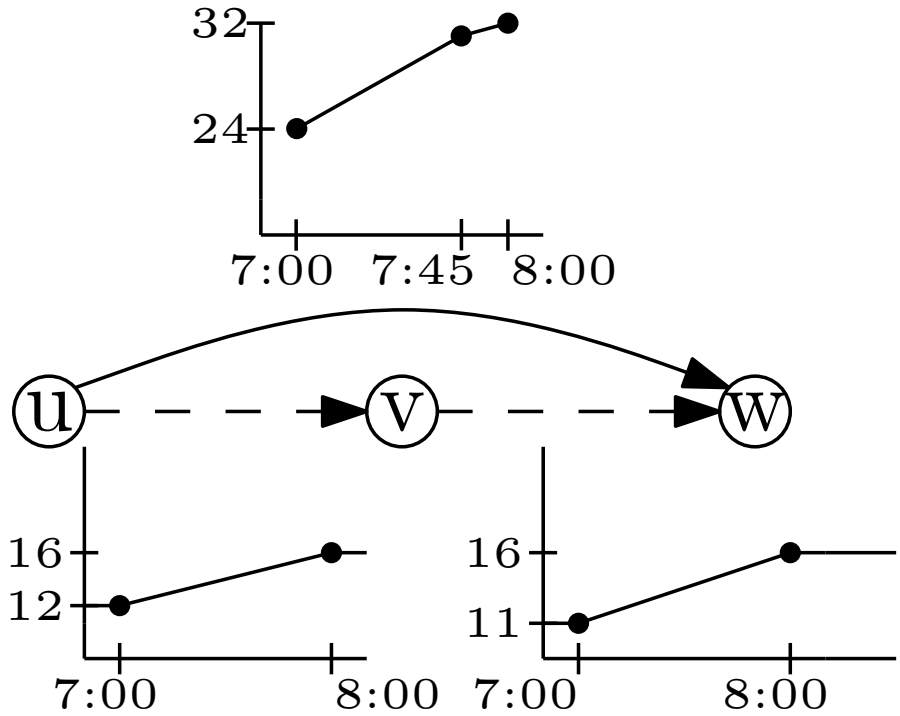
Oder

$$(f \oplus g)(\tau) := f(\tau) + g(\tau + f(\tau))$$

Linken

Linken zweier Funktionen f und g

- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$
- Zusätzliche Interpolationspunkte an t_j^{-1} mit $f(t_j^{-1}) + t_j^{-1} = t_j^g$
- Füge $(t_j^{-1}, f(t_j^{-1}) + w_j^g)$ für alle Punkte von g zu $f \oplus g$
- Durch linearen Sweeping-Algorithmus implementierbar



Diskussion Linken

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Gelinkte Funktion hat $\approx |I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte

Problem:

- Während Profilsuche kann ein Pfad mehreren Tausend Kanten entsprechen
- Shortcuts...

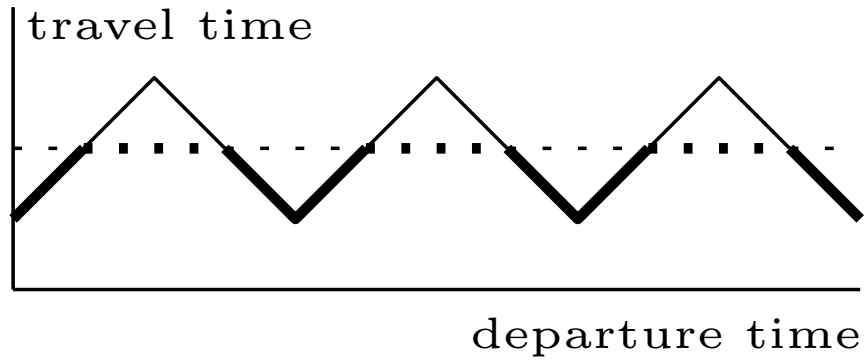
Merge von Funktionen

Minimum zweier Funktionen f und g

- Für alle (t_i^f, w_i^f): behalte Punkt, wenn $w_i^f < g(t_i^f)$
- Für alle (t_j^g, w_j^g): behalte Punkt, wenn $w_j^g < f(t_j^g)$
- Schnittpunkte müssen ebenfalls eingefügt werden

Vorgehen:

- Linearer sweep
- Evaluiere, welcher Abschnitt oben
- Checke ob Schnittpunkt existiert



Diskussion Merge

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|f^f| + |f^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Minimum-Funktion kann mehr als $|f^f| + |f^g|$ Interpolationspunkte enthalten

Problem:

- Während Profilsuche werden Funktionen gemergt
- Laufzeit der Profilsuchen wird durch diese Operationen dominiert

Eingabe

- Netzwerk Deutschland $|V| \approx 4.7$ Mio., $|E| \approx 10.8$ Mio.
- 5 Verkehrszenarien:
  - Montag: $\approx 8\%$ Kanten zeitabhängig
  - Dienstag - Donnerstag: $\approx 8\%$
  - Freitag: $\approx 7\%$
  - Samstag: $\approx 5\%$
  - Sonntag: $\approx 3\%$

”Grad” der Zeitabhängigkeit

	#delete mins	slow-down	time [ms]	slow-down
kein	2,239,500	0.00%	1219.4	0.00%
Montag	2,377,830	6.18%	1553.5	27.40%
DiDo	2,305,440	2.94%	1502.9	23.25%
Freitag	2,340,360	4.50%	1517.2	24.42%
Samstag	2,329,250	4.01%	1470.4	20.59%
Sonntag	2,348,470	4.87%	1464.4	20.09%

Beobachtung:

- kaum Veränderung in Suchraum
- Anfragen etwas langsamer durch Auswertung

Profilsuchen

Beobachtung:

- Nicht durchführbar durch zu großen Speicherbedarf ($>$ 32 GiB RAM)
- Interpoliert:
  - Suchraum steigt um ca. 10%
  - Suchzeiten um einen Faktor von bis zu 2 500

$\Rightarrow$ inpraktikabel

Zusammenfassung

Zeitabhängige Netzwerke (Basics)

- Funktionen statt Konstanten an Kanten
- Operationen werden teurer
  - $\mathcal{O}(\log |f|)$ für Auswertung
  - $\mathcal{O}(|f^f| + |f^g|)$ für Linken und Minimum
  - Speicherverbrauch explodiert
- Zeitanfragen:
  - Normaler Dijkstra
  - Kaum langsamer (lediglich Auswertung)
- Profilanfragen
  - nicht zu handhaben

Literatur

Abbiegekosten:

- Robert Geisberger, Christian Vetter **Efficient Routing in Road Networks with Turn Costs**
  In: *Proceedings of the 10th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA'11)*, 2011
- Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, Thomas Pajor, Renato Werneck
  Customizable Route Planning
  In: *Proceedings of the 10th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA'11)*, 2011

Zeitabhänige Routenplanung

- Daniel Delling:
  Engineering and Augmenting Route Planning Algorithms
  Ph.D. Thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2009.

Nächste Termine

Karlsruher Institut für Technologie

Mittwoch, 20.6.2012

Montag, 25.6.2012
Montag, 2.7.2012