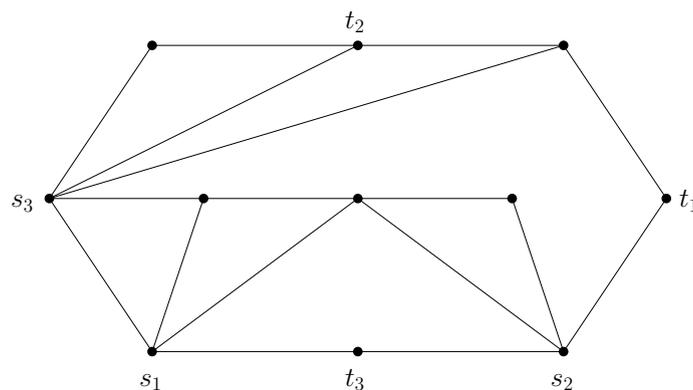


## Siebtes (und letztes) Übungsblatt

**Ausgabe:** 6. Juni 2012

**Abgabe:** keine, Besprechung in der Vorlesung

### Problem 1:



Betrachten Sie obenstehenden Graphen mit der angegebenen Menge an Terminalpaaren, und überprüfen Sie die *Geradheitsbedingung*. Ist das induzierte *kantendisjunkte* Wegpackungsproblem lösbar?

### Problem 2:

**Definition (knotendisjunktes Wegpackungsproblem):** Gegeben ein zusammenhängender, planarer Graph  $G$  mit fester Einbettung und paarweise verschiedenen Terminalen  $s_1, t_1, s_2, t_2, \dots, s_k, t_k$  an der äußeren Facette. Gesucht sind paarweise knotendisjunkte  $s_i-t_i$ -Wege in  $G$  ( $1 \leq i \leq k$ ).

Das Problem heißt *topologisch lösbar*, falls die Reihenfolge der Terminale ‚um die äußere Facette herum‘ die Lösbarkeit nicht ausschließt.

- (a) Geben Sie für jede natürliche Zahl  $k \geq 2$  einen zusammenhängenden, planaren Graphen  $G$  mit  $k$  Terminalpaaren  $(s_i, t_i)$  an der äußeren Facette an, so dass das knotendisjunkte Wegpackungsproblem
- nicht topologisch lösbar ist
  - zwar topologisch lösbar ist, aber dennoch keine paarweise knotendisjunkten  $s_i-t_i$ -Wege in  $G$  existieren.

**Bitte wenden**

- (b) Sei  $o$  die Anzahl der Knoten von  $G$ , die zur äußeren Facette der Einbettung inzident sind (es gilt also  $o \geq 2k$ ). Geben Sie einen Algorithmus an, der in Zeit  $\mathcal{O}(o)$  feststellt, ob das knotendisjunkte Wegpackungsproblem topologisch lösbar ist.
- (c) Angenommen, das Problem sei topologisch lösbar. Geben Sie einen Linearzeitalgorithmus an, der entweder  $k$  knotendisjunkte  $s_i$ - $t_i$ -Wege findet oder feststellt, dass das Problem nicht lösbar ist.
- (d) Zeigen Sie: Für einen planaren Graphen  $G$  mit Terminalpaaren an der äußeren Facette ist das knotendisjunkte Wegpackungsproblem genau dann *nicht lösbar*, wenn es nicht topologisch lösbar ist oder eine einfache geschlossene Kurve  $K$  in der Ebene existiert, die  $G$  nur in Knoten berührt, sodass die Anzahl der Terminalpaare mit genau einem Terminal innerhalb  $K$  größer als die Anzahl der ‚Berührknoten‘ ist.