

Viertes Übungsblatt

Ausgabe: 31. Mai 2011

Abgabe: keine, Besprechung in einer der Übungen

1 Dualgraph

Geben Sie einen linearen Algorithmus an, der aus den Inzidenzlisten zu \mathcal{G} die Inzidenzlisten des kombinatorischen Dualgraphen \mathcal{G}^* konstruiert.

2 Verschiedene Bäume

1. Zeigen oder widerlegen Sie: In jedem planaren, zusammenhängenden Graphen gibt es einen Knoten w und einen Breitensuchbaum T mit Wurzel w und Höhe höchstens $2\sqrt{n}$.
2. Zeigen oder widerlegen Sie: In jedem planaren, zusammenhängenden Graphen gibt es einen Knoten w und einen Breitensuchbaum T mit Wurzel w so, dass der PLANAR-SEPARATOR-Algorithmus spätestens nach Schritt 4 mit $S = S_m \cup S_M$ einen gültigen Separator findet.

3 Folgerung aus dem Planar Separator Theorem

Zeigen Sie:

Zu einem zusammenhängenden, planaren Graphen $G = (V, E)$ mit $n \geq 5$ Knoten und maximalem Knotengrad Δ gibt es einen Schnitt $S \subseteq E$ von G mit $|S| \leq 4\Delta\sqrt{n}$, so dass $G - S = (V, E \setminus S)$ aus zwei disjunkten Graphen $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$ mit $|V_1| \leq \frac{2}{3}n$, $|V_2| \leq \frac{2}{3}n$, $V_1 \cup V_2 = V$ und $E_1 \cup E_2 = E \setminus S$ besteht.

Bitte wenden!

4 Umfang

Der *Umfang* (engl. girth) eines Graphen G ist die Länge eines kürzesten Kreises in G . Enthält G keinen Kreis, so ist der Umfang ∞ .

- a) Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen gegebenen Knoten v von G entweder
 - die Länge des kürzesten Kreises berechnet auf dem v liegt, oder
 - entscheidet, dass v nicht auf einem kürzesten Kreis in G liegt.
- b) Verwenden Sie das Verfahren aus Aufgabenteil a), um für einen beliebigen Graphen den Umfang zu berechnen. Welche Laufzeit erhalten Sie?
- c) Beschleunigen Sie Ihren Algorithmus für den Fall, dass der Eingabegraph planar ist.

5 Matchings I

Geben Sie für jede natürliche Zahl $n \geq 2$ einen zusammenhängenden Graphen mit n Knoten an, für den ein Matching maximaler Kardinalität genau

1. $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ Kanten
2. eine Kante

enthält. Geben Sie jeweils an, wie ein solches kardinalitätsmaximales Matching aussieht.

6 Matchings II

Ein Matching M zu einem Graphen G heißt *perfekt*, falls jeder Knoten von G zu einer Kante aus M inzident ist. Für welche $n \geq 1$ und $m \geq 1$ besitzen die folgenden Graphen jeweils ein perfektes Matching?

1. P_n (der Graph bestehend aus einem einfachen Weg mit n Knoten)
2. C_n (der Graph bestehend aus einem einfachen Kreis mit n Knoten)
3. Q_n
4. K_n
5. $K_{n,m}$